

基于动态 ε 支配的多目标遗传算法

李珂, 郑金华, 周聪

LI Ke ZHENG Jin-hua ZHOU Cong

湘潭大学 信息工程学院 湖南 湘潭 411105

Institute of Information Engineering Xiangtan University Xiangtan Hunan 411105 China

LI Ke ZHENG Jin-hua ZHOU Cong. Multiobjective Genetic Algorithm based on dynamic ε dominance. Computer Engineering and Applications 2009 45(1) 69-72.

Abstract : There are some limitations in MOEA based on Pareto dominance such as it is easy to degraded and so on. Then the MOEA based on ε -dominance can solve these problems and it can make a preferable convergence and spread. But in the conventional ε -MOEA, the most difficult problem is the setting of ε and the loss of part of the extreme individuals is serious. In order to solve these problems, this paper proposes a new ε -MOEA based on dynamic ε (DEMOEA), it doesn't need to set the ε by yourself and this paper imports a concept of dynamic grid to solve the loss of extreme individuals. Comparing with two other classical algorithms NSGA-II and SPEA2 in experiment, the result shows that the algorithm suggested in the paper (DEMOEA) gets improved convergence and diversity.

Key words : multiobjective optimization; dynamic ε -dominance; Multi Objective Evolutionary Algorithm Based on Dynamic (DEMOEA)

摘 要 : 基于 Pareto 支配的 MOEA 存在着一些缺陷, 如容易出现退化现象等。而基于 ε 支配的 MOEA 可以比较好地解决这些问题, 并具有比较理想的收敛性和分布性。但是采用传统的 ε -MOEA 时, 最大的困难就是 ε 的值的设定, 并且传统的 MOEA 得出的解在边界部分个体的丢失现象也比较严重。针对这种情况提出了一种新的基于动态 ε 支配的多目标遗传算法 (DEMOEA), 它不需要手动设定 ε 的值, 并且引入了动态网格概念来改善边界解丢失的现象。通过与其他两个经典的多目标进化算法的 NSGA-II 和 SPEA-2 的对比实验, 表明提出的 DEMOEA 能在收敛性、分布性有较好的改进。

关键词 : 多目标优化; 动态 ε 支配; 基于动态 ε 支配的多目标遗传算法 (DEMOEA)

DOI : 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.01.021 **文章编号 :** 1002-8331(2009)01-0069-04 **文献标识码 :** A **中图分类号 :** TP18

1 引言

在过去的 10 年中, 多目标进化算法 (Multi-Objective Evolutionary Algorithm, MOEA) 得到了很大的发展, 能有效地解决复杂的多目标优化问题 (Multi-Objective Optimization Problems, MOPs), 其中比较具有代表性的多目标进化算法包括: Deb 等人提出的 NSGA-II^[1]、Zitzler 提出的 SPEA-2^[2]、Knowles 和 Corne 提出的 PAES^[3]、Corne 等人提出的 PESA^[4] 等。由于 MOEAs 的通用性强且不依赖于函数模型, 适用于处理复杂的多目标优化问题, 因而被广泛地应用于函数优化、智能控制、机器人路径规划等众多方面。无论是在科研领域, 还是在工程领域, 关于 MOEAs 的研究引起了广泛的关注。国内最近出版的一些有关于 MOEAs 的专著^[5-6] 为 MOEAs 研究与应用提供了很大的帮助。

在理想情况下, MOEA 的求解过程是一个不断逼近最优边

界、最终达到最优边界的过程, 而收敛性就是反映了这样一种对最优边界的逼近程度。在设计 MOEA 时, 除了要考虑算法的收敛性外, 所求解集的多样性也是算法要考虑的一个重要指标, 即所得解集中的非支配个体应均匀分布在整个解空间中, 而分布性就是反映这种分布均匀与否的指标。提到的两个经典的 MOEA 要么分布性很差 (如 NSGA-II), 要么修剪算子耗时过多 (如 SPEA2)。提出的一种新的动态 ε 支配的多目标遗传算法在收敛性和分布性上都取得了较理想的结果。

2 相关概念及定义

与单目标优化问题 (Single Objective Optimization Problems, SOPs) 不同, 在求解多目标优化问题时总是寻找一个最优解集合, MOEAs 的目标就是使得解集能够迅速收敛到最优面而且分布均匀。下面给出与本文相关的几个概念, 由于最大

基金项目 : 国家自然科学基金 (the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60773047); 国家高技术研究发展计划 (863) (the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2001AA114060); 教育部留学回国人员科研启动基金 (The Project-sponsored by SRF for ROCS, SEM, 教外司留 [2005]546 号); 湖南省自然科学基金 (the Natural Science Foundation of Hunan Province of China under Grant No.05JJ30125); 湖南省教育厅重点科研项目 (No.06A074)。

作者简介 : 李珂 (1985-) 男, 硕士研究生, 主要研究方向为进化计算; 郑金华 (1963-) 通讯作者, 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为进化计算、智能科学等; 周聪 (1984-) 男, 硕士研究生, 主要研究方向为进化计算。

收稿日期 : 2007-12-29 **修回日期 :** 2008-03-07

优化问题与最小值优化问题可以相互转化,因此,这里只考虑最小值优化问题:

定义 1(多目标优化问题) 多目标优化问题的一般描述:

$$\min f(X)=(f_1(X), f_2(X), \dots, f_r(X)) \quad (1)$$

$$g_i(X) \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (2)$$

$$h_i(X)=0 \quad (i=1, 2, \dots, l) \quad (3)$$

$f(X)$ 为目标函数,有 r 个优化目标,这些目标是相互冲突的,式(2)和式(3)分别为不等式约束和等式约束;多目标优化的目的就寻找最优解 $X^*=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$,使 $f(X^*)$ 在满足约束式(2)和式(3)的条件下的同时达到 Pareto 最优。

定义 2 (Pareto 支配关系) 对于一个如定义 1 所描述的多目标优化问题,设 p 和 q 是进化群体中的任意两个不同的个体。 p 支配(dominate) q ,必须满足以下两个条件:

(1)对所有的子目标 p 不比 q 差,即 $f_k(p) \leq f_k(q)$ ($k=1, 2, \dots, r$);

(2)至少存在一个子目标,使 p 比 q 好。即 $\exists l \in \{1, 2, \dots, r\}$, 使 $f_l(p) < f_l(q)$ 。

此时称 p 为非支配个体, q 为被支配的。表示为 $p > q$, 其中“ $>$ ”是支配关系。

多目标优化中的最优解,通常称之为 Pareto 最优解,它最早由 Edgeworth^[7]提出,后来由 Vilfredo Pareto^[8]总结得到具体概念,故而命名为 Pareto 最优解。它一般可以描述如下:

定义 3 (Pareto 最优解) 对于一个如定义 1 所描述的多目标优化问题, Pareto 最优解 X^* 即为进化种群中的非支配解,定义如下:

$$f(X^*) = \min_{X \in \Omega} f(X) \quad (\text{其中 } f: \Pi \rightarrow R^r) \quad (4)$$

这里 Ω 为满足式(2)和式(3)约束的可行解集,即:

$$\Omega = \{X \in R^n | g_i(X) \geq 0, h_i(X) = 0, (i=1, 2, \dots, k, j=1, 2, \dots, l)\}$$

称 Ω 为决策变量空间(简称决策空间),向量函数 $f(X)$ 将 $\Omega \subseteq R^n$ 映射到集合 $\Pi \subseteq R^r$, Π 是目标函数空间(简称目标空间)。

由于 Pareto 最优解往往不止一个,而是一个最优解的集合。定义如下:

定义 4 (Pareto 最优解集) 对于一个如定义 1 所描述的多目标优化问题,它的最优解集定义为:

$$PS = \{X^* | X^* \in \Omega, \nexists X' \in \Omega, f(X') \leq f(X^*), (j=1, 2, \dots, r)\} \quad (5)$$

Pareto 最优解集也称为非支配解集(non-dominated solutions, NDS),非支配解集构造的依据是个体间的支配关系。在多目标进化算法的进化过程中,针对每一代进化群体,构造出当前种群的非支配解集。MOEAs 的任务就是使当前的非支配解集能一步步逐渐逼近真实的 Pareto 最优解集。

定义 5(Pareto 最优边界(Pareto front)) 对于一个如定义 1 所描述的多目标优化问题,设它的最优解集 $\{X^*\}$, 它的 Pareto 最优边界定义为:

$$PF_{True} = \{f(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_r(X)) | X \in \{X^*\}\} \quad (6)$$

下文中出现的 PF 为使用算法得到的最优解在目标空间中的曲线。

定义 6(ϵ 支配关系) 设有 m 维向量 f 和 g , 对 $\epsilon > 0$, 称 f ϵ 支配 g , 则要求满足:

对所有 $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, 有

$$(1+\epsilon)f_i \leq g_i \quad (7)$$

成立。

当目标为最大化的情况时,上述条件作简单的转化即可。

3 ϵ -MOEA

对目标空间进行划分后,需要对每个区块进行标识以判断其所处的位置。基于 ϵ 支配概念的 ϵ -MOEA 通过对每个个体按式(8)的方法赋予一个标识向量 $B(B=(B_1, B_2, \dots, B_m)^T)$, 来判断其所在的区块,并且以标识向量的 Pareto 支配区域作为该个体的 ϵ 支配区域。

$$B_j(f) = \begin{cases} \lfloor (f_j - f_j^{\min}) / \epsilon_j \rfloor, f_j \text{ 最小化} \\ \lceil (f_j - f_j^{\min}) / \epsilon_j \rceil, f_j \text{ 最小化} \end{cases} \quad (8)$$

其中维数 $j=1, 2, \dots, m$, f_j^{\min} 为第 j 维目标函数的可能最小值(缺省时取 0), ϵ_j 为两个个体在第 j 维的目标的可容许最大差异(即区块在第 j 维上的尺寸大小)。图 1 是二维目标情况下的 ϵ 支配概念示意图。

按照 Pareto 支配关系(定义 1), 图中个体 P 支配的区域为 $PECFP$, 而根据 ϵ 支配, 先按上述的方法确定 P 的标识向量 $B_p=(\epsilon_1, \epsilon_2)^T$ (向量末端为 A), 表示 P 在以 A 为向量端点, 尺寸大小分别为 ϵ_1, ϵ_2 的单元格内, 且 P 的 ϵ 支配的区域为 $ABCD$ (点 A 的普通支配区域)。当两个个体处于同一单元格内时(如个体 1 和个体 2), 分别计算它们与所在单元格标识点的欧式距离, 距离小的个体被保留了下来, 而另一个个体则被去除了。这种方法保证每个单元区域内只保留一个个体。

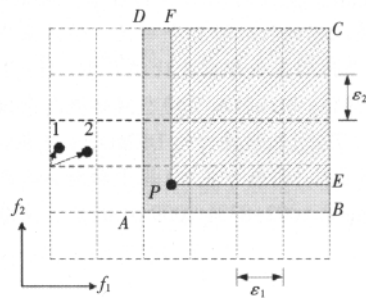


图 1 ϵ 支配关系

ϵ 支配之所以能够防止了种群的退化是由于它用单元区块中的最优个体来代表整个区块内个体的表现型,防止个体过于集中,减少了非支配集中的个体数目。

4 基于动态 ϵ 支配的多目标进化算法

提出的算法流程如下:

输入: N (种群大小)

N' (归档集大小)

T (运行代数)

输出: A (非支配集)

算法 DMOEA:

初始化种群 P ; 归档集 $P'=\emptyset$; $T=0$;

初始化 $\epsilon=0$;

While 终止条件不满足

$T=T+1$;

$GEN()$; //产生新个体

更新网格边界;

更新 ϵ 的值;

UPDATE() // 更新归档集;

End while

输出归档集结果

采用了一种新的动态 ε 更新方法来及时调整 ε 大小。下面给出几个定义以便推导动态调整 ε 值的公式。

定义7 在当前归档集 N_t 中, 设第 k 个目标的最大值和最小值分别表示为 \max_k 和 \min_k , 并且第 k 个目标的范围跨度 range_k 表示为 $\text{range}_k = \max_k - \min_k$ 。

定义8 在第 k 个目标上, 设定网格的边界: 下界(lb_k)和上界(ub_k)。对于任意的 k $lb_k < \min_k$ $ub_k > \max_k$ 。

定义9 在每一代运行时根据以下规则更新网格边界^[9]:

$$lb_{k,t} = \min_k - \text{range}_k / 2 \times \text{div}$$

$$ub_{k,t} = \max_k + \text{range}_k / 2 \times \text{div}$$

定义10 在每一代运行时根据以下规则更新 ε 的值:

$$\varepsilon = R^{\frac{1}{M}}$$

其中 $M = N' / J$ 是目标数目 R 是网格边界比值的最大值。

在更新归档集的时候, 传统的 ε 支配关系在算法运行后期通常会把边界个体丢失掉, 而在传统的更新机制上加以改进以期改善边界个体被 ε 支配掉的现象。在更新归档集时, 首先从归档集中选出一对距离最近的个体, 然后计算这一对个体与当前归档集中每个目标的最小值的距离。从中选择一个距离较大的并记录下来。如果新产生的个体超过网格边界, 则先判断该个体与当前被记录个体的 ε 支配关系来决定是剔除该被记录个体还是新产生个体。如果新产生的个体在网格范围之内, 则仍根据传统的 ε 支配的方式更新归档集。

5 实验

为了测试 DEMOEA 的性能, 实验将它与两个经典的多目标进化算法 NSGA-II 和 SPEA2 进行了比较。NSGA-II 的特点是时间效率高, 但是解集分布性差, 特别是在目标数超过 3 时, 而 SPEA2 的特点是能得到一个分布性较好的解集, 但是其修剪算子耗费了很多的时间, 故其总的时间复杂度为 $O(N^3)$, 运行效率不高。

综上所述, 评价一个 MOEA 性能有三个方面的:

- (1) 运行时间;
- (2) 分布性: 评价所求解在目标空间分布是否均匀;
- (3) 收敛性: 评价所求解与非劣最优解的趋近程度。

实验分别采用一种评价方法来比较 3 个算法的相关性能。

(1) Generation Distance(GD)^[12] 用来估计算法的最终解集与全局非劣最有区域的趋近程度, 计算如下:

$$GD = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2}}{n}$$

n 是解集中个体的数目 d_i 是每个个体到全局非劣最优解的最小欧几里德距离。 GD 的值越小就说明解集越靠近全局非劣最有区域。

(2) Spacing(SP)^[13] 该方法通过计算解集中每个个体与邻居个体的距离变化来评价解集在目标空间的分布情况, 其函数定义如下:

$$SP = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2}$$

$d_i = \min_j (|f_1^i(x) - f_1^j(x)| + |f_2^i(x) - f_2^j(x)|)$ $i, j = 1, \dots, n$ n 是解集中个

体的数目 \bar{d} 是所有 d_i 的平均值。如果 $SP=0$ 说明解集中所有个体之间的距离都相等, 分布均匀, SP 的值越小说明解集分布越均匀。

实验环境如下: CPU: AMD×2 1.9 G; 内存: 1 G; 操作系统: Windows XP; 开发工具: Visual C++6.0; SPEA2 采用二进制编码, 交叉概率为 0.8, 变异概率为 1/L, L 是染色体编码长度, 种群大小为 200; NSGA-II 采用实数编码, 模拟二进制交叉 (SBX), 交叉概率为 0.9, 变异概率为 $1/n$ (n 为变量个数)。

5.1 测试问题 DTLZ-1 的实验结果

DTLZ-1:

$$x \in [0, 1] \quad n=7 \quad K=5$$

$$\min f_1(x) = \frac{1}{2} x_1 x_2 (1 + g(x))$$

$$\min f_2(x) = \frac{1}{2} x_1 (1 - x_2) (1 + g(x))$$

$$\min f_3(x) = \frac{1}{2} (1 - x_1) (1 + g(x))$$

$$g(x) = 100[|x| - 2 + \sum_{k=2}^K (x_k - 0.5)^2 - \cos(20\pi(x_k - 0.5))]$$

函数性状: 其搜索空间包含 $(11^k - 1)$ 个局部非劣最优面, 全

局非劣最优面是一个线性超平面: $\sum_{m=1}^M f_m = 0.5$ (M 是目标函数个数) 对应于 $x_i = 0.5$ $x_i \in X_K$ 。三个算法的运行结果如图 2 所示。

从表 1 和表 2 可以看出, 在 DTLZ-1 函数中, DEMOEA 所得的结果在分布性和收敛性方面都要强于其他两种算法, 而且相较于其他两个算法边界个体的保留情况也很理想。

表 1 GD 的比较结果(DTLZ-1)

GD	DEMOEA	NSGA-II	SPEA2
Best	0.055 590 70	0.020 412 3	0.081 071 20
Worst	0.067 858 30	0.143 315 6	0.063 414 23
Average	0.056 880 66	0.094 493 3	0.284 702 30

表 2 SP 的比较结果(DTLZ-1)

SP	DEMOEA	NSGA-II	SPEA2
Best	0.002 598 75	0.031 382 50	0.014 752 6
Worst	0.013 254 90	0.103 445 60	0.142 139 5
Average	0.006 694 34	0.040 694 81	0.063 782 3

5.2 测试问题 DTLZ-2 的实验结果

DTLZ-2:

$$x \in [0, 1] \quad n=12 \quad K=10$$

$$\min f_1(x) = \cos(x_1 \pi / 2) \cos(x_2 \pi / 2) (1 + g(x))$$

$$\min f_2(x) = \cos(x_1 \pi / 2) \sin(x_2 \pi / 2) (1 + g(x))$$

$$\min f_3(x) = \sin(x_1 \pi / 2) (1 + g(x))$$

$$g(x) = \sum_{k=3}^K (x_k - 0.5)^2$$

函数性状: 全局非劣最优面满足 $f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 = 1$, 对应于 $x_i = 0.5$ $x_i \in X_K$, 用于测试算法的分布是否均匀。三个算法的运行结果如图 3 所示。

从表 3 和表 4 可以看出, 该算法在分布性和收敛性方面都要强于其他两种算法, 而且可以看到与 SPEA2 相比, 在端点处个体也被保留下来了, 基本上达到了预期的效果。

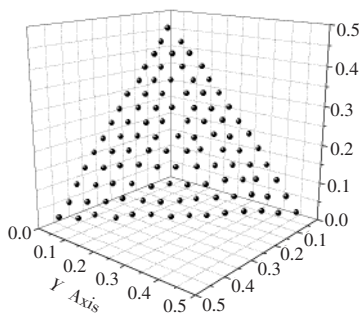


图 2(a) x

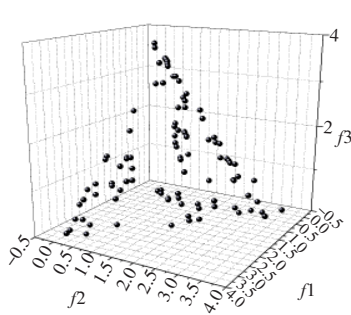


图 2(b) NSGA-II

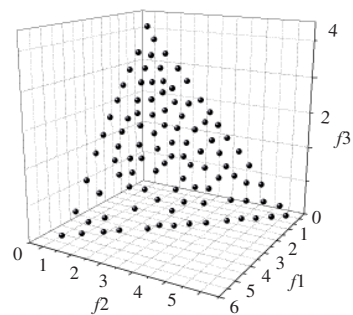


图 2(c) SPEA2

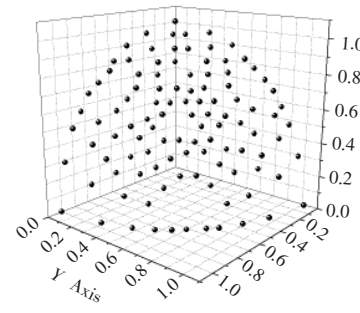


图 3(a) DEMOEA

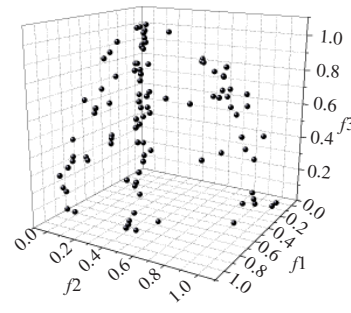


图 3(b) NSGA-II

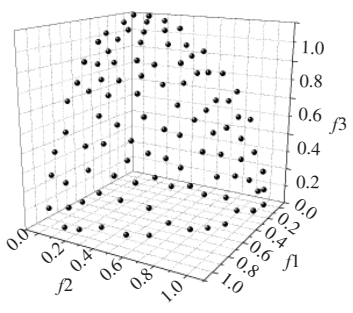


图 3(c) SPEA2

表 3 GD 的比较结果(DTLZ-2)

GD	DEMOEA	NSGA-II	SPEA2
Best	0.000 396 92	0.000 532 93	0.000 263 20
Worst	0.000 630 02	0.000 841 42	0.000 618 77
Average	0.000 504 76	0.000 618 77	0.000 532 93

表 4 SP 的比较结果(DTLZ-2)

SP	DEMOEA	NSGA-II	SPEA2
Best	0.033 051 18	0.317 160 62	0.012 495 63
Worst	0.037 304 97	0.408 823 31	0.076 604 98
Average	0.035 164 37	0.376 123 65	0.004 710 23

6 结论

提出了一种基于动态 ε 支配的多目标遗传算法 (DEMOEA), 它无需手动设置 ε 的值, 并利用一种动态网格操作一定程度上改善了边界解丢失的现象。通过试验表明, 该算法在收敛性和分布性上有着不错的表现, 是一种解决多目标优化问题的有效途径。

以后的研究工作应继续着眼于改善边界解丢失现象和进一步提高算法的收敛性和分布性。

参考文献:

- [1] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [2] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: improving the strength Pareto evolutionary algorithm. Technical Report 103 [R]. Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), ETH Zurich, Zurich, Switzerland, 2001.
- [3] Knowles J D, Corne D W. The Pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for Pareto multiobjective optimization[C]//CEC'99 Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Com-

putation, IEEE Service Center, Piscataway, New Jersey, 1999, 98-105.

- [4] Corne D W. The Pareto envelope based selection algorithm for multiobjective optimization[C]//Schoenauer M. LNCS: Proc. Parallel Problem Solving from Nature, PPSN VI, 2000, 1917-839-848.
- [5] 郑金华. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [6] 崔逊学. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [7] Edgeworth F Y. Mathematical psychics[Z]. P. Keagan, London, England, 1881.
- [8] Pareto V. Cours d'économie politique, volume I and II[Z]. F. Rouge, Lausanne, 1896.
- [9] Knowles J, Corne D. Properties of an adaptive archiving algorithm for storing nondominated vectors[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(2): 100-116.
- [10] Srinivas N, Deb K. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation, 1994, 2(3): 221-248.
- [11] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective optimization using evolutionary algorithms: A comparative study[C]//Eiben A E. Parallel Problem Solving from Nature V, Amsterdam: Springer-Verlag, 1998, 292-301.
- [12] Van Veldhuizen D A, Lamont G B. Multiobjective evolutionary algorithm research: a history and analysis, TR 98-03 [R]. Dept. Elec. Comput. Eng., Graduate School of Eng., Air Force Inst. Technol., Wright-Patterson AFB, OH, 1998.
- [13] Laumanns M, Thiele L, Deb K, et al. Combining convergence and diversity in evolutionary multi-objective optimization[J]. Evolutionary Computation, 2002, 10(3): 263-282.
- [14] Deb K. Multi-objective Genetic Algorithms: problem difficulties and construction of test Problems[J]. Evolutionary Computation, 1999, 7(3): 205-230.
- [15] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable multiobjective optimization test problem [C]//Congress on Evolutionary Computation (CEC'2002), 2002, 1: 825-830.