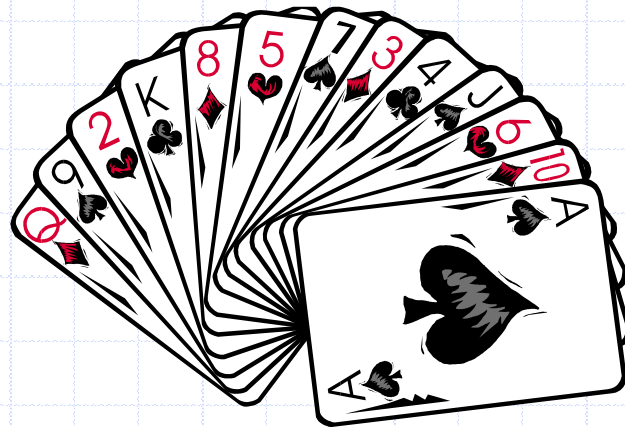
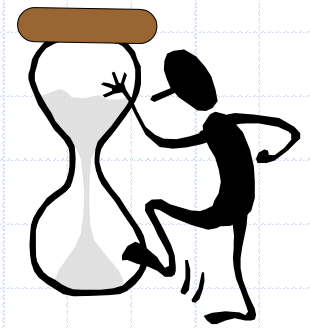


정렬 일반



Outline

- ◆ 9.1 비교정렬의 하한
- ◆ 9.2 정렬의 안정성
- ◆ 9.3 비교정렬 알고리즘 비교
- ◆ 9.4 응용문제

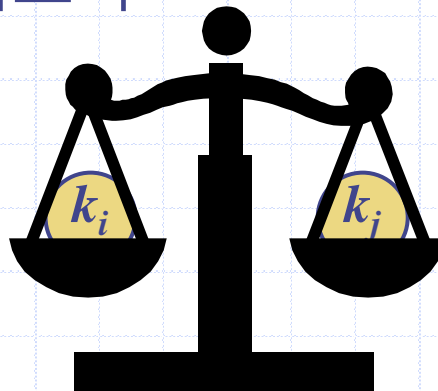


비교정렬의 하한

◆ 비교정렬

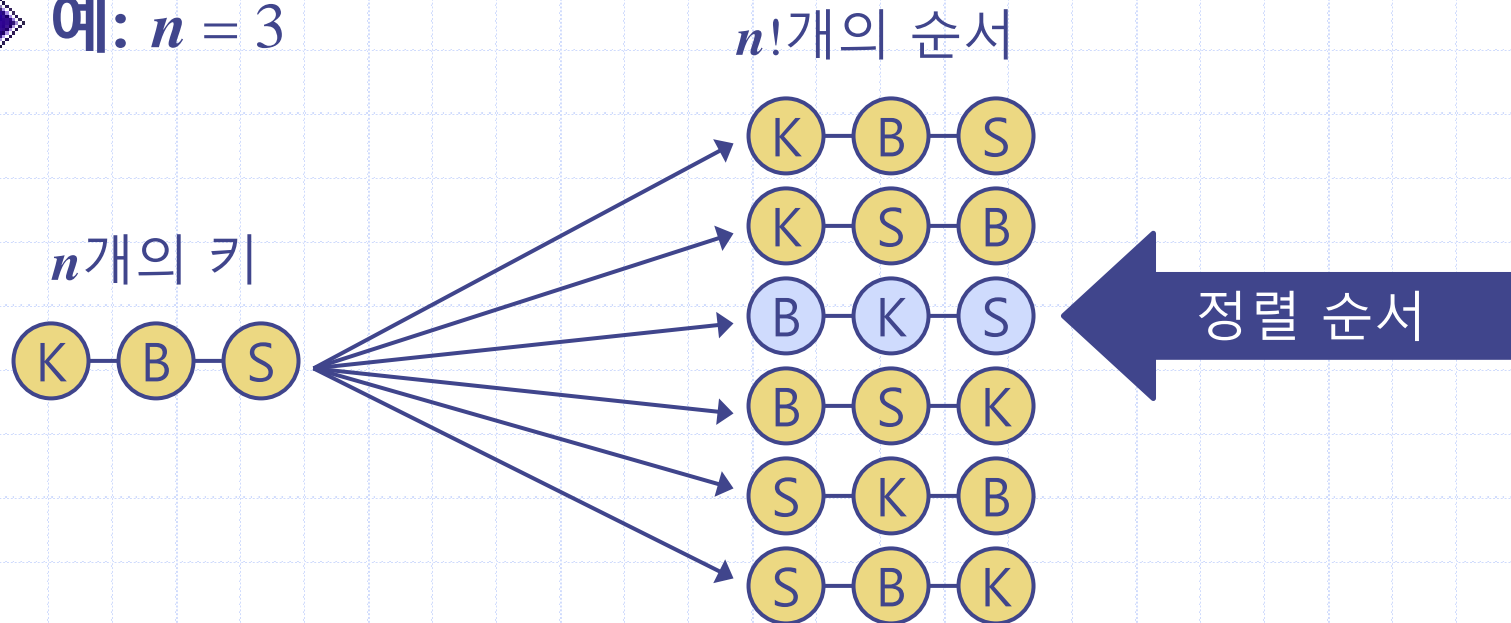
- 비교에 기초한 정렬(comparison-based sorting)
- 개체 쌍을 비교함으로써 정렬
- 예: 버블 정렬, 선택 정렬, 삽입 정렬, 힙 정렬, 합병 정렬, 퀵 정렬, ...

◆ 각각 n 개의 키 k_1, k_2, \dots, k_n 로 구성된 원소들을 정렬하는 비교정렬 알고리즘의 하한(lower bound)을 유도해보자



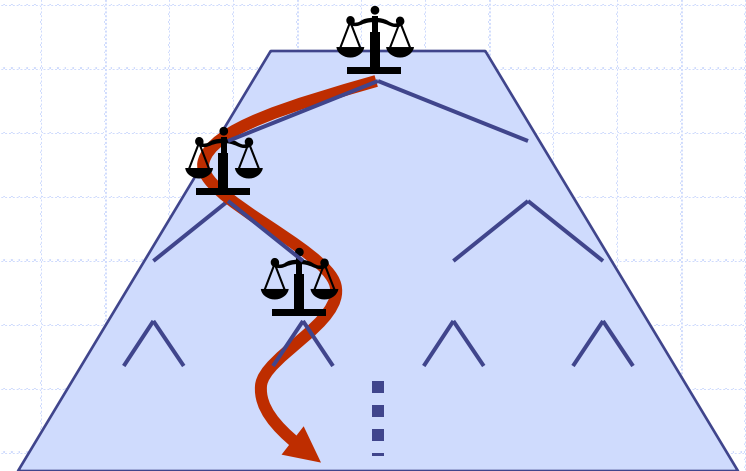
유도 단계 1

- ◆ n 개의 유일한 키로부터 $n!$ 개의 순서가 존재(참고: 순열)
- ◆ 오름차순 정렬 기준으로, 이 가운데 단 하나의 순서만이 정렬 순서
- ◆ 예: $n = 3$



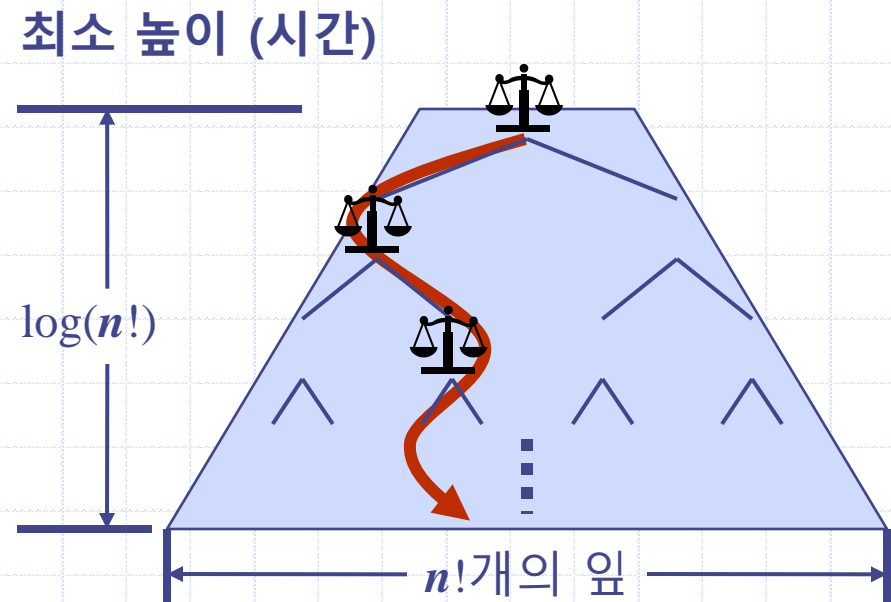
유도 단계 2

- ◆ 비교 회수를 세어보자
- ◆ 각 알고리즘이 취할 수 있는 수행은 **결정트리**(decision tree)에서 루트로부터 앞으로 향하는 경로와 일치



유도 단계 3

- ◆ 이 결정트리의 **높이**: 실행시간의 하한
- ◆ 각각의 상이한 입력 순열은 상이한 하향경로를 순회
- ◆ $n!$ 개의 외부노드가 있으므로, 높이는 최소 $\log(n!)$



유도 단계 4

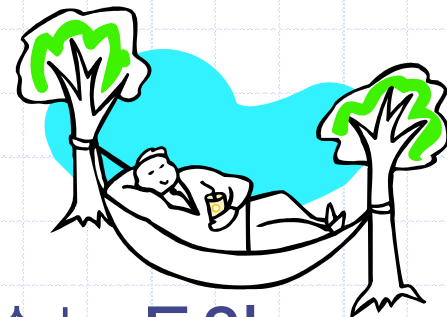
◆ 그러므로 어떤 **비교정렬** 알고리즘도 최소 $\log(n!)$ 시간을 소요

◆ 그리고,*

$$\log(n!) \geq \log(n/2)^{n/2} = (n/2)\log(n/2)$$

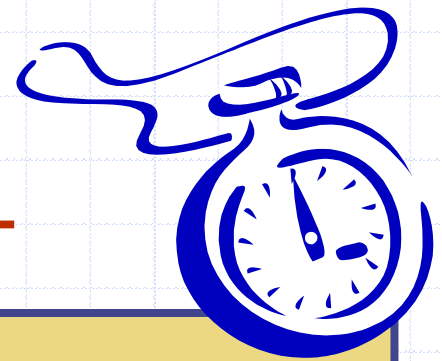
◆ **결론:** 어떤 **비교정렬** 알고리즘이라도 $\Omega(n \log n)$ 시간에 수행





정렬의 안정성

- ◆ 키-원소 항목들을 정렬할 때, 중요한 이슈는 **동일 키**가 어떻게 처리되는냐는 것이다
- ◆ $L = ((k_0, e_0), \dots, (k_{n-1}, e_{n-1}))$ 을 항목들의 리스트라 하자
- ◆ 두 개의 항목 (k_i, e_i) 과 (k_j, e_j) 에 대해,
 - $k_i = k_j$ 며 정렬 전에 (k_i, e_i) 가 (k_j, e_j) 보다 앞서 있었다면(즉, $i < j$),
 - 만약 정렬 후에도 (k_i, e_i) 가 (k_j, e_j) 보다 앞서 있다면,
 - 그 정렬 알고리즘을 **안정적**(stable)이라고 말한다
- ◆ 정렬 알고리즘에 있어서 **안정성**(stability)은 중요 – 왜냐면 많은 응용에서 동일 키 원소들의 원래 순서가 보존되어야 할 필요가 있기 때문



비교정렬 알고리즘 비교

	시간	주요 전략	비고
선택 정렬	$O(n^2)$	◆ 우선순위 큐 (무순 리스트로 구현)	◆ 제자리 ◆ 느림 (소규모 입력에 적당)
삽입 정렬	$O(n^2)$	◆ 우선순위 큐 (순서 리스트로 구현)	◆ 제자리 ◆ 느림 (소규모 입력에 적당)
힙 정렬	$O(n \log n)$	◆ 우선순위 큐 (힙으로 구현)	◆ 제자리 ◆ 빠름 (대규모 입력에 적당)
합병 정렬	$O(n \log n)$	◆ 분할통치	◆ 순차 데이터접근 ◆ 빠름 (초대규모 입력에 적당)
퀵 정렬	$O(n \log n)$ 기대시간	◆ 분할통치	◆ 제자리, 무작위 ◆ 가장 빠름 (대규모 입력에 적당)



응용문제: 투표

- ◆ n -원소 리스트 L 이 주어졌다고 가정하자 – 여기서 L 의 각 원소는 선거에서의 **투표**를 표현
- ◆ 각 투표는 선택된 후보자의 기호를 나타내는 **정수**로 주어진다
 - 기호들은 정수지만 빠진 번호가 있을 수도 있다
- ◆ 어떤 번호가 빠졌는지 또는 후보자가 모두 몇 명이나 되는지에 대한 아무런 정보 없이, L 이 나타내는 투표 내용에서 당선자를 찾아내는 $O(n \log n)$ -시간 메소드를 작성하라
- ◆ **전제:** 가장 많은 표를 획득한 후보자가 당선된다
- ◆ **예:** 아래 투표 리스트에서 기호 7이 당선자다



해결

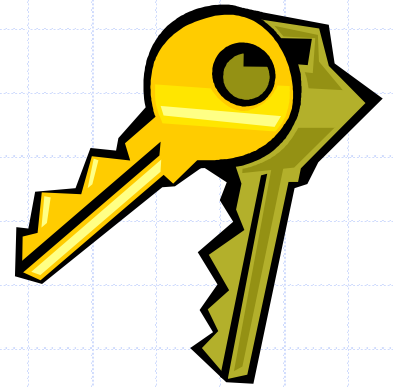
◆ 메소드

1. 먼저 리스트 L 을 후보자의 기호 순서로 정렬
2. 정렬된 리스트를 순회하면서, 현재까지 최대 득표한 기호와 득표수를 저장
3. 각 기호에 대해, 현재까지의 최대 득표수와 비교하여 필요하다면 이를 갱신

◆ 실행시간

- 1단계: $O(n \log n)$
- 2단계: $O(n)$
- 그러므로 총 $O(n \log n)$

응용문제: 두 키로 정렬



- ◆ n 개의 (학생 이름, 점수) 쌍으로 구성된 **무순**의 리스트가 있다 - 여기서 **점수**는 0에서 100 사이의 정수며 **학생 이름**은 문자열로 표현되어 있다
- ◆ 이 데이터를 **점수**의 내림차순으로 정렬하되, 점수가 같은 경우 **학생 이름**의 오름차순으로 정렬하고자 한다(오른쪽 표 참고)
- ◆ 이와 같이 정렬하기 위해 각 정렬 키에 대해 어떤 순서로, 어떤 **비교정렬** 알고리즘을 사용할지 설명하라
- ◆ **전제**: 전체 정렬 작업은 최악의 경우 $O(n \log n)$ 시간에 수행되어야 한다

심청	95
콩쥐	90
장화	86
홍련	86
연흥부	74
배비장	65
연놀부	65
팔쥐	65
변학도	41

해결

◆ 다음 1, 2 단계로 나누어 진행

1. 학생 이름을 정렬 키로 사용하여 오름차순 **힙 정렬**(또는 **합병 정렬**)을 수행 – 이 단계에서 정렬의 안정성은 중요하지 않다
2. 정렬의 안정성을 고려하여 알고리즘을 선택 – 1단계의 정렬 결과에, 점수를 키로 사용하여 내림차순 **합병 정렬**을 수행