# 8-多元函数微分学-3

## 隐函数

双元/多元隐函数

$$F(x,y)=0$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{F_x}{F_y}$$

隐函数组 u,v

$$\begin{cases}F(x,y,u(x,y),v(x,y))=0\\G(x,y,u(x,y),v(x,y))=0\end{cases}$$

分别对 x(y) 偏导

$$\begin{cases}F_x+F_u u_x+F_v v_x=0\\G_x+G_u u_x+G_v v_x=0\end{cases}$$

## 方向导数与梯度

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{l}}=f_x\cos\alpha+f_y\sin\alpha$$

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{l}}=\nabla u\cdot\vec{l^0}$$

## 多元微分学在几何学中的应用

### 切线

曲线方程：

$$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\vec{n_1}=(F_x,F_y,F_z)\\\vec{n_2}=(G_x,G_y,G_z)\end{cases}$$

$$\vec{\tau}=\vec{n_1}\times\vec{n_2}$$

### 法向量

$$\vec{n}=(F_x,F_y,F_z)$$

## Taylor 公式与极值

$$F(t) = f(x_0 + t\Delta x, y_0 + t\Delta y)$$

$$(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y})f = \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial f}{\partial y}$$

#### 极值的判断

$$H = f_{xx} f_{yy} - f_{xy}^2$$

## 条件极值：拉格朗日乘数法

在约束条件 $\varphi(x, y, z) = 0$ 下，求 $f(x, y, z)$ 的极值

$$L(x, y, z, \lambda) = f(x, y, z) + \lambda \varphi(x, y, z)$$