

Analiza Demona Creutza

Zaawansowane metody obliczeniowe

Autor:
Oskar Swat

12 listopada 2023 r.

Wstęp

W niniejszym sprawozdaniu przedstawiam analizę modelu fizycznego znanego jako *Demon Creutza*. Model, zwany modelem Isinga, używany do badania statystycznych własności układów spinowych w kontekście oddziaływania z demonem, który jest zdolny manipulować energetycznym stanem układu.

Cel pracy

Celem pracy jest przeprowadzenie symulacji komputerowych modeli dla określonych parametrów, w tym rozmiaru siatki, liczby kroków oraz różnych początkowych energii demona. Analiza zostanie wykonana pod kątem zmian w magnetyzacji układów w zależności od temperatury.

Zakres pracy

Praca skupia się na badaniu zachowań układu spinowego w obecności demona Creutza. W szczególności badamy wpływ temperatury na magnetyzację układu oraz analizujemy charakterystyki energetyczne demonów o różnej początkowej energii.

Teoretyczne wprowadzenie

Model Demona Creutza opisuje układy spinowe z demonem, który ma zdolność manipulowania energią układu. Spin może być w jednej z dwóch pozycji. W każdym kroku, demon losowo zmienia spin na przeciwny w układzie, oczywiście jeżeli będzie to możliwe – czyli, gdy demon będzie miał odpowiednią energię. Analiza statystyczna zostanie przeprowadzona w celu zrozumienia, jak zmieniają się: magnetyzacja i energia układu w zależności od warunków początkowych i temperatury.

Metodyka

Praca będzie wykonana w języku programowania Python przy użyciu odpowiednich bibliotek do symulacji układów spinowych oraz analizy danych. Zadanie to zostało przydzielone jako projekt na zajęciach, prowadzonych przez doktora habilitowanego Tomasza Gwizdałę.

Sposób realizacji

Inicjalizacja

Początkowe parametry takie jak rozmiar siatki, liczba kroków i początkowe energie demonów są ustawiane na podstawie wyznaczonych odpowiednio danych w kodzie lub wczytywane z pliku 'init.txt'. Szerokość oraz wysokość badanego układu zostały opisane wzorem:

$$L_x = L_y = 30 + 2n^2 \bmod 28$$

gdzie $n = 16$ zostało wyznaczone na zajęciach, dlatego też:

$$L_x = L_y = 38$$

Przykładowe dane wejściowe

Szerokość: 38

Wysokość: 38

Liczba kroków: 20000

Liczba demonów: 16

Początkowe energie demonów: 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100
1200 1300 1400 1500 1600

Symulacja układu

Każdy z układów, reprezentowany przez obiekt klasy `Układ`, inicjalizowany jest takim samym rozmiarem siatki. Dodatkowo każdy układ posiada swoją początkową energię Demona, która powinna być mniejsza niż maksymalna energia układu oraz rejestruje jej wartości w kolejnych krokach symulacji. To samo dotyczy magnetyzacji. Proces symulacji układu przebiega w kilku krokach:

1. Utworzenie układu:

- Na podstawie wczytanych danych inicjalizacyjnych oraz ustalonych parametrów, tworzone są obiekty klasy `Układ`, reprezentujące poszczególne układy spinowe.

2. Wylosowanie pozycji w układzie:

- W każdym kroku symulacji losowane są pozycje w układzie, na których zostanie wykonany spin (zmiana kierunku magnetyzacji).

3. Zmiana spinu:

- Sprawdzana jest możliwość zmiany spinu na wylosowanej pozycji. Jeśli jest to możliwe, spin zostaje zmieniony. W przypadku, gdy zmiana jest niemożliwa, następuje cofnięcie zmiany.

4. Wyliczenie energii Demona oraz magnetyzacji:

- Po zmianie spinu, obliczana jest energia Demona oraz magnetyzacja układu na podstawie aktualnego stanu.

5. Dodanie elementu do histogramu energii demona:

- Zarejestrowane są wartości energii demonów w kolejnych krokach symulacji i dodawane do odpowiedniego histogramu.

Opis tego procesu pokazuje, jak każdy układ ewoluuje w czasie, rejestrując swoje parametry oraz dostarczając danych do dalszej analizy. Symulacja układu wykonana jest w kodzie programowania przy pomocy metody *Strzelaj()*.

Stabilizacja

Stabilizacja to proces przetwarzania danych, mający na celu usunięcie skrajnych wartości i ułatwienie analizy wyników. W przypadku analizy układu spinowego, stabilizacja jest stosowana do histogramu energii demona. Dodatkowo stabilizacja linearyzuje ilość wystąpień, co sprawia, że wykres histogramu staje się prostą linią. Stabilizacja dotyczy również magnetyzacji. Stabilizacja wykonana jest w kodzie programowania przy pomocy metody *Strzelaj()*.

1. Stabilizacja histogramu:

- polega na eliminacji wartości w histogramie energii demona. Uwzględniane są tylko energie: 0, 4, 8, 12, 16, co pozwala na lepszą analizę danych.

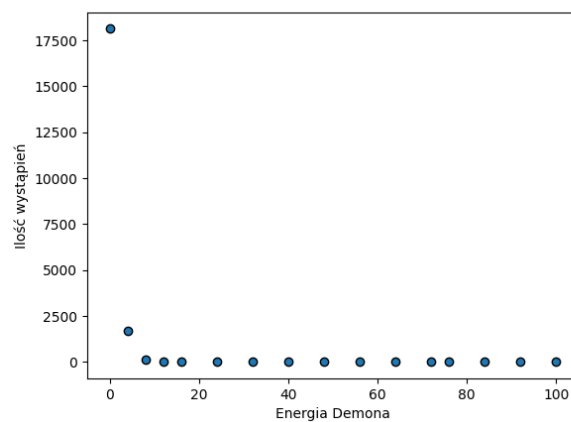
2. Linearyzacja histogramu:

- W celu uzyskania prostego wykresu, ilość wystąpień w histogramie zostaje linearyzowana. To oznacza, że ilość wystąpień dla poszczególnych energii zostaje przekształcona, poprzez zastosowanie funkcji logarytmicznej. Operacja ta ułatwia odczyt danych z wykresów.

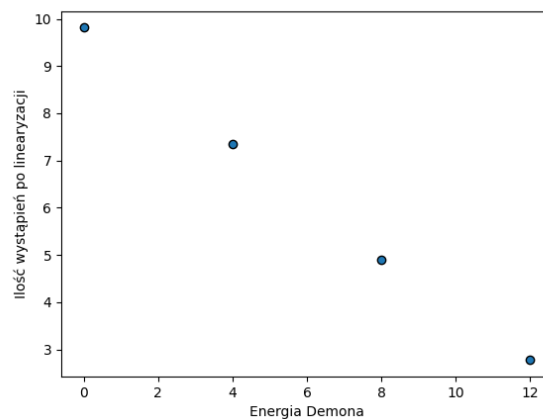
3. Stabilizacja magnetyzacji:

- Ponieważ magnetyzacja jest bezpośrednio związana z energią układu, wykresy magnetyzacji również są ucięte, aby odzwierciedlić zmiany w histogramie energii demona. Stabilizacja dla mojego projektu odbywa się od połowy kroków.

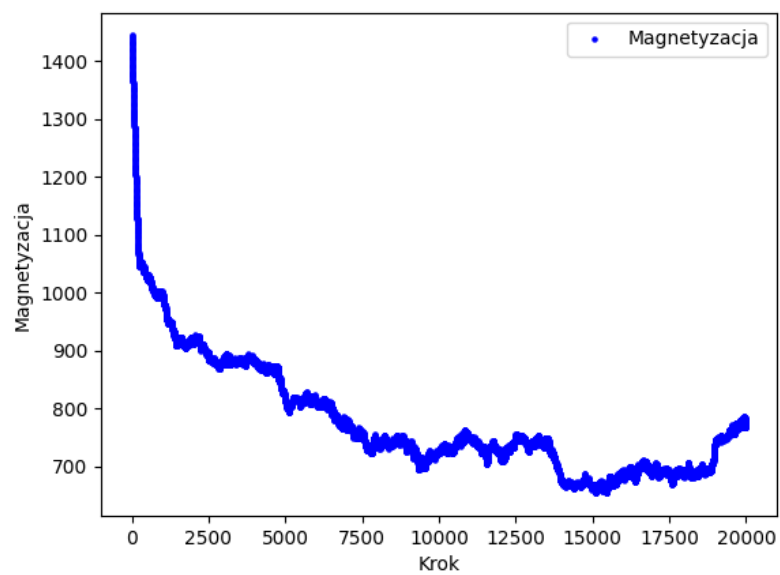
Oto wykresy histogramu energii Demona oraz magnetyzacji:



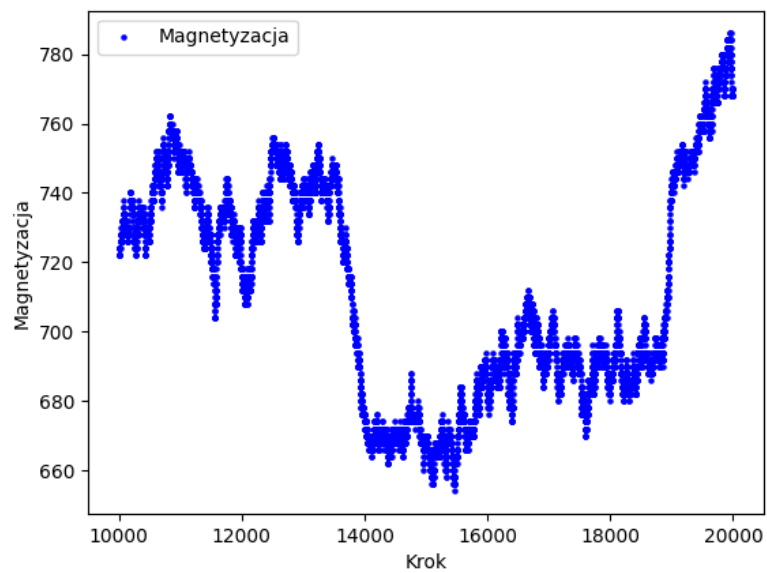
Rysunek 1: Histogram energii demona przed stabilizacją oraz linearyzacją.



Rysunek 2: Histogram energii demona po stabilizacji oraz linearyzacji.



Rysunek 3: Wykres magnetyzacji przed stabilizacją.



Rysunek 4: Wykres magnetyzacji po stabilizacji.

Analiza wyników

Wyniki analizy oparte są na obliczeniach energii Demona, magnetyzacji oraz charakterystyk statystycznych układu spinowego. Użyto histogramów przed i po stabilizacji, a także wykresów magnetyzacji. Wzory matematyczne dla charakterystyk statystycznych zostaną przedstawione w następnej sekcji. Analiza wyników pozwoliła na wnioski dotyczące termodynamicznych właściwości układu spinowego. Analiza wyników wykonana jest w kodzie programowania przy pomocy metody *Oblicz()*.

Wzory

Energia układu

Energia układu jest obliczana za pomocą poniższego wzoru:

$$E = - \sum_{i,j} s_{i,j} (s_{i+1,j} + s_{i,j+1}) \quad (1)$$

gdzie: - $s_{i,j}$ to spin na pozycji (i, j) .

Magnetyzacja układu

Magnetyzacja układu jest sumą spinów i jest obliczana według wzoru:

$$M = \sum_{i,j} s_{i,j} \quad (2)$$

Współczynnik a

Współczynnik a jest obliczany z zależności liniowej między S_x a S_y na ustabilizowanym histogramie energii:

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N X_i Y_i - \sum_{i=1}^N X_i \sum_{i=1}^N Y_i}{N \sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N X_i \right)^2} \quad (3)$$

gdzie: - N to liczba punktów na histogramie energii, - X_i to wartość energii na i -tym punkcie histogramu, - Y_i to ilość wystąpień danej energii na i -tym punkcie histogramu.

Temperatura

Temperatura T jest odwrotnością współczynnika a :

$$T = -\frac{1}{a} \quad (4)$$

gdzie a jest współczynnikiem liniowej zależności między S_x a S_y na histogramie energii demonów.

Średnia Magnetyzacja Układu

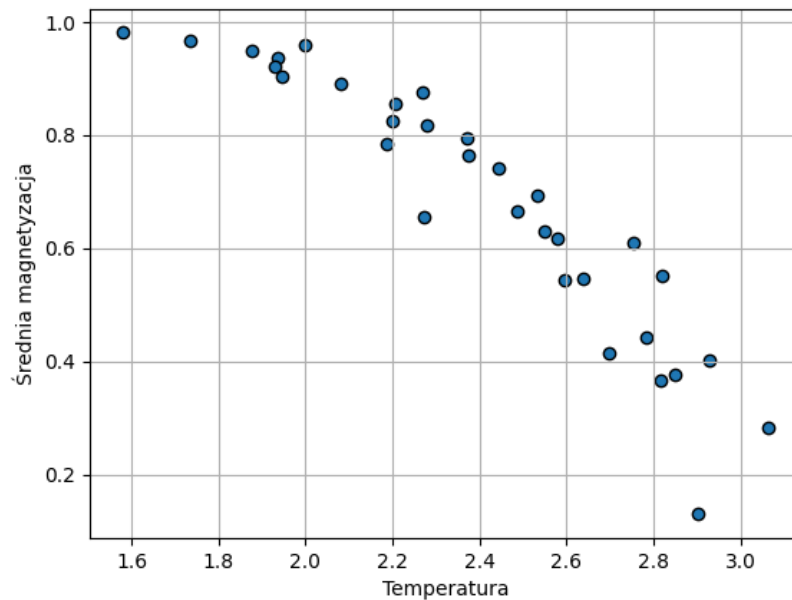
Średnia magnetyzacja układu jest obliczana jako średnia z magnetyzacji na każdym kroku symulacji po stabilizacji:

$$\langle M \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M_i \quad (5)$$

gdzie: - N to liczba kroków po stabilizacji, - M_i to magnetyzacja na i -tym kroku po stabilizacji.

Wyniki

Na przedstawionym wykresie możemy zaobserwować zmiany magnetyzacji w funkcji temperatury dla badanego układu spinowego. Na podstawie wykresu możemy wywnioskować, iż najczęstsze temperatury układu są w zakresie 1.8 do 2.8. Na rysunku 5 możemy zobaczyć przebieg 32 układów o początkowej energii Demona: 100, 150, 200, 250, ..., 1600.



Rysunek 5:
Wykres magnetyzacji w zależności od temperatury.

Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonej symulacji układu spinowego wskazują na istotne zmiany magnetyzacji w zależności od temperatury. Na podstawie analizy wykresu magnetyzacji można wnioskować, że układ przejawia pewne charakterystyczne zachowania termodynamiczne w zakresie temperatury od 1.8 do 2.8. Obszar ten może być szczególnie istotny dla badanego układu, sugerując możliwe przejścia fazowe lub zmiany w jego właściwościach magnetycznych.

Analiza wyników opierała się na obliczeniach energii Demona, magnetyzacji oraz charakterystyk statystycznych układu spinowego. Zastosowanie histogramów przed i po stabilizacji oraz wykresów magnetyzacji pozwoliło na uzyskanie pełniejszego obrazu dynamiki układu.

Symulacja została zrealizowana przy użyciu odpowiednich wzorów matematycznych, takich jak wzory na energię układu, magnetyzację, współczynnik a oraz temperaturę. Każdy z tych parametrów przyczynił się do zrozumienia termodynamicznych właściwości badanego układu spinowego.

Literatura

- Krzysztof Malarz, "Automaty komórkowe",
<https://home.agh.edu.pl/~malarz/dyd/ak/ca.pdf>
- Wikipedia, "Demon algorithm",
https://en.wikipedia.org/wiki/Demon_algorithm
- Tomasz M. Gwizdała, "Własności algorytmów genetycznych w zastosowaniu do zagadnień magnetyzmu"