FUNDAMENTOS DE TEORÍA DE LA COMPUTACIÓN 2025

Trabajo Práctico Nro 11

Lógica de Predicados - Semántica

Ejercicio 1. Señalar las ocurrencias libres o ligadas de x_1, $x_{2,}$ x_3 en la siguiente fbf escrita en un lenguaje de primer orden donde $C = \{c\}$, $F = \{f, g\}$, y $P = \{A\}$, con f de aridad 1; g de aridad 2, A de aridad 2. Determinar cual es una fbf abierta y cual es cerrada.

I. $(\forall x_1)((\exists x_2)A(x_1, f(x_{2,}x_3)) \rightarrow (\forall x_3)A(g(c),\ x_1) \vee A(x_1, x_3))$

II. $(\forall x_1)((\exists x_2)A(x_1, f(x_{2,}x_3))) \rightarrow (\forall x_3)A(g(c),\ x_1) \vee A(x_1, x_3)$

Ejercicio 2. Sea A una fbf que no contiene cuantificadores (es decir, abierta) escrita en algún lenguaje de primer orden. Sea I una interpretación para tal lenguaje. ¿Es posible decidir acerca del valor de verdad de A en I? Fundamentar.

Ejercicio 3. Analizar si son o no lógicamente equivalentes los siguientes pares de fbfs (usar noción de *i-equivalencia* o contraejemplos según corresponda):

I.	$(\forall x)P(x)$	$(\exists x)P(x)$
II.	$(\exists x)(\exists y)Q(x, y)$	$(\exists y)(\exists x)Q(x, y)$
III.	$(\exists x)(\forall y)R(x, y)$	$(\forall y)(\exists x)R(x, y)$
IV.	$(\exists x)(S(x) \wedge T(x))$	$(\exists x)S(x) \wedge (\exists x)T(x)$
V.	$(\exists x)(S(x) \vee\ T(x))$	$(\exists x)S(x) \vee (\exists x)T(x)$
VI.	$(\forall x)(S(x) \vee\ T(x))$	$(\forall x)S(x) \vee (\forall x)T(x)$

Ejercicio 4. Sea un lenguaje de primer orden con las siguientes características:

- Conjunto de constantes: $C = \{c, u\}$
- Sin símbolos de función: $F = \emptyset$
- Conjunto de símbolos de predicado: $P = \{A\}$.

Sea I la siguiente interpretación para ese lenguaje sobre el dominio de los ***números Naturales***:

- $I(c) = 0$
- $I(u) = 1$
- $I(A(x,\ y)) = "x \leq y"$

Verificar si las siguientes afirmaciones son o no correctas. Justificar las respuestas.

- $A(c, x)$ es satisfactible en I.
- $A(u, x)$ es satisfactible en I.
- $(\forall x)\ A(c, x)$ es satisfactible en I.
- $(\forall x)\ A(u\ x)$ es satisfactible en I.
- $A(c, x)$ es verdadera en I.
- $(\forall x)A(c, x)$ es lógicamente válida.
- $A(u, c) \wedge \neg A(u, c)$ es contradictoria.

Ejercicio 5. Ofrecer una interpretación donde las siguientes fórmulas sean **todas** verdaderas y otra donde sean falsas. Traducir en cada caso las fórmulas dadas a oraciones apropiadas en lenguaje natural.

I. $(\forall x)\ P(x,x)$
II. $\neg((\forall x)(\forall y)(P(x,y) \to P(y,x)))$
III. $(\forall x)(\forall y)(\forall z)((P(x,y) \land P(y,z)) \to P(x,z))$
IV. $(\forall x)P(c,x)$
V. $(\forall x)P(x,f(x))$

Ejercicio 6. Determinar para cada una de las siguientes fbfs escritas en algún lenguaje de primer orden si son satisfactibles en alguna interpretación, verdaderas en alguna interpretación, falsas en alguna interpretación, lógicamente válidas o contradictorias. Fundamentar

I. $(\forall x)P(x)$
II. $((\forall x)(\forall y)Q(x,y)) \to Q(x,y)$
III. $(\exists x)(\exists y)Q(x,y) \to (\exists y)(\exists x)Q(x,y)$
IV. $Q(x) \to Q(x)$
V. $(\exists x)(\neg P(x)) \lor (\forall x)(P(x) \lor Q(x))$

Ejercicio 7. Determinar si las siguientes fbfs son (o no) lógicamente válidas o contradictorias. Fundamentar en cada caso.

I. $((\forall x)\ (P(x) \lor Q(x))) \to ((\forall x)\ P(x) \lor (\forall x)\ Q(x))$
II. $P(x,y) \to P(x,y)$
III. $P(x,y) \to (\forall x)(\forall y)\ (P(x,y))$

Ejercicio 8. Si la fbf $P(x)$ es satisfactible, ¿entonces la fbf $(\exists x)\ P(x)$ es lógicamente válida?. Fundamentar.