

### Занятие 3.

#### Тема: Кинематика вращательного движения.

1. Точка движется, замедляясь, по окружности радиусом  $R$  так, что в каждый момент времени ее тангенциальное и нормальное ускорение по модулю равны друг другу. В начальный момент  $t = 0$  скорость точки равна  $v_0$ . Найти: а) скорость точки в зависимости от времени и от пройденного пути  $S$ ; б) полное ускорение точки в функции скорости и пройденного пути. ( а)  $v = \frac{R v_0}{R + v_0 t}$ ;

$$v(S) = v_0 e^{-S/R}; \text{ б) } w = \frac{v^2}{R} \sqrt{2}$$

2. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = at - bt^3$ , где  $a = 6 \text{ рад/с}$ ,  $b = 2 \text{ рад/с}^3$ . Найти: а) среднее значение угловой скорости и углового ускорения за промежутки времени от  $t = 0$  до остановки; б) угловое ускорение в момент остановки тела. ( а)  $\langle \omega \rangle = 2a/3$ ;  $\langle \beta \rangle = \sqrt{3ab}$ ; б)  $|\beta_{\text{кон}}| = 2\sqrt{3ab}$  )

3. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол  $\varphi$  его поворота зависит от времени как  $\varphi = at^2$ , где  $a = 0,2 \text{ рад/с}^2$ . Найти полное ускорение  $w$  точки  $A$  на ободе колеса в момент  $t = 2,5 \text{ с}$ , если линейная скорость  $A$  в этот момент  $v = 0,65 \text{ м/с}$ . (  $w = \sqrt{(2atv)^2 + v^2/t^2}$  )

4. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением  $\beta = 3 \text{ рад/с}$ . Определите радиус колеса, если через  $t = 1 \text{ с}$  после начала движения полное ускорение колеса  $a = 7,5 \text{ м/с}^2$ .

5. Путь, пройденный точкой по окружности радиуса  $R = 2 \text{ м}$ , выражен уравнением  $S = at^2 + bt$ . Найти нормальное, тангенциальное и полное ускорения точки через  $t = 0,5 \text{ с}$  после начала движения, если  $a = 3 \text{ м/с}^2$ ,  $b = 1 \text{ м/с}$ . ( $w_n = 6 \text{ м/с}^2$ ,  $w_\tau = 8 \text{ м/с}^2$ ,  $w = 10 \text{ м/с}^2$ )

6. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от угла поворота по закону  $\omega = \omega_0 - a\varphi$ , где  $\omega_0$  и  $a$  – положительные постоянные. В момент времени  $t = 0$  угол  $\varphi = 0$ . Найти зависимости от времени: а) угла поворота; б) угловой скорости.

$$( \text{ а) } \varphi(t) = \frac{\omega_0}{a} (1 - e^{-at}); \text{ б) } \omega = \omega_0 e^{-a\varphi} )$$

7. Точка движется по плоскости так, что ее тангенциальное ускорение  $w_\tau = a$ , а нормальное  $w_n = bt^4$ , где  $a$  и  $b$  – положительные постоянные,  $t$  – время. В момент  $t = 0$  точка покоилась. Найти зависимости от пройденного пути  $S$  радиуса кривизны  $R$  траектории точки и ее полного ускорения  $w$ . (  $R(S) = a^3 / 2bS$ ;  $w = a\sqrt{1 + (4bS/a^3)^2}$  )

8. Частица движется в плоскости  $xy$  со скоростью  $\vec{v} = a\vec{i} + bx\vec{j}$ , где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – орты осей,  $a$  и  $b$  – постоянные. В начальный момент времени частица находилась в точке  $x = y = 0$ . Найти: а) уравнение траектории  $y(x)$ ; б) радиус кривизны траектории в зависимости от  $x$ .

$$( \text{ а) } y(x) = \beta x^2 / 2\alpha; \text{ б) } R = (\alpha^2 + \beta^2 x^2)^{3/2} / \alpha^2 \beta )$$

9. Частица движется по дуге окружности радиуса  $R$  по закону  $l = A \sin \omega t$ , где  $l$  – смещение из начального положения,  $A$  и  $\omega$  постоянные. Найти полное ускорение частиц в точках  $l = 0$  и  $l = \pm A$ . (  $w(l = 0) = A^2 \omega^2 / R$ ;  $w(l = \pm A) = |A \omega^2|$  )

10. Снаряд вылетел со скоростью  $320 \text{ м/с}$ , сделав внутри ствола 2 оборота. Длина ствола 2 метра. Считая движение снаряда в стволе равноускоренным, найти его угловую скорость вращения вокруг оси в момент вылета ( $\omega = 2\pi n / L = 2 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$ ).

11. Точка вращается по окружности радиусом  $R$  согласно уравнению  $\varphi = 4t^2 + 2t + 8$  (рад). Напишите выражение для модуля тангенциального ускорения точки.

**12.** Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом  $R = 4$  м, изменяется по закону  $w_n = a + bt + ct^2$ . Найти тангенциальное ускорение точки, путь, пройденный точкой за время  $t_1 = 6$  с после начала движения, и полное ускорение в момент времени  $t_2 = 2/3$  с, если  $a = 1$  м/с<sup>2</sup>,  $b = 3$  м/с<sup>3</sup>,  $c = 2,25$  м/с<sup>4</sup>. ( $S=66$  м,  $w = 5$  м/с<sup>2</sup>)

**13.** Диск радиусом  $R=10$  см, находящийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением  $\beta = 0,5$  рад/с<sup>2</sup>. Найти тангенциальное  $w_\tau$ , нормальное  $w_n$  и полное ускорение точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения.

**14.** Маховик начал вращаться равноускоренно и за промежуток времени  $\Delta t = 10$  с достиг частоты вращения  $\nu = 300$  мин<sup>-1</sup>. Определить угловое ускорение  $\beta$  маховика и число  $N$  оборотов, которое он сделал за это время.

**15.** Колесо, которое вращается равноускоренно, достигло угловой скорости 20 рад/с через 10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.

**16.** Цилиндр вращается вокруг своей неподвижной оси по закону  $\varphi = 7t^2 - 6t + 8$  (рад). Определить угол между векторами скорости  $\vec{v}$  и полного ускорения  $\vec{w}$  точки на поверхности цилиндра в момент времени  $t = 1$  с