UNIVERSIDAD PRIVADA
SAN JUAN BAUTISTA

UNIVERSIDAD PRIVADA SAN JUAN BAUTISTA

FACULTAD DE INGENIERÍAS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE COMPUTACIÓN Y SISTEMAS

CURSO

Física I

TEMA

CENTRO DE MASA, CENTRO DE GRAVEDAD DE LOS CUERPOS RIGIDOS

SESIÓN N° 04

DOCENTE:

Mg. Estefany Almendra Urday Escobar

Inicio

“Las oportunidades no ocurren, las creas tú.”

Chris Grosser.

TEMA DE LA SESIÓN

Contenidos de la sesión:

- Centro de masa de un sistema
- Centro de gravedad.
- Movimiento del centro de masa.
- Velocidad y aceleración del centro de masa

TEMA DE LA SESIÓN

Logro de la sesión:

Al término de la sesión el estudiante, Comprende y resuelve problemas de centro de masa y gravedad de un sistema físico.

Identifica los diferentes centro de masa de los cuerpos en reposo o en movimiento.

INICIO

Observan un video de centro de masa

Experimento sobre centro de masa. Tiempo:1:56 min
https://www.youtube.com/watch?v=CqECT87r7L8

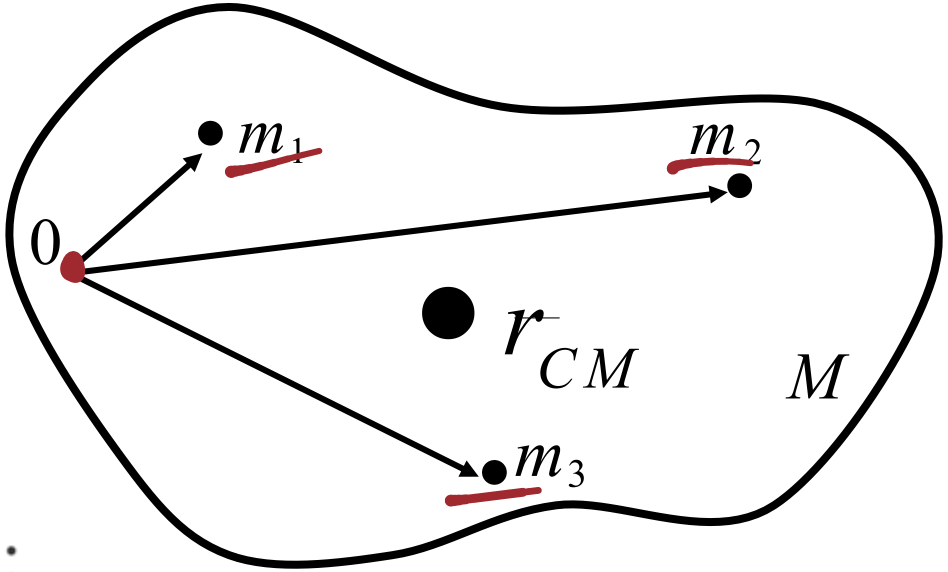
Preguntas

- ¿Por qué se equilibra la regla y el destornillador?
- ¿Cómo hallas el centro de masa de una escoba?
- ¿Por qué es importante saber el centro de masa de una grúa o montador de carga?
- ¿Cuál es la importancia del centro de masa?

https://www.youtube.com/watch?v=vVlhaLRbHt8&ab_channel=Crystal

CENTRO DE MASA

- **Es la posición geométrica de un cuerpo rígido en la cual se puede considerar concentrada toda su masa (R_{CM})**
- Corresponde a la posición promedio de todas las partículas de masa que forman el cuerpo rígido.
- El centro de masa de cualquier objeto simétrico homogéneo, se ubica sobre un eje de simetría.

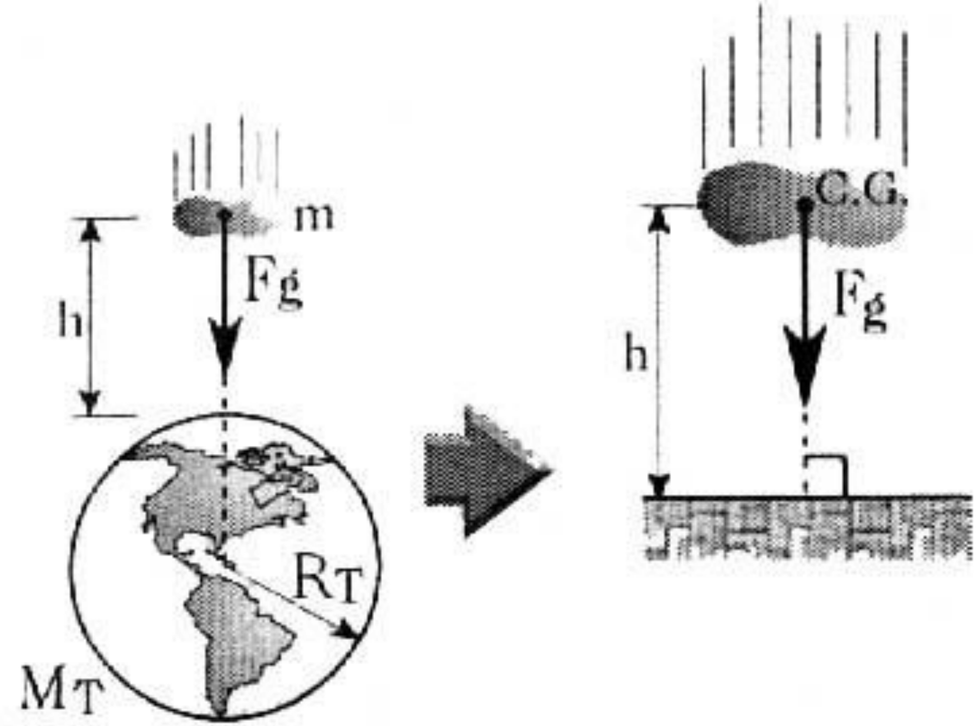


$$M = m_1 + m_2 + m_3$$

EL CENTRO DE GRAVEDAD (CG)

El centro de gravedad (CG) de un cuerpo es el punto de aplicación de la resultante de todas las fuerzas (Peso) que la gravedad ejerce sobre las distintas masas materiales que constituyen el cuerpo.

El centro de gravedad puede ser un punto exterior o interior del cuerpo que se considere.



NOTA: Si la aceleración debida a la gravedad no es constante, el centro de masa y el centro de gravedad no coinciden.

Experimento de centro de gravedad, tiempo 6:41 min
https://www.youtube.com/watch?v=cLQPWIWeteM

CENTRO DE MASA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

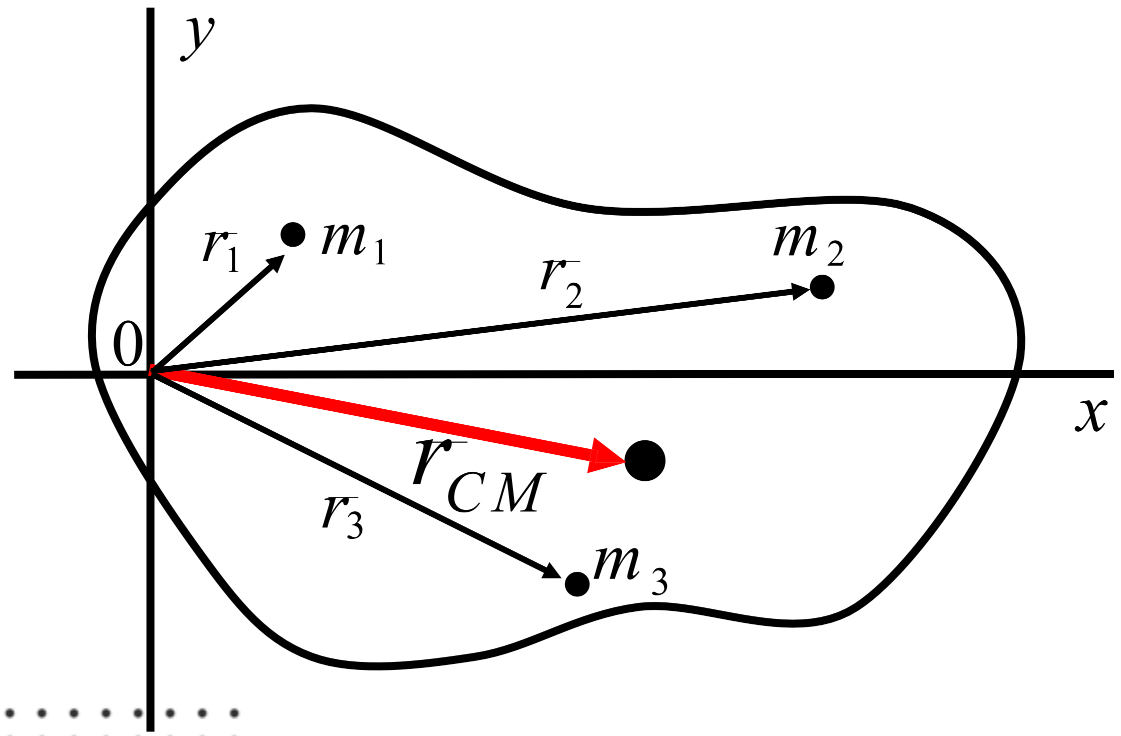
En un movimiento de traslación, cada punto de un cuerpo experimenta los mismos desplazamientos que cualquier otro punto conforme va transcurriendo el tiempo, de manera que el movimiento de una partícula representa el movimiento de todo el cuerpo.

- Este punto es ***llamado centro de masa,*** que se mueve de la misma manera que se movería una partícula sola sometida a las mismas fuerzas externas.

VECTOR POSICIÓN DEL CENTRO DE MASA

- Consideremos un sistema compuesto de n partículas de masas m_1, m_2,…. y vector posición r_1, r_2…, relativas a un sistema inercial de referencia

- El vector posición del centro de masa esta dado por

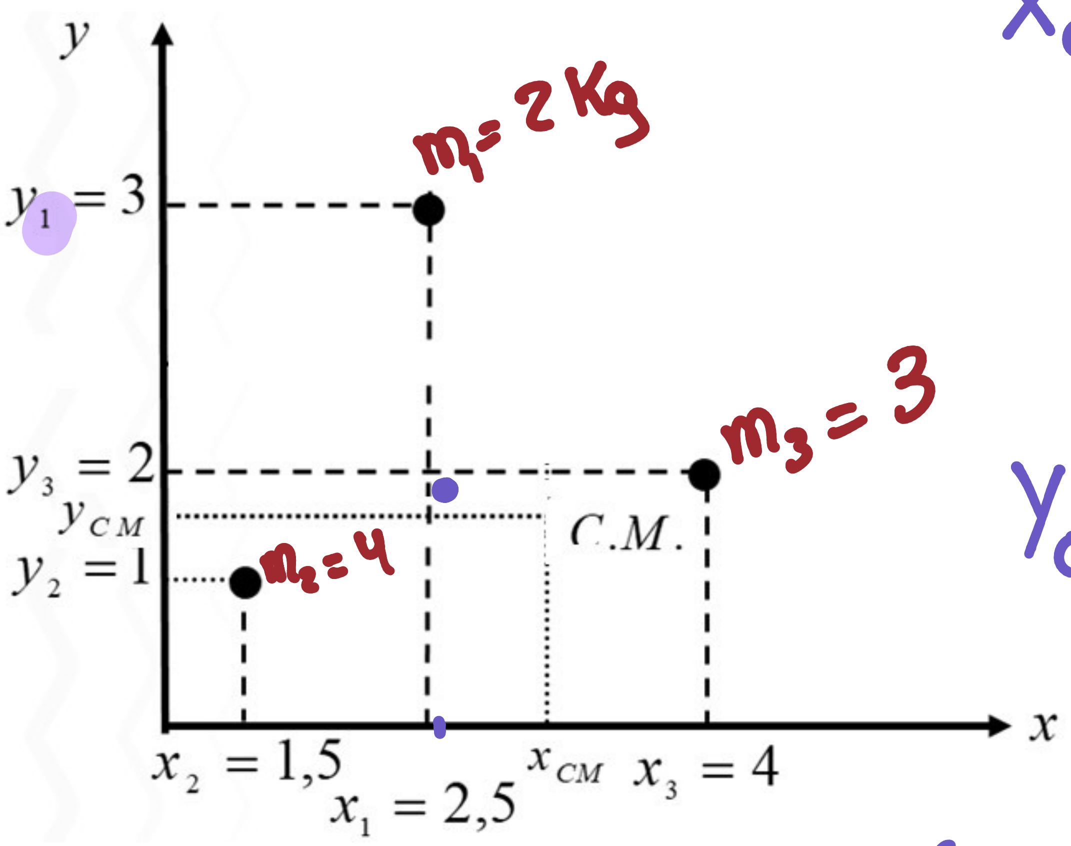


$$\boxed{\bar{r}_{CM} = \frac{\sum_i \bar{r}_i\, m_i}{\sum m_i} \qquad (1)}$$

$$\sum_i m_i = M$$

Ejemplo 1

- Hallar el centro de masa de las tres masas, si m_1 =2 kg m_2 =4 kg m_3 = 3kg, Ubicadas en el plano x y.



$$X_{CM} = \frac{X_1 m_1 + X_2 m_2 + X_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$X_{CM} = 2{,}56 \; // \; 2{,}6$$

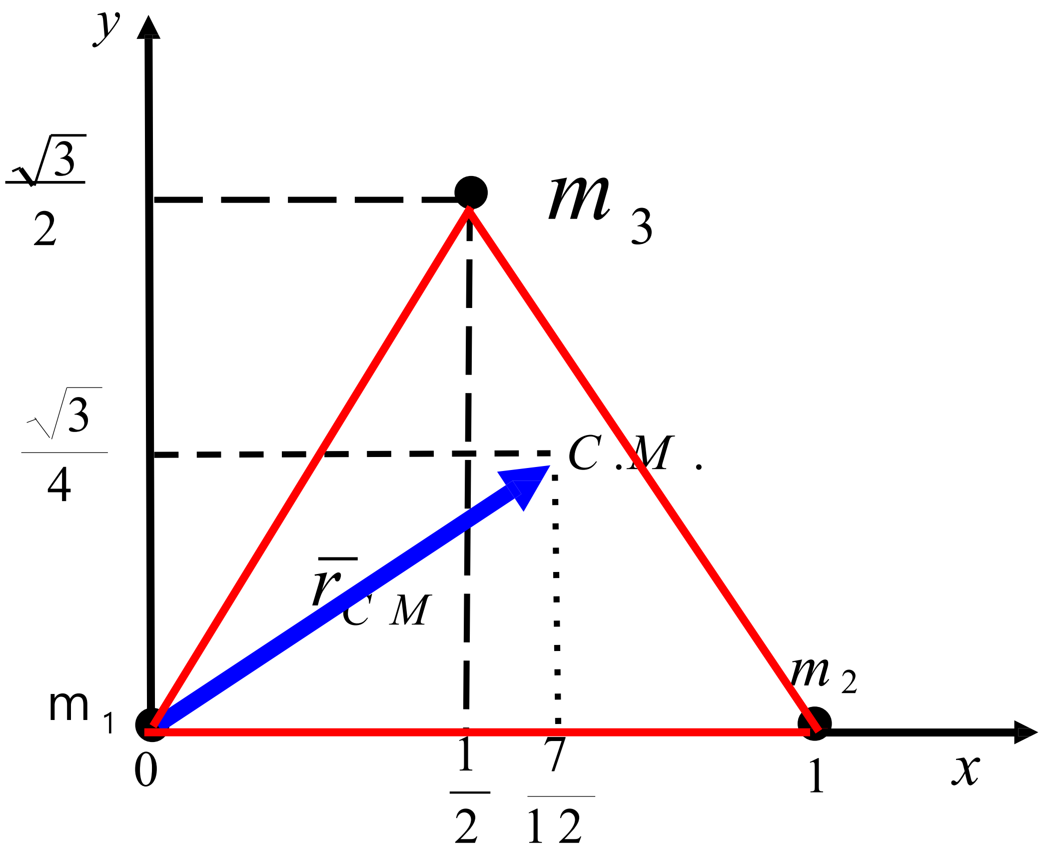
$$Y_{CM} = \frac{Y_1 m_1 + Y_2 m_2 + Y_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$Y_{CM} = 1{,}8 \, m$$

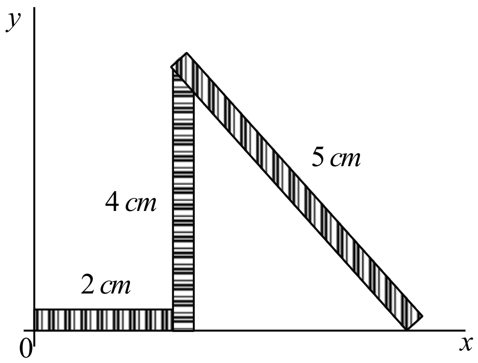
$$r_{CM} = \frac{(x_1, y_1) m_1 + (x_2, y_2) m_2 + (x_3, y_3) m_3}{m_1 + m_2 + m_2}$$

•EJEMPLO NUMERICO 2

- Localizar el centro de masa de tres partículas de masas $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, y $m_3 = 3$ kg colocadas en los vértices de un triángulo equilátero de 1 metro de lado.



FORMULAS DEL CENTRO DE MASA PARA:

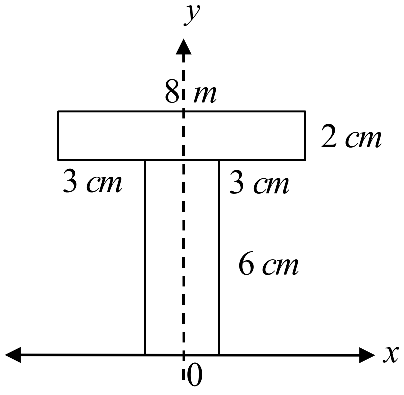


SISTEMA DE LONGITUDES

$$r_{CM} = \frac{\sigma_i \, L_i r_i}{\sigma_i \quad i}$$

L

SISTEMA DE ÁREAS

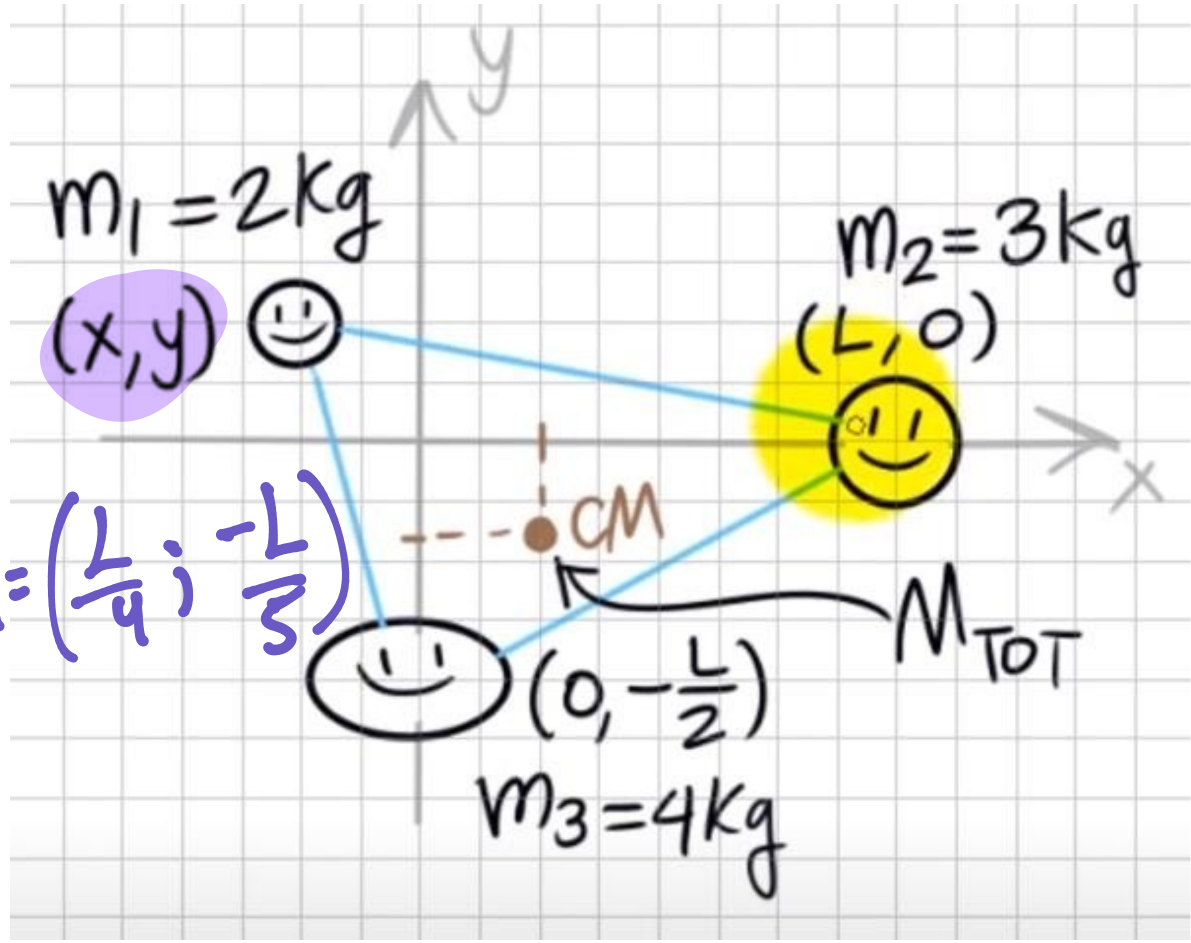


$$r_{CM} = \frac{\sigma_i \, A_i r_i}{\sigma_i \, A_i}$$

SISTEMA DE VOLÚMENES

$$r_{CM} = \frac{\sigma_i \, V_i r_i}{\sigma_i \, V_i}$$

Problema: Hallar las coordenadas de la partícula m1
https://www.youtube.com/watch?v=X6V0tCdhyA4



$$r_{CM} = \left(\frac{L}{4} ; -\frac{L}{5}\right)$$

$$X_{CM} = \frac{L}{4} = \frac{2(x) + 3(L) + \cancel{4(0)}}{2+3+4}$$

$$\frac{L}{4} = \frac{1}{9}(2x+3L)$$

$$9L = 4(2x+3L)$$

$$9L = 8x + 12L$$

$$-3L = 8x \rightarrow x = \frac{-3L}{8}$$

$$Y_{CM} = -\frac{L}{5} = \frac{2(y) + 3(0) + 4\left(\frac{-L}{2}\right)}{2+3+4}$$

$$-\frac{L}{5} = \frac{1}{9}((2y) - 2L)$$

$$-9L = 10y - 10L$$

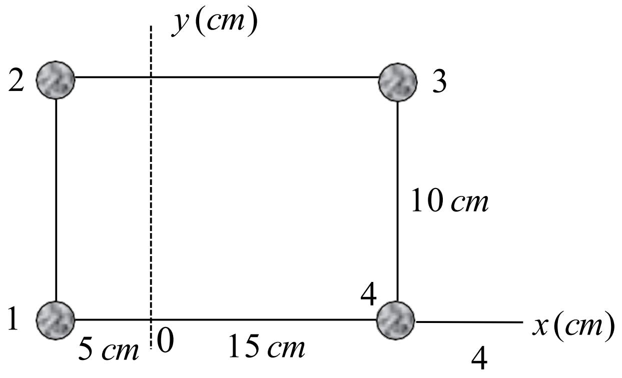
$$L = 10y$$

$$y = \frac{L}{10}$$

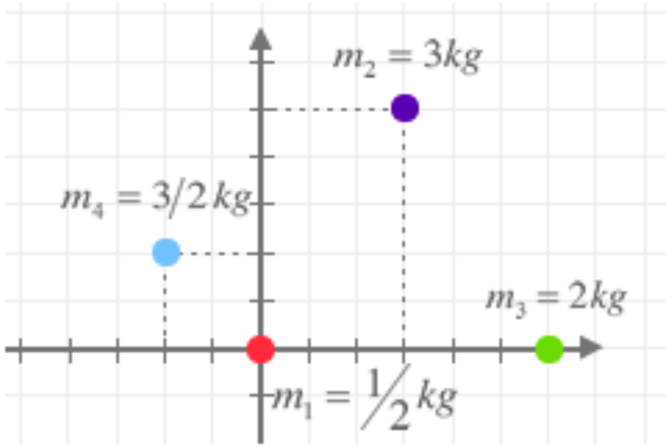
4. Dado el sistema de partículas mostradas, en donde sus masas de cada una son:

$m_1 = 1$ kg, $m_2 = 3$kg, $m_3 = 4$kg, $m_4 = 2$kg.

Hallar Las coordenadas del vector posición del sistema o centro de masa

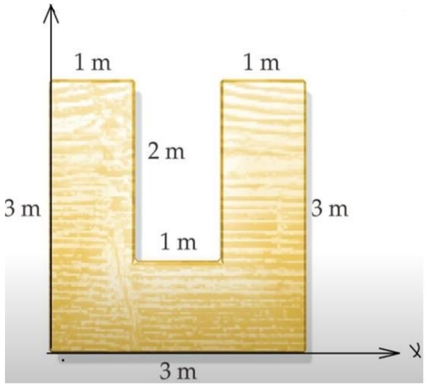


Ejercicio: Encuentra el centro de masas de las partículas que aparecen en la figura. Se supone que el sistema es rígido y el sistema de referencia se encuentra expresado en metros.



EJEMPLO 3

HALLAR EL CENTRO DE MASA DEL SISTEMA MOSTRADO



SOLUCIÓN

Tracemos nuestro sistema de referencia, lo dividimos en tres áreas y hallamos el centro de masa de cada área

Figura	A_i	X_i	Y_i	$A_i X_i$	$A_i Y_i$
A_1					
A_2					
A_3					

Usando las siguientes ecuaciones

$$X_{CM} = \frac{\sigma_i A_i X_i}{\sigma_i A_i} \qquad Y_{CM} = \frac{\sigma_i A_i Y_i}{\sigma_i A_i}$$

Determinar los **CM** de la superficies plana de la figura.

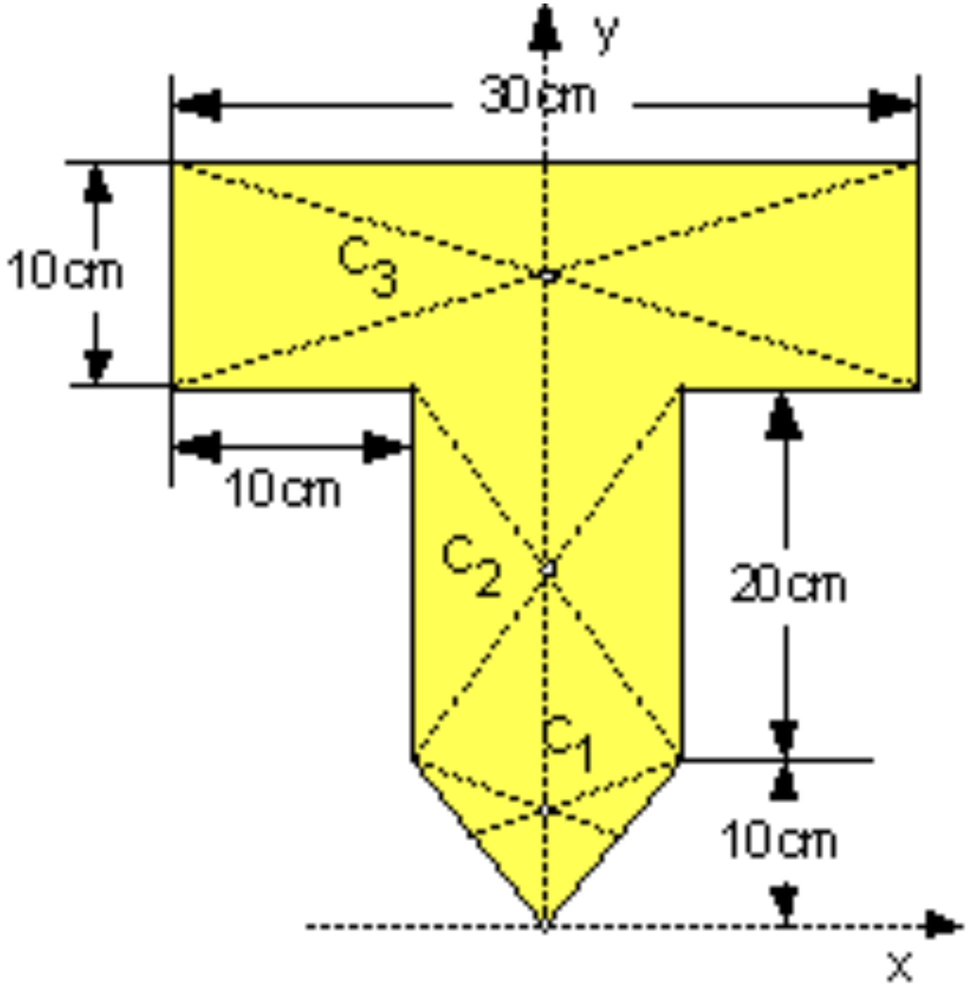
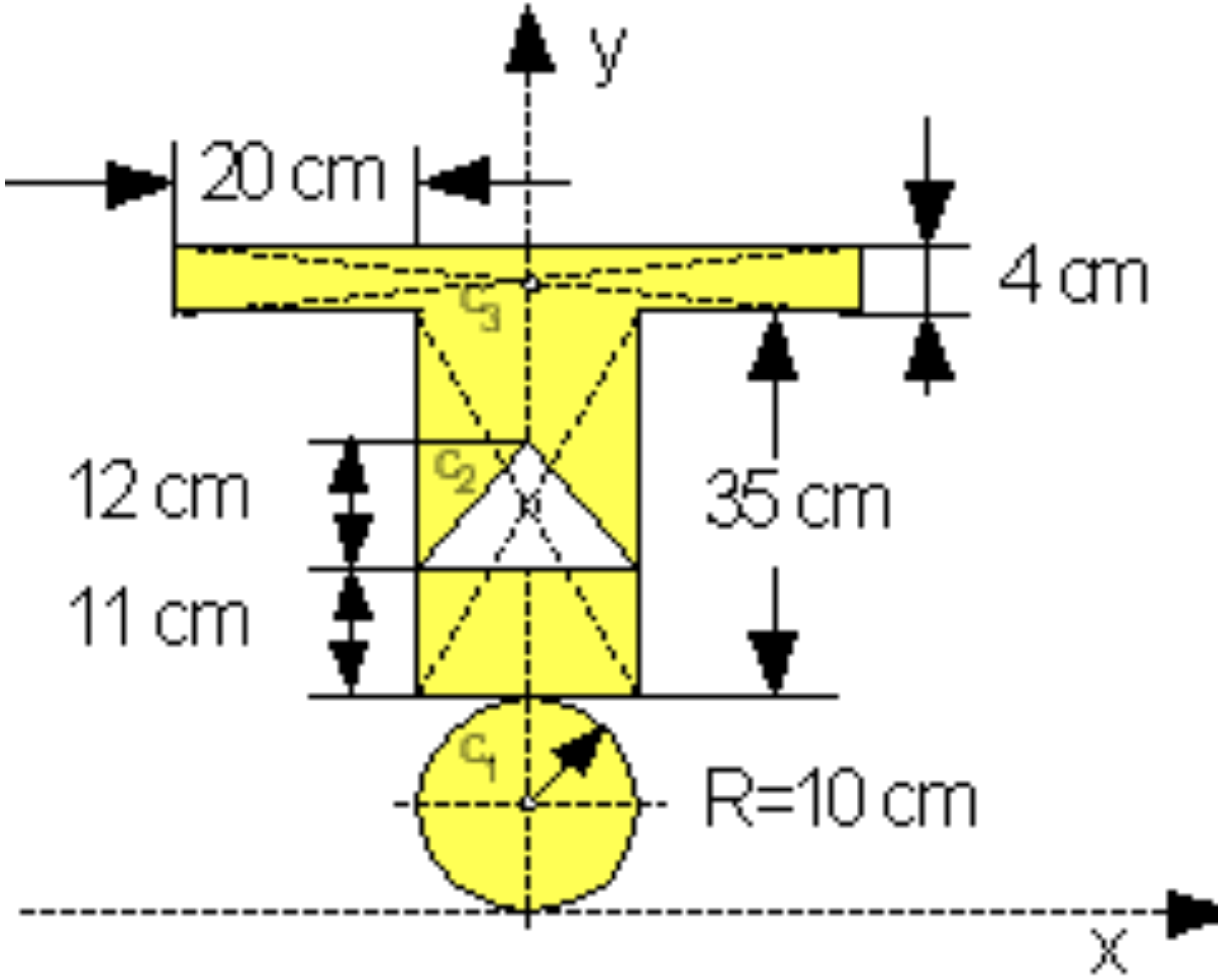


Figura	A_i	X_i	Y_i	A_iX_i	A_iY_i
A_1					
A_2					
A_3					

Determinar el **CM** de la superficie plana de la **Figura**



$$y_{cm} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3 - A_4y_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

VELOCIDAD DEL CENTRO DE MASA V_{CM}

- Consideremos un sistema compuesto de partículas de masas m_1, m_2,…. y velocidades v_1, v_2…, relativas a un sistema inercial de referencia.

$$M\ \bar{r}_{CM} = m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2 + \ldots + m_n\bar{r}_n \qquad (1)$$

Derivando con respecto al tiempo la ecuación (1), obtenemos

$$M\frac{d\,\bar{r}_{CM}}{dt} = m_1\frac{d\,\bar{r}_1}{dt} + m_2\frac{d\,\bar{r}_2}{dt} + \ldots + m_n\frac{d\bar{r}_n}{dt}$$

$$\frac{d\bar{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\frac{d\bar{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\bar{v}_i$$

$$\boxed{\bar{v}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\bar{v}_i \qquad (2)}$$

Velocidad del centro de masa

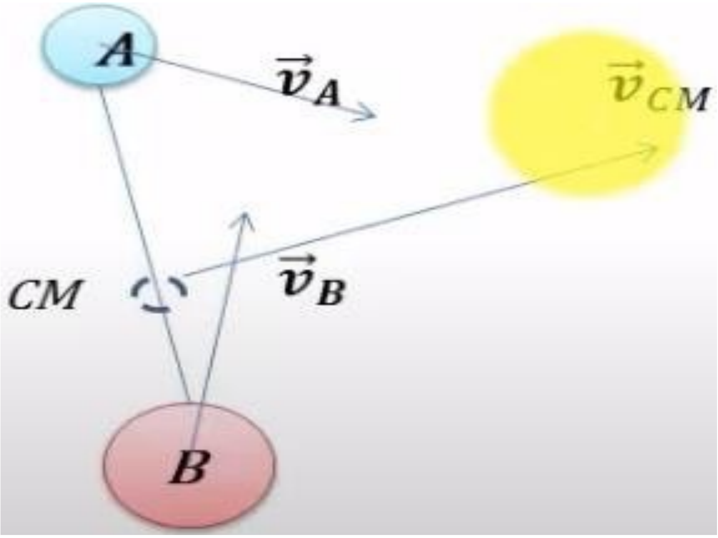
Ejemplo 3

Una partícula A de 1,5 kg tiene una velocidad $v_A = (3i - 2j)\frac{m}{s}$, y una partícula B de 2 kg tiene una velocidad $v_B = (i + 6j)\frac{m}{s}$.

Encuentre

a) La velocidad del centro de masa.

b) la cantidad de movimiento total.



SOLUCIÓN

a) Velocidad del centro de masa

Aplicación:

Estudiamos dos partículas que se mueven en un plano y determinamos que una de ellas tiene una masa de 2 kg y una velocidad de (1, - 2) m/s y la otra una masa de 3 kg y una velocidad de (3, 1). Determina la velocidad del centro de masas del sistema y su momento lineal. ¿Forman parte estas partículas de un sólido rígido?

ACELERACION DEL CENTRO DE MASA

Consideremos un sistema compuesto de partículas de masas m_1, m_2,…. y aceleraciones a_1, a_2…, relativas a un sistema inercial de referencia.

$$M\,\bar{v}_{CM} = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 + \ldots + m_n\bar{v}_n \qquad (2)$$

Derivando la ecuación (2) con respecto al tiempo.

$$M\,\frac{d\,\bar{v}_{CM}}{dt} = m_1\frac{d\,\bar{v}_1}{dt} + m_2\frac{d\,\bar{v}_2}{dt} + \ldots + m_n\frac{d\bar{v}_n}{dt}$$

$$\frac{d\,\bar{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\frac{d\bar{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\bar{a}_i$$

$$\boxed{\bar{a}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\bar{a}_i \qquad (3)}$$

aceleración del centro de masa

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA UN SISTEMA DE PARTICULAS

$$M\,\bar{a}_{CM} = m_1\bar{a}_1 + m_2\bar{a}_2 + \ldots + m_n\bar{a}_n \qquad (3)$$

De la ecuación (3) podemos relacionar lo siguiente:

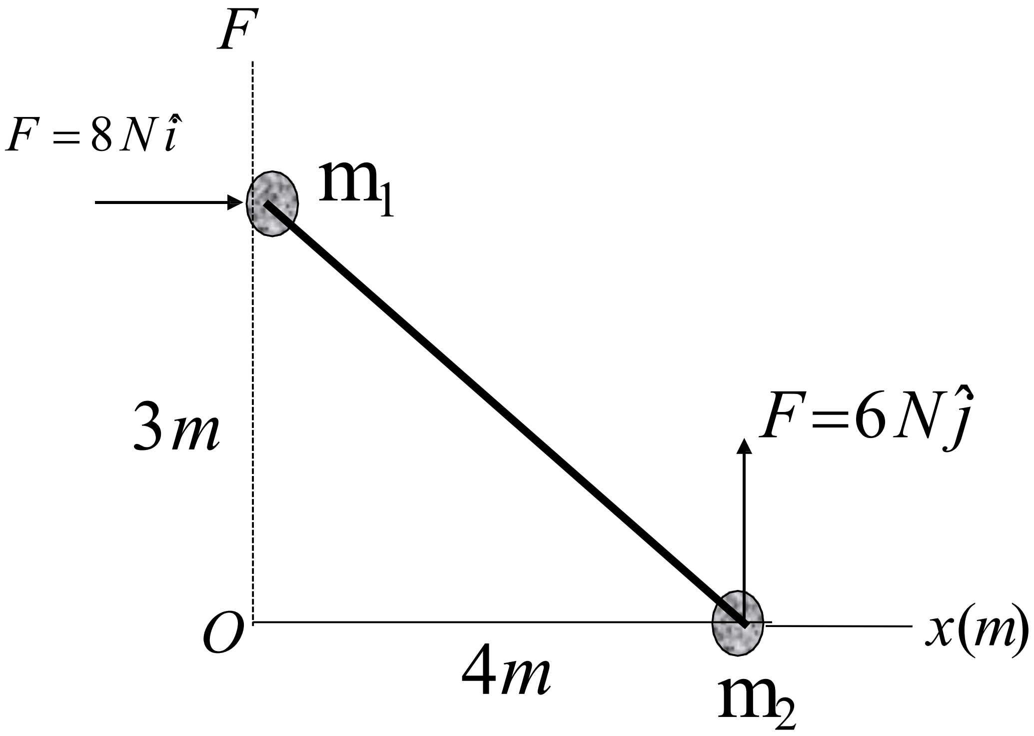
$$M\,\bar{a}_{CM} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots + \bar{F}_n. = \sum_i \bar{F}_i$$

$$\sum_i \bar{F}_i = \bar{F}_{ext} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{M\,\bar{a}_{CM} = \bar{F}_{ext} \qquad (4)}$$

La ecuación (4) establece que “***la masa total del grupo de partículas multiplicada por la aceleración de su centro de masa es igual a la suma vectorial de todas las fuerzas que obran sobre el grupo de partículas***”

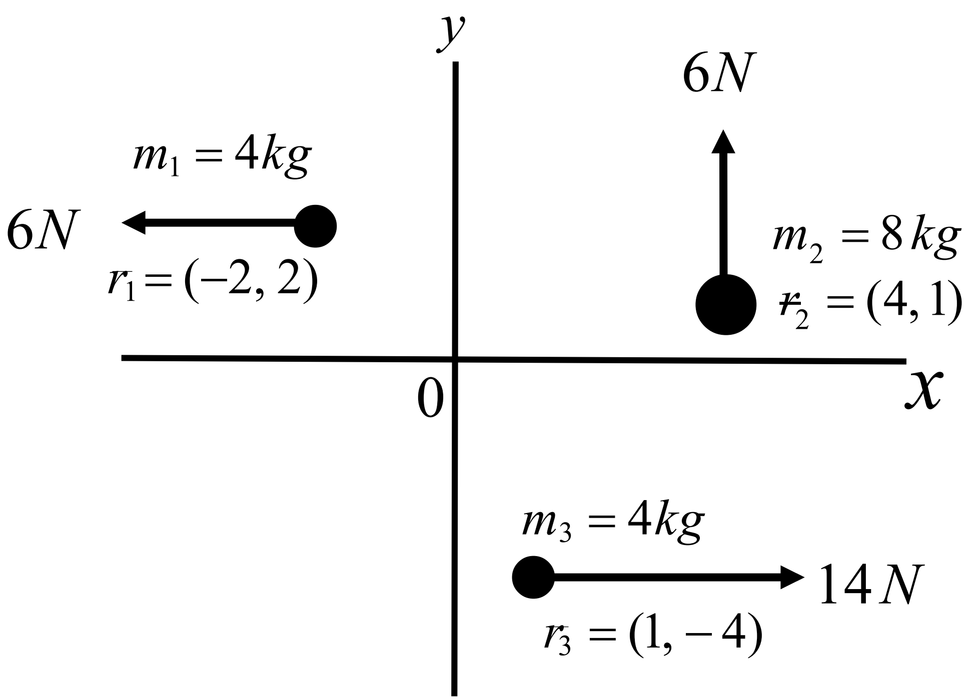
EJERCICIO

- Calcular: La figura muestra un sistema formado por dos partículas cuyas masas son m1 = 10 kg, m2 = 6 kg. Las fuerzas netas que actúan sobre cada una de ellas respectivamente . Inicialmente el sistema se encuentra en reposo.
- a) Las coordenadas del CM del sistema
- b) Encontrar la aceleración del centro de masa del sistema



PROBLEMA

- Consideremos tres partículas de masas diferentes sobre las cuales obran fuerzas externas como se muestra en la figura.
- a) Hallar el vector de centro de masa
- b) Encontrar la aceleración del centro de masa del sistema.



CIERRE

Retroalimentación en base a preguntas:

- ¿Cómo se puede hallar el centro de masa de una lata de gaseosa?
- ¿Cómo se puede hallar el centro de masa de una patinadora de hielo?
- ¿Por qué es importante balancear las llantas de los carros? ¿Para que no se desgasten ? ¿Para que puede adquirir más velocidad?
- ¿Cómo se calcula la velocidad de centro de masa de un sistema.

Reflexionemos lo aprendido

- ✓ ¿Cuál es el contenido más importante que aprendiste hoy?
- ✓ Resume con una palabra o frase lo aprendido en clase.
- ✓ ¿Qué contenido de la clase te resultó más difícil de comprender? ¿Por qué?
- ✓ ¿Cómo superaste esa situación?

Canales de atención

Central Telefónica (+51) 748 2888 opción 1	Counter virtual https://www.upsjb.edu.pe/
WhatsApp UPSJB (+51) 950 322 888	MSN Facebook https://m.me/UPSJBSAC/ estefany.urday@upsjb.edu.pe

www.upsjb.edu.pe

@UPSJB @UPSJBSAC @upsjb

Central telefónica (+51) 748 2888 Opción 1

UNIVERSIDAD PRIVADA SAN JUAN BAUTISTA

preparando el CAMINO...

UNIVERSIDAD PRIVADA SAN JUAN BAUTISTA

Gracias