18.433 组合最优化　　　　　　　　　　　　　　上交日期：10.16

作业 2　　　流理论

指导教师：Santosh Vempala

1、 设G是一个有向图，其中两个顶点为s和t。任意两条从s到t的路，若其没有除s和t外的其它共同顶点，则称其为*顶点不交的*。证明从s到t的有向顶点不交路的最大条数等于删去某些顶点后就不存在从s到t的有向路的最小顶点数。

2、 设G是一个有向图，其中两个顶点为s和t，每边的容量固定。从s到t的一条有向路的容量指这条路上边的最小容量。给出一个有效的算法找出从s到t的具有最大可能容量的一条有向路。

3、 我们称一个割是小于 k 倍最小割的，如果这个割的边数小于最小割边数的 k 倍。假设 k 是一个半整数，即 2k 是一个整数，证明在任意一个无向图中，小于 k 倍最小割的割集数目小于n^{2k}。

4、 设 P 是给定图的两个顶点s和t之间的 s－t 路的集合，而 C 是分离s和t的割集的集合。证明 $\max_P \min_{e \in P} c_e = \min_C \max_{e \in C} c_e.$（这里$c_e$指边 e 的容量）

5、 假设在最大流算法中，每一步增广具有最少*反向弧*（即与流的方向相反的弧）的可增广路，给出这个算法增广次数的上界。