Halliday & Resnick
Fundamentos de Física
Eletromagnetismo
Volume 3

gen Grupo Editorial Nacional

LTC EDITORA

genio GEN | Informação Online

www.**grupogen**.com.br
http://**gen-io.grupogen**.com.br

Capítulo 24

Potencial Elétrico

Objetivos do Aprendizado

24.01 Saber que a força elétrica é conservativa e que, portanto, é possível associar a ela uma energia potencial.

24.02 Saber que a cada ponto do campo elétrico produzido por um objeto é possível associar um potencial elétrico *V*, uma grandeza escalar que pode ser positiva ou negativa, dependendo do sinal da carga do objeto.

24.03 No caso de uma partícula carregada sob o efeito do campo elétrico criado por um objeto, usar a relação entre o potencial elétrico *V* criado pelo objeto nesse ponto, a carga *q* da partícula e a energia potencial *U* do sistema partícula-objeto.

24.04 Converter a energia de joules para elétrons-volts e vice-versa.

24.05 No caso de uma partícula carregada que se desloca de um ponto inicial para um ponto final na presença de um campo elétrico, usar as relações entre a variação ΔV do potencial, a carga *q* da partícula, a variação ΔU da energia potencial e o trabalho *W* realizado pela força elétrica.

24.06 No caso de uma partícula carregada que se desloca de um ponto inicial para um ponto final na presença de um campo elétrico, saber que o trabalho realizado pelo campo não depende da trajetória da partícula.

24.07 No caso de uma partícula carregada que atravessa uma região onde existe uma variação ΔV da energia potencial elétrica sem ser submetida a nenhuma outra força, conhecer a relação entre ΔV e a variação ΔK da energia cinética da partícula.

24.08 No caso de uma partícula carregada que atravessa uma região onde existe uma variação ΔV da energia potencial elétrica enquanto é submetida a outra força, conhecer a relação entre ΔV, a variação ΔK da energia cinética da partícula e o trabalho W_{ext} realizado pela força aplicada.

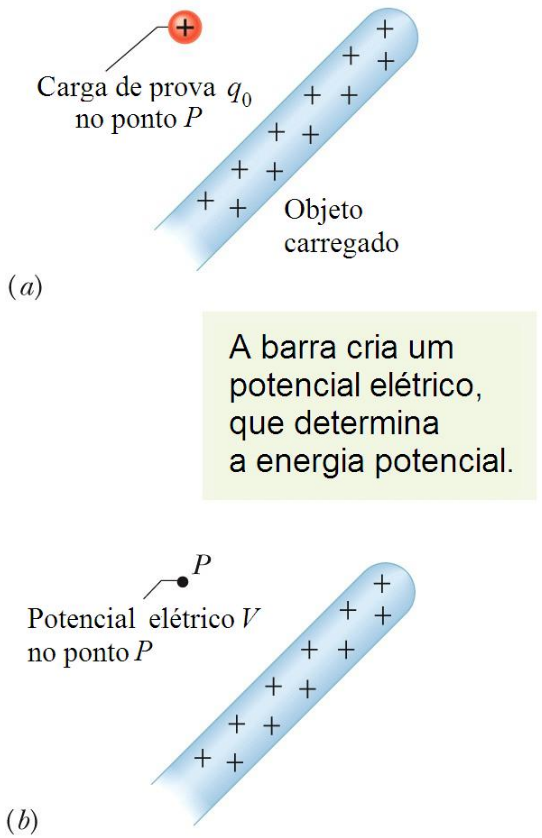
O potencial elétrico V em um ponto P do espaço onde existe um campo elétrico criado por um objeto é dado por

$$V = \frac{-W_\infty}{q_0} = \frac{U}{q_0}$$

em que W_∞ é o trabalho que seria necessário para deslocar uma carga de prova q_0 de uma distância infinita até o ponto P, e U é a energia potencial elétrica que seria armazenada no sistema carga de prova-objeto.

Se uma partícula de carga q é colocada em um ponto em que o potencial elétrico de um objeto carregado é V, a energia potencial elétrica U do sistema partícula-objeto é dada por

$$U = qV$$



(a) Uma carga de prova foi deslocada do infinito até o ponto P, na presença do campo elétrico criado pela barra. (b) Definimos um potencial elétrico V no ponto P com base na energia potencial da configuração mostrada em (a).

Variação de Potencial Elétrico. Se uma partícula atravessa uma diferença de potencial Δ*V*, a variação de energia potencial elétrica é

$$\Delta U = q\,\Delta V = q(V_f - V_i)$$

Trabalho Realizado pelo Campo. O trabalho realizado pela força elétrica quando uma partícula se desloca do ponto *i* para o ponto *f* é

$$W = -\Delta U = -q\,\Delta V = -q(V_f - V_i)$$

Conservação da Energia. Se uma partícula atravessa uma diferença de potencial Δ*V* sem estar submetida a uma força, a aplicação da lei de conservação da energia mecânica mostra que a variação da energia cinética da partícula é

$$\Delta K = -q\,\Delta V = -q(V_f - V_i)$$

Trabalho Realizado por uma Força. Se alguma força além da força elétrica age sobre a partícula, o trabalho realizado por essa força é

$$\Delta K = -\Delta U + W_{\text{ext}} = -q\,\Delta V + W_{\text{ext}}$$

24-2 Superfícies Equipotenciais e o Campo Elétrico

Objetivos do Aprendizado

24.09 Saber o que é uma superfície equipotencial e conhecer a relação entre uma superfície equipotencial e a direção do campo elétrico associado.

24.10 Dada a variação do campo elétrico com a posição, calcular ΔV entre um ponto inicial e um ponto final escolhendo uma trajetória e integrando o produto escalar do campo elétrico pelo elemento de comprimento ao longo da trajetória escolhida.

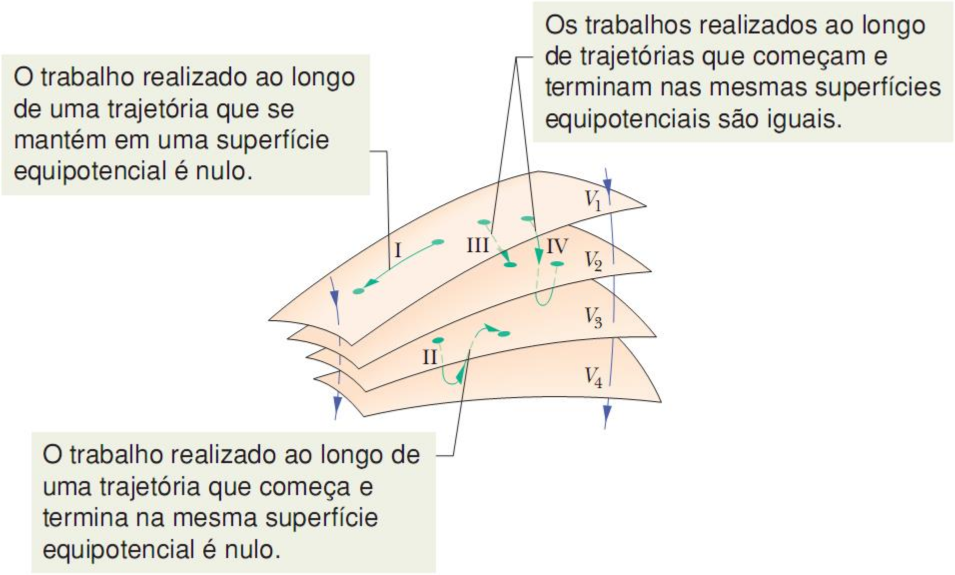
24.11 No caso de um campo elétrico uniforme, conhecer a relação entre o módulo E do campo elétrico e a distância Δx e a diferença de potencial ΔV entre planos equipotenciais vizinhos.

24.12 Dado um gráfico de E em função da posição ao longo de um eixo, calcular a variação de potencial ΔV de um ponto inicial a um ponto final usando integração gráfica.

24.13 Explicar o uso de um ponto de referência para o potencial.

Pontos vizinhos que possuem o mesmo potencial elétrico formam uma **superfície equipotencial**, que pode ser uma superfície real ou imaginária.

A figura mostra uma *família* de superfícies equipotenciais associada ao campo elétrico produzido por uma distribuição de cargas. O trabalho realizado pelo campo elétrico sobre uma partícula carregada quando a partícula se desloca de uma extremidade a outra das trajetórias I e II é zero, já que essas trajetórias começam e terminam na mesma superfície equipotencial.



O trabalho realizado quando a partícula se desloca de uma extremidade a outra das trajetórias III e IV não é zero, mas tem o mesmo valor para as duas trajetórias, pois os potenciais inicial e final são os mesmos para as duas trajetórias, ou seja, as trajetórias III e IV ligam o mesmo par de superfícies equipotenciais.

A diferença de potencial elétrico entre dois pontos *i* e *f* é

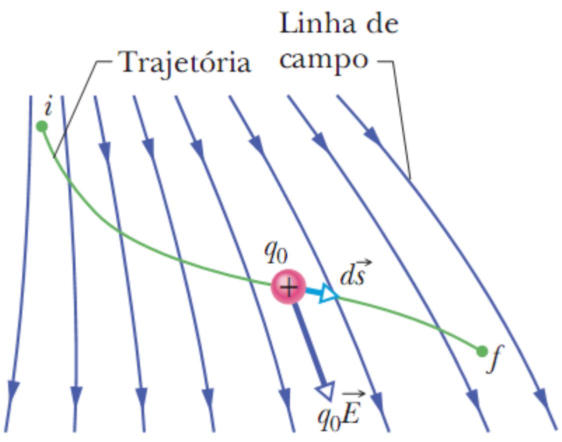
$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

em que a integral é calculada ao longo de qualquer trajetória que ligue os dois pontos. Se a integração é difícil para uma trajetória, podemos escolher uma trajetória diferente para a qual o cálculo seja mais fácil. Se $V_i = 0$, temos:

$$V = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Em um campo uniforme de módulo E, a variação de potencial de uma superfície equipotencial de maior valor para uma de menor valor, separadas por uma distância Δx, é

$$\Delta V = -E\,\Delta x$$



Uma carga de prova q_0 se desloca do ponto *i* para o ponto *f* ao longo da trajetória indicada, na presença de um campo elétrico não uniforme. Durante um deslocamento $d\mathbf{s}$, uma força eletrostática $q_0\mathbf{E}$ age sobre a carga de prova. A força aponta da direção da linha de campo que passa pela carga de prova.

24-3 Potencial Produzido por uma Partícula Carregada

Objetivos do Aprendizado

24.14 No caso de um ponto do espaço e uma partícula carregada, conhecer a relação entre o potencial elétrico *V* do ponto, a carga *q* da partícula e a distância *r* entre o ponto e a partícula.

24.15 Conhecer a relação entre o sinal do potencial elétrico criado por uma partícula e o sinal da carga da partícula.

24.16 No caso de pontos do lado de fora ou na superfície de uma distribuição de carga com simetria esférica, calcular o potencial elétrico como se a carga estivesse concentrada no centro da distribuição.

24.17 Calcular o potencial total produzido em um ponto do espaço por várias partículas carregadas usando uma soma algébrica dos potenciais produzidos separadamente pelas cargas envolvidas e não uma soma vetorial, como no caso do campo elétrico.

24.18 Desenhar as superfícies equipotenciais associadas a uma partícula carregada.

Sabemos que a diferença de potencial elétrico entre dois pontos *i* e *f* é

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

No caso radial,

$$V_f - V_i = -\int_R^\infty E\,dr$$

O módulo do campo elétrico na posição da carga de prova é

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Fazendo $V_f = 0$ (no ∞) e $V_i = V$ (em *R*),

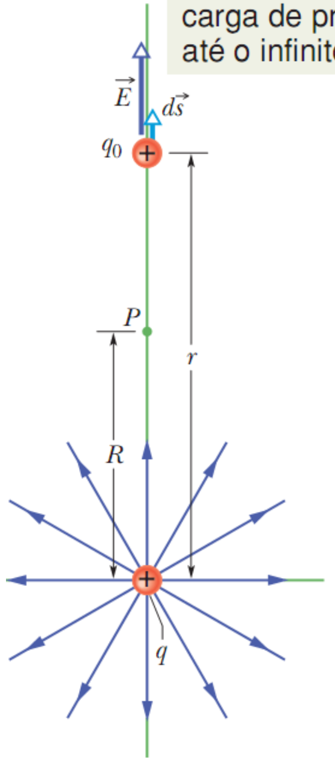
$$0 - V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{1}{r^2}\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_R^\infty$$

Explicitando *V* e substituindo *R* por *r*, obtemos

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Na figura, a carga pontual positiva *q* produz um campo elétrico ***E*** e um potencial elétrico *V* no ponto *P*. Calculamos o potencial deslocando uma carga de prova q_0 do ponto *P* até o infinito. A figura mostra a carga de prova a uma distância *r* da carga pontual, durante um deslocamento infinitesimal *d**s***.

Para determinar o potencial da partícula carregada, deslocamos esta carga de prova até o infinito.



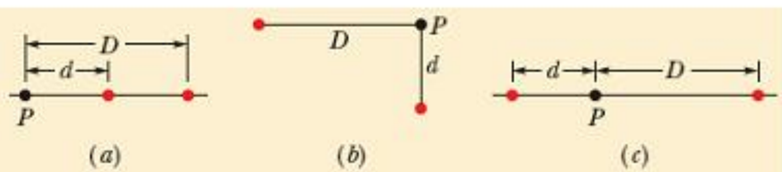
Potencial produzido por um grupo de cargas pontuais

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i} \quad (n \text{ partículas carregadas})$$

Uma partícula de carga positiva produz um potencial elétrico positivo; uma partícula de carga negativa produz um potencial elétrico negativo.

Teste 3

A figura mostra três arranjos de dois prótons. Coloque os arranjos na ordem do potencial elétrico produzido pelos prótons no ponto P, começando pelo maior.



Resposta: Todos empatados

24-4 Potencial Produzido por um Dipolo Elétrico

Objetivos do Aprendizado

24.19 Calcular o potencial *V* produzido por um dipolo elétrico em um ponto do espaço em termos do módulo *p* do momento dipolar ou do produto do valor absoluto de uma das cargas pela distância entre as cargas.

24.20 Conhecer as regiões em que o potencial produzido por um dipolo elétrico é positivo, negativo e nulo.

24.21 Saber que o potencial produzido por um dipolo elétrico diminui mais depressa com a distância que o potencial produzido por uma carga única.

O potencial em *P* é dado por

$$V = \sum_{i=1}^{2} V_i = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_{(+)}} + \frac{-q}{r_{(-)}}\right)$$
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}}$$

Podemos supor que as retas que ligam as cargas a *P* são aproximadamente paralelas e que a diferença das distâncias é o cateto de um triângulo retângulo cuja hipotenusa é *d* (figura *b*). Além disso, a diferença é tão pequena que o produto das distâncias é aproximadamente r^2.

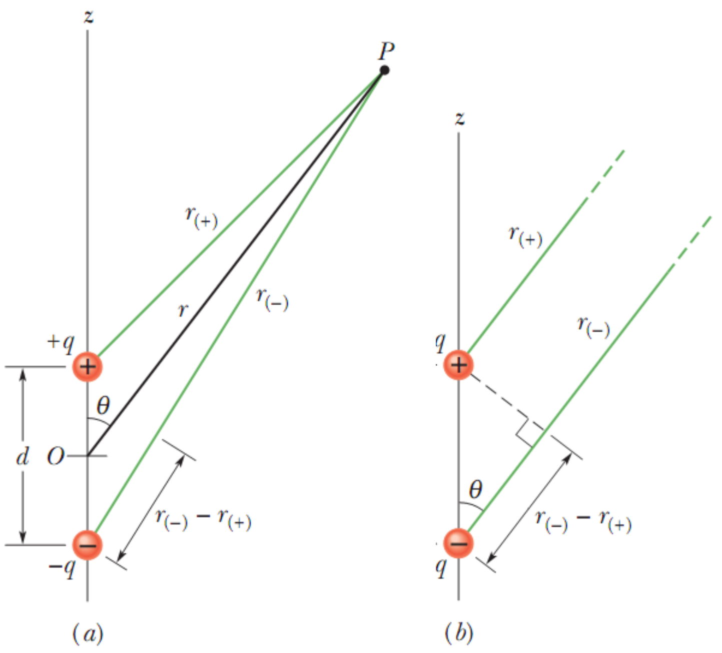
$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d\cos\theta \quad \text{e} \quad r_{(-)}r_{(+)} \approx r^2$$

Assim,

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\cos\theta}{r^2}$$

em que θ é o ângulo mostrado na figura *a*. Como $p = qd$, temos:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2} \qquad \text{(dipolo elétrico)}$$



(*a*) O ponto *P* está a uma distância *r* do ponto central *O* de um dipolo. A reta *OP* faz um ângulo θ com o eixo do dipolo. (*b*) Se o ponto *P* está a uma grande distância do dipolo, as retas de comprimentos $r_{(+)}$ e $r_{(-)}$ são aproximadamente paralelas à reta de comprimento *r* e a reta tracejada é aproximadamente perpendicular à reta de comprimento $r_{(-)}$.

24-5 Potencial Produzido por uma Distribuição Contínua de Carga

Objetivo do Aprendizado

24.22 No caso de uma carga distribuída uniformemente em uma superfície, calcular o potencial total em um ponto do espaço dividindo a distribuição em elementos de carga e somando (por integração) o potencial produzido pelos elementos.

No caso de uma distribuição contínua de carga (em um objeto macroscópico), o potencial pode ser calculado:

(1) dividindo a distribuição em elementos infinitesimais de carga *dq*;

(2) calculando o potencial produzido pelos elementos *dq* como se fossem partículas;

(3) usando uma integral para somar as contribuições de todos os elementos *dq* presentes no objeto.

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

Vamos discutir em seguida o potencial produzido por duas distribuições contínuas de carga, a de uma linha e a de um disco.

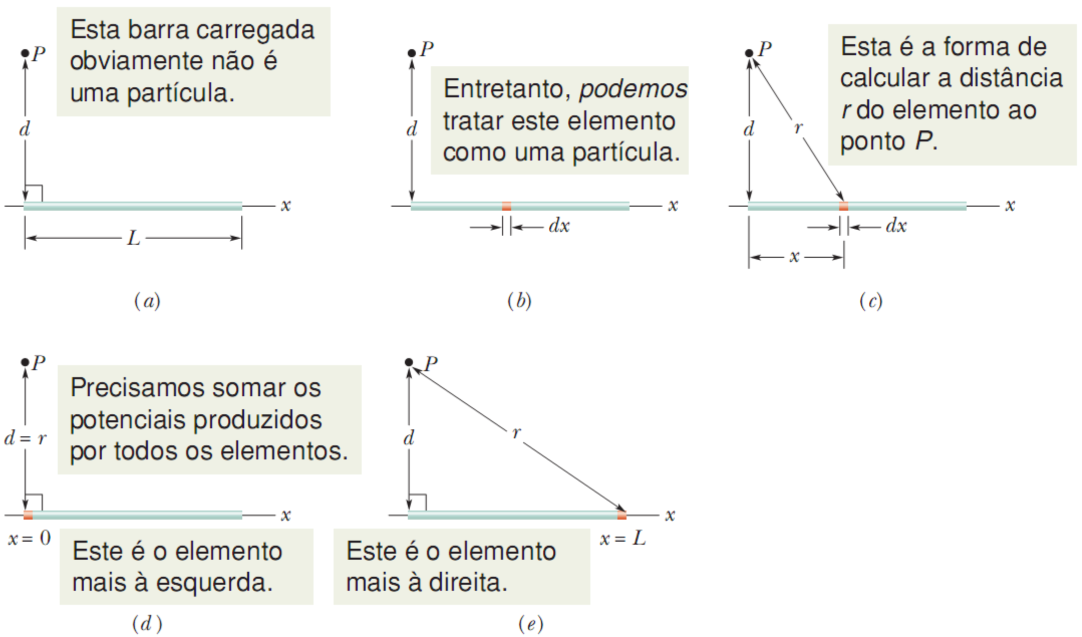
Linha de Carga

A fig. (*a)* mostra uma barra fina, condutora, de comprimento *L*. O elemento infinitesimal da fig. (*b)* tem uma carga

$$dq = \lambda\, dx$$

Esse elemento produz um potencial elétrico *dV* no ponto *P* (fig. *c*) dado por

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}$$



Para calcular o potencial total *V* produzido pela barra no ponto *P*, integramos *dV* ao longo da barra, de *x* = 0 a *x* = *L* (figs. *d* e *e*), o que nos dá

$$V = \int dV = \int_0^L \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{(x^2 + d^2)^{1/2}}\, dx$$

Simplificando, obtemos

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left[\frac{L + (L^2 + d^2)^{1/2}}{d}\right]$$

Disco Carregado

Considere, na figura, um anel plano infinitesimal de raio *R'* e largura *dR'*. A carga do anel é

$$dq = \sigma(2\pi R')(dR')$$

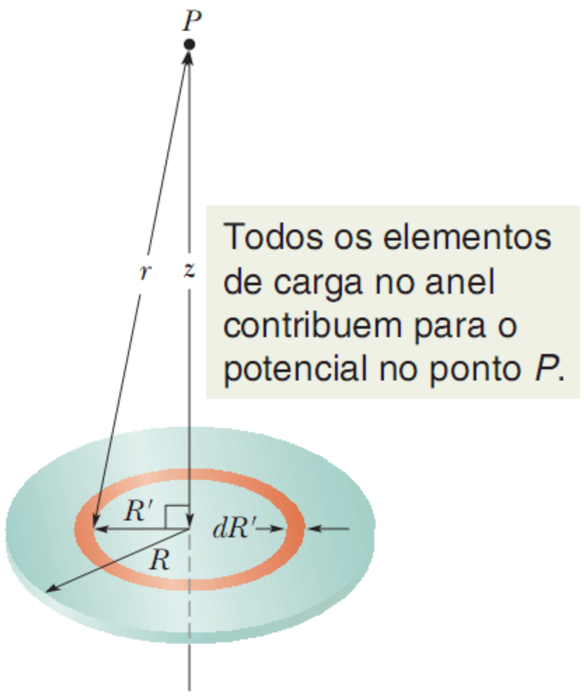
em que ($2\pi R'$)(dR') é a área da superfície do anel. A contribuição do anel para o potencial elétrico no ponto *P* é

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma(2\pi R')(dR')}{\sqrt{z^2 + R'^2}}$$

Para calcular o potencial total, integramos as contribuições de todos os anéis de *R'* = 0 a *R'* = *R*:

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{R'\,dR'}{\sqrt{z^2 + R'^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2 + R^2} - z\right)$$

Note que a variável de integração da segunda integral não é *z*, e sim *R'*.



Um disco de plástico de raio *R* com uma densidade de carga uniforme σ na superfície superior. Estamos interessados em calcular o potencial *V* em um ponto *P* do eixo central do disco.

24-6 Cálculo do Campo Elétrico a Partir do Potencial

Objetivos do Aprendizado

24.23 Dado um potencial elétrico em função da posição ao longo de um eixo, calcular o campo elétrico ao longo do eixo.

24.24 Dado um gráfico do potencial elétrico em função da posição ao longo de um eixo, calcular o potencial elétrico ao longo do eixo.

24.25 No caso de um campo elétrico uniforme, conhecer a relação entre o módulo E do campo elétrico e a distância Δx e a diferença de potencial ΔV entre planos equipotenciais vizinhos.

24.26 Conhecer a relação entre o sentido do campo elétrico e o sentido no qual o potencial aumenta ou diminui.

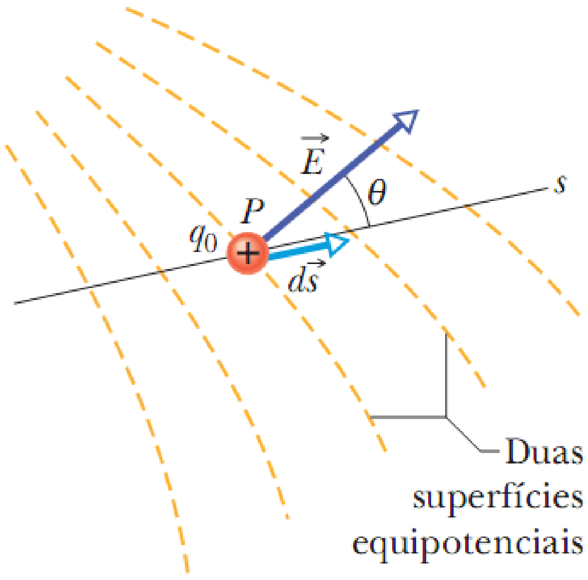
Suponha que uma carga de prova positiva q_0 sofra um deslocamento de uma superfície equipotencial para a superfície vizinha. De acordo com a Eq. 24-6, o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre a carga de prova durante o deslocamento é $-q_0 dV$. De acordo com a Eq. 24-16 e a Fig. 24-14, o mesmo trabalho também pode ser escrito como o produto escalar (q_0), ou $q_0 E(\cos\theta) ds$. Igualando as duas expressões para o trabalho, obtemos

$$-q_0\, dV = q_0 E(\cos\theta)\, ds$$

$$E\cos\theta = -\frac{dV}{ds}$$

Como $E \cos\theta$ é a componente de ***E*** na direção de d**s**, temos:

$$\boxed{E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}}$$



Uma carga de prova positiva q_0 sofre um deslocamento de uma superfície equipotencial para a superfície vizinha. (A distância entre as superfícies foi exagerada na figura.) O deslocamento faz um ângulo θ com o campo elétrico .

24-7 Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Partículas Carregadas

Objetivos do Aprendizado

24.27 Saber que a energia potencial total de um sistema de partículas carregadas é igual ao trabalho que uma força deve realizar para montar o sistema, começando com as partículas separadas por uma distância infinita.

24.28 Calcular a energia potencial de duas partículas carregadas.

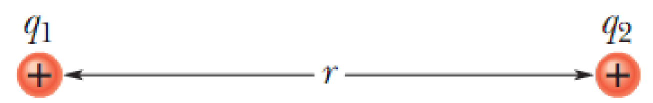
24.29 Saber que, se um sistema é composto por mais de duas partículas carregadas, a energia potencial total é igual à soma das energias potenciais de todos os pares de partículas.

24.30 Aplicar a lei de conservação da energia mecânica a um sistema de partículas carregadas.

24.31 Calcular a velocidade de escape de uma partícula carregada que pertence a um sistema de partículas carregadas (a menor velocidade inicial necessária para que a partícula se afaste indefinidamente do sistema).

A energia potencial total de um sistema de partículas é a soma das energias potenciais de todos os pares de partículas do sistema.

A energia potencial elétrica de um sistema de partículas carregadas é igual ao trabalho necessário para montar o sistema com as partículas inicialmente em repouso a uma distância infinita umas das outras. Para duas partículas separadas por uma distância *r*,



Duas cargas separadas por uma distância *r*.

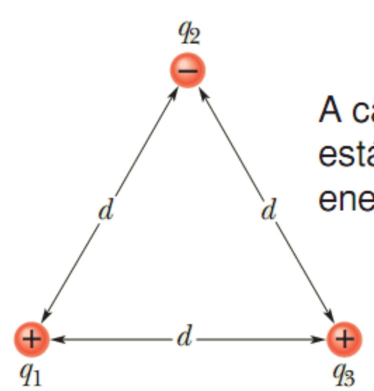
$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

Energia potencial de um sistema de três partículas carregadas

A Fig. 24-19 mostra três cargas pontuais mantidas fixas no lugar por forças não especificadas. Qual é a energia potencial elétrica U desse sistema de cargas? Suponha que $d = 12$ cm e que

$$q_1 = +q, \quad q_2 = -4q \quad \text{e} \quad q_3 = +2q,$$

em que $q = 150$ nC.



A cada par de partículas está associada uma energia.

Três cargas são mantidas fixas nos vértices de um triângulo equilátero. Qual é a energia potencial elétrica do sistema?

24-8 Potencial de um Condutor Carregado

Objetivos do Aprendizado

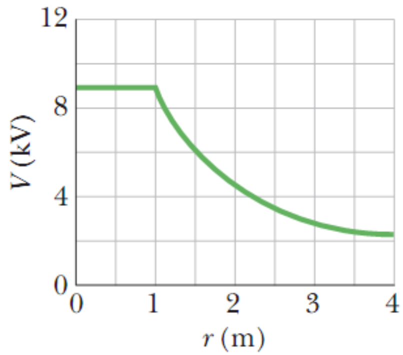
24.32 Saber que uma carga em excesso colocada em um condutor se distribui até que o potencial seja o mesmo em todos os pontos da superfície do condutor.

24.33 No caso de uma casca condutora esférica carregada, desenhar gráficos do potencial e do módulo do campo elétrico em função da distância do centro da casca.

24.34 No caso de uma casca condutora esférica carregada, saber que o campo elétrico no interior da casca é zero, o potencial no interior da casca é igual ao potencial da superfície e o campo elétrico e o potencial do lado de fora da casca são os mesmos que se toda a carga estivesse concentrada no centro da casca.

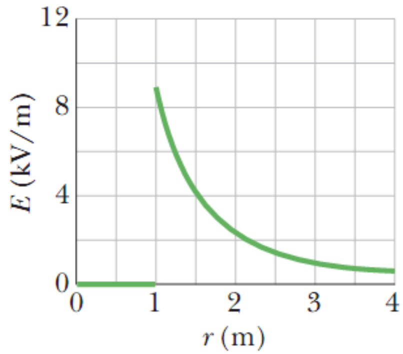
24.35 No caso de uma casca condutora cilíndrica carregada, saber que o campo elétrico no interior da casca é zero, o potencial no interior da casca é igual ao potencial na superfície e o campo elétrico e o potencial do lado de fora da casca são os mesmos que se toda a carga estivesse concentrada em uma linha de carga no eixo central do cilindro.

Uma carga em excesso colocada em um condutor se distribui na superfície do condutor de tal forma que o potencial é o mesmo em todos os pontos do condutor (tanto na superfície como no interior). Isto acontece, mesmo que o condutor tenha uma cavidade interna e mesmo que a cavidade interna contenha uma carga elétrica.



(a)

(*a*) Gráfico de *V*(*r*) para pontos no interior e no exterior de uma casca esférica com 1,0 m de raio.



(b)

(b) Gráfico de *E*(*r*) para a mesma casca.

Cortesia de Westinghouse Electric Corporation

No caso de tempestades com relâmpagos, é prudente abrigar-se no interior de uma casca condutora, local onde o campo elétrico com certeza é zero. Um carro (a menos que se trate de um modelo conversível ou com carroceria de plástico) constitui uma proteção quase ideal.

24 Resumo

Potencial Elétrico

● O potencial elétrico produzido por um objeto carregado é dado por

$$V = \frac{-W_\infty}{q_0} = \frac{U}{q_0}$$ **Eq. 24-2**

Energia Potencial Elétrica

● A energia potencial elétrica de um sistema partícula-objeto é dada por

$$U = qV$$ **Eq. 24-3**

● Se a partícula atravessa um potencial *ΔV*,

$$\Delta U = q\,\Delta V = q(V_f - V_i)$$ **Eq. 24-4**

Energia Mecânica

● De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a variação de energia cinética é dada por

$$\Delta K = -q\,\Delta V$$ **Eq. 24-9**

● No caso de uma força aplicada a uma partícula,

$$\Delta K = -q\,\Delta V + W_{ext}$$ **Eq. 24-11**

● No caso especial em que $\Delta K = 0$,

$$W_{ext} = q\,\Delta V$$ **Eq. 24-12**

Relação entre *V* e *E*

● A diferença de potencial elétrico entre dois pontos *i* e *f* é dada por

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s},$$ **Eq. 24-18**

Potencial Produzido por Partículas Carregadas

● Potencial produzido por uma partícula:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$ **Eq. 24-26**

● Potencial produzido por várias partículas:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$ **Eq. 24-27**

Potencial Produzido por um Dipolo Elétrico

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}$$ **Eq. 24-30**

Potential Produzido por uma Distribuição Contínua de Carga

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$ **Eq. 24-32**

Cálculo de *E* a partir de *V*

● A componente de ***E*** em qualquer direção é dada por

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$ **Eq. 24-40**

Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Duas Partículas

$$U = W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$ **Eq. 24-46**