

FUNDAMENTOS DE TEORÍA DE LA COMPUTACIÓN 2025  
Trabajo Práctico Nro 9  
**Sistema formal L: axiomas y reglas de inferencia**

**Ejercicio 1.** Dada la siguiente demostración sintáctica válida en  $L$ :

1.  $((\neg p) \rightarrow (\neg(q \rightarrow r))) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow p)$
  2.  $((\neg p) \rightarrow (\neg(q \rightarrow r)))$
  3.  $((q \rightarrow r) \rightarrow p)$
- a) Identificar el conjunto  $\Gamma$  con menor cantidad de fórmulas bien formadas (fbfs) y la fórmula  $A$  tal que  $\Gamma \vdash_L A$ . Indicar, si es posible, que axioma, hipótesis o regla de inferencia fue aplicado en cada paso de la demostración.
- b) ¿Es  $A$  un teorema de  $L$ ? Justificar.
- c) ¿Es  $A$  tautología? Justificar.

**Ejercicio 2.** Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  tres fórmulas bien formadas (fbfs) del sistema formal  $L$ . Dar una demostración sintáctica en  $L$  de las siguientes deducciones. Justificar cada paso en la derivación, indicando cuales son los axiomas instanciados y las reglas de inferencia utilizadas.

*Ayuda: es posible utilizar, si es necesario, propiedades ya demostradas en el libro de Hamilton, como por ejemplo, metateorema de la Deducción, silogismo hipotético (SH), y otros teoremas ya demostrados en el libro (ver prop 2.11a y prop 2.11b).*

- I.  $\vdash_L (((\neg A) \rightarrow A) \rightarrow A)$
- II.  $\vdash_L (((\neg B) \rightarrow (\neg A)) \rightarrow (((\neg B) \rightarrow A) \rightarrow B))$
- III.  $\{((A \rightarrow B) \rightarrow C), B\} \vdash_L (A \rightarrow C)$

**Ejercicio 3.** Sea  $\Gamma$  un conjunto de fbfs del sistema formal  $L$ . Se sabe que  $\Gamma \vdash_L A$  ¿Es cierto que para todo  $\Gamma_i$  tal que  $\Gamma_i \subset \Gamma$ ;  $\Gamma_i \vdash_L A$ ? Fundar.

**Ejercicio 4.** Sea  $A$  una fbf y  $\Gamma$  un conjunto de fbfs. Si se cumple  $\Gamma \vdash_L A$ , ¿Es cierto que vale  $\vdash_L A$  para todo  $A$  y para todo  $\Gamma$ ? Justificar.

**Ejercicio 5.** Determinar si las siguientes afirmaciones son válidas o no en el sistema formal  $L$ . Justificar en cada caso.

- I.  $\{q\} \vdash_L (p \rightarrow q)$
- II.  $\{p \rightarrow q\} \vdash_L (q)$

**Ejercicio 6.** Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  fbfs del C. de Enunciados. Sea  $\Gamma$  un conjunto de fbfs del C. de Enunciados. Se sabe que  $\Gamma \cup \{A, B\} \vdash_L C$  y también se sabe que  $\Gamma \vdash_L A$ .

- I. ¿Es cierto que  $\Gamma \vdash_L (C \rightarrow B)$ ? Justificar.
- II. ¿Es cierto que  $\vdash_L (A)$ ? Justificar.

**Ejercicio 7.** ¿Es el sistema formal  $L$  decidible? Justificar.

*Ayuda: si es decidible, debería ser posible determinar (decidir) para cada fbf, si es o no teorema de  $L$ .*