9:15

a) $f(x) = (x^2 - x)\mathrm{e}^x$

Nalezneme inflexní body, k tomu napočítáme f' a f'', tedy

$$f'(x) = (2x-1)\mathrm{e}^x + (x^2-x)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(x^2+x-1)\,,$$

$$f''(x) = \mathrm{e}^x(2x+1) + \mathrm{e}^x(x^2+x-1) = \mathrm{e}^x(x^2+3x)\,.$$

Polož $f'' = 0$, tedy

$$\mathrm{e}^x(x^2+3x) = \mathrm{e}^x x(x+3) = 0\,,$$

z čehož inflexní body jsou $x_0 = 0$ a $x_0 = -3$ (exponenciála je vždy kladná, žádné další nulové body nemáme). Potom

$$f''(x) = \begin{cases} f'' < 0 & \text{pro } x \in (-3,0) \quad \text{tzn. } f \text{ je zde konkávní}\,, \\ f'' > 0 & \text{pro } x \in (-\infty,-3) \text{ a } x \in (0,\infty) \quad \text{tzn. } f \text{ je zde konvexní}\,. \end{cases}$$

12:45

a) $f(x) = \ln(x^2+4x+8)$

Nalezneme inflexní body, k tomu napočítáme f' a f'', tedy

$$f'(x) = \frac{2x+4}{x^2+4x+8}\,,$$

$$f''(x) = -\frac{2x(x+4)}{(x^2+4x+8)^2}\,.$$

Polož $f'' = 0$, tedy

$$2x(x+4) = 0\,,$$

z čehož inflexní body jsou $x_0 = 0$ a $x_0 = -4$ (protože $x^2+4x+8 > 0$ pro všechna x, tak žádné další nulové body nemáme). Potom

$$f''(x) = \begin{cases} f'' < 0 & \text{pro } x \in (-4,0) \quad \text{tzn. } f \text{ je zde konkávní}\,, \\ f'' > 0 & \text{pro } x \in (-\infty,-4) \text{ a } x \in (0,\infty) \quad \text{tzn. } f \text{ je zde konvexní}\,. \end{cases}$$