

深度虚值期权对风险规避的应用分析

摘要

深度虚值期权是一种期权合约，它包括同一月份合约中，行权价格高于上一交易日合约标的指数收盘价的第十个及以上的看涨期权合约和行权价格低于上一交易日合约标的指数收盘价的第十个及以下的看跌期权合约。深度虚值期权相对于其他期权合约具有一些独特的特点，诸如极高的杠杆作用与非常强的套利机会，这些特点让它成为金融市场交易的重要对象，具有很高的研究价值。然而由于深度虚值期权最终行权的可能性极低，许多交易者仅仅将其视为实值期权与普通虚值期权交易的一种具有极高投机属性的附属品。本文先从欧式深度虚值期权的定价公式（BS 模型、二叉树模型）入手，讨论其是否能与普通期权一样纳入期权价值预测的范围，并以此为基础进一步讨论深度虚值期权价值波动带来的隐藏信息，最终得到深度虚值期权在市场预警、国际重大非金融事件、农业和外汇等领域具有广泛的应用潜力。并进一步对深度虚值期权的市场提出了监督建议。

关键词：欧式深度虚值期权 BS 模型 二叉树模型 应用前景

一、引言

深度虚值期权是一种特殊的期权合约，其行权价格远低于标的资产的市场价格。与此相对的是实值期权，其行权价格高于标的资产市场价格。深度虚值期权相对于其他期权合约具有一些独特的特点，这些特点让它成为金融市场研究和交易的重要对象。

首先，深度虚值期权交易具有极高的杠杆作用。由于深度虚值期权的行权价格很低，其价格相对于标的资产价格的波动范围较大，因此它们的波动性较高。这意味着在波动性较大的情况下，深度虚值期权的价格可能会大幅上涨或下跌。这种波动性为投资者提供了极高的杠杆作用，从而使得投资者可以以相对较小的资本投入获取高额回报，同时也带来了较高的风险。

其次，深度虚值期权交易具有非常强的套利机会。由于深度虚值期权价格的波动性较大，市场价格有可能偏离其真实价值，而这种偏离为投资者提供了套利机会。例如，如果深度虚值期权的价格低于其真实价值，投资者可以买入这种期权，等待市场价格回归到真实价值时再将其出售，从而获得利润。此外，深度虚值期权交易有助于实现投资组合的多元化。通过购买不同种类的期权合约，投资者可以实现对市场风险的有效分散，从而降低整个投资组合的风险。深度虚值期权可以被用作这种多元化策略的一部分，以进一步降低投资组合的风险。

上述特性使得深度虚值期权交易具有很高的研究价值。一般来说，深度虚值期权交易数量较少，但是有时候其成交量也会出现激增，这一现象说明了深度虚值期权的交易可能受到一定因素的影响。

而目前国内关于深度虚值期权的研究文献数量十分稀少，因此本文基于普通期权的定价公式探寻深度虚值期权定价机制是否与普通期权一般，并从理论推导层面探索深度虚值期权在未来的应用方向，并就此向深度虚值期权市场提出一定的建议。

二、文献综述

2.1 BS 模型的选择

布莱克-斯科尔斯期权定价模型 (Black - Scholes Model) 由布莱克与斯科尔斯在 20 世纪 70 年代提出。该模型认为, 只有股价的当前值与未来的预测有关; 变量过去的历史与演变方式与未来的预测不相关。模型表明, 欧式期权价格的决定非常复杂, 合约期限、股票现价、无风险资产的利率水平以及交割价格等都会影响期权价格。

该模型基于对冲证券组合的思想。投资者可建立期权与其标的股票的组合来保证确定报酬。在均衡时, 此确定报酬必须得到无风险利率。它假设标的资产价格服从对数正态分布; 在期权有效期内, 无风险利率和金融资产收益变量是恒定的; 市场无摩擦, 即不存在税收和交易成本; 不存在无风险套利机会; 证券交易是持续的; 投资者能够以无风险利率借贷。其主要形式如下所示:

$$C = S * N(d1) - Le^{-rT} * N(d2)$$

$$d1 = [\ln (S/L) + (r + 0.5\sigma^2) T] / \sigma * T^{0.5}$$

$$d1 = [\ln (S/L) + (r - 0.5\sigma^2) T] / \sigma * T^{0.5} = d1 - \sigma * T^{0.5}$$

其中 C 指的是期权初始合理价格, L 指的是期权交割价格, S 指的是所交易金融资产现价, T 指的是期权有效期, r 指的是连续复利计无风险利率, σ^2 指的是年度化方差, $N(d_i)$ 指的是正态分布变量的累积概率分布函数。

而由于在过往的研究过程中, BS 模型表现出对于高度增值或减值的期权模型的估价有较大偏差, 即会高估减值期权而低估增值期权。因此我们选择加入了布朗扩散模型的 BS 模型加以验证。

2.2 二叉树期权定价模型

二叉树期权定价模型 (Binomial tree) 指的是由考克斯 (J.C.Cox)、罗斯 (S.A.Ross)、鲁宾斯坦 (M.Rubinstein) 和夏普 (Sharpe) 等人提出的一种期权定价模型, 主要用于计算美式期权的价值。它假设股价波动只有向上和向下两个方向, 且假设在整个考察期内, 股价每次向上(或向下)波动的概率和幅度不变。模型将考察的存续期分为若干阶段, 根据股价的历史波动率模拟出正股在整个存续期内所有可能的发展路径, 并对每一路径上的每一节点计算权证行权收益和用贴现法计算出的权证价格。对于美式权证, 由于可以提前行权, 每一节点上权证

的理论价格应为权证行权收益和贴现计算出的权证价格两者较大者。随着要考虑的价格变动数目的增加，二项式期权定价模型的分布函数就越来越趋向于正态分布，二项式期权定价模型和布莱克-休尔斯期权定价模型相一致。

该模型的定价依据是在期权在第一次买进时，能建立起一个零风险套头交易，或者说可以使用一个证券组合来模拟期权的价值，该证券组合在没有套利机会时应等于买权的价格；反之，如果存在套利机会，投资者则可以买两种产品中价格便宜者，卖出价格较高者，从而获得无风险收益，当然这种套利机会只会在极短的时间里存在。

二叉树期权定价模型的计算主要包括以下三个步骤：首先创建价格二叉树，其次找出每个最终节点上的期权价值，最后找出更早节点上的期权价值。它的提出解决了 BS 模型对欧式期权有着精确的定位效果而对美式期权的定位作用不佳的问题。由于它相较于 BS 模型具有更加精确的优势，我们也将其纳入验证的范畴。

三、研究假设

H1：布莱克-斯科尔斯期权定价模型（BS）对深度虚值期权有较好的预测能力

H2：二叉树期权定价模型（BI）对深度虚值期权有较好的预测能力，且其预测效果超过 BS 模型

四、模型检验

4.1 BS 模型优化

假设布朗运动 $B(t)$ 满足：1、 $t \geq 0$ ；2、 $\forall 0 < s < t, B(t) - B(s) \sim N(0, t - s)$ ；3、不可微。在 $[0, T]$ 内，令：

$$X_i = B\left(\frac{T}{n}i\right) - B\left(\frac{T}{n}(i-1)\right), S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(B\left(\frac{T}{n}i\right) - B\left(\frac{T}{n}(i-1)\right) \right)^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n X_i^2$$

$$\because X_i \sim N\left(0, \frac{T}{n}\right)$$

$$\therefore S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n X_i^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n E(X_i^2) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (E(X_i)^2 + D(X_i)) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(0 + \frac{T}{n}\right) = T$$

故 $B(t)$ 的二次变分并不是 t 的高阶无穷小量，即 $(dB)^2 = dT$ 。

由泰勒展开：

$$df(x) = f(x+dx) - f(x) = f'(x)dx + \frac{f''(x)}{2!}(dx)^2 + \frac{f'''(x)}{3!}(dx)^3 + \dots$$

令 $x = B$, 有:

$$df(B) = f'(B)dB + \frac{f''(B)}{2!}(dB)^2 + \frac{f'''(B)}{3!}(dB)^3 + \dots = f'(B)dB + \frac{f''(B)}{2!}dt$$

设 $f = f(x, t)$, $a = a(x, t)$, $b = b(x, t)$, $dx = adt + bdB$, 则:

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x}dx = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x}(adt + bdB) = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x}adt + \frac{\partial f}{\partial x}bdb + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(bdb)^2 \\ &= \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x}adt + \frac{\partial f}{\partial x}bdb + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}b^2(dB)^2 = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x}adt + \frac{\partial f}{\partial x}bdb + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}b^2dt \\ &= \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}a + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}b^2 \right)dt + \frac{\partial f}{\partial x}bdb \end{aligned}$$

假设标的资产收益率满足带漂移的布朗运动, 即:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dB, dS = \mu Sdt + \sigma SdB$$

令 $f = C$, $a = \mu S$, $b = \sigma S$, $x = S$

代入上式, 即得:

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial S}\mu S + \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}(\sigma S)^2 \right)dt + \frac{\partial C}{\partial S}\sigma SdB$$

构造一 portfolio: 买入 1 单位的 call option, 卖出 $\frac{\partial C}{\partial S}$ 单位的 stock, 即:

$$P = -C + \frac{\partial C}{\partial S}S \text{ ①},$$

$$dP = -dC + \frac{\partial C}{\partial S}dS,$$

代入:

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial S}\mu S + \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}(\sigma S)^2 \right)dt + \frac{\partial C}{\partial S}\sigma SdB,$$

$$dS = \mu Sdt + \sigma SdB,$$

得:

$$dP = -\frac{\partial C}{\partial S}dt - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial S^2}(\sigma S)^2dt \text{ ②},$$

由市场无套利假设, 有:

$$dP = rPdt \text{ ③},$$

联立 ① ② ③ 式解得:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + rS\frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial S^2}(\sigma S)^2 = rC$$

此即本文所用BS微分方程形式。

4.2 二叉树模型

设标的资产当前价格为 S_0 ， T 时间后可能上涨为 S_U ，可能下跌为 S_D ；价格为 S_U 时的期权价格为 f_U ，价格为 S_D 时的期权价格为 f_D 。构造一portfolio消除标的资产价格波动的影响：设在0时刻购买 Δ 份的 S ，卖出1份 f 使得该portfolio在 T 时刻下两种情况价值相同，则有：

$$S_D\Delta - f_D = S_U\Delta - f_U;$$

由市场无套利假设，该portfolio在 T 时刻下的价值的现值应当等于在0时刻下的购买成本，即：

$$S\Delta - f = (S_U\Delta - f_U)e^{-rT}。解得f = e^{-rT}[pf_U + (1-p)f_D], p = (e^{rT}S_0 - S_D)/(S_U - S_D);$$

故二叉树模型每一分叉将决定到期时间为 T 的期权的定价，通过不断加深该二叉树可将离散化的变化过程趋近于连续。二叉树深度可根据精度要求和到期时间长短自行设定。若在每一个二叉树节点加入是否提前行权的判断（即判断此刻行权收益是否大于下一时刻行权收益的期望），则二叉树模型也可以对美式期权进行定价。

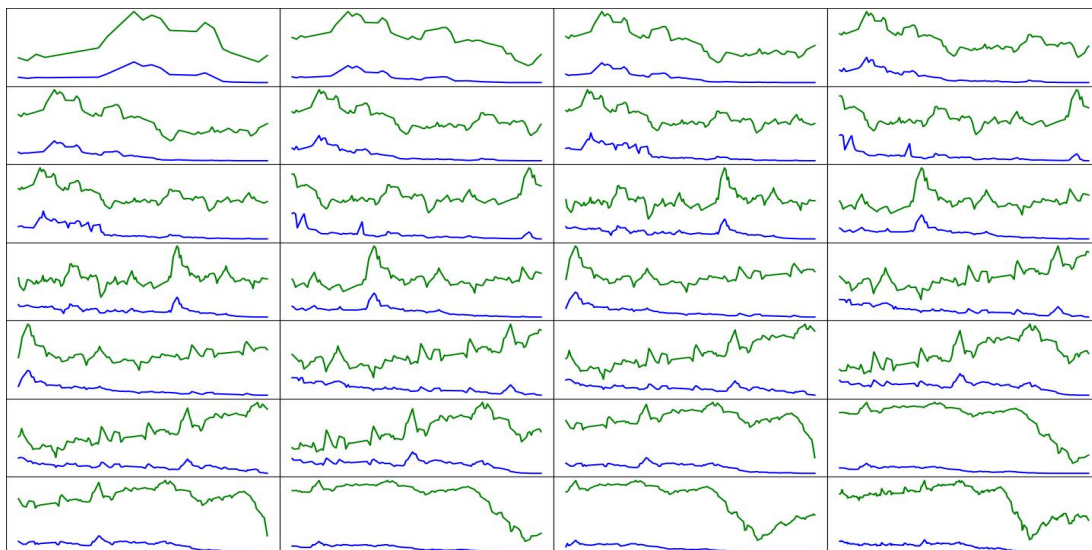
4.3 历史波动率观测模型

使用 close to close 模型计算历史波动率： $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2}{N-1}}$ ；

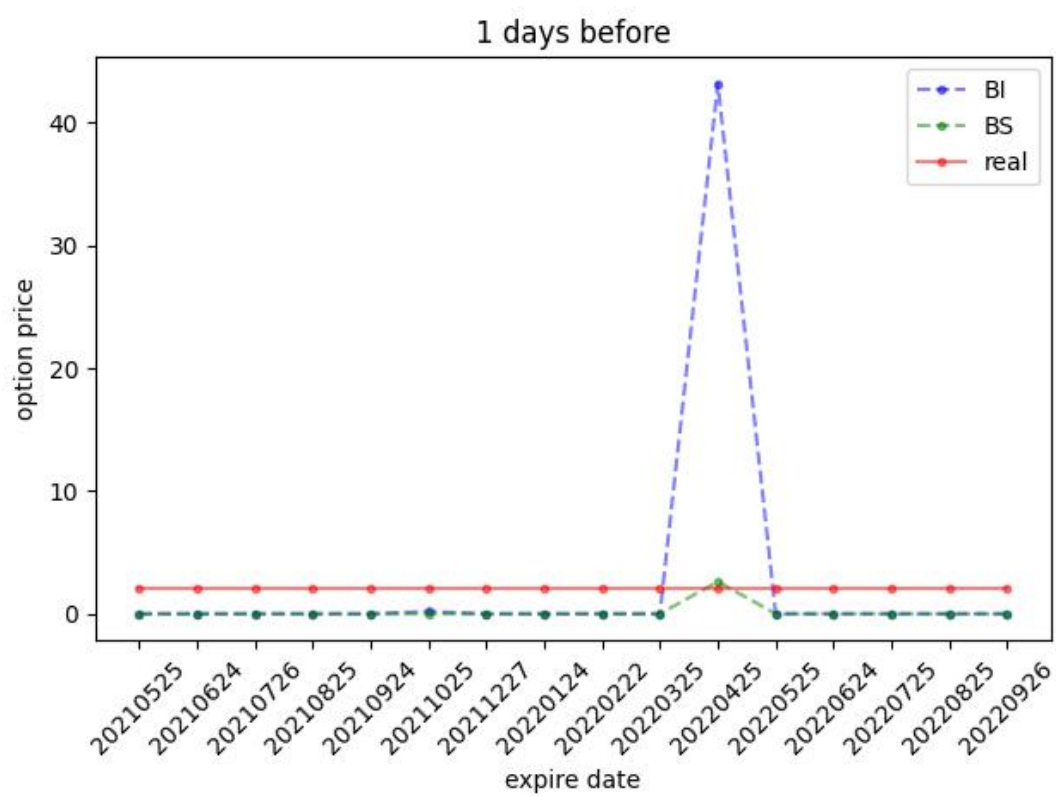
其中 r_i 为标的物价格在 i 时刻的收益率： $r_i = (S_i - S_{i-1})/S_{i-1}$ 。

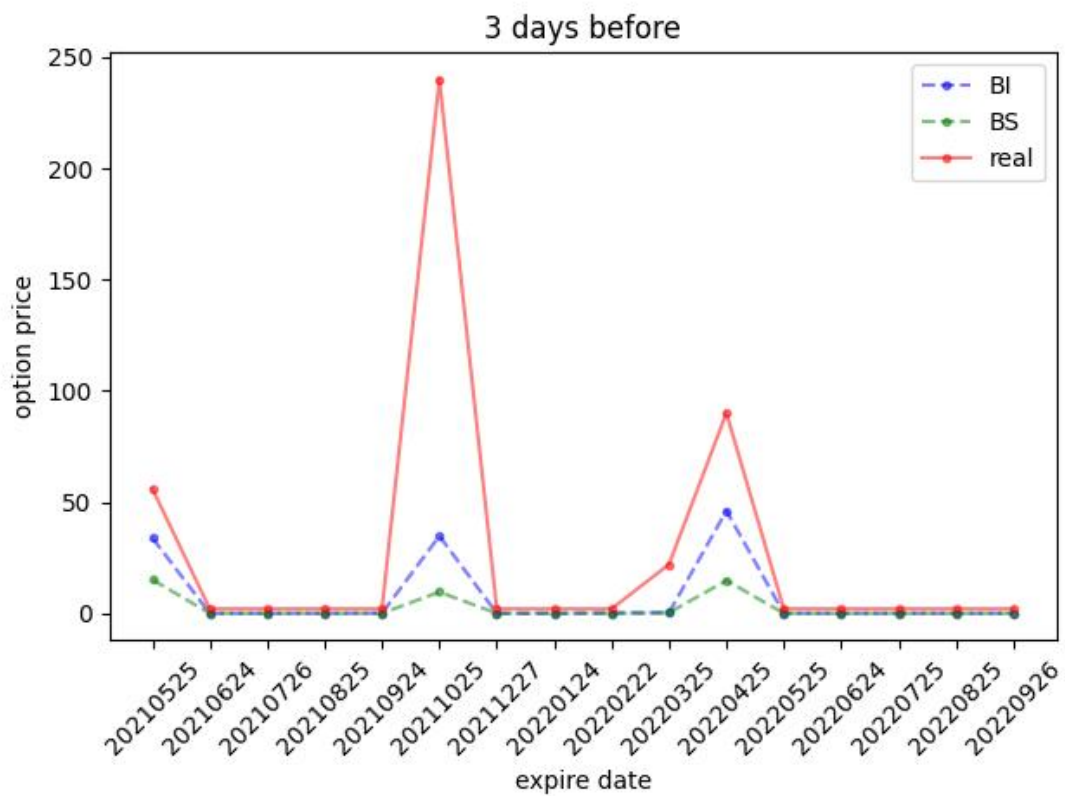
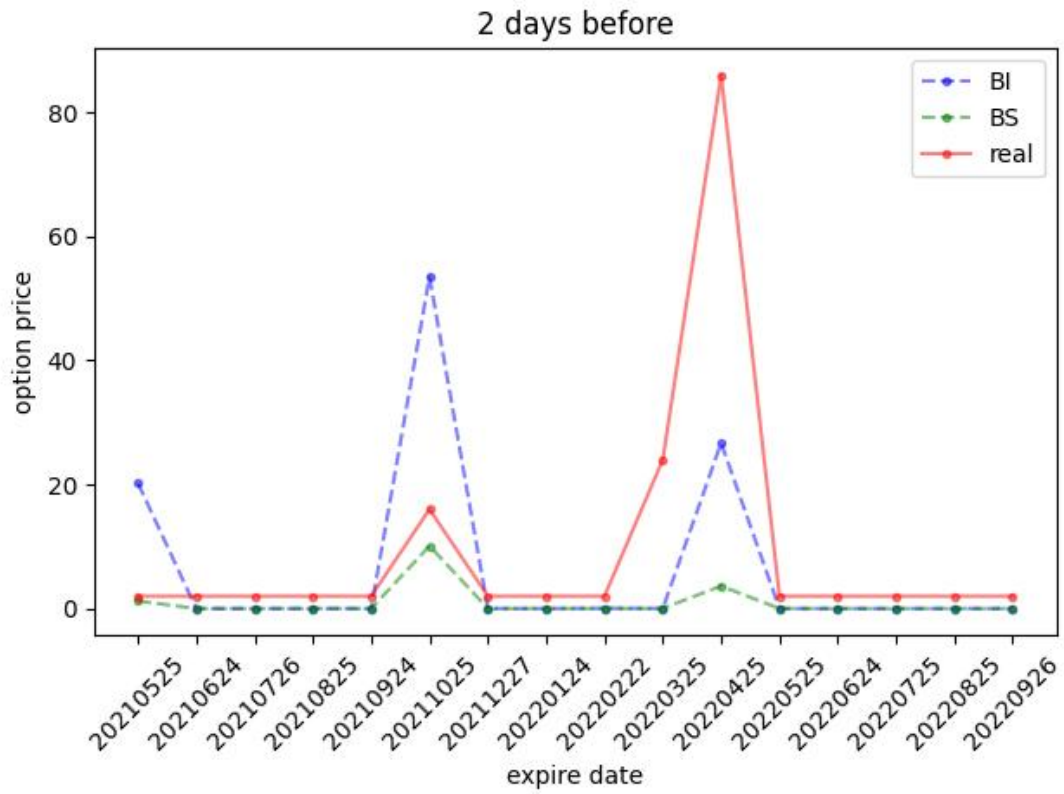
4.4 实证分析

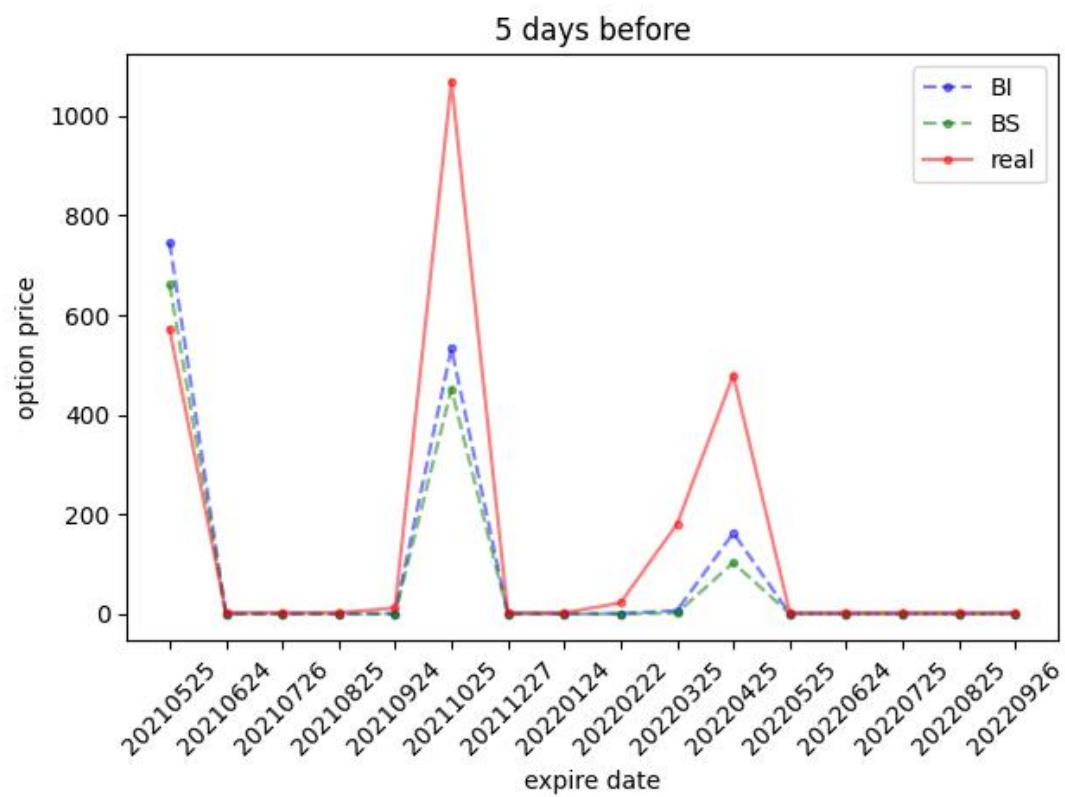
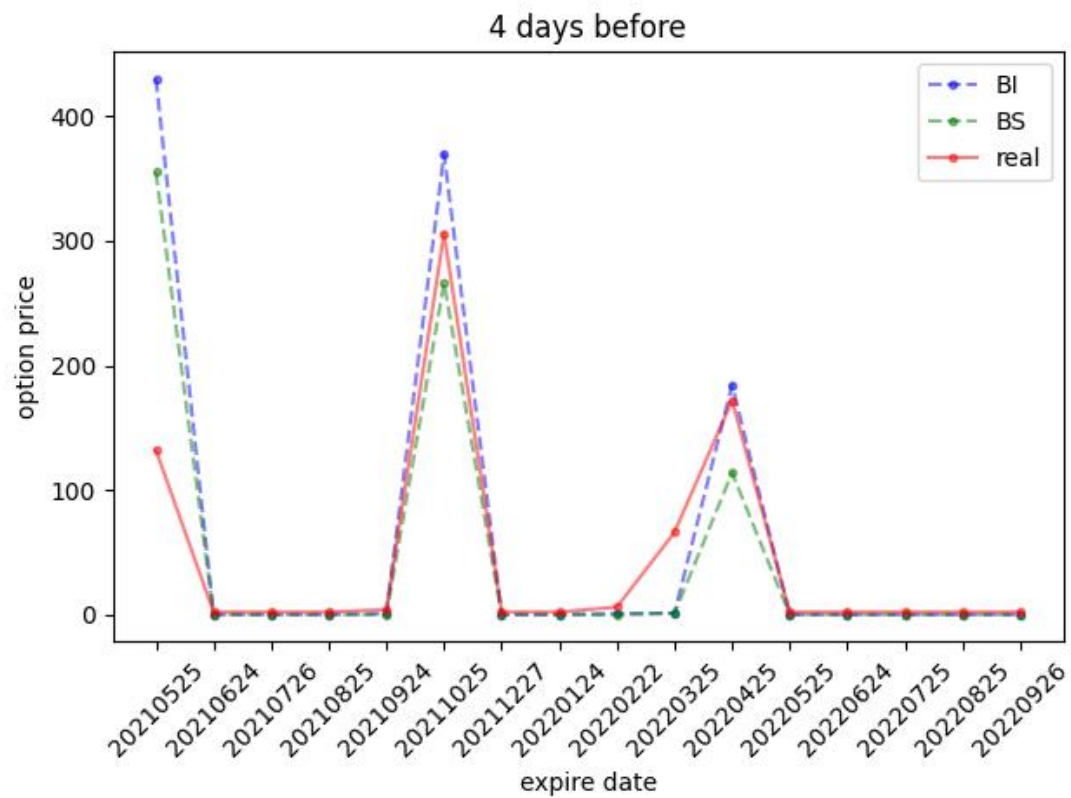
为了验证深度虚值期权与期权定价公式的相符程度，我们组通过tushare抓取了28支铜期权的数据，其标的物价格（绿）和期权价格（蓝）变化如下：

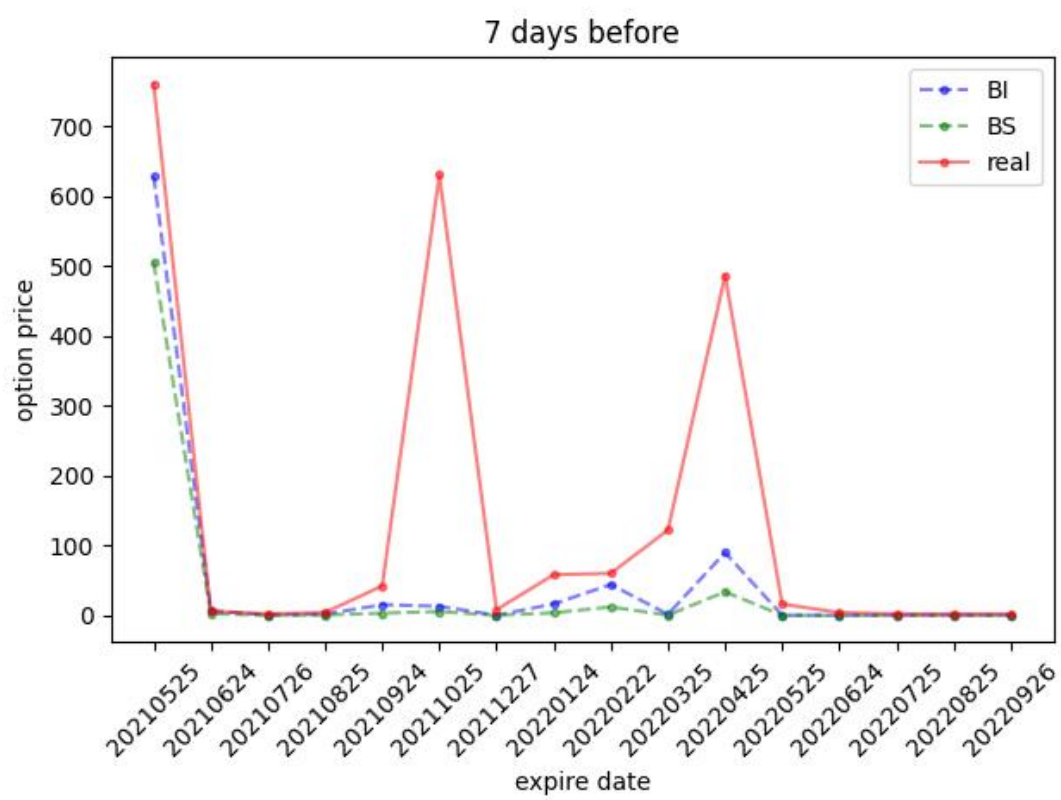
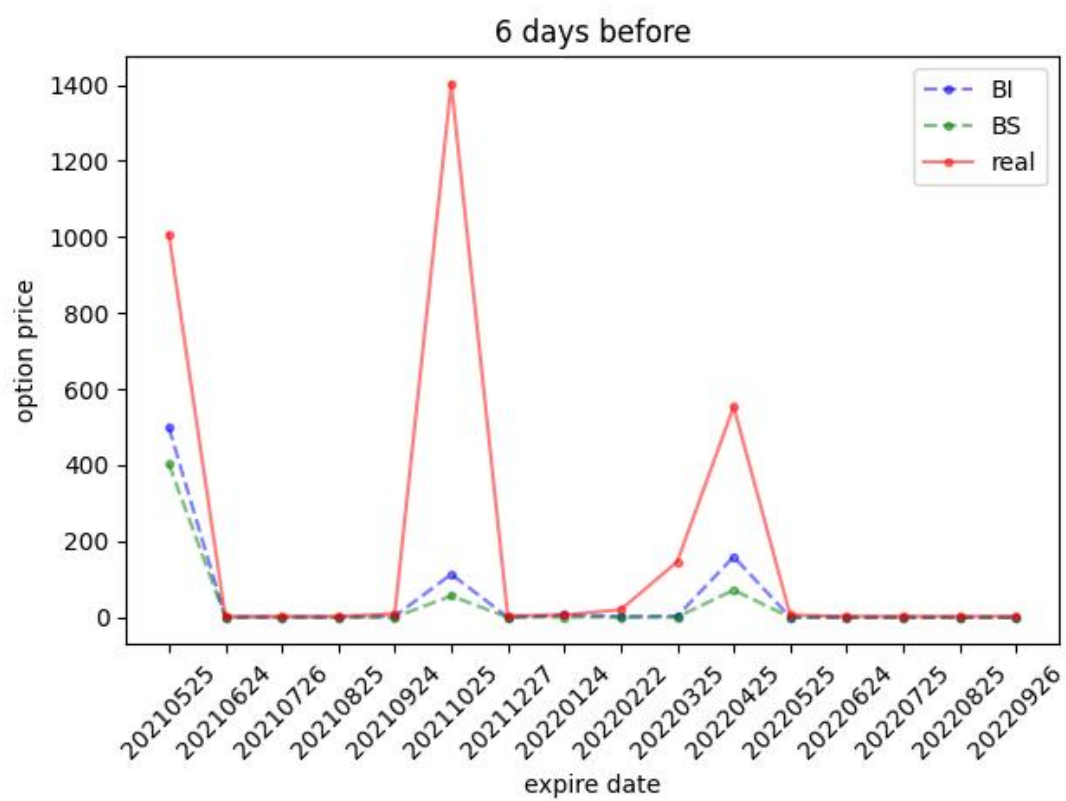


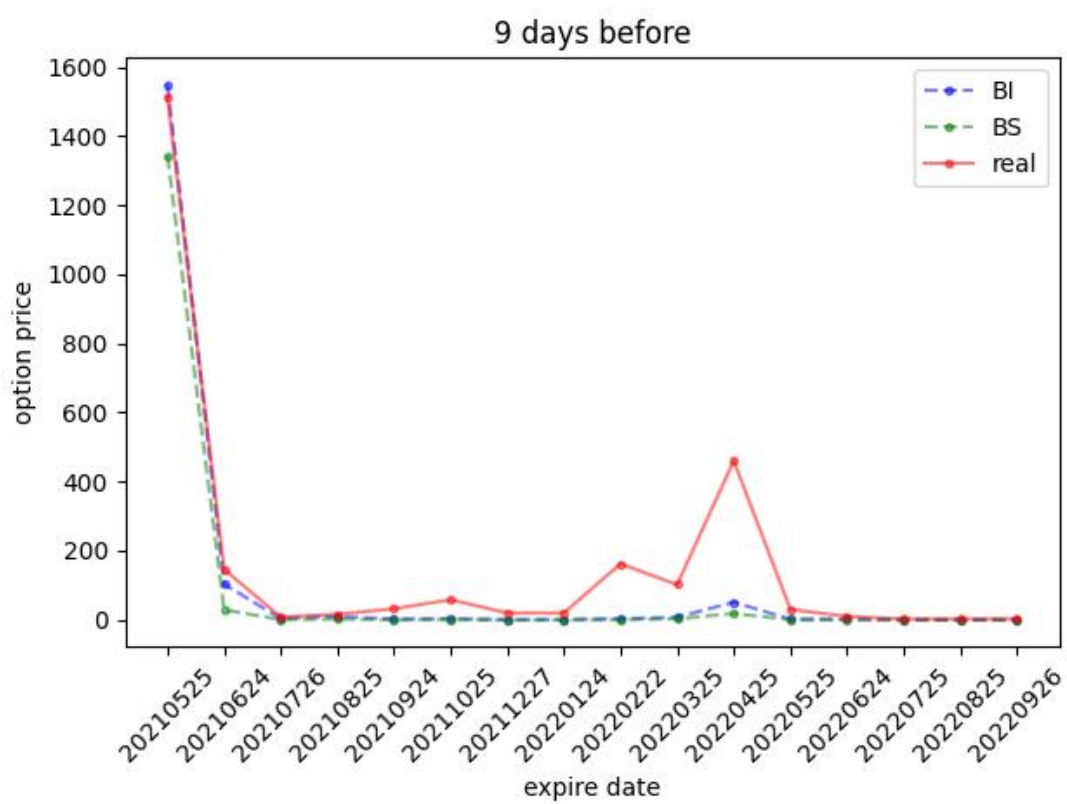
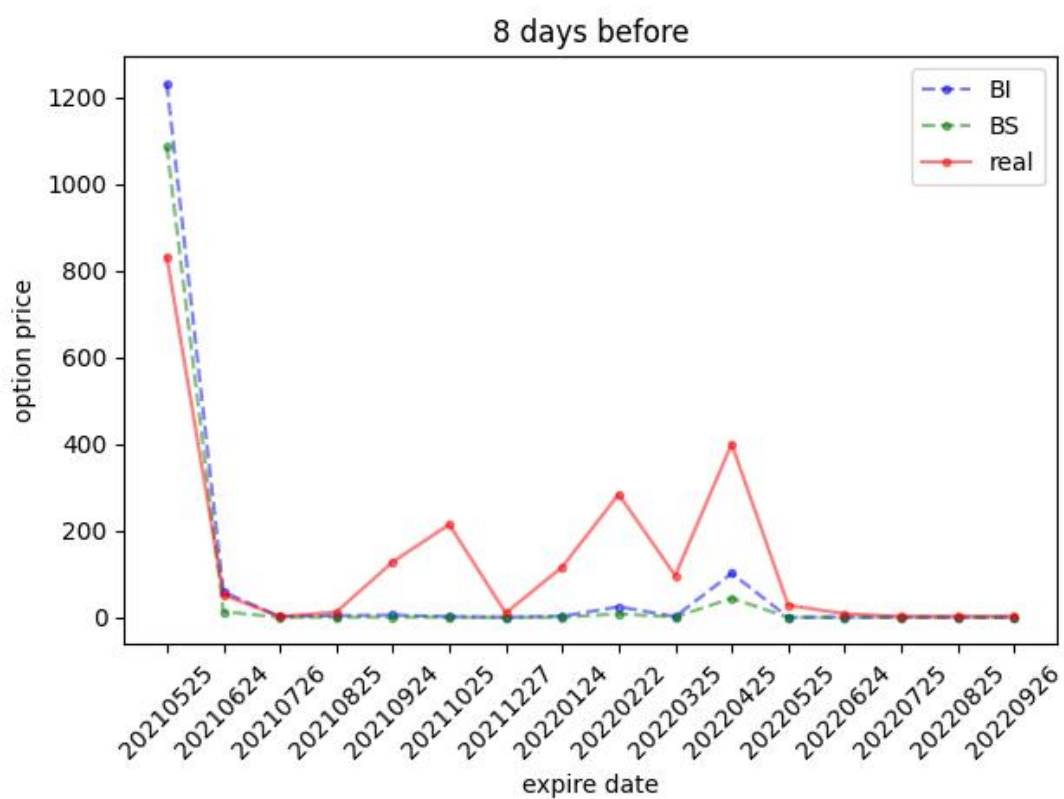
选择其中 16 支欧式期权分别使用 BS 和二叉树 (BI) 进行一天的价格预测，得到结果如下：

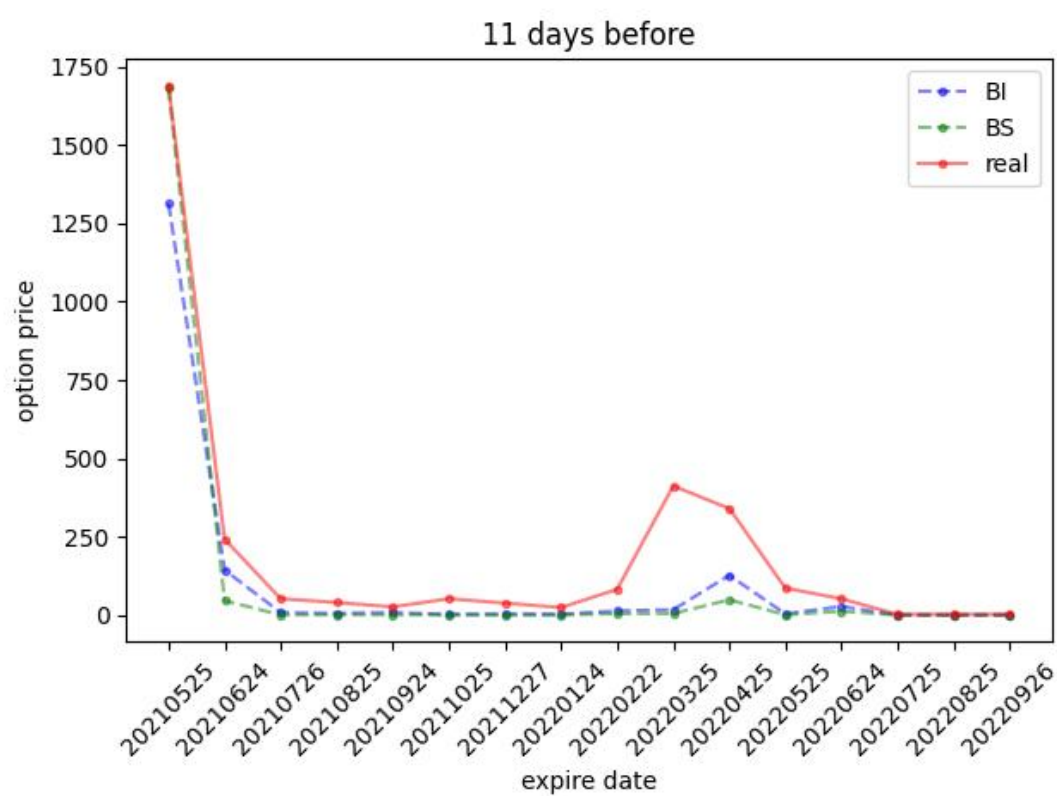
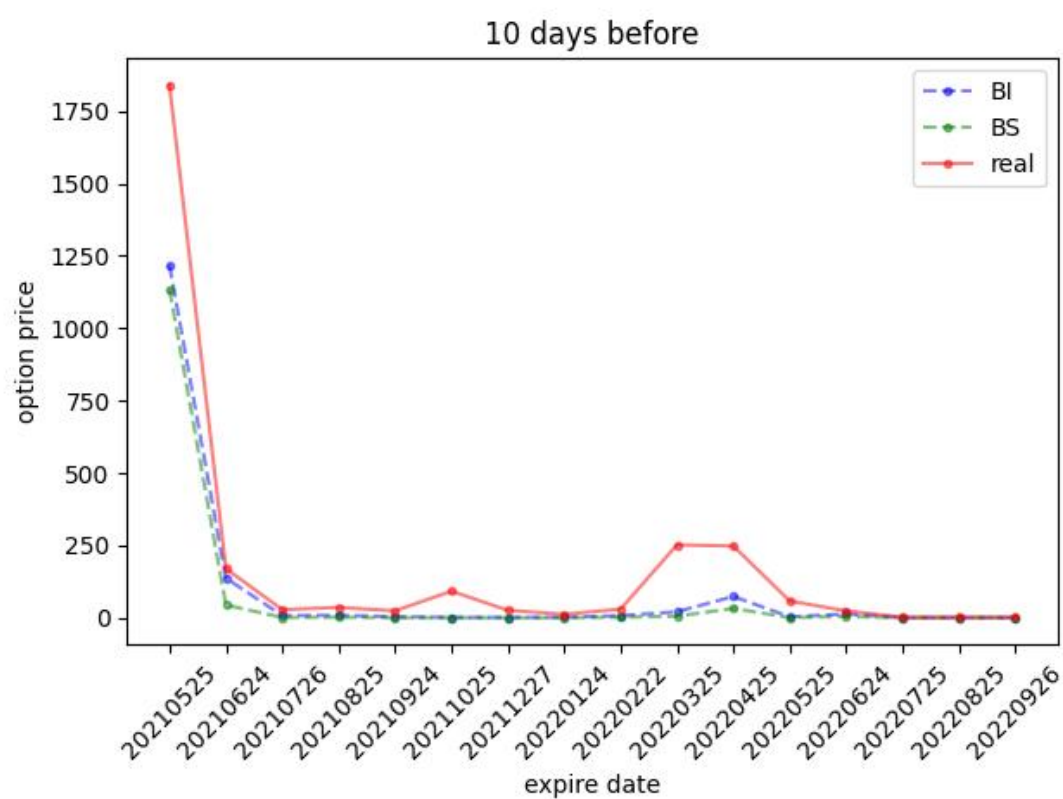


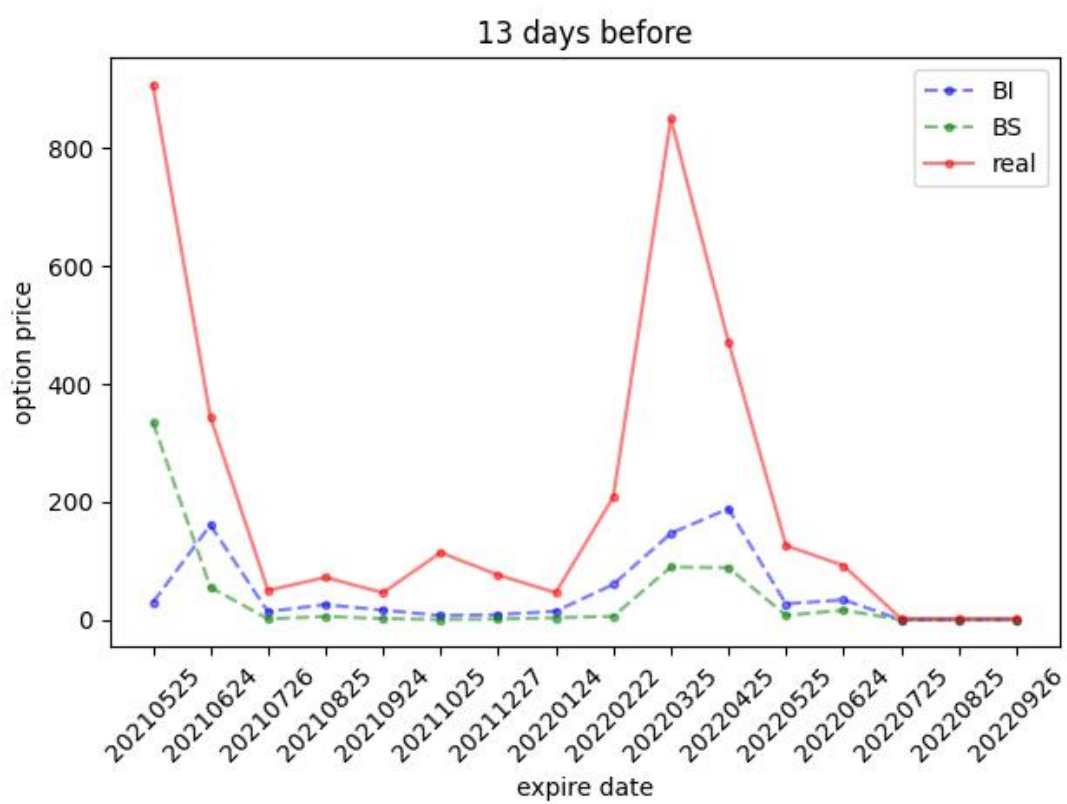
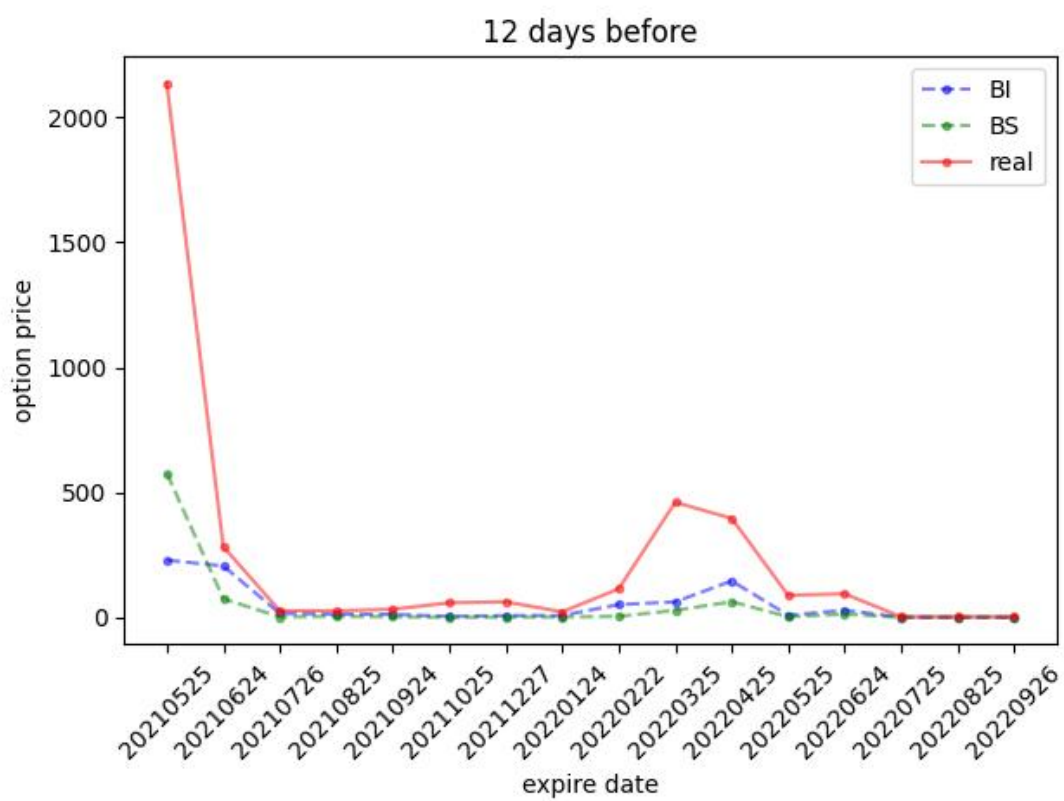












4.5 假设的验证

从上图中可以发现，随着到期日期的逐渐逼近，期权实际价格与期权模型呈现先逐渐趋近，尔后逐渐分离的效果，其中尤其以第四第五天的拟合效果最佳。而在整体期权模型架构中，可以发现除开 22 年 1 月至 6 月这一时间段外，其余时间的期权价格拟合都较为良好。而 BI 模型所预测的曲线也比 BS 模型预测的曲线拟合效果更佳。因此可以说假设 H1、H2 均成立。

五、深度虚值期权的应用前景

5.1 金融市场预警

深度虚值期权在市场预警方面有着一定的作用。当投资者对市场未来的不确定性感到急剧性增加时，他们可能更倾向于购买深度虚值期权以进行避险。而随着世界经济的不确定性提高，深度虚值期权的避险属性也在缓慢增加，因此也会有一部分散户希望通过购买少量的深度虚值期权产品来实现国际重大经济事件的风险规避。而由于深度虚值期权本身的购买者少之又少，即使极少的购买数量的增加在整个市场中也极为显著。从本质上来说，深度虚值期权的价格变动反映了投资者对市场的情绪和信心水平。例如，深度虚值期权价格上升可能表明投资者对未来的不确定性感到更为担忧，而价格下降则可能表示市场情绪较为乐观。

而在既往研究之中，也有研究表明虚值期权相对平值期权和实值期权对波动率有更好的预测效果。虚值期权的交易量可以显著提升对中长期波动率的预测，且看涨和看跌的虚值期权交易量与未来波动率之间存在显著的杠杆效应，即看涨虚值期权交易量占比与波动率显著负相关，看跌虚值期权交易量占比则与波动率显著负相关。而这一部分对未来波动率的预测主要来源于其深度虚值部分。因此，深度虚值期权的需求增加可能被视为市场参与者对潜在市场风险的一种预警信号。

5.2 国际重大非金融事件避险

深度虚值期权也可能在国际重大非金融事件中得到应用。如今，地缘政治冲突的加剧与不稳定事件的频繁出现，而 2020 年新冠疫情的爆发也是一次重大的国际公共卫生事件。在这期间发生过一次国际原油价格的暴跌。在此之前的种种信号均表明原油价格会受到影响，这也可能导致原油商添置空头原油期权。

而在前文图中 22 年 1 月至 6 月这一时间段铜期权价格的异常波动则是由于

2022年2月24日俄乌战争开始，此时铜价继续上涨至10845美元/吨，这个价格也是历史上最高的铜期权的名义美元价格。而在这之后，随着中国疫情的反弹与世界各国之间的制裁与反制裁加剧等各种利空因素的影响，铜价迅速回落，工业金属集体重挫。而这段时间内如果铜企业为了避免铜价走低带来的负面因素的影响，即可通过购买一定量的深度虚值铜看跌期权来对冲风险，从而以小额期权费用来规避极大的贸易风险。

5.3 国际外汇避险

在外汇市场中，虚值期权可以用来对冲外汇风险，即通过购买虚值期权来保护贸易或投资组合免受汇率波动的影响。这是基于虚值期权的抛补套利的属性。举个例子，假设一个公司有一笔将来到期的外汇款项，但担心汇率的不确定性会导致资金亏损。为了规避这种风险，公司可以购买一份虚值期权，将其作为保险，以确保在到期日时能够获得有利的汇率。同理，假设一个公司有一笔即将支付的外汇款项也可以通过这种手段锁定汇率。

另一个应用是基于虚值期权的非抛补套利的属性，在外汇交易中使用虚值期权来获得潜在利润。投资者可以购买虚值期权，以赢取汇率波动的利润。如果汇率朝着有利的方向变动，该投资者可以在到期日行使期权，并以有利汇率进行外汇交易。任何期权都具有一定的成本，即期权费用。这一部分费用的存在是为了应对期货产品无限亏损，强行平仓属性而设立的。也就是说期权产品的亏损不会超过其的期权费用。而在现实的套期保值中，由于企业购买期权产品之前往往对汇率的变动进行了预测，大部分情况下企业都不会达成最大亏损，反而少部分情况下可以实现小额盈利。

而深度虚值期权则可以在虚值期权的基础上进一步延伸。由于部分发展中国家的货币体系较为不完善，它们在宏观经济三角之间选择了资本的自由流动与货币政策的独立性从而放弃了汇率的稳定性。在与这一部分国家进行贸易时，往往巨大的汇率波动可能带来极高的贸易风险与会计风险，经济风险。因此购买一定量的深度虚值期权可以进行良好的风险规避。

5.4 农业领域的运用

除此之外，深度虚值期权在农产品领域也有一些应用。在农产品市场，由于自然灾害导致的供需不平衡，价格波动是普遍存在的，而这些波动对农民、生产

商、贸易商和投资者都带来了风险。普通的虚值期权可以被用作一种工具，帮助规避这些风险。

而在日常生活中的一种常见的应用是通过购买虚值期权来保护农产品价格风险。农民或生产商可以购买虚值期权，将其标的资产的行权价设定为预期价格之下，以防止价格下跌造成的损失。这样，他们可以在到期时以虚值期权的行权价出售其产品，而不必面对市场价格的下降。

而随着气象预报技术的精进，极端天气的预警机制更加完善。在预知到部分能够给农产品产量造成极端影响的现象，如厄尔尼诺或拉尼娜现象，即将到来前，农民同样可以购入部分深度虚值期权来进行风险规避。如果气象灾害真的发生则可以通过深度虚值期权的高额利润来止损，如果没有发生则只亏损了少量的期权费用。因此，深度虚值期权的应用可以帮助农民、生产商和投资者降低价格波动带来的风险，提供更大的灵活性和保护。

六、监督建议

在之前的论述中，我们探讨了深度虚值期权的定价公式以及应用场景，而对于其定价涉及金融市场中一类具有较高风险和复杂性的衍生品，因而在其定价和交易中需要受到法律法规的限制和规范。

首先，从其本身性质上来看，深度虚值期权可能具有较高的杠杆效应和风险，而不受适当的法规限制可能导致金融体系中的系统性风险。法律法规的制定有助于规范深度虚值期权的使用，确保金融机构和市场参与者在交易这类金融工具时采取适当的风险控制措施，以维护整个金融系统的稳定性。

除此之外，深度虚值期权可能对普通投资者带来较高的风险，并可能要求较高的专业知识来理解和交易。法律法规的设立旨在保护投资者，确保他们在参与市场时获得充分的信息、适当的风险揭示，并避免被不当销售或误导。通过法规，监管机构可以规定相关的投资者保护标准，防范潜在的不当行为。

同时，从期权定价公式出发，深度虚值期权的定价可能涉及复杂的数学模型和算法，而这些模型和算法的运用可能对市场公平性和透明度产生影响。法律法规的存在有助于确保市场中的各方能够公平地获得信息，防止操纵和不正当交易行为。通过规范深度虚值期权的定价和交易，监管机构可以促进市场的正常运作，维护市场参与者的公平权益。

综上所述，我们决定从影响深度虚值期权定价的各个因素出发，为相关政策法律法规的完善提出建议。

6.1 行权价格规范

从行权价格上来看，期权的行权价格是决定期权内在价值的重要因素。深度虚值期权的行权价格相对较远，与标的资产当前价格之间的差距较大。这种差距直接影响期权的盈利潜力，因此行权价格的选择对深度虚值期权的定价起着关键作用。在制定法规时，建议明确定义深度虚值期权的行权价格范围，并设定比例限制，确保行权价格与标的资产价格之间的差异在合理范围内。这一措施旨在防止过度偏离引发系统性风险，通过量化限制规范行权价格，从而维护市场的稳定性和系统的健康运行；并引入动态调整机制和加强监管审慎审查，适应市场情况和波动性的变化，要求交易平台建立动态调整机制，对深度虚值期权的行权价格进行合理调整。同时，也可以加强监管机构对行权价格的审慎审查程序，确保交易平台设定的行权价格符合法规要求。这一综合措施通过动态调整机制和审慎审查程序，促进合理的行权价格设定，维护市场公平竞争和投资者权益。

6.2 资产价格

从标的资产价格上来看，标的资产的当前价格对深度虚值期权的价格有直接而显著的影响。深度虚值期权通常涉及标的资产价格与行权价格之间的大幅差异，这决定了期权的内在价值和市场的实际情况将对其价格产生怎样的影响。为规范标的资产价格，建议可以设立标的资产价格合理性评估机制，在法规框架中引入标的资产价格合理性评估机制，要求交易平台建立独立的评估机构或采用公允的市场定价模型，对标的资产价格进行定期审查和验证。这有助于确保深度虚值期权的标的资产价格在市场实际情况下反映，并减少潜在的虚假或异常报价。此外并规定市场信息披露标准，制定法规规定交易平台标的资产价格的信息披露标准，包括详细说明价格计算方法、市场数据来源和相关风险因素。这将提高市场参与者对标的资产价格形成的透明度，使其更好地理解深度虚值期权定价的基础，从而促使市场更为理性和有效地运作。

6.3 利率制定

从无风险利率的角度上来看，无风险利率是期权定价模型中的一个关键参数。它表示投资者在没有风险的情况下可以获得的收益率。无风险利率的变化直接影

响期权的现值，因此对深度虚值期权的价格产生重要影响。对此，可以建立统一的无风险利率计算框架，要求金融机构和交易平台采用一致的无风险利率计算框架。该框架应明确定义计算方法、基准利率和调整因素，以提高市场内无风险利率的一致性，从而促进深度虚值期权的价格形成的合理性和市场的公平性。并同时设立独立的无风险利率监管机构，确保无风险利率在深度虚值期权定价中得到妥善监管，建议通过法规设立独立的无风险利率监管机构。该机构将负责监督和审查市场参与者无风险利率的计算和使用。通过定期审查无风险利率计算的合规性，该机构将维护市场的稳定性，确保深度虚值期权的定价机制的透明性和合规性。

七、结论展望

本文从验证深度虚值期权的可预测性出发，通过变种 BS 模型与二叉树模型对一部分深度虚值期权数据进行了拟合。在得出来深度虚值期权的可预测性这一结论后，讨论了多种深度虚值期权的应用方向与在如今国际环境下的应用前景，并基于此提出了深度虚值期权市场发展的建议。通过深入研究深度虚值期权的交易行为、定价机制和波动性特征，更好地解释了深度虚值期权在金融市场中的价格发现和风险管理机制。

八、参考文献

- [1]田毅. 期权交易量能预测波动率吗[D]. 浙江工商大学, 2023.
- [2]John C. Cox, Stephen A. Ross, Mark Rubinstein[M]. (1979). Option pricing: A simplified approach, 7(3), 229-263
- [3]Black, F., & Scholes[M]. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. Journal of Political Economy, 81(3), 637-654.
- [4]Yang, Heejin;Ryu, Doojin;Ryu, Doowon. Market Reform and Efficiency: The Case of KOSPI200 Options(Article) [J]. Emerging Markets Finance and Trade, 2018, Vol. 54(12): 2687-2697
- [5]Sonika, Rohit;Shackleton, Mark B. Buyback behaviour and the option funding hypothesis. [J]. Journal of Banking & Finance, 2020, Vol. 114: 105800