4조 : 김동현(조장), 오장훈, 장준범, 한지윤

- 문제 1: 다음 명제들이 항진명제라는 것을 진리표를 이용해서 보이시오

① $\sim(\sim p \wedge q) \vee q$

② $(\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$

p	q	~p	$(\sim p \wedge q)$	$\sim(\sim p \wedge q)$	$\sim(\sim p \wedge q) \vee q$
T	T	F	F	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	F	T
F	F	T	F	T	T

$(\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$

p	q	$(\sim p \vee q)$	$(p \wedge \sim q)$	$(\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

- 문제 2: 다음 명제들이 모순명제라는 것을 진리표를 이용해서 보이시오

① $(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q)$

② $(p \wedge q) \wedge (p \wedge \sim q)$

p	q	~p	$(\sim p \vee q)$	~q	$(p \wedge \sim q)$	$(\sim \boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \wedge (\boldsymbol{p} \wedge \sim \boldsymbol{q})$
T	T	F	T	F	F	F
T	F	F	F	T	T	F
F	T	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F	F

$(p \wedge q) \wedge (p \wedge \sim q)$

p	q	$(p \wedge q)$	$(p \wedge \sim q)$	$(p \wedge q) \wedge (p \wedge \sim q)$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	F
F	T	F	F	F
F	F	F	F	F

- 문제 3: 다음 명제의 쌍 들에 대해서 두 명제가 동등한지를 진리표를 이용해 확인하시오

① $p \wedge (p \vee q)$와 p

② $\sim p \vee \sim q$와 $\sim(p \vee q)$

p	q	$(p \vee q)$	$\boldsymbol{p} \wedge (\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q})$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	F

같다!

$\sim p \vee \sim q$와 $\sim(p \vee q)$

p	q	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q)$
T	T	F	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	T	T

다름!

- 문제 4: 명제식의 변형을 통하여 다음 명제를 간소화하시오.

① $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$

② $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$ $\longrightarrow$ $(p \wedge \sim p) \vee \sim q$

$= F \vee \sim q$

$= \sim q$

$p \wedge (\sim q \vee q)$

$= p \wedge T$

$= p$

- 문제 5: 다음 명제들이 참인지 확인하시오. 단, R은 실수의 집합을 의미하고, Z는 정수의 집합을 의미한다.

① $\forall x \in R, x^2 \geq x$

② $\forall x \in Z, x^2 \geq x$ $\longrightarrow$

③ $\exists x \in R, x^2 < x$

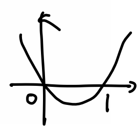
④ $\exists x \in Z, x^2 < x$

$x^2 - x \geq 0$

$x(x-1) \geq 0$

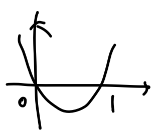
$\forall x \in Z$ 일때

늘 참이다.



$x^2 - x < 0$

$x(x-1) < 0$



0과 1사이에는
정수가 없으므로
거짓!

- 문제 7: n이 홀수이면 $n^2 + n$은 짝수임을 증명하라.

$n = 2k - 1$ (단, k는 1이상의 자연수)

$n^2 + n = (2k-1)^2 + (2k-1)$

$= 4k^2 - 4k + 1 + 2k - 1$

$= 4k^2 - 2k$

$= 2(2k^2 - k)$

$\therefore$ $n^2 + n$은 짝수

- 문제 9: (대우를 증명) 자연수 n에 대해, $n^2 + 5$가 홀수이면 n은 짝수임을 증명하라

(힌트: 명제 대신, n이 홀수이면 $n^2 + 5$은 짝수임을 증명한다)

$n = 2k - 1$ (단, k는 1이상 자연수)

$n^2 + 5 = (2k-1)^2 + 5$

$= 4k^2 - 4k + 1 + 5$

$= 4k^2 - 4k + 6$

$= 2(2k^2 - 2k + 3)$

$\therefore$ 대우가 참이므로 원래 명제도 참이다.

- 문제 10: n^2이 짝수이면 n은 짝수임을 증명하라.

대우 : n이 홀수이면 n^2은 홀수.

$n = 2k-1$ (단, k는 1이상 자연수)

$n^2 = (2k-1)^2$

$= 4k^2 - 4k + 1$

$= 2(2k^2 - 2k) + 1$

∴ 대우가 참이므로 원 명제도 참

- 문제 11: (경우를 나누어 증명) 자연수 n에 대해 $n^2 + 5n + 3$은 항상 홀수임을 증명하라.

(힌트: n이 짝수인 경우와 홀수인 경우를 따로 증명한다)

i) n이 홀수

$n = 2k-1$

$n^2+5n+3 = (2k-1)^2 + 5(2k-1) + 3$

$= 4k^2 - 4k + 1 + 10k - 5 + 3$

$= 4k^2 + 6k - 1$

$= 2(2k^2 + 3k - 1) + 1$ 이므로 홀수

ii) n이 짝수

$n = 2k$

$n^2+5n+3 = (2k)^2 + 5(2k) + 3$

$= 4k^2 + 10k + 3$

$= 2(2k^2 + 5k + 1) + 1$ 이므로 홀수

∴ 자연수는 홀수아 짝수이므로 모든 경우에 성립

- 문제 12: n^2이 3의 배수이면 n은 3의 배수임을 증명하라.

대우 : n이 3의 배수가 아니면 n^2도 3의배수 아니다

i) $n = 3k-1$

$n^2 = (3k-1)^2 = 9k^2 - 6k + 1$

$= 3(3k^2 - 2k) + 1$

∴ 3의배수 아님

ii) $n = 3k-2$

$n^2 = (3k-2)^2 = 9k^2 - 12k + 4$

$= 3(3k^2 - 4k + 1) + 1$

∴ 3의배수 아님

대우가 모든 경우 참이므로 원 명제도 참.