

作业 4 近似算法

指导教师: Santosh Vempala

- 1、在装箱问题中, 给定一个集合 $S = \{s_1, \dots, s_n\}$, 这里 $s_i \in [0, 1]$, 要求把 S 中的元素装入最小可能数目的箱子中。请为此问题设计一个近似度为 2 的算法, 也就是说算法解至多为问题最优解的 2 倍。
- 2、给定一个无向图 $G = (V, E)$, 子图 $G' = (V, E')$, 其中 $E' \subseteq E$, 被称为 2-边连通支撑子图如果图 G' 的任意两个顶点间都至少存在两条边不交的路。
 - (a) 证明寻找图的 2-边连通支撑子图是一个 NP-hard 问题。
 - (b) 给出此问题的一个有效的近似度为 2 的近似算法, 即算法解至多为最优解边数的两倍。
- 3、给定一个有向图, 一个非循环子图是一个不含有向圈的边的集合 $E' \subseteq E$ 。
 - (a) 给出一个寻找非循环子图的多项式算法, 使其边数至少为最大非循环子图的一半。
 - (b) 给出一个整数规划 (通过给每条边赋一个变量值), 寻找图 G 的最大基数非循环图。
 - (c) 放松整数约束得到一个线性规划。整数规划和线性规划解的差距是多大? (这里差距指线性规划最优解和整数最优解的比值)
 - (d) 给出一个多项式时间的分离谕示来求解上述线性规划。