

## Занятие 1.

### Тема: Кинематика материальной точки. Путь, скорость, ускорение.

1. Радиус-вектор частицы определяется выражением  $\vec{r}(t) = \vec{e}_x 2t^2 + \vec{e}_y t^2 + \vec{e}_z$  (м). Найти  $\vec{r}'(t)$  и  $|\vec{r}(t)|$  - ?.
2. Начальное значение радиус-вектора равно  $\vec{r}_1 = 1\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 5\vec{e}_z$  (м), конечное  $\vec{r}_2 = 2\vec{e}_x + 4\vec{e}_y + 6\vec{e}_z$  (м). Найти: а) приращение радиус-вектора  $\Delta\vec{r}$ ; б) модуль приращения радиус-вектора  $|\Delta\vec{r}|$ .
3. Написать выражение для косинус угла  $\alpha$  между векторами с компонентами  $(a_x, a_y, a_z)$  и  $(b_x, b_y, b_z)$ .
4. Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону  $\vec{r}(t) = 3t^2\vec{e}_x + 2t\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$  (м). Найти: а) скорость  $\vec{v}$  и ускорение  $\vec{w}$  частицы; б) модуль скорости  $v$  в момент времени  $t=1$  с; в) приближенное значение пути  $S$ , пройденного частицей за 11-ю секунду движения.
5. Начальное значение скорости равно  $\vec{v}_1 = 1\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 5\vec{e}_z$  (м/с), конечное  $\vec{v}_2 = 3\vec{e}_x + 5\vec{e}_y + 7\vec{e}_z$  (м/с). Найти: а) приращение скорости  $\Delta\vec{v}$ ; б) модуль приращения скорости  $|\Delta\vec{v}|$ ; в) приращение модуля скорости  $\Delta v$ .
6. Радиус-вектор частицы меняется со временем  $t$  по закону  $\vec{r} = \vec{a}t(1-\alpha t)$ , где  $\vec{a}$  - положительный вектор,  $\alpha$  - положительная постоянная. Найти: 1) скорость  $\vec{v}$  и ускорение  $\vec{w}$  частицы в зависимости от времени; 2) промежуток времени  $\Delta t$ , по истечении которого частицы вернется в исходную точку, а также путь  $S$ , который она пройдет при этом.
7. Частица движется в положительном направлении оси так, что ее скорость меняется по закону  $v = \alpha\sqrt{x}$ , где  $\alpha$  - положительная постоянная. Имея в виду, что в момент времени  $t=0$  она находилась в точке  $x=0$ , найти: 1) зависимость от времени скорости и ускорения частицы; 2) среднюю скорость частицы за время, в течение которого она пройдет первые  $S$  метров пути. (Ответ:  $v(t) = \alpha^2 t / 2$ ;  $w(t) = \alpha^2 / 2$ ;  $\langle v \rangle = \alpha\sqrt{S} / 2$ )
8. Компоненты одного вектора равны (1,3,5), другого (6,4,2). Найти угол  $\alpha$  между векторами.
9. Радиус-вектор частицы определяется выражением  $\vec{r}(t) = 3t^2\vec{e}_x + 4t^2\vec{e}_y + 7\vec{e}_z$  (м). Вычислить: а) путь  $S$ , пройденный частицей за первые 10 секунд движения; б) модуль перемещения  $|\Delta\vec{r}|$  за то же время. (Ответ:  $S = 500$  м;  $|\Delta\vec{r}| = 500$  м)
10. Частица движется со скоростью  $\vec{v} = 1\vec{e}_x + 2t\vec{e}_y + 3t^2\vec{e}_z$  (м/с). Найти: а) перемещение  $\Delta\vec{r}$  частицы за первые 2 секунды ее движения; б) модуль скорости  $v$  в момент времени  $t = 2$  с.
11. Частица движется со скоростью  $\vec{v} = at(2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)$  ( $a=1,00$  м/с<sup>2</sup>). Найти: а) модуль скорости частицы в момент времени  $t = 1,00$  с; б) ускорение частицы и его модуль; в) путь, пройденный частицей с момента  $t_1 = 2,00$  с до момента  $t_2=3,00$  с; г) какой характер имеет движение частицы.
12. В момент  $t=0$  частица вышла из начала координат в положительном направлении оси  $x$ . Ее скорость меняется со временем по закону  $\vec{v} = \vec{v}_0(1-t/\tau)$ , где  $\vec{v}_0$  - вектор начальной скорости, модуль которого  $v_0 = 10$  см/с,  $\tau = 5,0$  с. Найти: а) координату  $x$  частицы в момент времени 6, 10 и 20 с; б) моменты времени, когда частица будет находится на расстоянии 10 см от начала координат; в) путь  $S$ , пройденный частицей за первые 4 и 8 с. (Ответ:  $x = 24, 0, -200$  см;  $t = 1,1; 8,87$  с;  $S = 24, 34$  см)
13. Зависимость модуля скорости тела от пройденного пути имеет вид  $v(s) = v_0 - bs$ . Найти: а) зависимость пути  $s$  от времени  $t$ ; б) зависимость модуля скорости  $v$  от времени  $t$ .

14. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью 60 км/ч, остальную часть пути – со скоростью 80 км/ч. Какова средняя путевая скорость  $\langle v \rangle$  автомобиля? (Ответ: 6,4 км/ч)

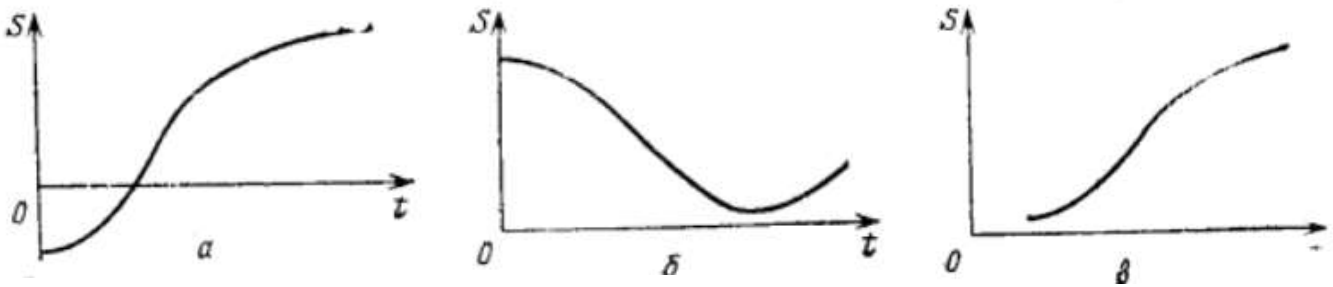
15. Первую половину пути тело двигалось со скоростью  $v_1=2$  м/с, вторую – со скоростью  $v_2=8$  м/с. Определите среднюю путевую скорость  $\langle v \rangle$ .

16. Точка движется, замедляясь, по прямой с ускорением, модуль которого зависит от ее скорости  $v$  по закону  $w = a\sqrt{v}$ , где  $a$  – положительная постоянная. В начальный момент скорость точки равна  $v_0$ . Какой путь она пройдет до остановки? За какое время этот путь будет пройден?

17. Из начальной точки 1 частица, двигаясь вдоль кривой, переместилась в конечную точку 2. (см. рис.) Каким неравенством связаны модуль перемещения  $|\vec{r}_{12}|$  и путь  $S$ , пройденный частицей? Показать на рисунке траекторию и перемещение частицы.



18. Может ли зависимость пути  $S$  от времени  $t$  изображаться графиками, показанными на рис.



19. Частица прошла окружность радиуса  $R$  за время  $T$ . Пусть  $\vec{r}$  – радиус-вектор, определяющий положение частицы относительно центра окружности. Определить: 1)  $\Delta \vec{r}$ ,  $|\Delta \vec{r}|$ ,  $\Delta r$ ; б) путь  $S$ ; в) среднюю скорость  $\langle \vec{v} \rangle$ , средний модуль скорости  $\langle v \rangle$ .