

LISTA DE EXERCÍCIOS No 3

1. De exemplo de um grafo para o qual $K(G) < \lambda(G) < \delta(G)$.
2. Prove se as seguintes afirmativas são verdadeiras ou falsas e justifique:
 - a) Se G é um grafo Euleriano, então G é um grafo não-separável?
 - b) Se G é um grafo Hamiltoniano, então G é um grafo não-separável?
3. Uma universidade está preparando o vestibular para os seus n cursos. Para cada curso, os candidatos deverão realizar algumas provas específicas. Exemplo:
 - Computação: matemática, física
 - Nutrição: química, biologia
 - Arquitetura: física, matemática, história
 - Medicina: química, biologia

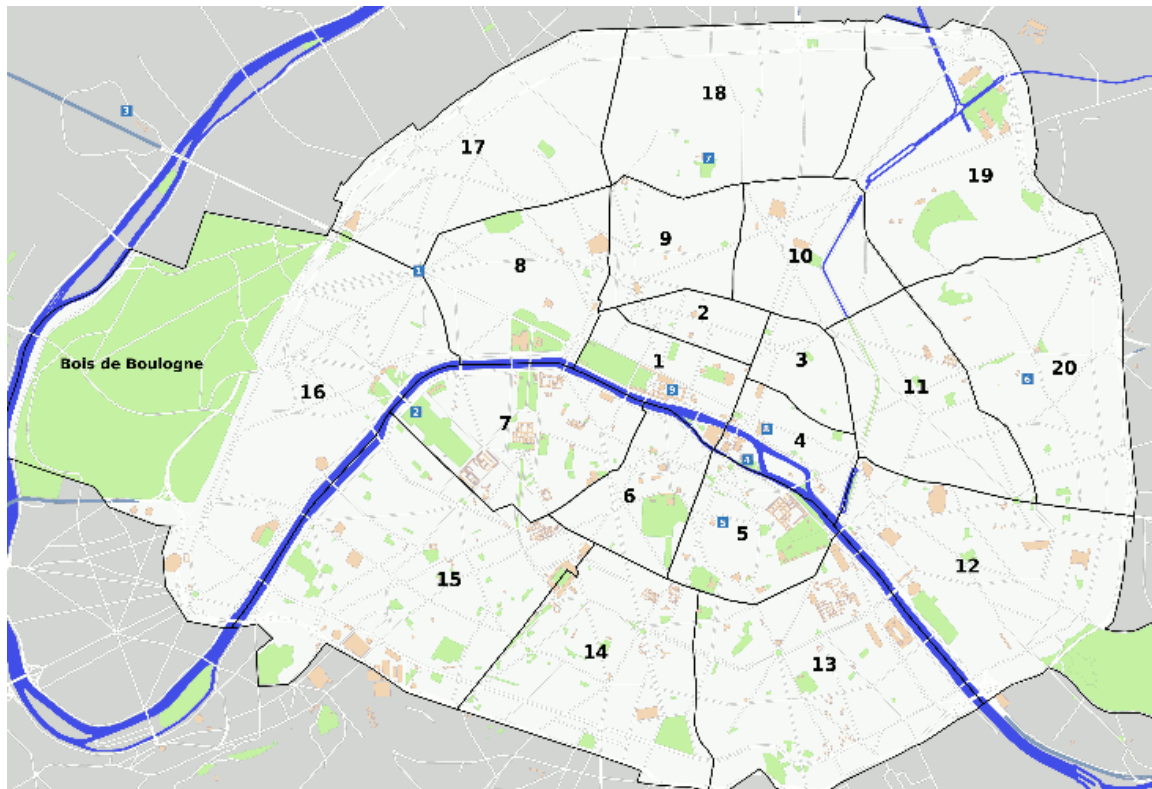
Como definir os horários das provas de modo a minimizar o número de dias de provas e de forma que os candidatos de cada curso façam no máximo uma prova por dia? Modele este problema utilizando grafos e proponha uma solução para ele.

4. Argumente a favor das afirmações a seguir ou mostre um exemplo que as tornem inválidas:
 - a) Toda árvore com pelo menos 2 vértices possui índice cromático (coloração de arestas) igual a dois.
 - b) A conectividade de aresta é sempre menor ou igual ao grau do vértice de menor grau.
 - c) Todo grafo bipartido tem número cromático igual a 2.
 - d) A conectividade de vértice é sempre menor ou igual ao grau do vértice de menor grau.
 - e) Duas cores são suficientes para colorir as faces de qualquer grafo bipartido planar.
 - f) Se G é um grafo planar com 10 faces no qual todos os vértices possuem grau 4, podemos dizer com certeza que G possui 12 vértices.
5. Indique se a seguinte afirmativa é verdadeira ou falsa e justifique. “Qualquer grafo que tenha n vértices ($n \leq 5$) e um vértice de grau 2 é planar.”
6. Encontre o número de faces de um grafo planar com n vértices, e arestas e k componentes.
7. Para quais valores de a e b o grafo bipartido completo $K_{a,b}$ é planar? Justifique.
8. Qual é o índice cromático (coloração de arestas) das árvores? Justifique sua resposta.

9. Uma grande distribuidora de produtos de varejo deseja armazenar seus enormes estoques em galpões a serem construídos nas proximidades de uma grande rodovia. A questão é que determinados produtos podem causar acidentes ou se deteriorarem em contato com outros, então a distribuidora prefere que, nestes casos, eles fiquem em galpões separados. Se a lista de produtos incompatíveis pode ser vista abaixo, quantos galpões devem ser construídos e quais produtos ficariam em quais galpões para que a distribuidora não corra riscos com seus produtos?

Produto:	Não combina com
Água sanitária	Álcool em gel, amoníaco, vinagre
Bicarbonato de sódio	Vinagre
Água oxigenada	Vinagre, cloro, acetona
Alvejante	Carvão, amônia, Água sanitária

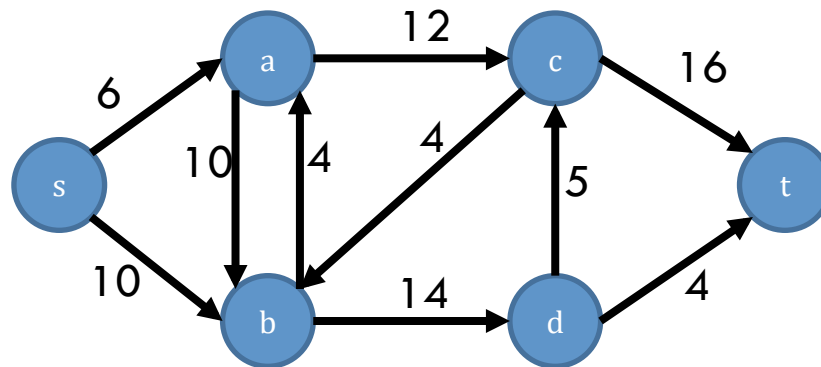
10. A rede de lanchonetes GrafoBurger pretende instalar diversas filiais espalhadas pela cidade.



- Qual o maior número de filiais que podem ser instaladas sem que 2 bairros vizinhos não possuam filiais?
- Qual o menor número de filiais que precisam ser instaladas para que cada bairro ou tenha a filial ou seja vizinho de um que tenha?

11. Prove que se um grafo planar é bipartido, então seu dual é euleriano.

12. Encontre o fluxo máximo na rede abaixo:



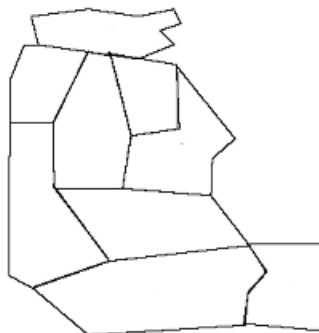
13. Os seguintes candidatos a um emprego possuem as habilidades listadas como h1, h2, etc

- Candidato 1: h1, h4, h5
- Candidato 2: h1
- Candidato 3: h2, h3, h4
- Candidato 4: h2, h4
- Candidato 5: h3, h4, h5

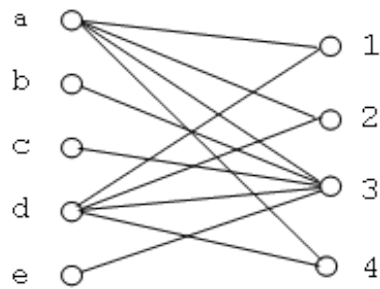
Projeto	Necessidades
P1	h1
P2	h2, h4
P3	h4, h5
P4	h3

Dado que a empresa possui poucos postos em aberto, mas um candidato pode trabalhar ao mesmo tempo em mais de um projeto, como contratar o menor número de candidatos que supram as habilidades necessárias para todos os projetos?

14. O problema de colorir mapas já é bastante conhecido. Considere o mapa abaixo com 9 estados. Qual é o menor número de cores que pode ser utilizado para colorir o mapa?



15. Encontre um casamento máximo e um casamento completo para o seguinte grafo bipartite.



16. Geraldo convidou alguns amigos para tomar um drink em sua casa. Seus convidados são: Angelo, Bernardo, Cristiano, Danilo, Eduardo e Frederico. Geraldo preparou alguns drinks para receber os amigos, mas preparou apenas uma dose de cada drink. Os drinks que ele preparou foram: Alexander (a), Bloody Mary (b), Caipirinha (c), Daiquiri (d), Kir (e), Frutas (f) e Gin Tônica (g). Ao perguntar aos amigos o que cada um bebe, as respostas foram: Angelo (b,e); Bernardo (b,e,f); Cristiano (d,e,f); Danilo (a,b,c,d); Eduardo (b,d,e,f); Frederico (b,d,e). Geraldo conseguirá servir todos os seus amigos? Como?