

9:15

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2(6+4n)}{(n+2)^2 - (n-3)^2}.$

Nejdříve upravíme jmenovatel pomocí vzorce $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. resp. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, dostane

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2(6+4n)}{(n^2+4n+4) - (n^2-6n+9)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-12-8n}{10n-5}.$$

Nyní aplikujeme Fintu 1 a z čitatele i jmenovatele vytkneme n , potom

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-8-\frac{12}{n}}{10-\frac{5}{n}} \stackrel{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} -8-12/n}{\lim_{n \rightarrow +\infty} 10-5/n} = -8/10 = -4/5,$$

kde jsme využili toho, že $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5/n = 0$ a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 12/n = 0$, vidíme, že posloupnost konverguje, a tedy že limita je vlastní.

9:15

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+4n+7}{(n-2)^2 - (n+3)^2}.$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+4n+7}{(n^2-4n+4) - (n^2+6n+9)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+4n+7}{-10n-5}.$$

Nyní aplikujeme Fintu 1 a vytkneme z čitatele n^2 a z jmenovatele n , potom

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{n} \frac{1+\frac{4}{n}+\frac{7}{n^2}}{-10-\frac{5}{n}} &\stackrel{\text{VOAL}}{=} \lim_{n \rightarrow +\infty} n \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{4}{n}+\frac{7}{n^2}}{-10-\frac{5}{n}} \\ &= +\infty \cdot (-1/10) \\ &= -\infty, \end{aligned}$$

kde jsme využili toho, že $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4/n = 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5/n = 0$ a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7/n^2 = 0$. Vidíme, že posloupnost diverguje a limita je tedy nevlastní.

Všimněte si, jak násobení nekonečna záporným číslem změnilo výsledek z $+\infty$ na $-\infty$.