Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria de Grafos e Computabilidade
Prof. Alexei Machado

LISTA DE EXERCÍCIOS NO 1

1. Construa a tabela da verdade para a seguinte proposição:

   $$E = (p \vee (\neg p \vee q)) \wedge \neg(q \wedge \neg r)$$

2. Mostre se as expressões E_1 e E_2 são equivalentes logicamente:

   $$E_1 = (s \rightarrow (p \wedge \neg r)) \wedge ((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge s)$$
   $$E_2 = (p \wedge q \wedge \neg r \wedge s) \vee \neg(p \vee s)$$

3. Faça a simplicação lógica da seguinte expressão usando apenas as leis da lógica:

   $$(p \wedge (\neg(\neg p \vee q))) \vee (p \wedge q)$$

4. Mostre se os seguintes requisitos são consistentes ou não. Caso sejam, para que valores (falso ou verdadeiro) esses requisitos são consistentes?

   Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enfileiradas. Se o sistema de arquivos não está travado, então o sistema está funcionando normalmente e vice-versa. Se novas mensagens não são enfileiradas, então elas serão enviadas para o buffer de mensagens. Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens. Novas mensagens não serão enviadas para o buffer de mensagens.

5. O famoso detetive Percule Hoirot foi chamado para resolver um assassinato misterioso. Ele determinou os seguintes fatos:

   (a) Lord Charles, o homem assassinado, foi morto com uma pancada na cabeça com um castiçal.

   (b) Ou Lady Camila ou a empregada Sara estavam na sala de jantar no momento do assassinato.

   (c) Se o cozinheiro estava na cozinha no momento do assassinato, então o açougueiro matou Lord Charles com uma dose fatal de arsênico.

   (d) Se Lady Camila estava na sala de jantar no momento do assassinato, então o motorista matou Lord Charles.

(e) Se o cozinheiro não estava na cozinha no momento do assassinato, então Sara não estava na sala de jantar quando o assassinato ocorreu.

(f) Se Sara estava na sala de jantar no momento do assassinato, então o ajudante pessoal de Lord Charles o matou.

É possível para o detetive Percule Hoirot deduzir quem matou Lorde Charles? Se sim, quem é o assassino?

6. Mostre a equivalência lógica da seguinte proposição usando apenas as leis da lógica:

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

7. Escreva a negação da afirmação $\forall n \in Z$, se n é primo então n é ímpar ou $n=2$.

8. Identifique o erro na prova do teorema abaixo.

   Teorema: A soma de quaisquer dois inteiros pares é igual a 4k para algum inteiro k.
   Prova: Suponha que m e n são dois inteiros pares quaisquer. Pela definição de par $m = 2k$ para algum inteiro k e $n = 2k$ para algum inteiro k. Por substituição, $m + n = 2k + 2k = 4k$.

9. Prove se a seguinte afirmação é verdadeira ou não: Para todos inteiros n, $4(n^2 + n + 1) - 3n^2$ é um quadrado perfeito.

10. Prove se a seguinte afirmação é verdadeira ou não. Existe um inteiro k tal que $k \geq 4$ e $2k^2 - 5k + 2$ é primo.

11. Prove por indução matemática que $1^2 + 2^2 + ... + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$, $n \geq 1$.

12. Prove por indução matemática que $\forall n \geq 1$, $3^n - 2$ é ímpar.

13. Sejam os seguintes conjuntos:

    $A = \{m \in Z \mid m=2i-1$, para algum inteiro $i\}$

    $B = \{n \in Z \mid n=3j+2$, para algum inteiro $j\}$

    Prove se $A = B$.

14. Prove que para todos os conjuntos A e B, $B-A=B \cap A^c$.

15. Seja $A = \{2,3,4,5,6,7,8\}$ e defina a relação binária R em A como:

    $\forall x,y \in A,\ xRy \Leftrightarrow x|y$. (x é divisor de y)

    Desenhe o grafo dirigido da relação R.

16. Mostre se a relação binária D é reflexiva, simétrica, transitiva.

    Seja a relação D definida sobre R como:

    $x, y \in R,\ xDy \Leftrightarrow xy \geq 0$.