

第1章 群論

§1.1 群の概念

a) 半群

定義 1.1 S を集合とする。写像 $S \times S \rightarrow S$ が定まっているとき、 S の上に演算が定義されているという。

S の上に演算 f が定義されているとき、任意の $x, y \in S$ に対して、

$$xy = f(x, y)$$

と表すことが多い。

$V = (V, \langle -, - \rangle)$ を内積空間とする。このとき、 $v \in V$ 上のノルム $\|v\|$ を

$$\|v\| = \sqrt{\langle v, v \rangle}$$

で定義すれば、 V 上の距離 d が

$$d(u, v) = \|v - u\|$$

で定められる。このとき、等長変換群 $\text{Isom } V$ は

$$\text{Isom } V =$$

で与えられる。