2º Teste - 16 de dezembro de 2017

I

Estados da Natureza

Temperatura média em março de 2018

θ_1 = inferior a 15°C

θ_2 = entre 15°C e 18°C

θ_3 = superior a 18°C

Valores do lucro => pretende-se maximizar $\begin{cases} L_{melhor} = \text{máximo} \\ L_{pior} = \text{mínimo} \end{cases}$

a) Problema de Incerteza -> 3 critérios: optimista, pessimista e de Savage ($L_\alpha = L_{pior} + (L_{melhor} - L_{pior})\alpha$

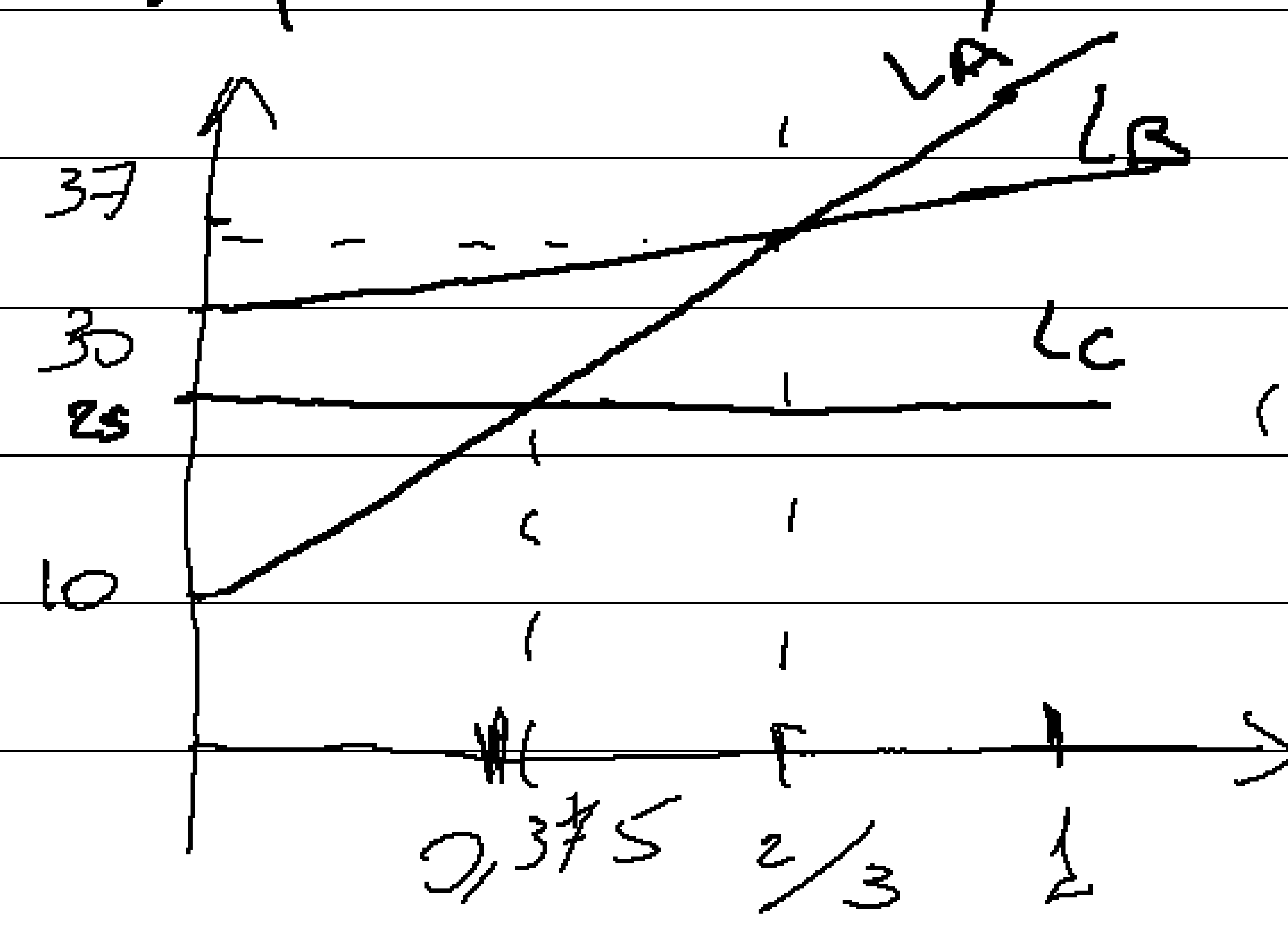
α = grau de optimismo)

Cultura	Optimista	Pessimista	de Savage
A	50	10	$L_A = 10 + 40\alpha$
B	40	30	$L_B = 30 + 10\alpha$
C	25	25	$L_C = 25$
(decisões possíveis)	A	B	

$10 + 40\alpha =$

$= 25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha = \frac{15}{40} = 0{,}375$



$10 + 40\alpha =$

$= 30 + 10\alpha \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 30\alpha = 20$

$\Leftrightarrow \alpha = 2/3$

$L_\alpha = 10 + 40 \times \frac{2}{3}$

$\alpha = \frac{110}{3} \simeq 37$

R: Se o agricultor não for optimista recomendo a cultura B pois é a que apresenta um maior lucro esperado segundo o critério de Savage para um grau de optimismo inferior a 67% (2/3).

b)

b1)

Cultura	$T < 15°C$	$15°C \leq T \leq 18°C$	$T > 18°C$	$E[L]$
A				20 u.m.
B				$\boxed{35 \text{ u.m.}}$
C				25 u.m.
	p	$2p$	p	

$$p + 2p + p = 1 \Leftrightarrow 4p = 1 \Leftrightarrow p = 0{,}25$$

$$P(\theta_1) = P(\theta_3) = 0{,}25$$
$$P(\theta_2) = 0{,}50$$
$$E[L_A] = 0{,}25 \times 50 + 0{,}50 \times 10 + 0{,}25 \times 10$$
$$= 20 \text{ u.m.} \qquad \ldots$$

Recomendaria a cultura B pois apresenta um maior lucro esperado

b2) Igual mas com outros valores de p ?..

II

$s = 1$

$DS \sim Exp(\mu)$ $\quad \frac{1}{\mu} = 6$ minutos

$\Leftrightarrow \mu = \frac{1}{6} \text{ min}^{-1}$

$DE \sim Poisson(m = 7$ clientes$)$

$\Downarrow$

$DT \sim Exp\left(\lambda = 7/1h = 7h^{-1} = \right.$
$\left. = 7/60 \text{ min}^{-1}\right)$

a) $M/M/1$

Taxa de ocupação $= \rho = \frac{\lambda}{\mu} =$

$= \frac{7}{60} \times \frac{6}{1} = \frac{42}{60} = 0{,}7 =$

$= 70\%$

b) $P(W_q > 0) =$ (formulário p.72 da exercício) $t = 0$

$= \rho e^{-\mu(1-\rho)\times 0} =$

$= 0{,}7 = 70\%$

$= 1 - P(W_q = 0) =$

$= 1 - (1-\rho) = \rho$

c) $L_q = L - \rho = \frac{\rho}{1-\rho} - \rho =$

$= \frac{0{,}7}{1-0{,}7} - 0{,}7 \simeq 1{,}633$

d) $P(W_q > 5 \text{ min}) =$

$= \rho\, e^{-\mu(1-\rho)\times 5} =$

$= 0{,}7\, e^{-\frac{1}{6}(1-0{,}7)\times 5} \simeq 0{,}5452$

$= 54{,}52\%$

e) Só se recebe a refeição no fim do serviço => Estamos a falar de tempo no sistema?

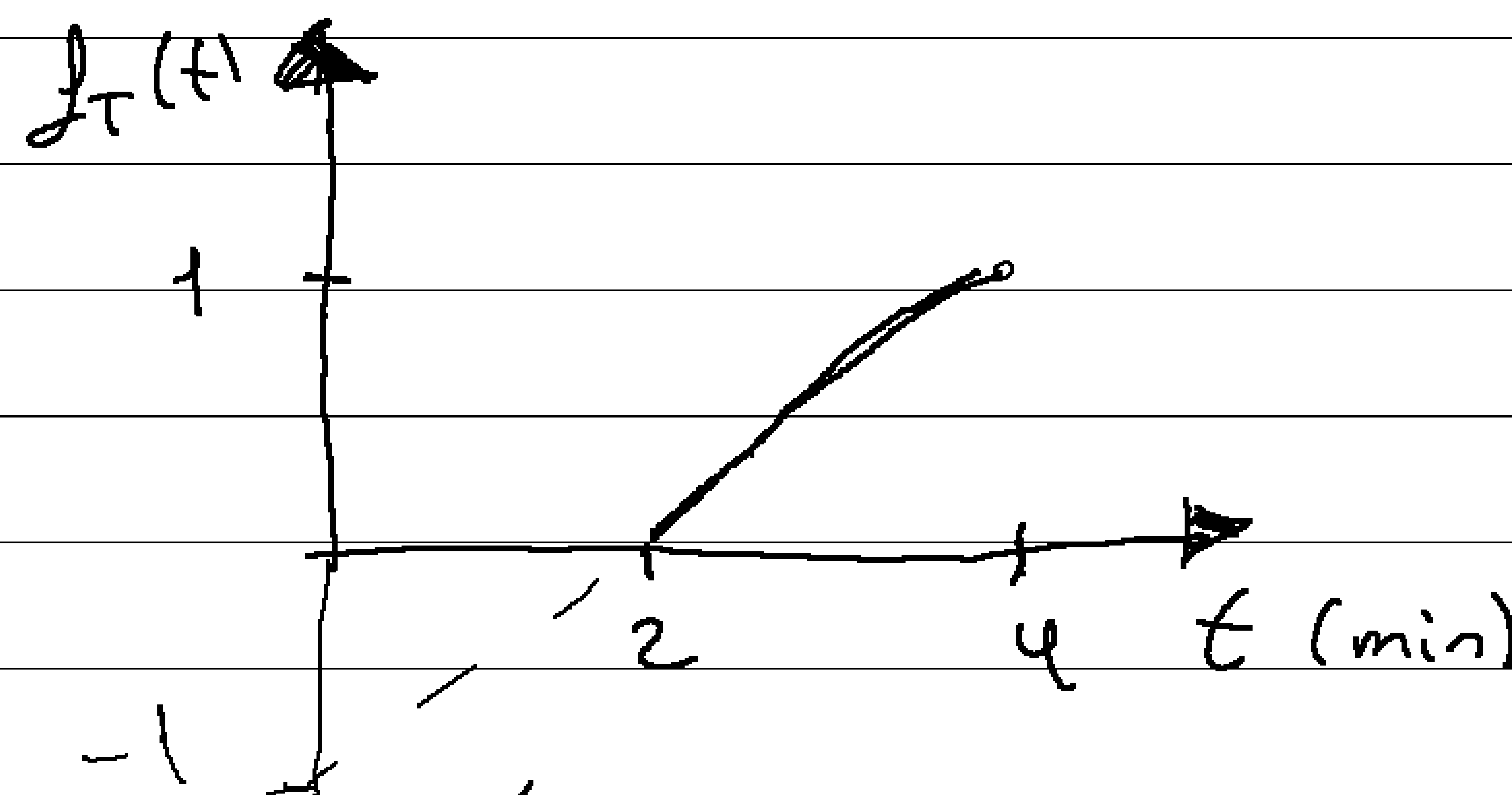
$L = \dfrac{\rho}{1-\rho} = \dfrac{0{,}7}{1-0{,}7} \simeq 2{,}333$

$W = \dfrac{L}{\lambda} = \dfrac{2{,}333}{7/60} \simeq 8{,}571 \text{ min}$

$\simeq 8 \text{ min } 34 \text{ seg}$
e 17 seg

III → Não sai, já saiu para o 1º

IV



$$F_T = \int_{-\infty}^{t} f_T(t)\, dt$$

$$f_T(t) = \begin{cases} 0, & t < 2\,\text{min} \\ -1 + \tfrac{1}{2} t, & 2 \leq t \leq 4 \\ 0, & t \geq 4 \end{cases}$$

$t \in \mathbb{R}^+$

Confirmar: $f_T(t=4) = -1 + \tfrac{1}{2} \times 4 = 1$

$$F_T(t) = \begin{cases} 0 & t < 2\,\text{min} \\ \int_2^t (-1 + \tfrac{1}{2}t)\, dt & 2 \leq t \leq 4 \\ 1 & t > 4\,\text{min} \end{cases}$$

$$\int_2^t (-1 + \tfrac{1}{2}t)\, dt = [-t]_2^t + [t^2]_2^t$$

$$= -t + 2 + t^2 - 2^2 =$$

$$= t^2 - t - 2$$

$$u = F_T(t) = t^2 - t - 2 \iff$$

$a = 1 \quad b = -1 \quad c = -2 - u$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-(-1)^2 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\times 1\times(-(2+u))}}{2\times 1} \qquad 1+8+4u$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{9+4u}}{2} \qquad 0 < u < 1$$

$$u=0 \qquad t = \frac{-1+\sqrt{9}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$u=0 \qquad \times \; t = \frac{-1-\sqrt{9}}{2} < 0$$

$$u=1 \qquad t = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \simeq 1,303$$

$$1 \leq t \leq 1,303$$

a)

	u	$t = \frac{-1+\sqrt{9+4u}}{2}$ (min)		
9h00	0,467	1,14833	≃ 1min 9 seg	
9h01m09s	0,266	1,08619	≃ 1min 5 seg	1º cliente
9h02m14s	0,395	1,12635	≃ 1 min 8 seg	2º cliente
09h03m22s	0,896	1,273697	≃ 1min 16 seg	3º cliente
09h04m38s	0,785	1,242125	≃ 1min 15 seg	4º cliente
09h05m53s		já não vai dar tempo de chegar mais nenhum antes das 09h06 min.		5º cliente

R: Nesta simulação chegam 5 clientes nos 1os 6 min.

b)

40 % $\quad Q_1 \sim \text{Uniforme}[10; 25]$ euros

60 % $\quad Q_2 \sim \text{Exponencial}(\lambda)$

$$\frac{1}{\lambda} = 50 \text{ euros}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{50} = 0{,}02$$

<u>Gerar</u>: clientes/Euro

• Valor da despesa Total de dois clientes = Soma da despesa de 1 com a do outro

Uniforme [10 ; 25]

$$q_1 = \underbrace{(25-10)}_{15} \underbrace{u[0 ; 1]}_{\text{Valor RANDOM da lista}} + 10$$

Exponencial ($\lambda = 0{,}02$ euro^{-1})

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x} = u \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -u + 1 = e^{-\lambda x} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \ln(1-u) = -\lambda x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{\ln(1-u)}{\lambda}$

$= -\dfrac{\ln(u)}{\lambda}$

Porque
$u \in [0;1]$
e isto trata-se de probabilidades
$U \sim (1-U)$

u	q_1	q_2
0,740	$15u+10 = 21,1$	$-\ln(u)/0,02 \simeq 15,0553$
0,526	$15u+10 = 17,89$	$-\ln(u)/0,02 \simeq 32,123$

Não tenho a certeza se
se pode usar o mesmo
$u[0;1]$ nas duas distribuições?

Valor Esperado ["soma das compras
de dois clientes", na simulação] =
$= 0,4 \times (21,1 + 17,89) +$
$+ 0,6 \times (15,0553 + 32,123)$
$= 43,9$ €