

9:15

a) $f(x) = (x^2 - x)e^x$

Nalezneme inflexní body, k tomu napočítáme f' a f'' , tedy

$$f'(x) = (2x - 1)e^x + (x^2 - x)e^x = e^x = e^x(x^2 + x - 1),$$

$$f''(x) = e^x(2x + 1) + e^x(x^2 + x - 1) = e^x(x^2 + 3x).$$

Polož $f'' = 0$, tedy

$$e^x(x^2 + 3x) = e^x x(x + 3) = 0,$$

z čehož inflexní body jsou $x_0 = 0$ a $x_0 = -3$ (exponenciála je vždy kladná, žádné další nulové body nemáme). Potom

$$f''(x) = \begin{cases} f'' < 0 & \text{pro } x \in (-3, 0) \quad \text{tzn. } f \text{ je zde konkávní,} \\ f'' > 0 & \text{pro } x \in (-\infty, -3) \text{ a } x \in (0, \infty) \quad \text{tzn. } f \text{ je zde konvexní.} \end{cases}$$

12:45

a) $f(x) = \ln(x^2 + 4x + 8)$

Nalezneme inflexní body, k tomu napočítáme f' a f'' , tedy

$$f'(x) = \frac{2x + 4}{x^2 + 4x + 8},$$

$$f''(x) = -\frac{2x(x + 4)}{(x^2 + 4x + 8)^2}.$$

Polož $f'' = 0$, tedy

$$-2x(x + 4) = 0,$$

z čehož inflexní body jsou $x_0 = 0$ a $x_0 = -4$ (protože $x^2 + 4x + 8 > 0$ pro všechna x , tak žádné další nulové body nemáme). Potom

$$f''(x) = \begin{cases} f'' > 0 & \text{pro } x \in (-4, 0) \quad \text{tzn. } f \text{ je zde konvexní,} \\ f'' < 0 & \text{pro } x \in (-\infty, -4) \text{ a } x \in (0, \infty) \quad \text{tzn. } f \text{ je zde konkávní.} \end{cases}$$