Introdução à Investigação Operacional

9ª aula T - Resumo

Ruy Costa

Resumo – IIO – T9

Qual é a sua Opinião?

As distribs Exponencial e de Poisson

Considere as v.a. independentes X1 ~ X2 ~ ... ~ Xn ~ Exponencial(λ = 0,1) e Y1 ~ Y2 ~ ... ~ Yn ~ Poisson(m = 2,3).

Escolha a(s) opção(ões) adequada(s).

A - X1 + X2 + X3 ~ Exponencial(λ = 0,3))

✓B - Mínimo(X1; X2; X3) ~ Exponencial(λ = 0,3)

✓C - X1 + X2 + X3 ~ Gama.

D - X1 + X2 + X3 ~ Normal.

✓E - X1 + X2 + ... + X30 ~ Normal.

✓F - Y1 + Y2 ~ Poisson(m=4,6).

✓G - Y1 + Y2 + ... + Y20 ~ Poisson(m = 46).

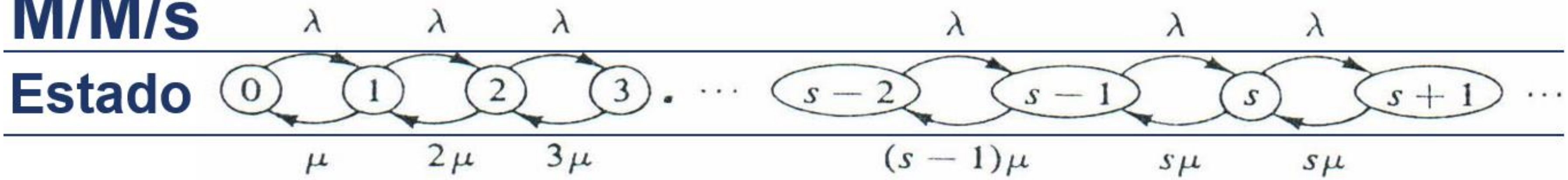
✓H - Y1 + Y2 + ... + Y20 ~ Normal.

Compare com a(s) sua(s) opinião(ões)!

Modelos M/M/*s*, M/M/1/K com pop. infinita e fila limitada, M/M/*s*/K com pop. infinita e fila limitada

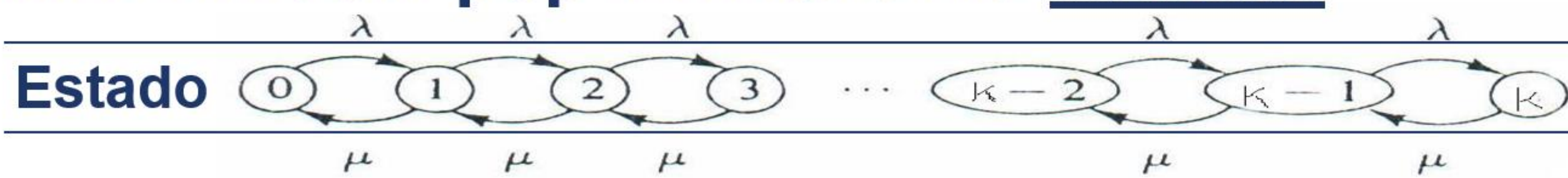
Diagramas de transição:

M/M/s

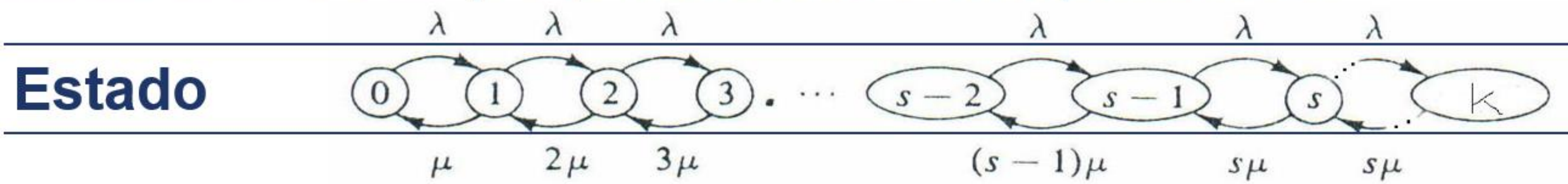


$$\mu_n = \begin{cases} n.\mu & ;n = 1,2,\ldots,s \\ s.\mu & ;n \geq s+1 \end{cases}$$

M/M/1/K com pop infinita e fila limitada



M/M/s/K com pop infinita e fila limitada



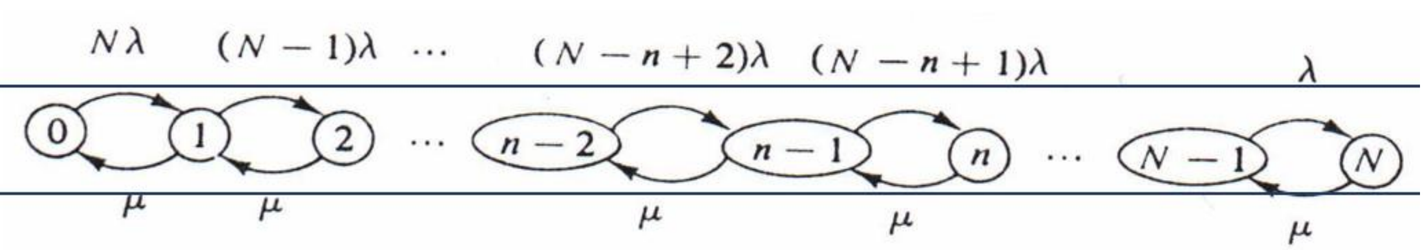
Resumo – IIO – T9

Modelos M/M/1/N, M/M/*s*/N com pop. finita e fila "ilimitada"

Diagramas de transição:

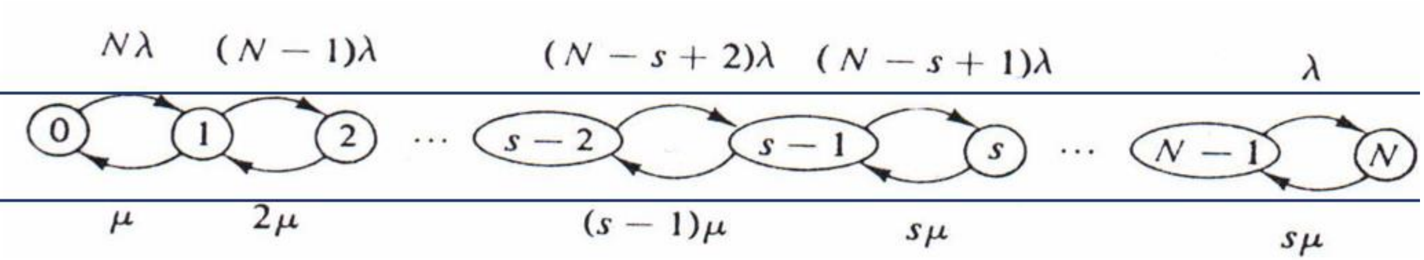
M/M/1/N

Estado



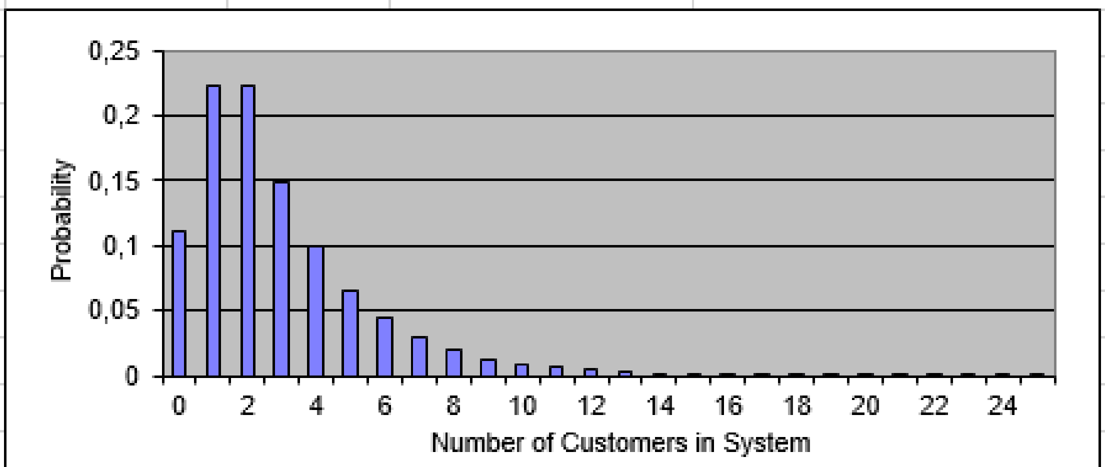
M/M/S/N

Estado



Resumo – IIO – T9
Folha de Cálculo Hillier e Lieberman para vários Modelos

	A	B	C	D	E	F	G
1	Template for M/M/s Queueing Model						
2							
3			Data			Results	
4		λ =	60	(mean arrival rate)		L =	2,888888889
5		μ =	30	(mean service rate)		L_q =	0,888888889
6		s =	3	(# servers)			
7						W =	0,048148148
8		Pr($\mathcal{W}$ > t) =	1,34E-12			W_q =	0,014814815
9		when t =	1				
10						ρ =	0,666666667
11		Prob($\mathcal{W}_q$ > t) =	4,16E-14				
12		when t =	1			P_0 =	0,111111111
13						P_1 =	0,222222222
14						P_2 =	0,222222222
15						P_3 =	0,148148148
16						P_4 =	0,098765432
17						P_5 =	0,065843621
18						P_6 =	0,043895748
19						P_7 =	0,029263832
20						P_8 =	0,019509221
21						P_9 =	0,013006147
22						P_{10} =	0,008670765
23						P_{11} =	0,00578051
24						P_{12} =	0,003853673
25						P_{13} =	0,002569116



Resumo – IIO – T9

Modelo com tx de chegada e/ou tx de serviço dependente do estado

Assumamos, então, que ***S* = 1** e que

$$\mu_n = n^c \cdot \mu_1 , \quad \text{para } n = 1, 2, \ldots$$

$$\lambda_n = (n+1)^{-b} \cdot \lambda_0 , \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$C_n = \frac{(\lambda_0/\mu_1)^n}{(n!)^{b+c}} \quad \text{para } n = 1, 2, \ldots$$

$$P_n = C_n P_0 , \quad \text{para } n = 1, 2, \ldots$$

$$P_0 = 1/(1 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n)$$

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} n.P_n \qquad \bar{\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n.P_n$$

Resumo – IIO – T9

Modelo M/G/1 (Cadeias de Markov encaixadas)

Se **$\rho = \lambda / \mu < 1$** um tal sistema poderá eventualmente atingir o estado de equilíbrio, sendo então válidos os seguintes resultados:

$$P_0 = 1 - \rho$$

Fórmula de Pollaczek-Khintchine:

$$\boxed{L_q = \frac{\lambda^2\sigma^2 + \rho^2}{2\,(1-\rho)}}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = L_q / \lambda \qquad W = W_q + 1/\mu$$

Resumo – IIO – T9

TPC, Leitura adicional

Leituras de apoio:

Elementos de apoio às aulas de IIO – Teoria das Filas de Espera (Modelos baseados na distr. Exponencial e Modelos envolvendo distr.s não exponenciais)- ficheiro pdf pp. 190 a 211.

Disponível atividade semanal de apoio à aprendizagem no moodle!