1. 논리와 증명

1-2 번

- 문제 1: 다음 명제들이 항진명제라는 것을 진리표를 이용해서 보이시오

① $\sim(\sim p \wedge q) \vee q$

p	q	$\sim p$	$(\sim p \wedge q)$	$\sim(\sim p \wedge q)$	$\sim(\sim p \wedge q) \vee q$
T	T	F	F	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	T	T

② $(\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$(\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T

2-2번

- 문제 2: 다음 명제들이 모순명제라는 것을 진리표를 이용해서 보이시오

① $(\sim p \lor q) \land (p \land \sim q)$

② $(p \land q) \land (p \land \sim q)$

p	q	~p	$(\sim p \lor q)$	~q	$(p \land \sim q)$	$(\sim \boldsymbol{p} \lor \boldsymbol{q}) \land (\boldsymbol{p} \land \sim \boldsymbol{q})$
T	T	F	T	F	F	F
T	F	F	F	T	T	F
F	T	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F	F

② $(p \land q) \land (p \land \sim q)$

p	q	~q	$p \land q$	$p \land \sim q$	$(p \land q) \land (p \land \sim q)$
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F
F	T	F	F	F	F
F	F	T	F	F	F

3-2번

- 문제 3: 다음 명제의 쌍 들에 대해서 두 명제가 동등한지를 진리표를 이용해 확인하시오

① $p \wedge (p \vee q)$와 p

② $\sim p \vee \sim q$와 $\sim(p \vee q)$

p	q	$(p \vee q)$	$\boldsymbol{p} \wedge (\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q})$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	F

② $\sim p \vee \sim q$ 와 $\sim(p \vee q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	T	T	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	F	T

4-2번

- 문제 4: 명제식의 변형을 통하여 다음 명제를 간소화하시오.

① $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$

② $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

① $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$

$\Rightarrow p \wedge (\sim q \vee q)$

$\Rightarrow p \wedge (\ T\ )$

$\Rightarrow p$

② $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

$\Rightarrow (p \wedge \sim p) \vee \sim q$

$\Rightarrow (\ F\ ) \vee \sim q$

$\Rightarrow \sim q$

5-2 & 5-4

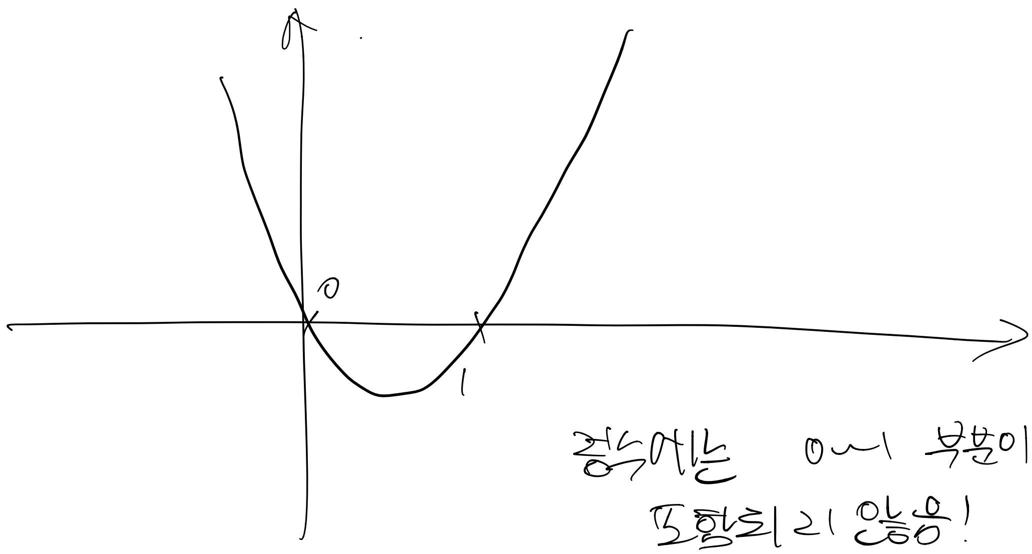
- 문제 5: 다음 명제들이 참인지 확인하시오. 단, R은 실수의 집합을 의미하고, Z는 정수의 집합을 의미한다.

① $\forall x \in R, x^2 \geq x$ F

② $\forall x \in Z, x^2 \geq x$ T

③ $\exists x \in R, x^2 < x$ T

④ $\exists x \in Z, x^2 < x$ F



정수에는 0~1 부분이
포함되지 않음!

7번

- **문제 7:** n이 홀수이면 n^2+n은 짝수임을 증명하라.

let $n = 2k+1$

$$n^2+n = (2k+1)^2 + (2k+1)$$
$$= 4k^2+4k+1 + 2k+1$$
$$= 4k^2 + 6k + 2$$
$$= 2(2k^2 + 3k + 1)$$

$\therefore$ n^2+n 은 짝수!

- **문제 9:** (대우를 증명) 자연수 n에 대해, n^2+5가 홀수이면 n은 짝수임을 증명하라
(힌트: 명제 대신, n이 홀수이면 n^2+5은 짝수임을 증명한다)

let $n = 2k+1$

$$n^2+5 = (2k+1)^2 + 5$$
$$= 4k^2+4k+1 + 5$$
$$= 4k^2+4k+6$$
$$= 2(2k^2+2k+3)$$

$\therefore$ n이 홀수이면 n^2+5는 짝수
$\iff$ n^2+5가 홀수이면 n은 짝수

- 문제 10: n^2이 짝수이면 n은 짝수임을 증명하라.

$\Updownarrow$

(대우) n이 홀수이면 n^2도 홀수

let $n = 2k+1$

$$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2+4k+1$$

$$= 2(2k^2+2k)+1$$

$\therefore$

- 문제 11: (경우를 나누어 증명) 자연수 n에 대해 $n^2 + 5n + 3$은 항상 홀수임을 증명하라.

(힌트: n이 짝수인 경우와 홀수인 경우를 따로 증명한다)

i) $n = 2k$

$$n^2+5n+3 = 4k^2+10k+3$$

$$= 2(2k^2+5k+1)+1$$

ii) $n = 2k+1$

$$n^2+5n+3 = (2k+1)^2+5(2k+1)+3$$

$$= 4k^2+4k+1+10k+5+3$$

$$= 4k^2+14k+9$$

$$= 2(2k^2+7k+4)+1$$

- 문제 12: n^2이 3의 배수이면 n은 3의 배수임을 증명하라.

(대우) n이 3의 배수가 아니면
n^2도 3의 배수가 아님

i) $n = 3k+1$

$n^2 = 9k^2+6k+1 = 3(3k^2+2k)+1$

ii) $n = 3k+2$

$n^2 = 9k^2+12k+4$

$= 3(3k^2+4k+1)+1$