1-2.

p	q	~p	(~p∧q)	~(p∧q)	~(p∧q)∨q
T	T	F	F	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	F	T
F	F	T	F	T	T

2-2.

p	q	~p	(~p∨q)	~q	(p∧~q)	(~p∨q)∧(p∧~q)
T	T	F	T	F	F	F
T	F	F	F	T	T	F
F	T	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F	F

3-2.

p	q	~p	~q	(~p∨~q)
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

p	q	(p∨q)	~(p∨q)
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

- 두 명제는 다르다.

4-2.

② $(p \vee {\sim}q) \wedge ({\sim}p \vee {\sim}q)$

$$(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

$$= (p \wedge \sim p) \vee (\sim q)$$

$$= F \vee (\sim q)$$

$$= \sim q$$

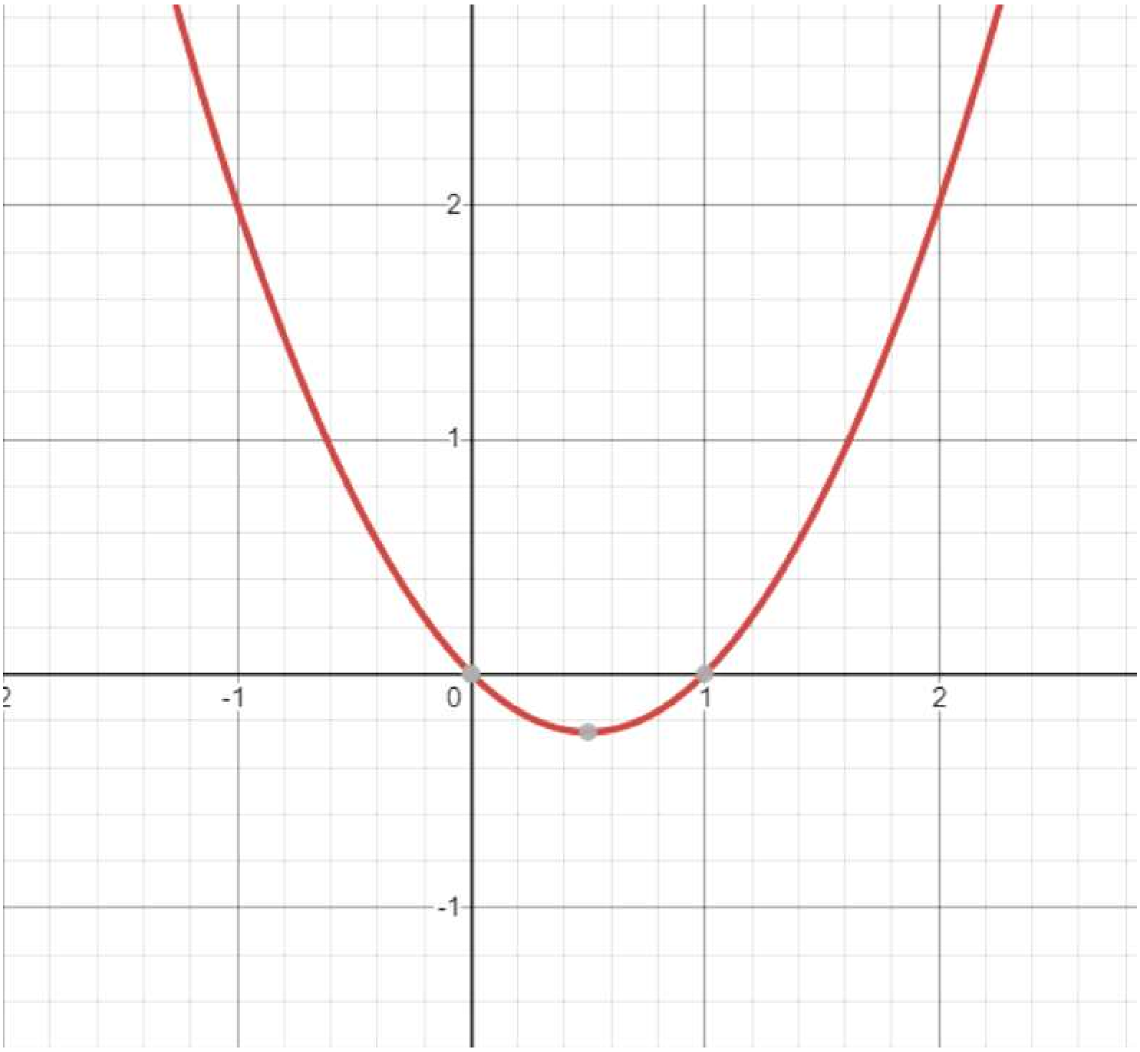
5-2.

① $\forall x \in R, x^2 \geq x$

② $\forall x \in Z, x^2 \geq x$

③ $\exists x \in R, x^2 < x$

④ $\exists x \in Z, x^2 < x$



x는 정수이므로, $f(x) = x^2 - x$의 그래프에서 반드시 0 이상의 값만 가진다.

5.4.

$x^2 < x$를 만족하는 정수 x는 존재하지 않는다.

7.

- 문제 7: n이 홀수이면 $n^2 + n$은 짝수임을 증명하라.

0 이상의 정수 k에 대해서, n이 홀수이면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = 2k+1$$

$$\begin{aligned} n^2 + n &= (2k+1)^2 + (2k+1) \\ &= (4k^2+6k+2) \\ &= 2(2k^2+3k+1) \end{aligned}$$

따라서 n^2+n은 반드시 짝수이다.

9.

- 문제 9: (대우를 증명) 자연수 n에 대해, $n^2 + 5$가 홀수이면 n은 짝수임을 증명하라

(힌트: 명제 대신, n이 홀수이면 $n^2 + 5$은 짝수임을 증명한다)

0 이상의 정수 k에 대해서, n이 홀수이면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = 2k+1$$

$$\begin{aligned} n^2 + 5 &= (2k+1)^2 + 5 \\ &= (4k^2+4k+6) \\ &= 2(2k^2+2k+3) \end{aligned}$$

따라서 n^2+5는 반드시 짝수이다.
명제의 대우가 참이므로, 명제도 반드시 참이다.

10.

- 문제 10: n^2이 짝수이면 n은 짝수임을 증명하라.

명제의 대우를 증명하자. (n이 홀수이면, n^2은 홀수이다.)
0 이상의 정수 k에 대해서, n이 홀수이면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = 2k+1$$

$$\begin{aligned} n^2 &= (2k+1)^2 \\ &= (4k^2+4k+1) \end{aligned}$$

따라서 n이 홀수이면, n^2은 홀수이다.
즉, 대우가 참이므로, 명제는 반드시 참이다.

11.

- **문제 11:** (경우를 나누어 증명) 자연수 n에 대해 n^2+5n+3은 항상 홀수임을 증명하라.

(힌트: n이 짝수인 경우와 홀수인 경우를 따로 증명한다)

i) n이 짝수인 경우
0 이상의 정수 k에 대해서, n이 짝수이면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = 2k$$

$$\begin{aligned} n^2+5n+3 &= (2k)^2+5(2k)+3 \\ &= (4k^2+10k+3) \end{aligned}$$

따라서 n^2+5k+3은 반드시 홀수이다.

ii) n이 홀수인 경우
0 이상의 정수 k에 대해서, n이 홀수이면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = 2k+1$$

$$\begin{aligned} n^2+5n+3 &= (2k+1)^2+5(2k+1)+3 \\ &= (4k^2+14k+9) \end{aligned}$$

따라서 n^2+5k+3은 반드시 홀수이다.

12.

- **문제 12**: n^2이 3의 배수이면 n은 3의 배수임을 증명하라.

대우를 보인다. (n이 3의 배수가 아니면, n^2도 3의 배수가 아니다.)

0 이상의 정수 k에 대해서 3의 배수가 아닌 수 n은 다음과 같이 표현이 가능하다.

i) $n = 3k+1$

$$\begin{aligned} n^2 &= (3k+1)^2 \\ &= (9k^2+6k+1) \end{aligned}$$

따라서 n^2은 3의 배수가 아니다.

ii) $n = 3k+2$

$$\begin{aligned} n^2 &= (3k+2)^2 \\ &= (9k^2+12k+4) \end{aligned}$$

따라서 n^2은 3의 배수가 아니다.

즉, n이 3의 배수가 아니면, n^2 역시 3의 배수가 아니다.
명제의 대우가 참이므로, 명제도 반드시 참이다.