Halliday & Resnick
Fundamentos de Física

Eletromagnetismo

Volume 3

gen Grupo Editorial Nacional

LTC EDITORA

genIO GEN | Informação Online

www.**grupogen**.com.br

http://**gen-io.grupogen**.com.br

O **GEN | Grupo Editorial Nacional** reúne as editoras Guanabara Koogan, Santos, Roca, AC Farmacêutica, LTC, Forense, Método, EPU, Atlas e Forense Universitária

O **GEN-IO | GEN – Informação Online** é o repositório de material suplementar dos livros dessas editoras

www.**grupogen**.com.br

http://**gen-io.grupogen.**com.br

Capítulo 25

Capacitância

25-1 Capacitância

Objetivos do Aprendizado

25.01 Desenhar um diagrama esquemático de um circuito com um capacitor de placas paralelas, uma bateria e uma chave aberta ou fechada.

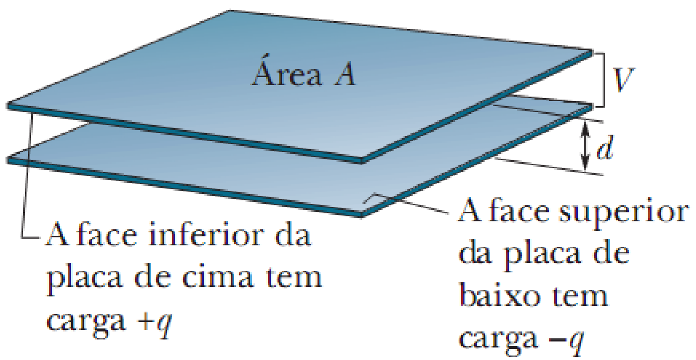
25.02 Em um circuito com uma bateria, uma chave aberta e um capacitor descarregado, explicar o que acontece aos elétrons de condução quando a chave é fechada.

25.03 Conhecer a relação entre o valor absoluto da carga q nas duas placas do capacitor (a "carga do capacitor"), a diferença de potencial V entre as placas do capacitor (a "tensão do capacitor") e a capacitância C do capacitor.

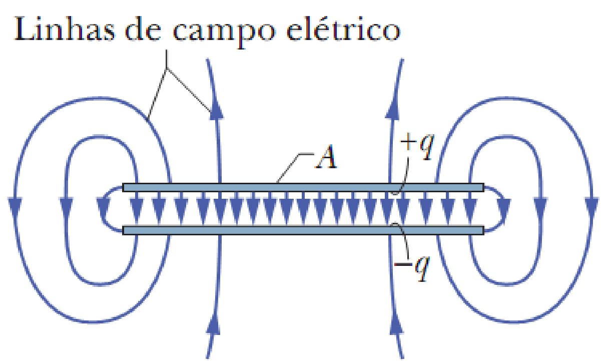
Um capacitor é constituído por dois condutores isolados (as placas) que podem receber cargas $+q$ e $-q$. A **capacitância** C é definida pela equação

$$q = CV$$

em que V é a diferença de potencial entre as placas.



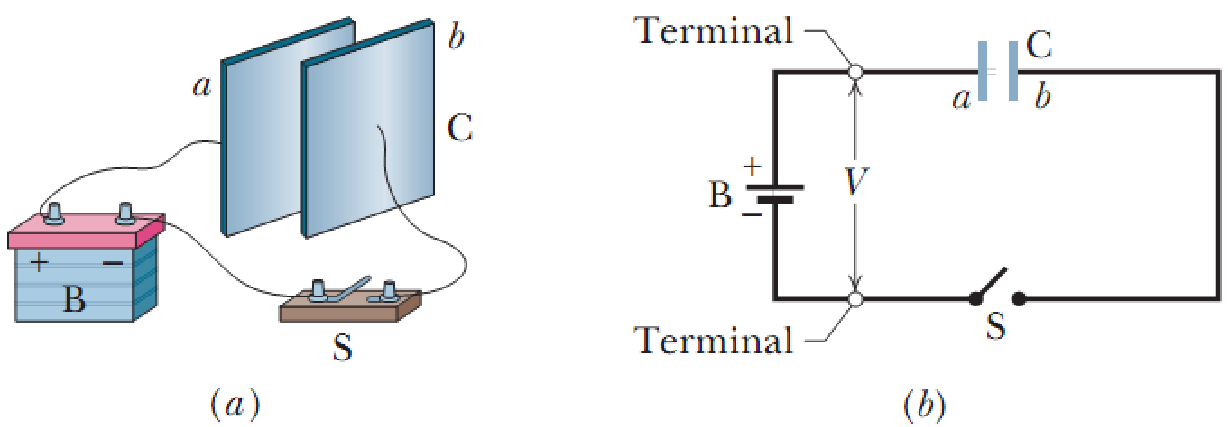
Um capacitor de placas paralelas, feito de duas placas de área A separadas por uma distância d. As cargas da superfície interna das placas têm o mesmo valor absoluto q e sinais opostos.



Como mostram as linhas de campo, o campo elétrico produzido pelas placas carregadas é uniforme na região central entre as placas. Nas bordas das placas, o campo não é uniforme.

Carga de um Capacitor

Quando um circuito com uma bateria, uma chave aberta e um capacitor descarregado é completado com o fechamento da chave, elétrons de condução atravessam o circuito, deixando as placas do capacitor com cargas opostas.



Na figura (*a*), a bateria B, a chave S, o capacitor C e fios de ligação formam um circuito. O mesmo circuito é mostrado, de forma esquemática, na figura (*b*), em que os símbolos de bateria, chave e capacitor são usados no lugar dos componentes. A bateria mantém uma diferença de potencial *V* entre os terminais. O terminal de maior potencial é rotulado com o sinal + e é chamado de terminal positivo; o terminal de menor potencial é rotulado com o sinal – e é chamado de terminal negativo.

25-2 Cálculo da Capacitância

Objetivos do Aprendizado

25.04 Explicar de que modo a lei de Gauss pode ser usada para determinar a capacitância de um capacitor de placas paralelas.

25.05 Calcular a capacitância de um capacitor de placas paralelas, de um capacitor cilíndrico, de um capacitor esférico e de uma esfera isolada.

Cálculo do campo elétrico e da diferença de potencial

Para determinar a relação entre o campo elétrico entre as placas de um capacitor e a carga *q* das placas, usamos a lei de Gauss:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

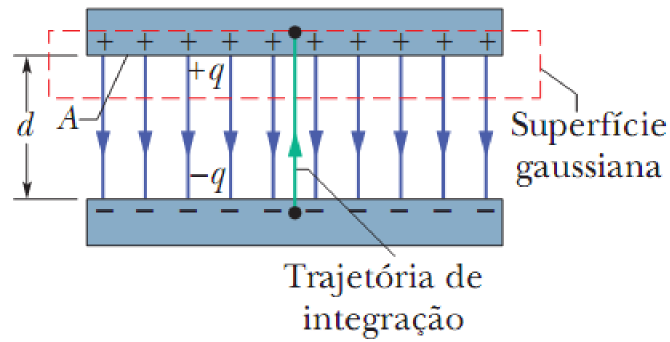
A diferença de potencial entre as placas de um capacitor está relacionada ao campo entre as placas pela equação

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Chamando de *V* a diferença $V_f = V_i$, a equação acima se torna

$$V = \int_-^+ E\, ds$$

Usamos a lei de Gauss para relacionar *q* e *E* e integramos *E* para obter a diferença de potencial.



Capacitor de placas paralelas carregado. Uma superfície gaussiana envolve a carga da placa positiva. A integração é executada ao longo de uma trajetória que vai diretamente da placa negativa para a placa positiva.

Capacitor de Placas Paralelas

Supomos, como sugere a figura, que as placas do capacitor de placas paralelas são tão grandes que podemos desprezar o efeito das bordas e considerar constante o campo elétrico na região entre as placas.

Escolhamos uma superfície gaussiana que envolve apenas a carga *q* da placa positiva

$$q = \varepsilon_0 EA$$

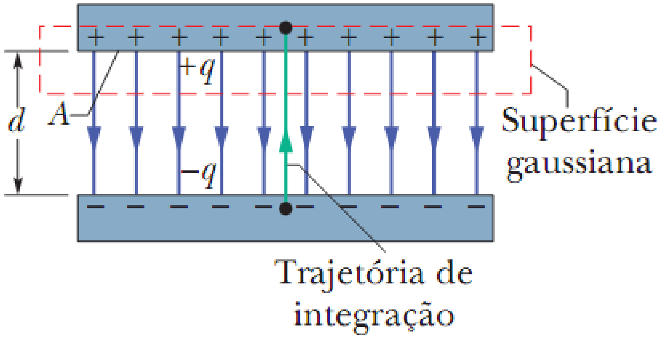
em que *A* é a área da placa. Nesse caso,

$$V = \int_-^+ E\,ds = E\int_0^d ds = Ed$$

Fazendo $q = CV$ e explicitando *C*, obtemos

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad \text{(capacitor de placas paralelas)}$$

Usamos a lei de Gauss para relacionar *q* e *E* e integramos *E* para obter a diferença de potencial.



Capacitor de placas paralelas carregado. Uma superfície gaussiana envolve a carga da placa positiva. A integração é executada ao longo de uma trajetória que vai diretamente da placa negativa para a placa positiva.

Capacitor Cilíndrico

A figura mostra, em seção reta, um capacitor cilíndrico de comprimento *L* formado por dois cilindros coaxiais de raios *a* e *b*. Se *L* >> *b*, podemos desprezar o efeito das bordas e supor que *E* é constante no interior do cilindro. Como cada placa contém uma carga de valor absoluto *q*, a relação entre *q* e *E* é dada por

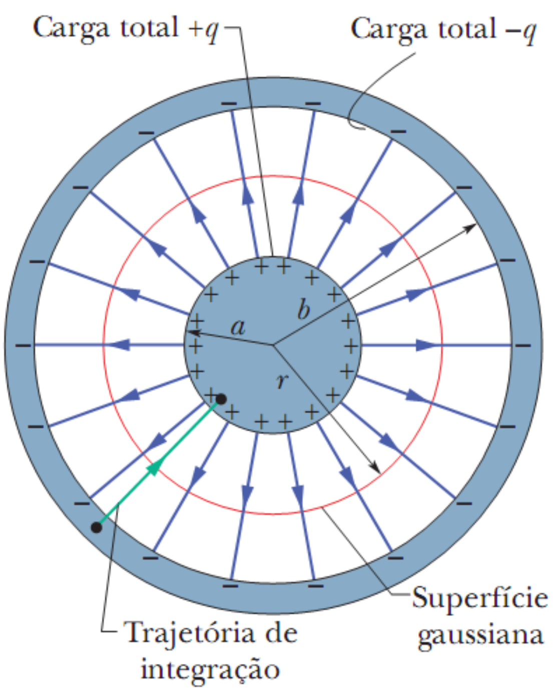
$$q = \varepsilon_0 E A = \varepsilon_0 E(2\pi r L)$$

Explicitando *E* e integrando para determinar *V*, temos:

$$V = \int_{-}^{+} E\, ds = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Como *C* = *q*/*V*, obtemos:

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \qquad \text{(capacitor cilíndrico)}$$



Vista em seção reta de um capacitor cilíndrico longo, mostrando uma superfície gaussiana cilíndrica de raio *r* (que envolve a placa positiva) e uma trajetória de integração radial. A figura também pode representar uma vista em seção reta de um capacitor esférico, passando pelo centro.

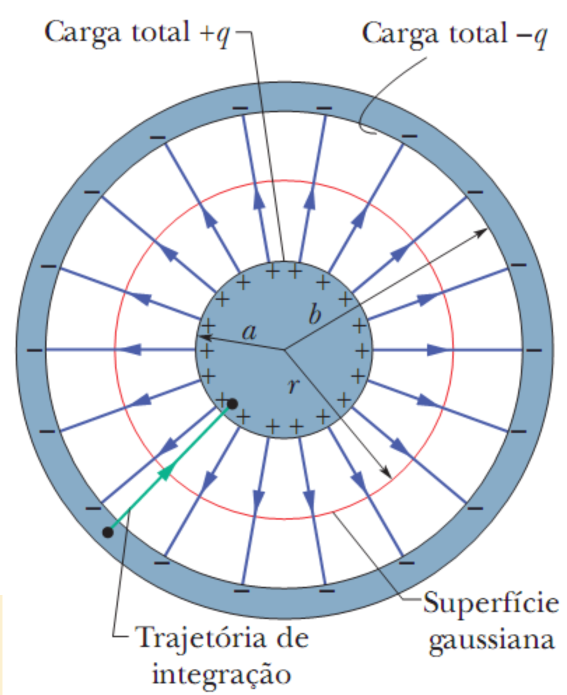
Outras simetrias

No caso de um **capacitor esférico**, temos:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} \qquad \text{(capacitor esférico)}$$

No caso de uma **esfera isolada**, temos:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \qquad \text{(esfera isolada)}$$



Vista em seção reta de um capacitor cilíndrico longo, mostrando uma superfície gaussiana cilíndrica de raio r (que envolve a placa positiva) e uma trajetória de integração radial. A figura também pode representar uma vista em seção reta de um capacitor esférico, passando pelo centro.

Teste 2

No caso de capacitores carregados pela mesma bateria, a carga armazenada pelo capacitor aumenta, diminui ou permanece a mesma nas situações a seguir? (a) A distância entre as placas de um capacitor de placas paralelas aumenta. (b) O raio do cilindro interno de um capacitor cilíndrico aumenta. (c) O raio da casca externa de um capacitor esférico aumenta.

Respostas: (a) diminui (b) aumenta (c) aumenta

25-3 Capacitores em Paralelo e em Série

Objetivos do Aprendizado

25.06 Desenhar diagramas esquemáticos de um circuito com uma bateria e (a) três capacitores em paralelo e (b) três capacitores em série.

25.07 Saber que capacitores em paralelo estão submetidos à mesma diferença de potencial, que é a mesma a que está submetido o capacitor equivalente.

25.08 Calcular o capacitor equivalente de capacitores em paralelo.

25.09 Saber que a carga total armazenada em capacitores em paralelo é a soma das cargas armazenadas em cada capacitor.

25.10 Saber que capacitores em série têm a mesma carga, que é a mesma do capacitor equivalente.

25.11 Calcular o capacitor equivalente de capacitores em série.

25.12 Saber que a diferença de potencial entre as extremidades de um conjunto de capacitores em série é a soma das diferenças de potencial entre os terminais de cada capacitor.

25.13 No caso de um circuito formado por uma bateria e vários capacitores em série e em paralelo, simplificar o circuito por etapas, substituindo os capacitores em série e os capacitores equivalentes por capacitores equivalentes, até que a carga e a diferença de potencial entre os terminais de um único capacitor equivalente possam ser determinadas e, em seguida, inverter o processo para determinar a carga e a diferença de potencial entre os terminais de cada capacitor.

25.14 No caso de um circuito formado por uma bateria, uma chave aberta e um ou mais capacitores descarregados, determinar a carga que atravessa um ponto do circuito quando a chave é fechada.

25.15 Quando um capacitor carregado é ligado em paralelo com um ou mais capacitores descarregados, determinar a carga e a diferença de potencial entre os terminais de cada capacitor depois que o equilíbrio é atingido.

Capacitores em Paralelo

Quando uma diferença de potencial V é aplicada a vários capacitores ligados em paralelo, a diferença de potencial V é a mesma entre as placas de todos os capacitores, e a carga total q armazenada nos capacitores é a soma das cargas armazenadas individualmente nos capacitores.

$$q_1 = C_1V, \quad q_2 = C_2V \quad \text{e} \quad q_3 = C_3V.$$

A carga total dos capacitores da Fig. 25-8*a* é, portanto,

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)V.$$

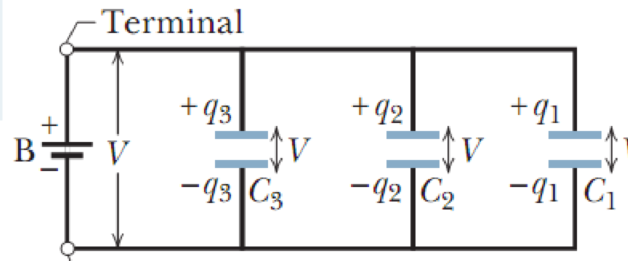
A capacitância equivalente, com a mesma carga total q e a mesma diferença de potencial V que os capacitores originais, é, portanto,

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3,$$

um resultado que pode ser facilmente generalizado para um número arbitrário n de capacitores:

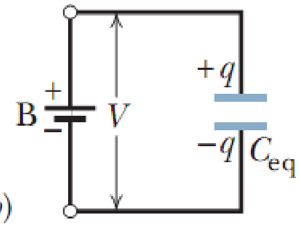
$$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j \qquad (n \text{ capacitores em paralelo}). \qquad (25\text{-}19)$$

Capacitores ligados em paralelo podem ser substituídos por um capacitor equivalente com a mesma carga total q e a mesma diferença de potencial V que os capacitores originais.



(*a*)

Capacitores em paralelo têm o mesmo V.



(*b*)

Capacitores em Série

Quando uma diferença de potencial V é aplicada a vários capacitores ligados em série, a carga q armazenada é a mesma em todos os capacitores, e a soma das diferenças de potencial entre as placas dos capacitores é igual à diferença de potencial aplicada V.

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2} \quad \text{e} \quad V_3 = \frac{q}{C_3}.$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right).$$

A capacitância equivalente é, portanto,

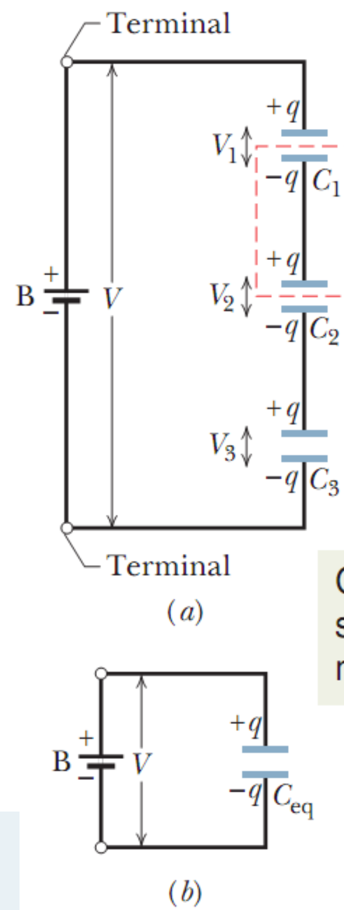
$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3},$$

ou

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3},$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \qquad (n \text{ capacitores em série})}$$

Capacitores ligados em série podem ser substituídos por um capacitor equivalente com a mesma carga q e a mesma diferença de potencial total V que os capacitores originais.



Capacitores em série têm o mesmo q.

25-4 Energia Armazenada em um Campo Elétrico

Objetivos do Aprendizado

25.16 Conhecer a relação entre o trabalho necessário para carregar um capacitor e a energia potencial do capacitor.

25.17 Conhecer a relação entre a energia potencial *U*, a capacitância *C* e a diferença de potencial *V* de um capacitor.

25.18 Conhecer a relação entre a energia potencial, o volume interno e a densidade de energia interna de um capacitor.

25.19 Conhecer a relação entre a densidade de energia potencial *u* e o módulo *E* de um campo elétrico.

25.20 Explicar por que podem ocorrer explosões em nuvens de pó.

A **energia potencial elétrica** *U* de um capacitor carregado,

$$U = \frac{q^2}{2C} \qquad \text{(energia potencial)}$$

e

$$U = \tfrac{1}{2}CV^2 \qquad \text{(energia potencial)}$$

é igual ao trabalho necessário para carregar o capacitor. Essa energia pode ser associada ao campo elétrico ***E*** do capacitor.

A energia potencial armazenada em um capacitor carregado está associada ao campo elétrico que existe entre as placas.

Todo campo elétrico, em um capacitor ou em outro lugar qualquer, pode ser associado a uma energia. No vácuo, a **densidade de energia** *u* (energia potencial por unidade de volume) de um campo de módulo *E* é dada por

$$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad \text{(densidade de energia)}$$

25-5 Capacitor com um Dielétrico

Objetivos do Aprendizado

25.21 Saber que a capacitância aumenta quando um dielétrico é colocado entre as placas de um capacitor.

25.22 Calcular a capacitância de um capacitor com e sem um dielétrico.

25.23 No caso de uma região que contém um dielétrico com uma constante dielétrica κ, saber que, em todas as equações da eletrostática que envolvem a constante elétrica ε_0, essa constante deve ser substituída por $\kappa\varepsilon_0$.

25.24 Dar alguns exemplos de dielétricos.

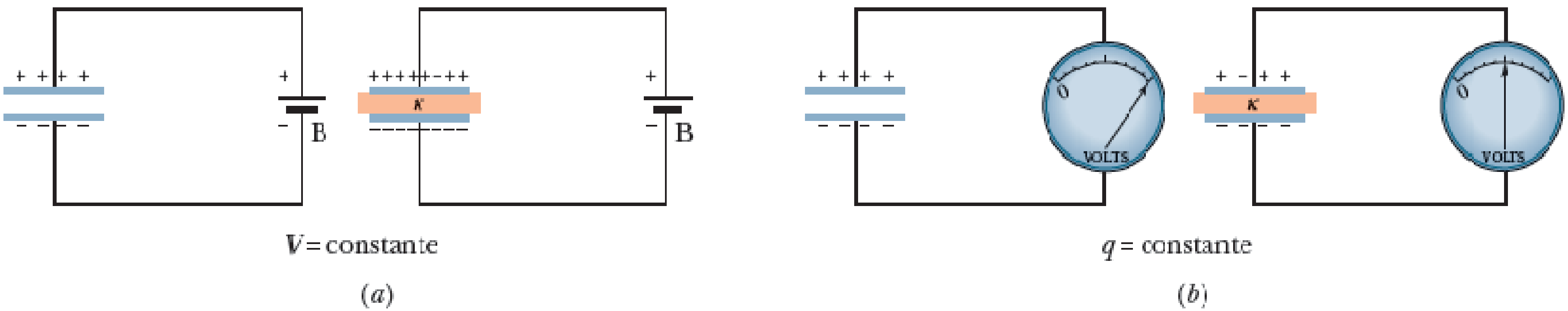
25.25 Saber a diferença entre a introdução de um dielétrico entre as placas de um capacitor que está ligado a uma bateria e a introdução de um dielétrico entre as placas de um capacitor que não está ligado a uma bateria.

25.26 Saber a diferença entre dielétricos polares e dielétricos apolares.

25.27 Explicar o que acontece com o campo elétrico entre as placas de um capacitor carregado quando um dielétrico é introduzido em termos do que acontece com os átomos do dielétrico.

Se o espaço (inicialmente vazio) entre as placas de um capacitor é ocupado totalmente por um **material dielétrico**, a capacitância *C* é multiplicada pela **constante dielétrica** κ do material, que é sempre maior que 1.

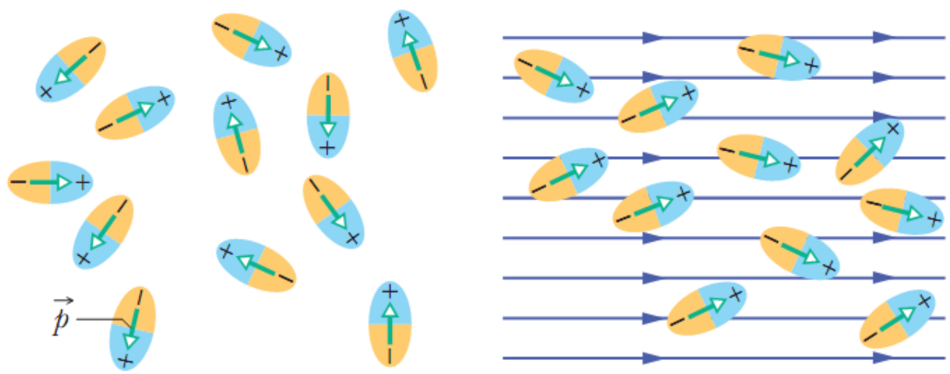
Em uma região totalmente preenchida por um material dielétrico de constante dielétrica κ, a constante elétrica ε_0 deve ser substituída por $\kappa\varepsilon_0$ em todas as equações.



(*a*) Se a diferença de potencial entre as placas de um capacitor é mantida por uma bateria B, o efeito de um dielétrico é aumentar a carga das placas.

(*b*) Se a carga das placas é mantida, o efeito do dielétrico é reduzir a diferença de potencial entre as placas. O mostrador que aparece na figura é o de um *potenciômetro*, instrumento usado para medir diferenças de potencial (no caso, entre as placas do capacitor). Um capacitor não pode se descarregar por meio de um potenciômetro.

Uma Visão Atômica



(*a*) (*b*)

(*a*) Moléculas com um momento dipolar permanente, orientadas aleatoriamente na ausência de um campo elétrico.

(*b*) Quando um campo elétrico é aplicado, os dipolos elétricos se alinham parcialmente. O alinhamento não é completo por causa da agitação térmica.

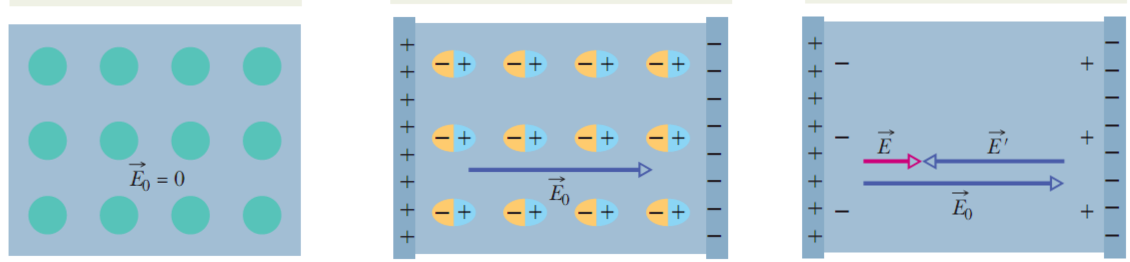
Dielétricos Polares

Dielétricos Apolares

O campo elétrico inicial dentro deste dielétrico apolar é zero.

O campo elétrico aplicado produz momentos dipolares atômicos ou moleculares.

O campo produzido pelos momentos dipolares se opõe ao campo aplicado.



(*a*) (*b*) (*c*)

25-6 Dielétricos e a Lei de Gauss

Objetivos do Aprendizado

25.28 Saber a diferença entre carga livre e carga induzida em um capacitor com um dielétrico.

25.29 Em um capacitor em que o espaço entre as placas está ocupado total ou parcialmente por um dielétrico, calcular a carga, a carga induzida, o campo elétrico na região entre as placas (se a ocupação é parcial, o campo elétrico tem mais de um valor) e a diferença de potencial entre as placas.

- Quando um dielétrico é introduzido em um capacitor, surgem cargas nas faces do dielétrico, que enfraquecem o campo elétrico entre as placas.
- A carga induzida é menor que a carga das placas.

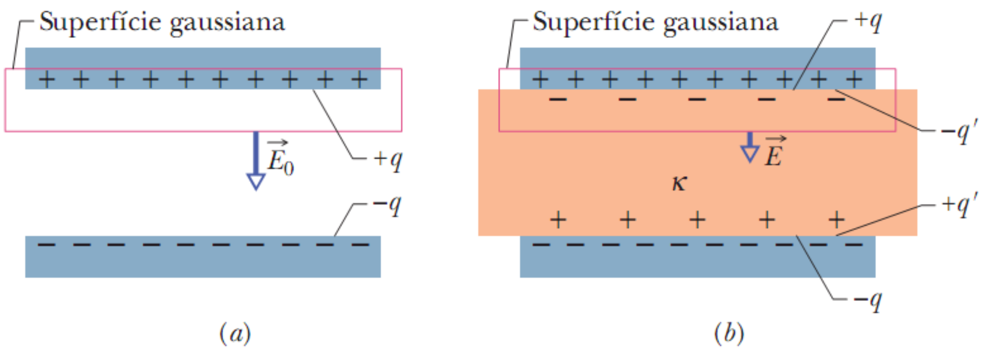
Na presença de um dielétrico, a lei de Gauss pode ser generalizada para

$$\varepsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \qquad \text{(lei de Gauss com dielétrico)}$$

em que *q* é a carga das placas. A carga induzida é levada em conta introduzindo a constante dielétrica *k* no integrando.

Nota: A integral do fluxo agora envolve $\kappa \boldsymbol{E}$ em vez de apenas $\boldsymbol{E}$. Como o vetor $\varepsilon_0 \kappa \boldsymbol{E}$ é chamado de deslocamento elétrico $\boldsymbol{D}$, a equação acima também pode ser escrita na forma

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = q$$



Capacitor de placas paralelas (*a*) sem e (*b*) com um dielétrico entre as placas. A carga *q* das placas é tomada como sendo a mesma nos dois casos.

25 Resumo

Definição de Capacitância

● A capacitância de um capacitor é definida pela equação

$$q = CV$$ **Eq. 25-1**

Cálculo da Capacitância

● Capacitor de placas paralelas:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$ **Eq. 25-9**

● Capacitor Cilíndrico:

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}$$ **Eq. 25-14**

● Capacitor Esférico:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b - a}$$ **Eq. 25-17**

● Esfera Isolada:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$ **Eq. 25-18**

Capacitores em Paralelo e em Série

● Em paralelo:

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j$$ **Eq. 25-19**

● Em série:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$$ **Eq. 25-20**

Energia Potencial e Densidade de Energia

● Energia Potencial Elétrica:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \tfrac{1}{2}CV^2$$ **Eqs. 25-21, 22**

● Densidade de Energia:

$$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ **Eq. 25-25**

Capacitância com um Dielétrico

● Se o espaço entre as placas de um capacitor está totalmente ocupado por um material dielétrico, a capacitância *C* é multiplicada por um fator κ, conhecido como constante dielétrica, que varia de acordo com o material.

Lei de Gauss com um Dielétrico

● Quando um dielétrico está presente, a lei de Gauss assume a seguinte forma:

$$\varepsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$ **Eq. 25-36**