
Introdução à Investigação Operacional

6ª aula T - Resumo

Resumo – IIO – T6

O Algoritmo dos Transportes

1 - Construir um 'Quadro dos Transportes'

	X	Y	Z	
A				50
B				250
C				100
	200	50	150	

2 - Arbitrar uma solução inicial. Método do Canto NW

	X	Y	Z	
A	50			50
B				250
C				100
	200	50	150	

	X	Y	Z	
A	50	0	0	50
B				250
C				100
	200	50	150	

Qual o valor máximo que x_{11} pode tomar?

$$x_{11} \text{ máx} = \min(200; 50) = 50$$

Nota: Custos unitários de transporte em

	X	Y	Z	
A	50	0	0	50
B	150	50	50	250
C	0	0	100	100
	200	50	150	

	X	Y	Z	
A	50	0	0	50
B	150	50	50	250
C	0	0	100	100
	200	50	150	

$$u_A = 10$$

$$u_B = 9$$

$$u_C = 8$$

$$v_X = -7$$

$$v_Y = 0$$

$$v_Z = -6$$

$$m + n - 1 = 3 + 3 - 1 = 5$$

5 variáveis positivas

Solução não degenerada!

	X	Y	Z	
A	50	0	0	50
B	150	50	50	250
C	0	0	100	100
	200	50	150	

$$u_A = 10$$

$$u_B = 9$$

$$u_C = 8$$

$$v_X = -7$$

$$v_Y = 0$$

$$v_Z = -6$$

$$\theta_{\max} = 50$$

	X	Y	Z	
A	0	50	0	50
B	200	0	50	250
C	0	0	100	100
	200	50	150	

$$u_A = 2$$

$$u_B = 2$$

$$u_C = 1$$

$$v_X = 0$$

$$v_Y = -1$$

$$v_Z = 1$$

Solução Ótima !

$$CT_{\text{tot}} = 50 \cdot 1 + 200 \cdot 2 + 50 \cdot 3 + 100 \cdot 2 = 800 \text{ u.m.}$$

Nota: Custos unitários de transporte em u.m. / unidade

Algoritmo Branch and Bound - I

Considere-se o problema de Programação Linear Inteira, que se designará por **PLI**, de maximização, cuja **Relaxação Linear** se designará por **PL**.

Para **resolver** o problema **PLI** recorrendo ao **Algoritmo 'Branch and Bound'**, recorre-se à **Relaxação Linear PL** e

I EM CADA ITERAÇÃO devem ser seguidos os **3 passos** seguintes:

RAMIFICAÇÃO

LIMITAÇÃO

ELIMINAÇÃO

II - CRITÉRIO DE OTIMALIDADE

Algoritmo Branch and Bound - II

RAMIFICAÇÃO

De entre os subproblemas ainda não pesquisados, **selecionar o que foi criado mais recentemente**. Em caso de empate, selecionar o correspondente ao **melhor valor da função objetivo**.

De entre as variáveis inteiras que apresentem um valor não inteiro, **selecionar a primeira de acordo com a ordem atribuída originalmente**.

Essa será a ‘variável de ramificação’. Assuma-se, sem perda de generalidade, que \mathbf{X}_k é essa variável.

Algoritmo Branch and Bound - III

RAMIFICAÇÃO

Constituamos as duas restrições seguintes:

$$X_k \geq \lfloor X_k^* \rfloor + 1 \quad e$$

$$X_k \leq \lfloor X_k^* \rfloor$$

onde $\lfloor X_k^* \rfloor$ designa o **maior valor inteiro que não excede** X_k^* . Exemplo de aplicação da Função Floor $\lfloor 2,34 \rfloor = 2$

Ramificar o nó correspondente ao subproblema em análise, em dois novos subproblemas, cada um deles obtidos a partir do subproblema em análise por adição de cada uma das restrições anteriormente definidas.

Algoritmo Branch and Bound – Exercício (1)

Problema de PLI \longrightarrow Relaxação Linear (probl PL)

$$\text{Max } F = 5X + 6Y$$

sujeito a

$$2X + 3Y \leq 16$$

$$3X + 2Y \leq 17$$

$$X, Y \geq 0$$

 X, Y inteiras

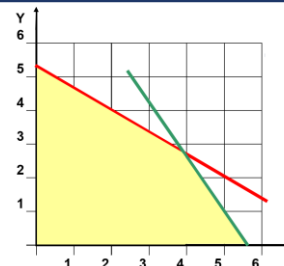
$$\text{Max } F = 5X + 6Y$$

sujeito a

$$2X + 3Y \leq 16$$

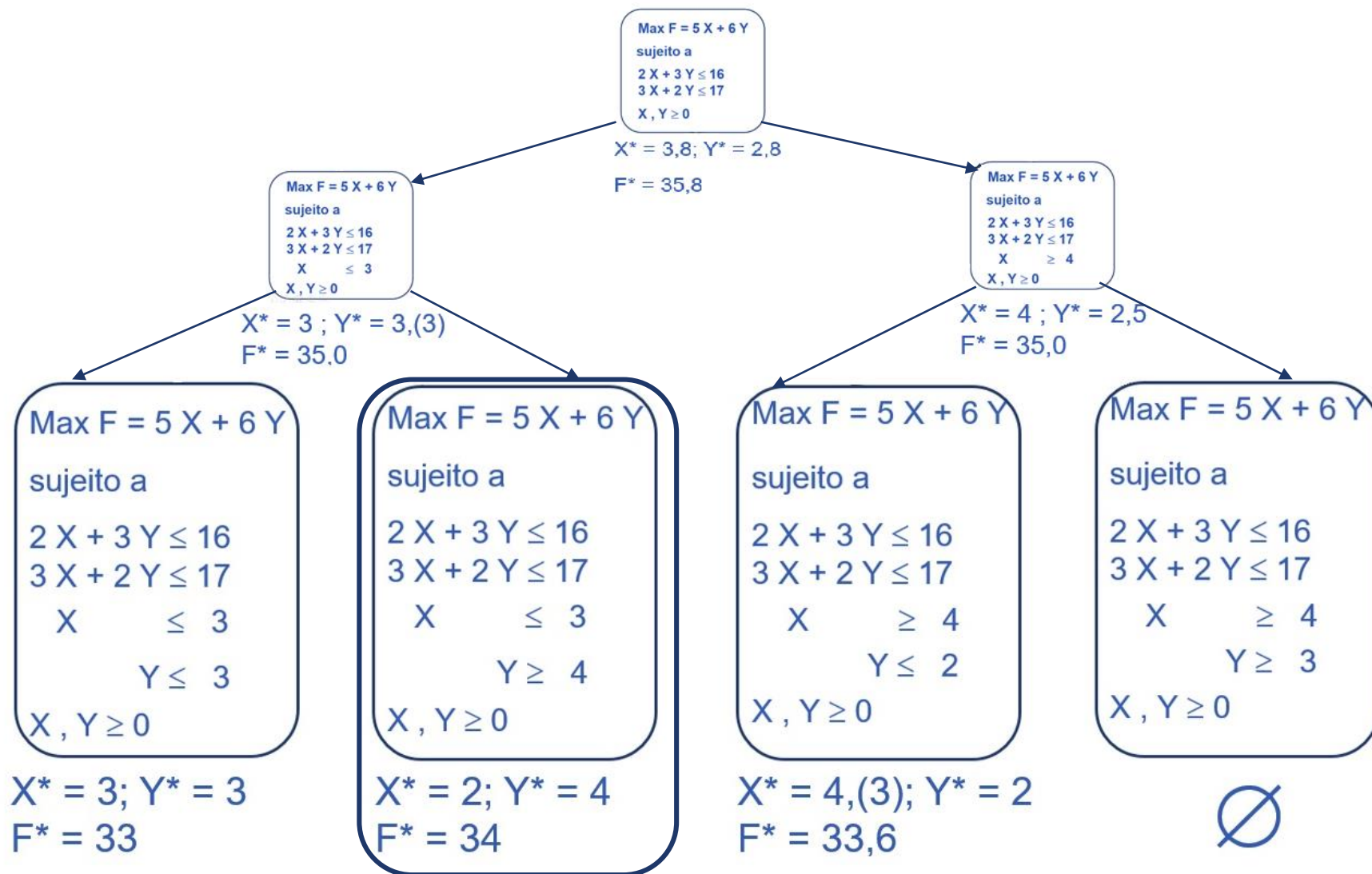
$$3X + 2Y \leq 17$$

$$X, Y \geq 0$$



Resumo – IIO – T6

Algoritmo Branch and Bound – Exercício (2)



Leituras de apoio:

**Elementos de apoio às aulas de IIO – Caps.
XI e XII - ficheiro pdf pp. 113 a 149.**

**Disponível atividade semanal de apoio à
aprendizagem no moodle!**