TEORIA DE GRAFOS E COMPUTABILIDADE
DEFINIÇÕES – PARTE 2

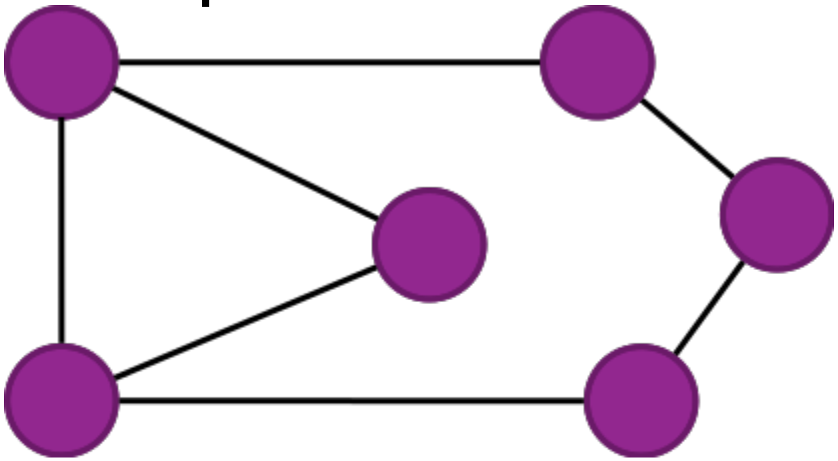
Prof. Alexei Machado

PUC MINAS

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

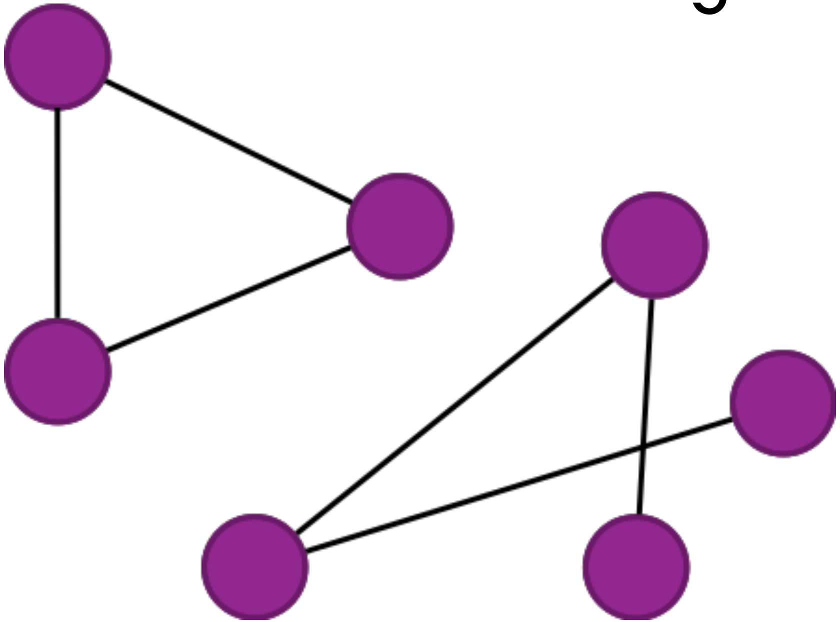
Grafo conexo

- Grafo em que existe pelo menos um caminho entre todos os pares de vértices de G



Uma dúvida

- Estamos vendo um ou dois grafos?

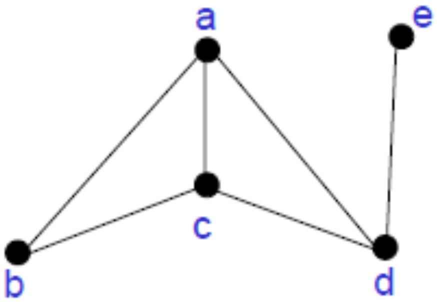


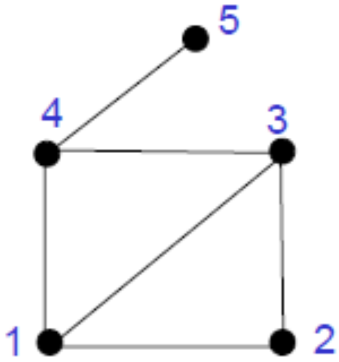
Grafo desconexo

- Consiste de dois ou mais grafos conexos. Cada um dos ***subgrafos*** conexos é chamado de **componente**

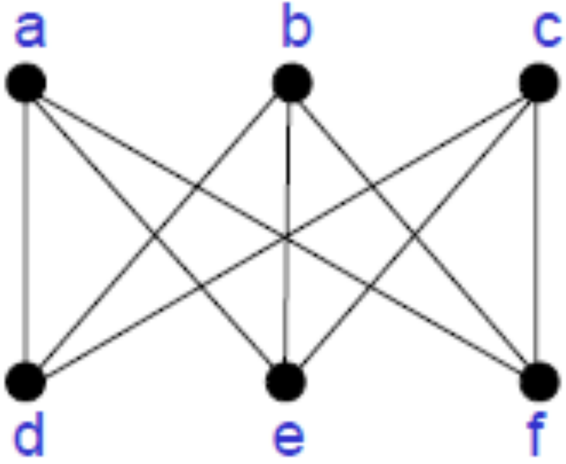
Isomorfismo

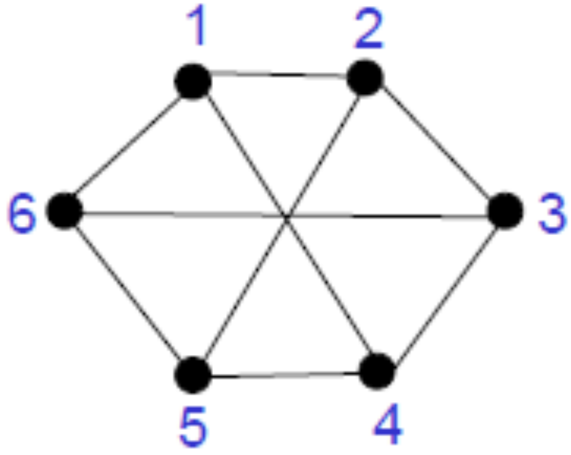
- Dois grafos G e H são ditos isomorfos se existir uma correspondência um-para-um entre seus vértices e entre suas arestas, de maneira que as relações de incidência são preservadas





Isomorfismo





Isomorfismo

- Condições necessárias mas não suficientes para que G e H sejam isomorfos:
  - mesmo número de vértices
  - mesmo número de arestas
  - mesmo número de componentes
  - mesmo número de vértices com o mesmo grau

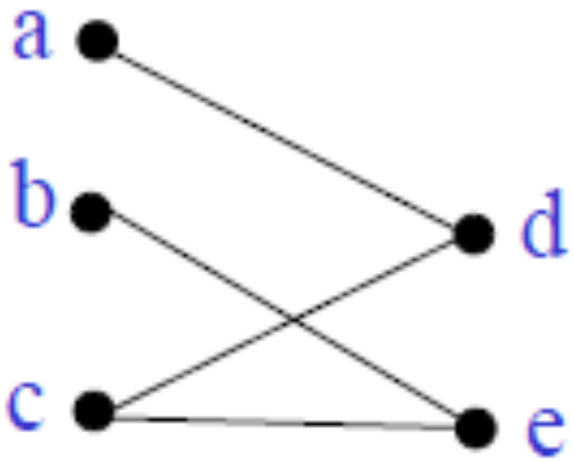
Isomorfismo

- Infelizmente, não existe um algoritmo eficiente para determinar o isomorfismo entre dois grafos

  - Considerando as estruturas estudadas, o que você proporia fazer para verificar o isomorfismo?

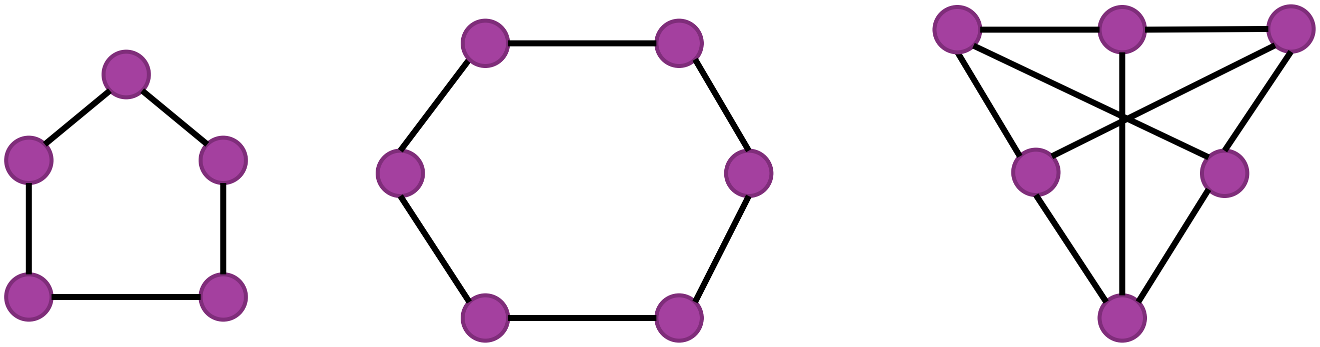
Grafo bipartido / bipartite

- Grafo não orientado em que o conjunto de vértices V pode ser particionado em 2 subconjuntos, V_1 e V_2, tais que não existem arestas entre dois vértices de um mesmo subconjunto.



Grafo bipartido / bipartite

- Estes são grafos bipartidos?



Subgrafos

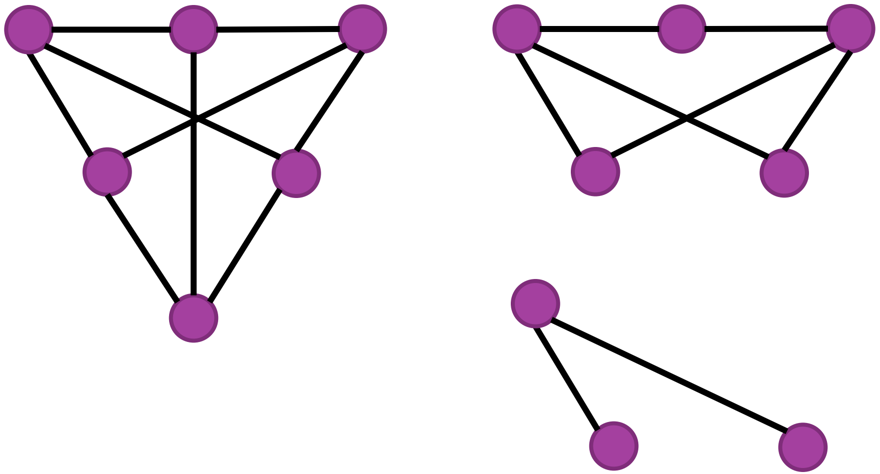
- Um grafo *g* é dito ser um subgrafo de um grafo G se todos os vértices e todas as arestas de *g* estão em G

Subgrafos

- Todo grafo é subgrafo de si próprio
- O subgrafo de um subgrafo de G é subgrafo de G
- Um vértice simples de G é um subgrafo de G
- Uma aresta simples de G (com suas extremidades) é subgrafo de G

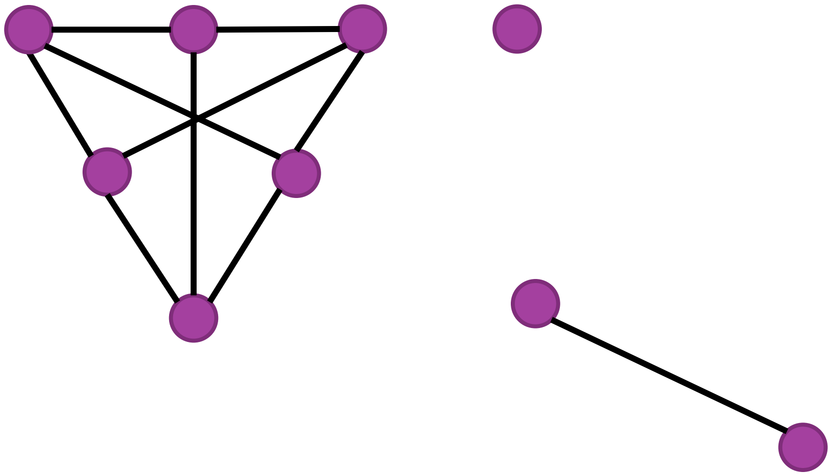
Subgrafos

- Todo grafo é subgrafo de si próprio
- O subgrafo de um subgrafo de G é subgrafo de G
- Um vértice simples de G é um subgrafo de G
- Uma aresta simples de G (com suas extremidades) é subgrafo de G



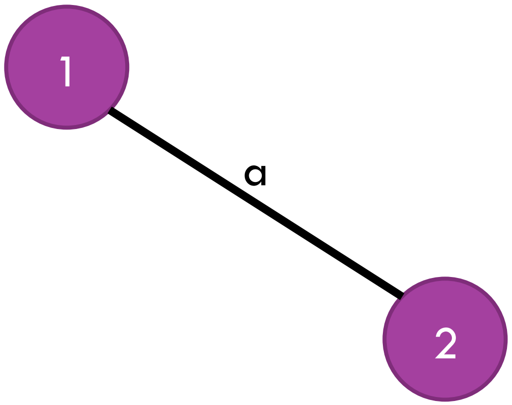
Subgrafos

- Todo grafo é subgrafo de si próprio
- O subgrafo de um subgrafo de G é subgrafo de G
- Um vértice simples de G é um subgrafo de G
- Uma aresta simples de G (com suas extremidades) é subgrafo de G

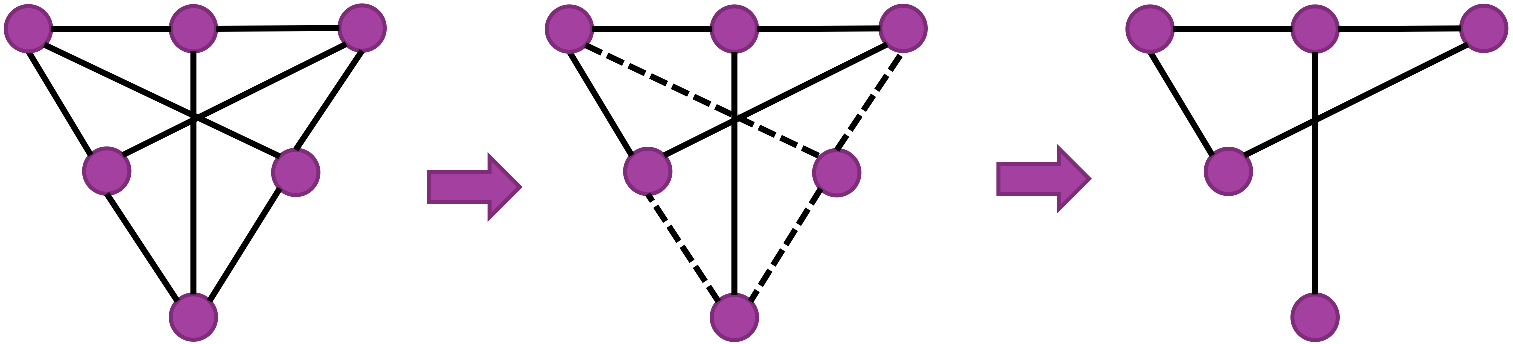


Exercício

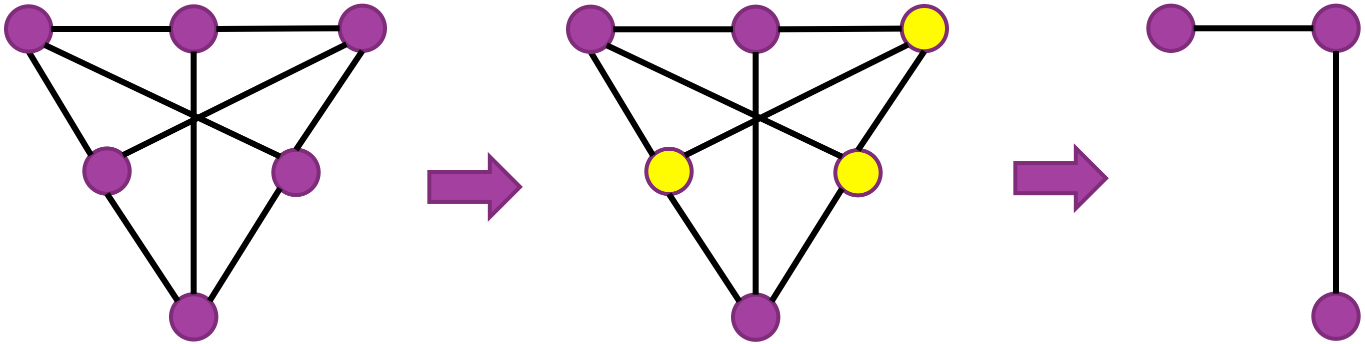
- Quais são todos os subgrafos de G abaixo?



Subgrafos induzidos por arestas



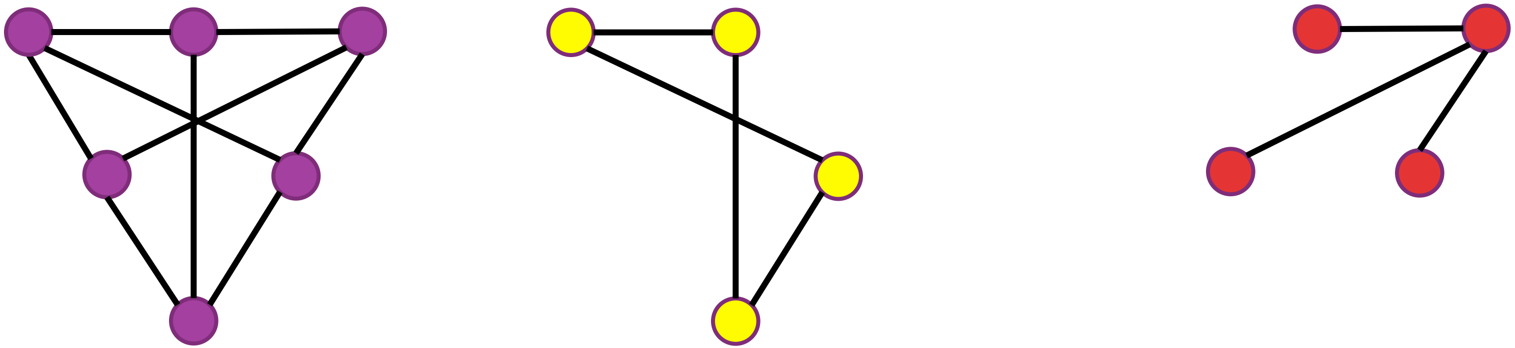
Subgrafos induzidos por vértices



Subgrafos disjuntos de arestas

- Dois (ou mais) subgrafos g1 e g2 de um grafo G são disjuntos de arestas se g1 e g2 não tiverem arestas em comum
  - g1 e g2 podem ter vértices em comum?

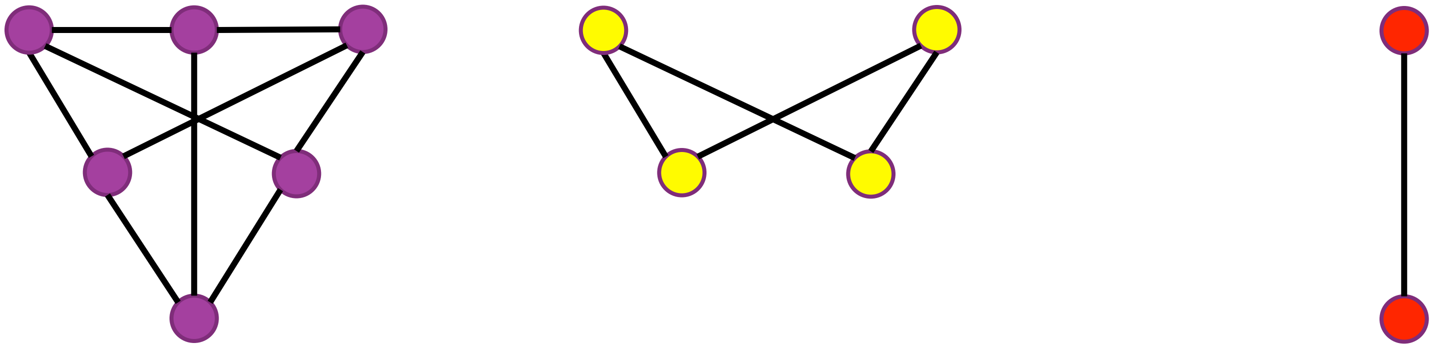
Subgrafos disjuntos de arestas



Subgrafos disjuntos de vértices

- Dois (ou mais) subgrafos g1 e g2 de um grafo G são disjuntos de vértices se g1 e g2 não tiverem vértices em comum
  - g1 e g2 podem ter arestas em comum?

Subgrafos disjuntos de vértices



Operações com grafos

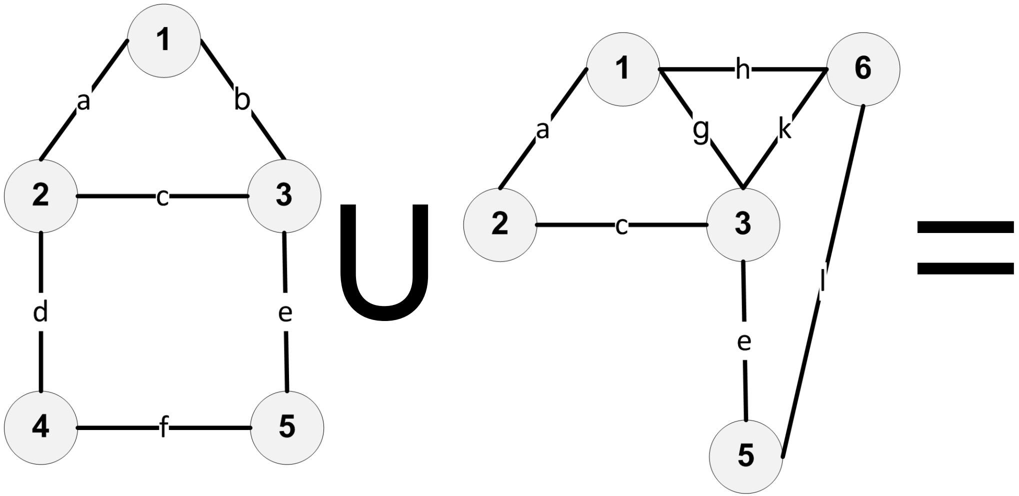
- Sejam $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$, tem-se:

$$G_{união} = G_1 \cup G_2 = (V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2)$$

$$G_{interseção} = G_1 \cap G_2 = (V_1 \cap V_2, E_1 \cap E_2)$$

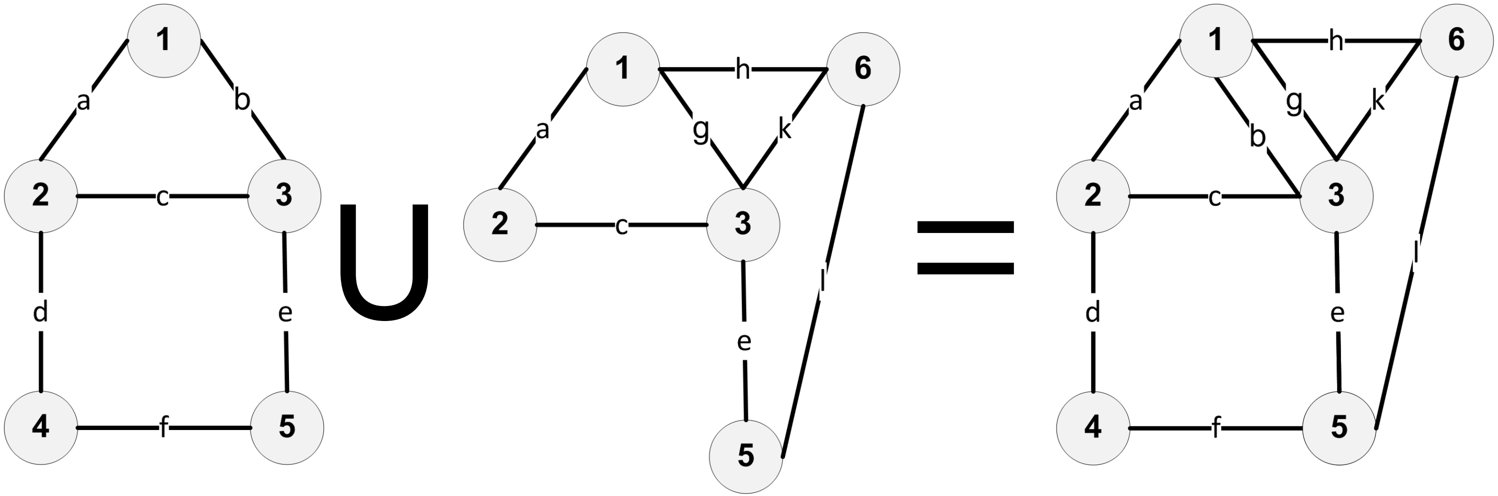
União

- Mostre o grafo resultante da união



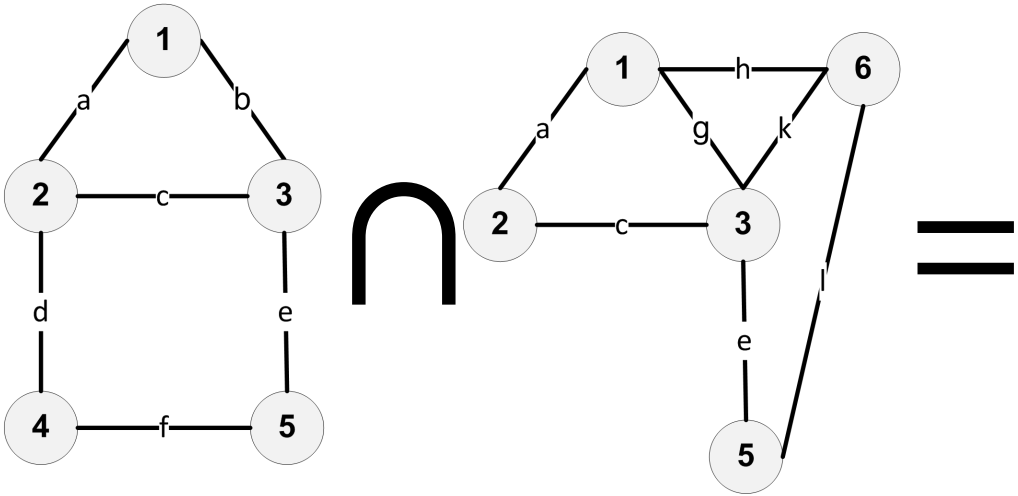
União

- Mostre o grafo resultante da união



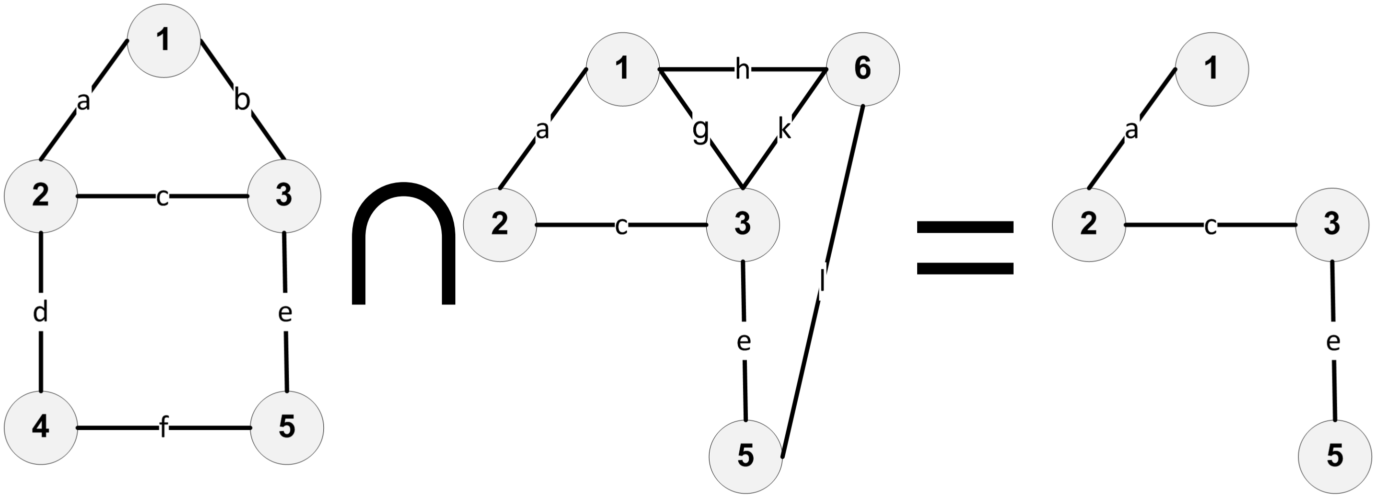
Interseção

- Mostre o grafo resultante da interseção:



Interseção

- Mostre o grafo resultante da interseção:



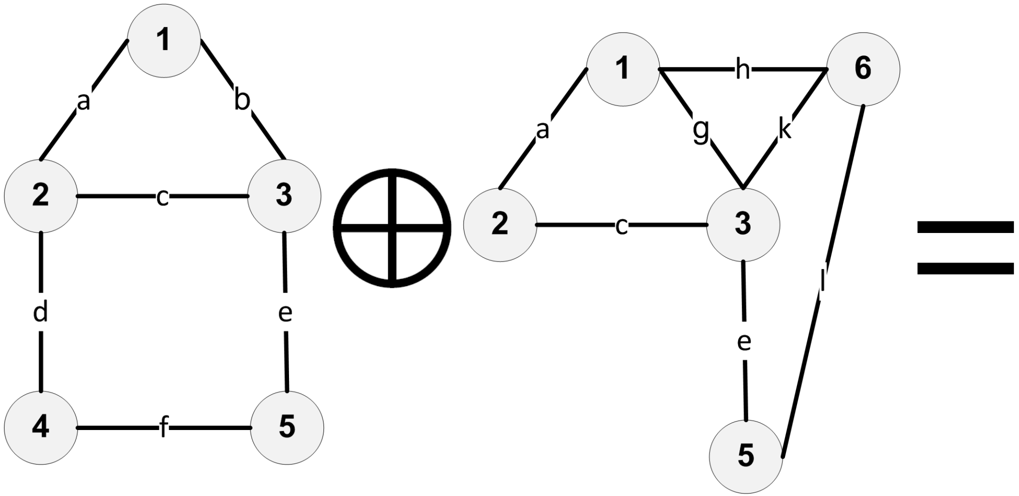
"Ring sum"

- $G_{\text{ring sum}} = G_1 \oplus G_2 = (V_1 \oplus V_2, E_1 \oplus E_2)$

- A operação *ring sum* consiste na união dos grafos G1 e G2, de modo que a interseção entre eles não seja incluída

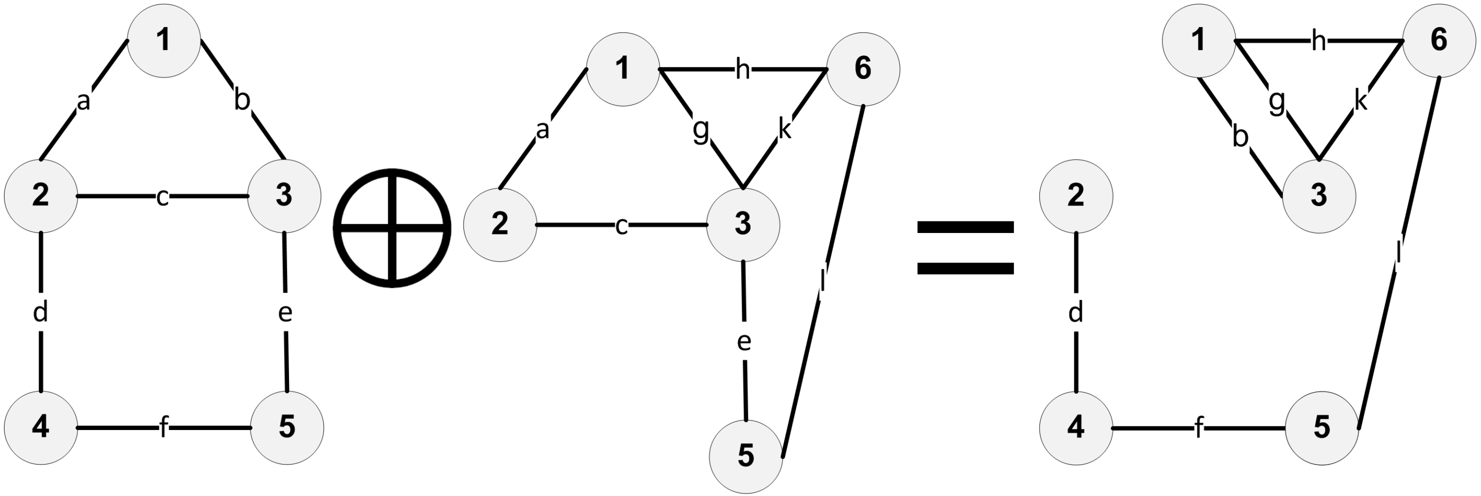
Ring sum

- Mostre o grafo resultante da “ring sum”:



Ring sum

- Mostre o grafo resultante da "ring sum":



Propriedades das operações

- Propriedades:
- $G_1 \cup G_2 = G_2 \cup G_1$
- $G_1 \cap G_2 = G_2 \cap G_1$
- $G_1 \oplus G_2 = G_2 \oplus G_1$
- $G \cup G = G \cap G = G$
- $G \oplus G = \emptyset$