

ZMP - Lista 1

Operacje bitowe, funkcje, instrukcje sterujące

Marcin Michalski, WMAT PWr

Marzec 2025

Ćwiczenia są do przećwiczenia na laboratoriach/samodzielnie. Zadania należy rozwiązać zgodnie ze specyfikacją i udostępnić prowadzącym laboratoria.

Deadlines: I 16.03.2025, 23:59; II 23.03.2025, 23:59.

Ćwiczenie 1. Jakiej operacji arytmetycznej odpowiada $\sim n$?

Ćwiczenie 2. Zapisz operacje bitowe na jednym bicie za pomocą działań arytmetycznych na zbiorze $\{0, 1\}$.

Ćwiczenie 3. Dla liczb całkowitych x, y zapisz $x - y$ za pomocą

(a) operacji bitowych, $+$ i 1 ;

(b) jak wyżej, tylko bez 1 .

Ćwiczenie 4. Niech x będzie bajtem (ciągami bitów dł. 8). Jak, za pomocą operacji bitowych, $+$ i dowolnych ustalonych bajtów, uzyskać sumę bitów x ?

Ćwiczenie 5. Zaimplementuj funkcję, która dla podanej liczby całkowitej n i naturalnej k , zwróci k -ty bit liczby n . Przyjmij, że bit najbardziej wysunięty na prawo ma pozycję $k = 0$.

Ćwiczenie 6. Zaimplementuj funkcję, która dla podanej liczby całkowitej n i naturalnej k zamienia k -ty bit n na przeciwny.

Ćwiczenie 7. Zaimplementuj mnożenie liczb całkowitych za pomocą $<<$, dodawania i odejmowania.¹

Ćwiczenie 8. Napisz funkcję, która sprawdza, czy podana liczba naturalna jest pierwsza. Następnie napisz funkcję, która dla podanej liczby naturalnej wypisze wszystkie liczby pierwsze bliźniacze² nie większe od niej.

Ćwiczenie 9. Zaimplementuj algorytm Euklidesa do wyszukiwania największego wspólnego dzielnika dwóch liczb naturalnych.

Ćwiczenie 10. Zaimplementuj funkcję, która dla podanej liczby naturalnej n wypisze wszystkie liczby doskonałe³ nie większe od niej.

¹To chyba pierwszy moment, w którym przydadzą się pętle i instrukcje warunkowe.

²To są takie liczby pierwsze p , dla których $p + 2$ lub $p - 2$ też jest liczbą pierwszą.

³Liczba n jest doskonała, jeśli $\sum\{d \in \mathbb{N} : d < n \wedge d|n\} = n$

Ćwiczenie 11. Rzuć okiem na Zadanie 2. Jak prościej opisać działanie funkcji F ? Udowodnij swoją hipotezę.

Poniższe zadania udostępni prowadzącemu laboratoria. Pliki źródłowe *.cpp zapisz w ścieżce `11/zi/` i nazwij

`nr_indeksu_zkc.cpp`,

gdzie k to numer zadania, a c to podpunkt (o ile zadanie ma podpunkty - jeśli nie, to c pomini). Przykładowa poprawna nazwa pliku: `123456_z2b.cpp`.

Zadanie 1 (3p.). Niech funkcja $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$ będzie zdefiniowana w następujący sposób

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{jeśli } 2|n, \\ 3n + 1, & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Napisz program, który dla podanej w standardowym wejściu dodatniej liczby naturalnej wypisze jej trajektorię przez f dopóki nie trafi w 1, oraz po przecinku i spacji długość tej trajektorii. Np. dla wejścia 3 powinniśmy otrzymać

3 10 5 16 8 4 2 1, 8

Czy każda trajektoria uderza w końcu w 1?

Zadanie 2 (4p.). Funkcja Eulera $\varphi : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$ jest zadana przez

$$\varphi(n) = |\{k \leq n : \text{NWD}(k, n) = 1\}|.$$

- (a) Zaimplementuj funkcję Eulera. Program powinien oczekiwać podania liczby ze standardowego wejścia i wypisać odpowiednią wartość.
- (b) Zaimplementuj funkcję $F : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$ zadaną wzorem

$$F(n) = \sum \{\varphi(d) : d|n\}.$$

Pogram powinien oczekiwać liczby ze standardowego wejścia i wypisać odpowiednią wartość.

Zadanie 3 (3p.). Zaimplementuj funkcję, która dla podanej liczby naturalnej n wypisze liczbę zer końcowych liczby $n!$. Rozwiązanie faktycznie obliczające $n!$ w którymkolwiek momencie działania programu jest oczywiście nieakceptowalne ;-)