

# TEORIA DE GRAFOS E COMPUTABILIDADE

## CAMINHOS EM GRAFOS: PROBLEMAS

Prof. Alexei Machado

# Problema do carteiro chinês

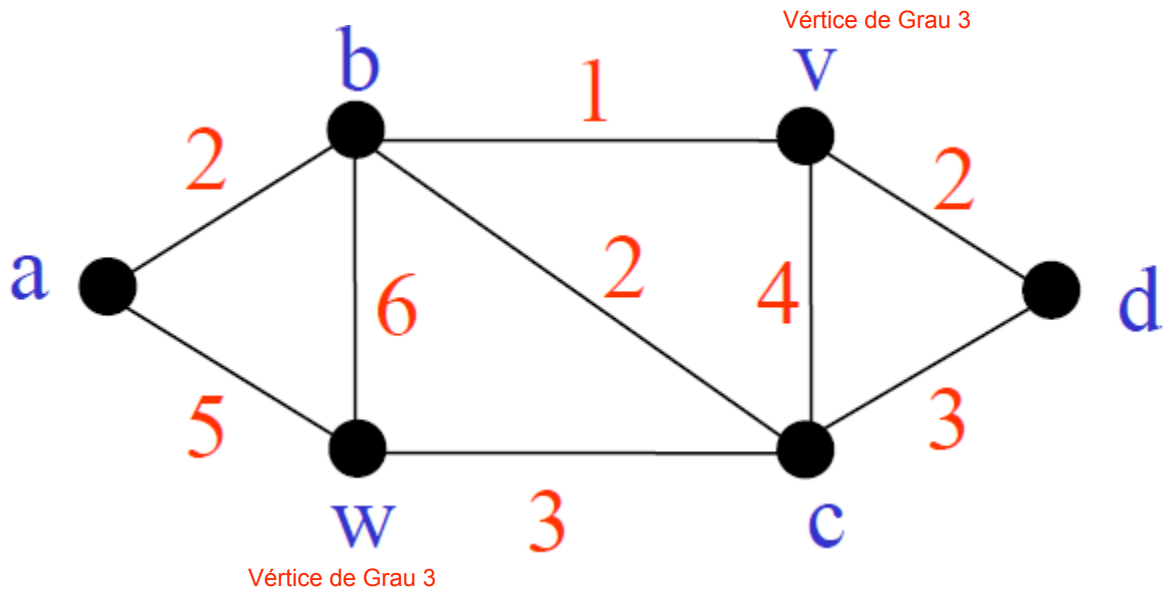
2

- Um carteiro deseja entregar cartas ao longo de todas as ruas de uma cidade, e retornar ao ponto inicial. Como ele pode planejar as rotas de forma a minimizar o caminho andado?

# Problema do carteiro chinês

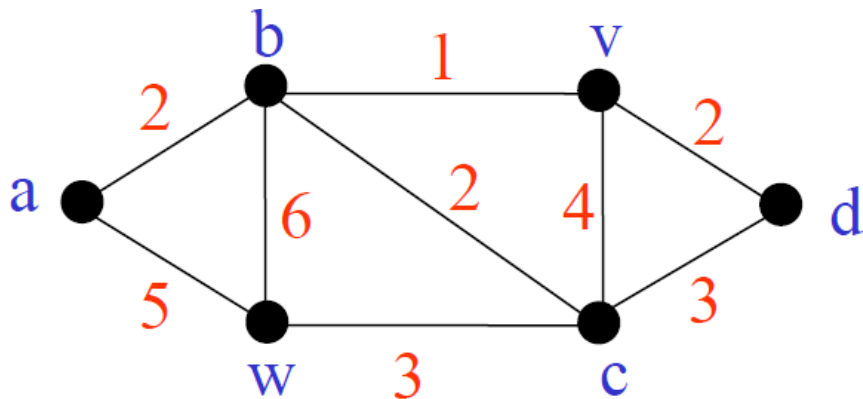
Não é um grafo euleriano

3



# Problema do carteiro chinês

4



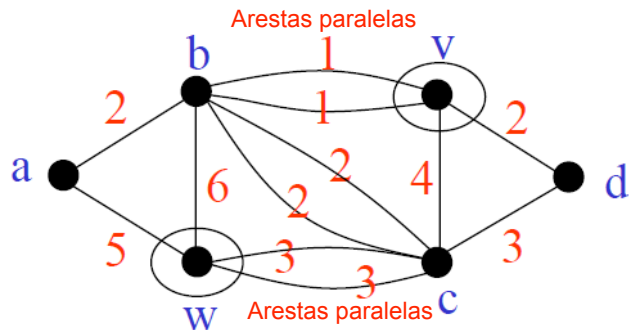
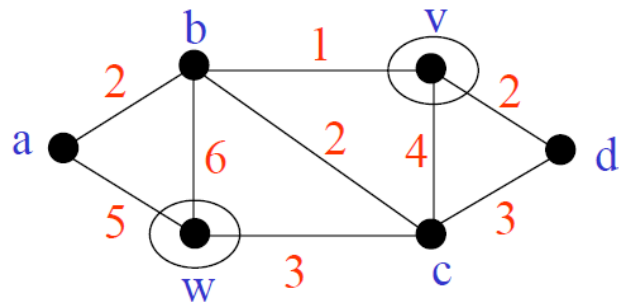
- Se o grafo for euleriano, basta percorrer o ciclo de Euler
- Caso contrário, algumas arestas serão percorridas mais de uma vez

# Problema do carteiro chinês

Melhor usar Floyd

5

- Identifique os  $m$  nós de grau ímpar de  $G(N,A)$  ( $m$  é sempre par)
- Encontre os menores caminhos entre cada par formado pelos  $m$  nós e identifique os  $m/2$  caminhos mínimos que liguem os nós
- Adicione estes  $m/2$  caminhos mínimos como arcos ligando os nós dos pares. O novo grafo  $G(N,A)$  contém zero vértices de grau ímpar
- Encontre um ciclo euleriano em  $G(N,A)$ . Este ciclo é a solução ótima do problema no grafo original  $G(N,A)$  e o seu comprimento é igual ao comprimento total das arestas do grafo original mais o comprimento total dos  $m/2$  caminhos mínimos



# Problema do caixeiro viajante (PCV)

6

- Dado um conjunto de cidades a serem visitadas por um vendedor, qual é o **caminho mínimo** que pode ser realizado sem repetir cidades e, preferencialmente, retornando ao ponto de partida?

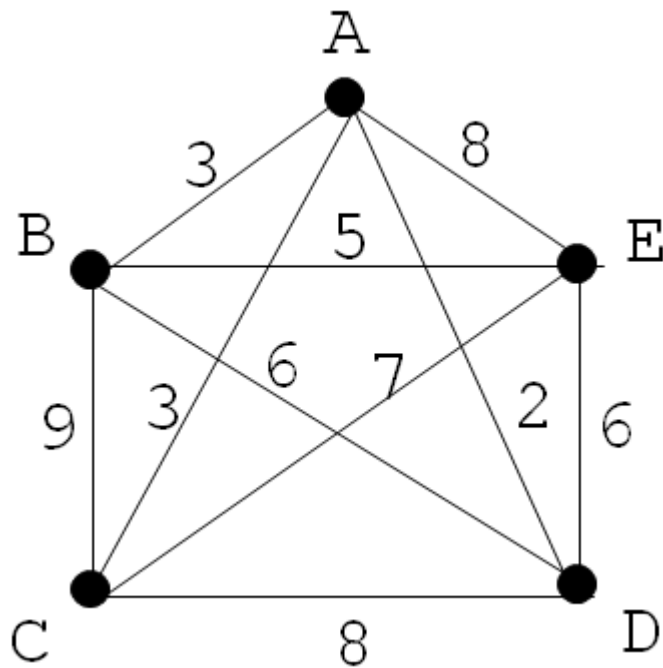
# Problema do caixeiro viajante

7

- Representação em grafos
  - ▣ Cidades: vértices
  - ▣ Arestas: ligações entre as cidades
- Arestas ponderadas!

# Problema do caixeiro viajante

8

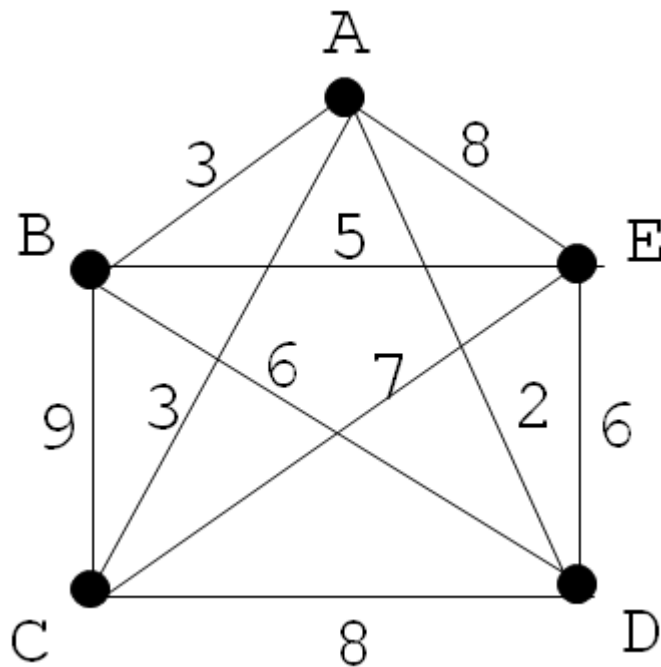




# Problema do caixeiro viajante

9

Encontrar um circuito de  
Hamilton de peso  
mínimo



# Problema do caixeiro viajante

10

- Generalizando o problema, temos várias aplicações
  - entrega de encomendas / correspondências
  - recolhimento de objetos
  - planejamento de viagens
  - leitura de contadores de consumo
  - ...

# Problema do caixeiro viajante

11

- Como encontrar o circuito de peso mínimo?
  - ▣ Tentativa e erro?
  - ▣ Adaptação da busca em profundidade?
  - ▣ Adaptação de Dijkstra?

# Problema do caixeiro viajante

12

- É fácil encontrar tal caminho?
  - ▣ Problema combinatório
  - ▣ Solução recursiva
- Uso de *heurísticas* para a resolução do problema

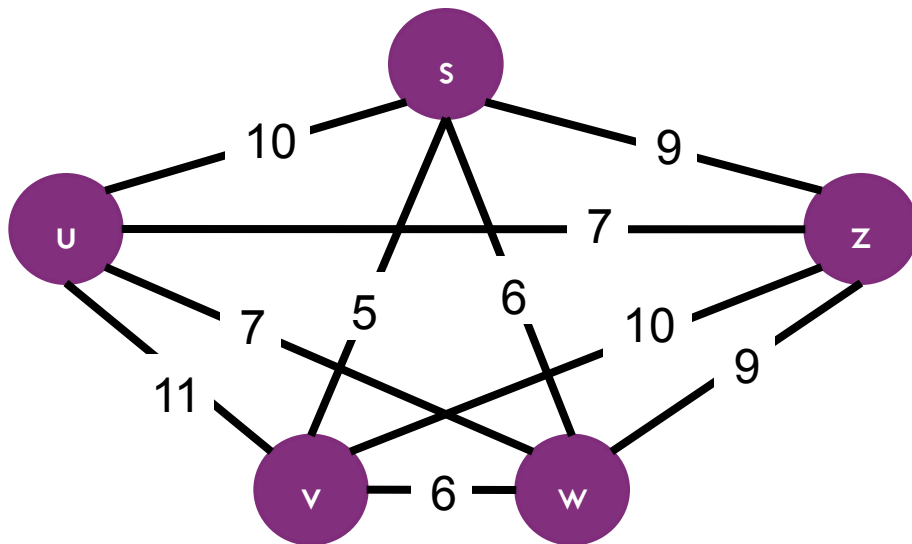
# Problema do caixeiro viajante

13

- O *algoritmo do vizinho mais próximo* é rápido e fácil de implementar
- A partir de um vértice, visite seu vizinho não explorado de menor custo

# Problema do caixeiro viajante

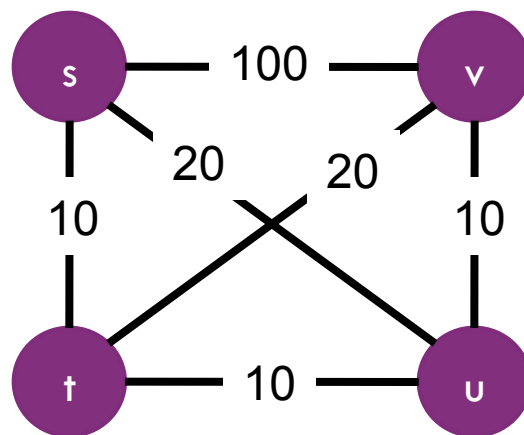
14



# Problema do caixeiro viajante

15

- Porém, nem sempre o resultado é satisfatório



# Problema do caixeiro viajante

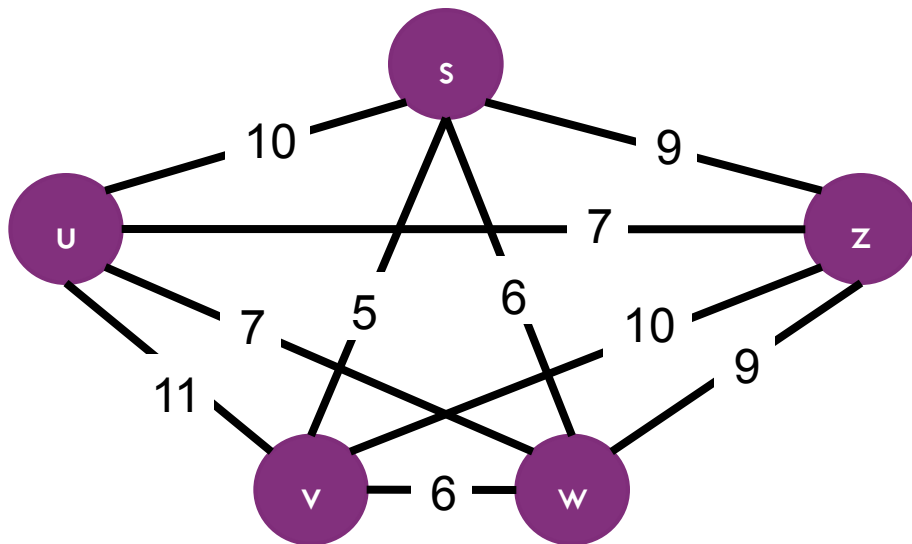
16

- Heurística de inserção de vértices: iniciando-se com um ciclo, inserir o vértice mais perto/mais distante de qualquer dos vértices do ciclo
- Encontrar o melhor lugar para inserir o novo vértice e manter/expandir o ciclo



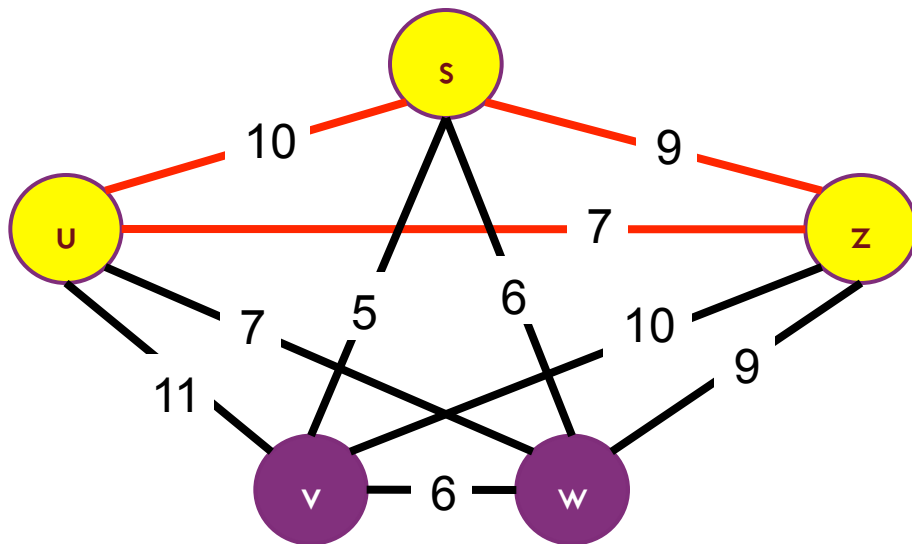
# Problema do caixeiro viajante

17



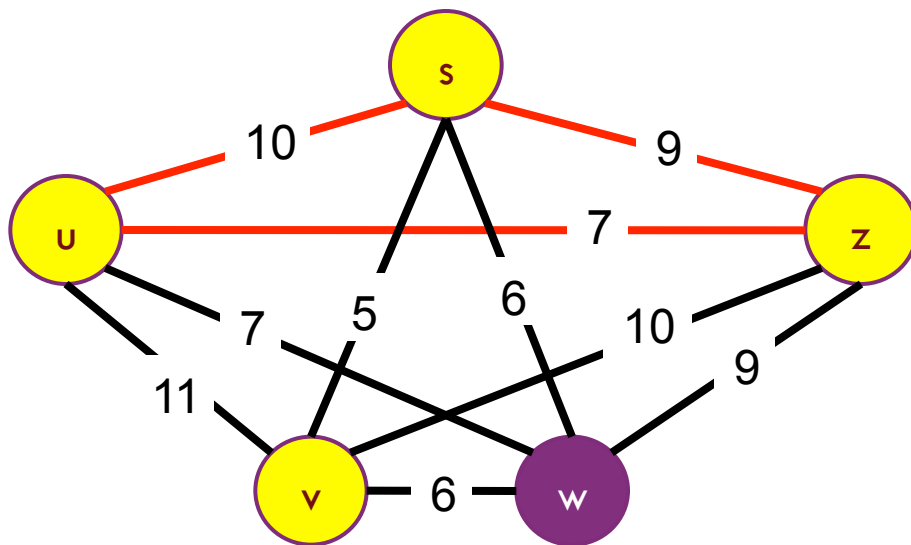
# Problema do caixeiro viajante

18



# Problema do caixeiro viajante

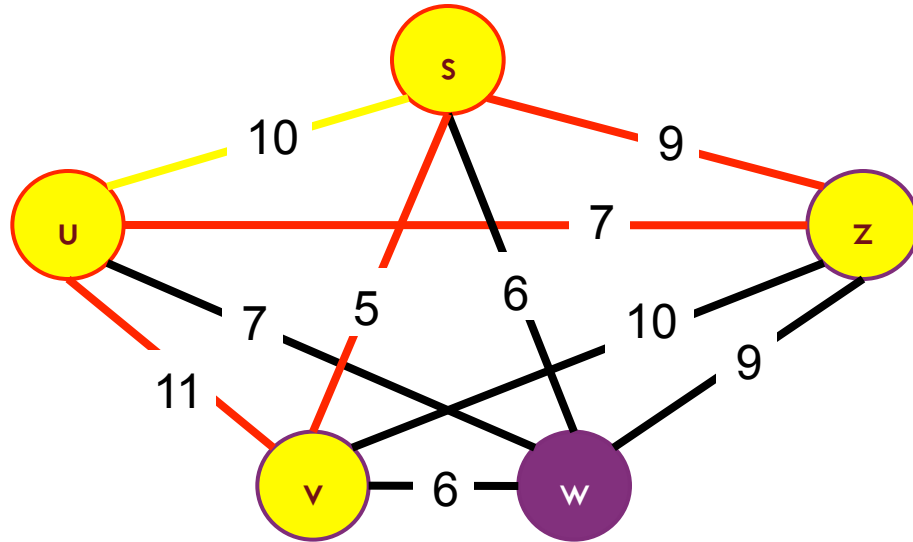
19



# Problema do caixeiro viajante

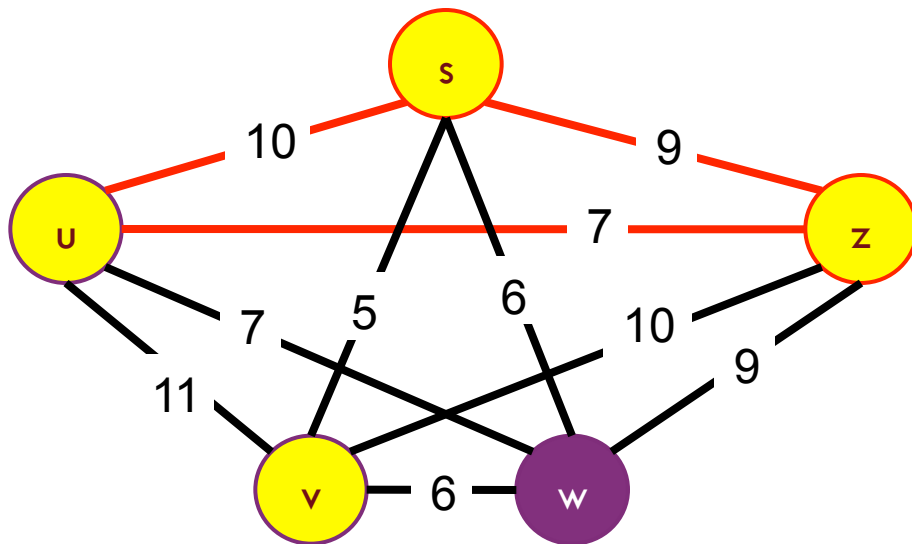
20

□ Resultado:  $11 + 5 - 10 = +6$



# Problema do caixeiro viajante

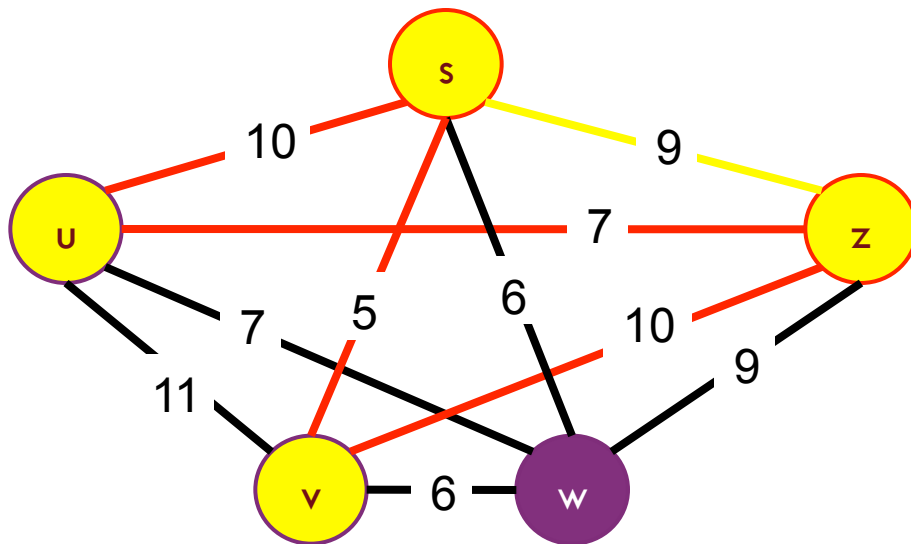
21



# Problema do caixeiro viajante

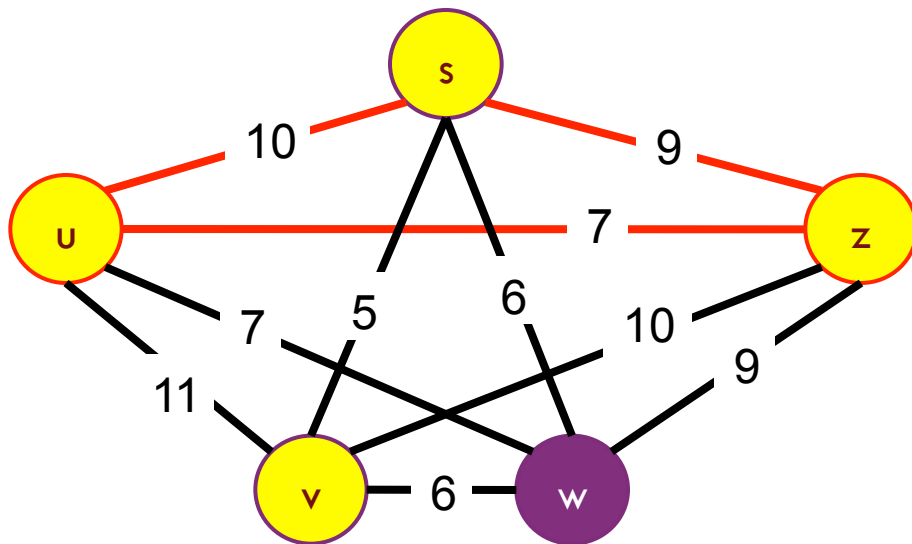
22

□ Resultado:  $10 + 5 - 9 = +6$



# Problema do caixeiro viajante

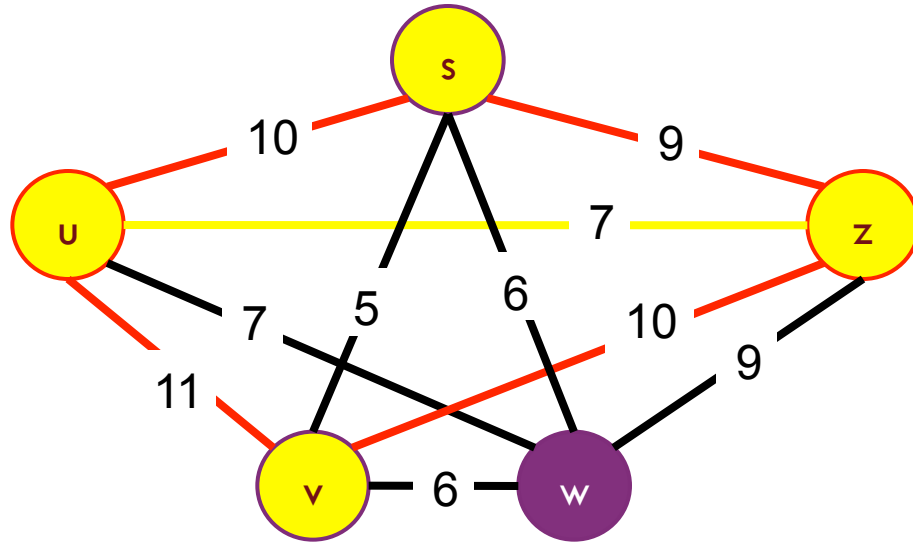
23



# Problema do caixeiro viajante

24

□ Resultado:  $11 + 10 - 7 = +14$

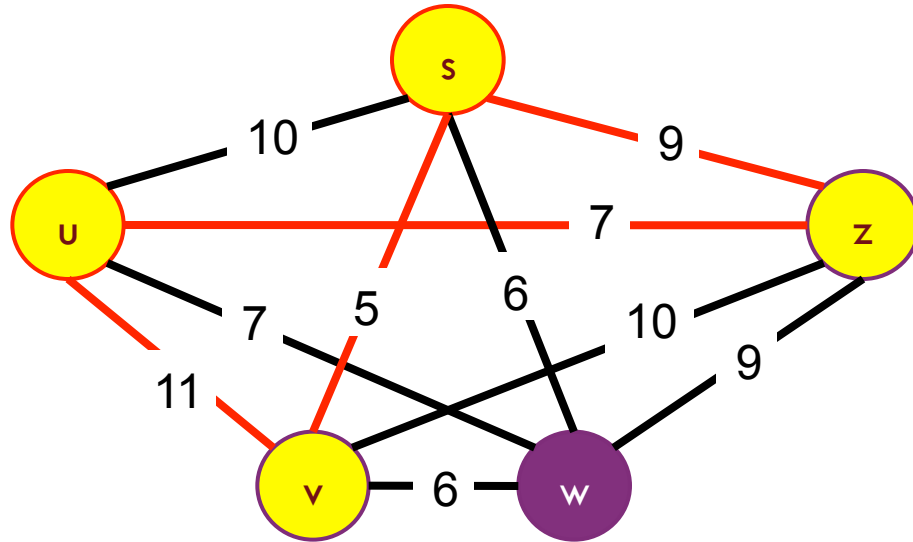




# Problema do caixeiro viajante

25

- Novo ciclo intermediário



# Problema do caixeiro viajante

26

- E se... O grafo não for completo?