



Examen para la obtención del grado de: Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Presenta: **M.C. Christian Rios Enriquez**

CENIDET
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Agosto del 2024

Modelado y Control de un Motor Reciprocante Magnético

Jurado:

Presidente: Dr. Francisco Gomez Aguilar

Secretario: Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramirez

Vocal 1: Dr. Jesus Aguayo Alquicira

Vocal 2: Dr. Manuel Adam Medina

Vocal 3: Dr. Jarniel García Morales

Vocal 4: Dr. Cornelio Morales Morales



Contenido de la Presentación

- 1 Introducción
- 2 El modelo matemático del MRM
- 3 Pruebas de la fuerza magnética y el modelo matemático del MRM
- 4 El controlador neuronal



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

cenidet[®]
*Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico*

Sección 1: Introducción

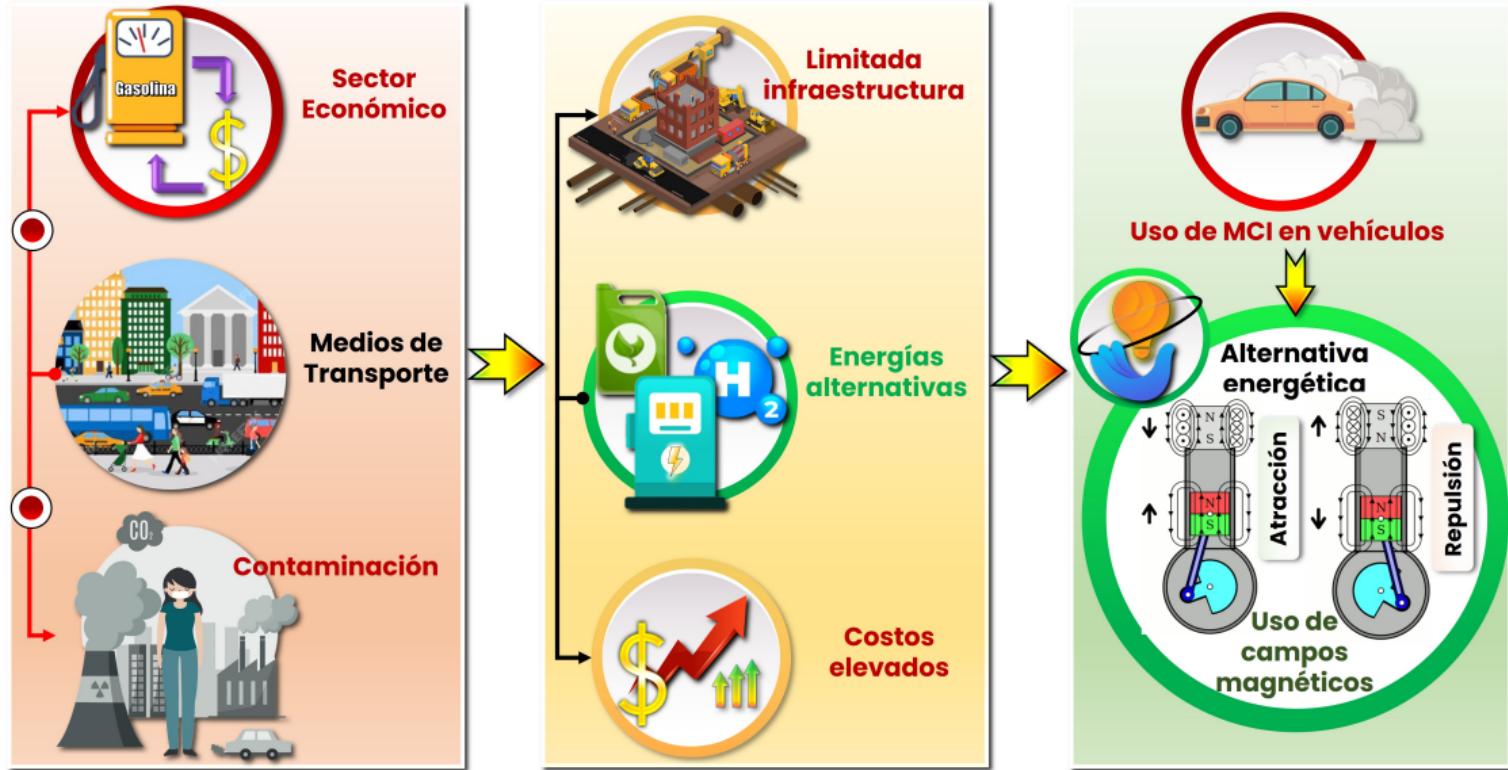


Figura 1: El panorama de investigación.

El motor reciprocante magnético

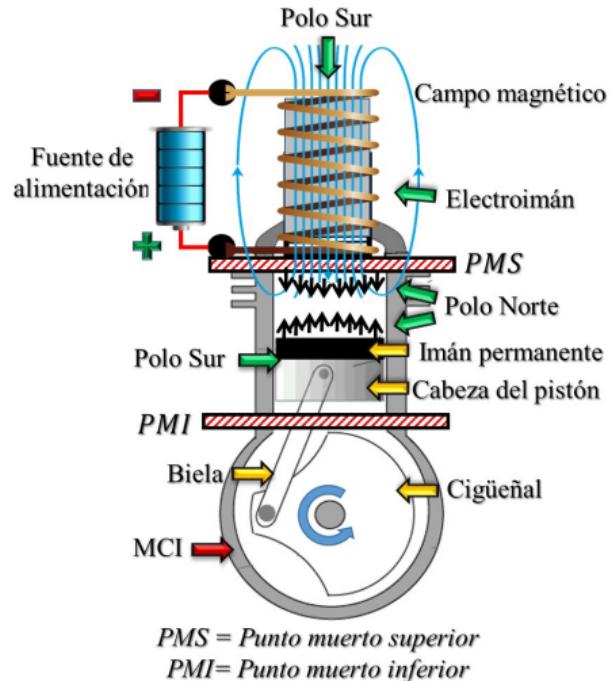


Figura 2: Estructura del motor reciprocante magnético (MRM).

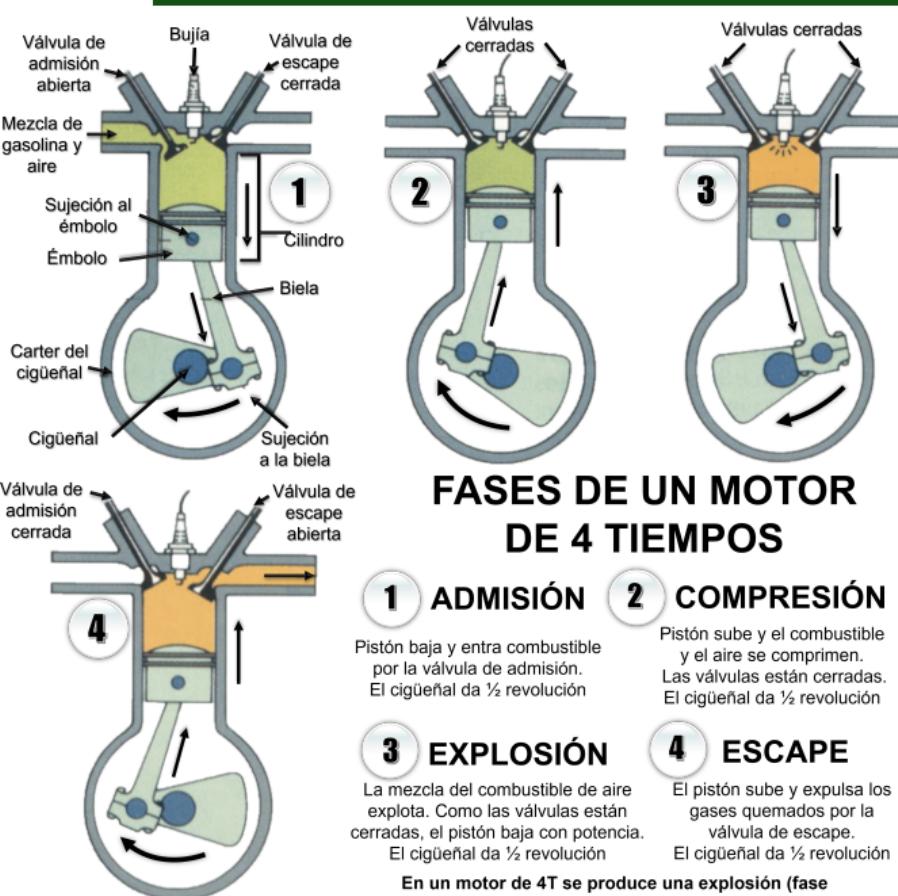


Figura 3: Ciclo de otto y partes de un cilindro de un MCI de 4 T. 4/52

Problemática de investigación

Introducción

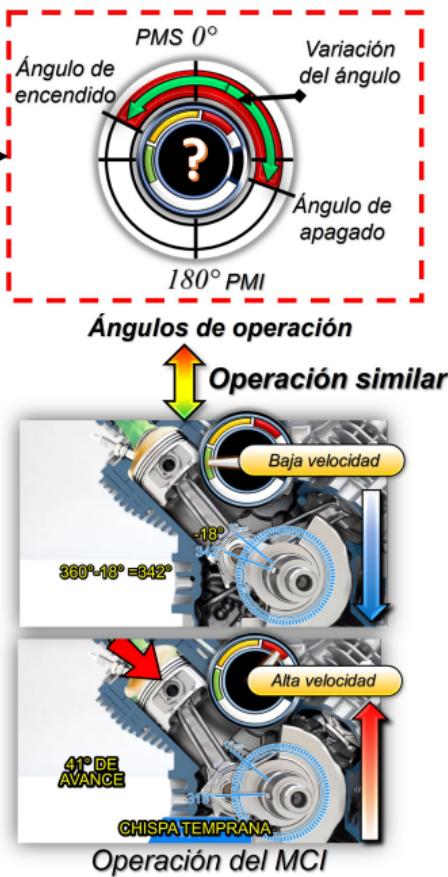
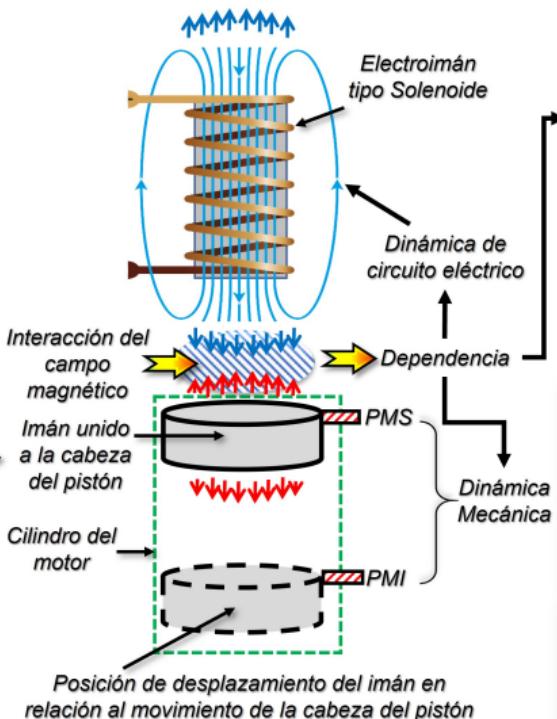
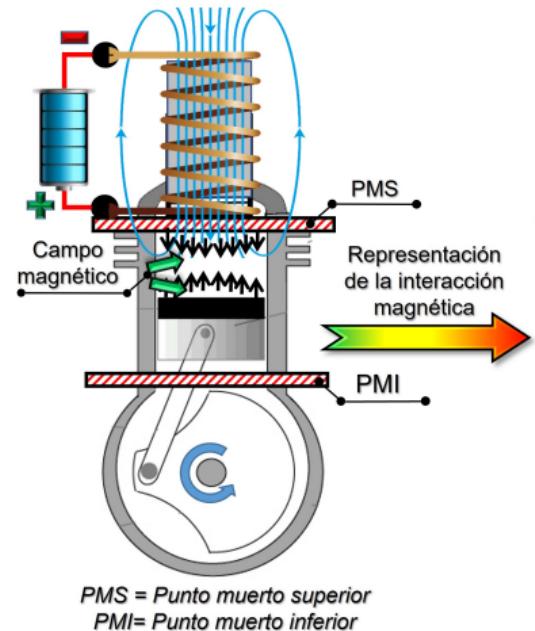


Figura 4: Interacción del campo magnético en el motor reciprocativo magnético.

Problemática de investigación

Introducción

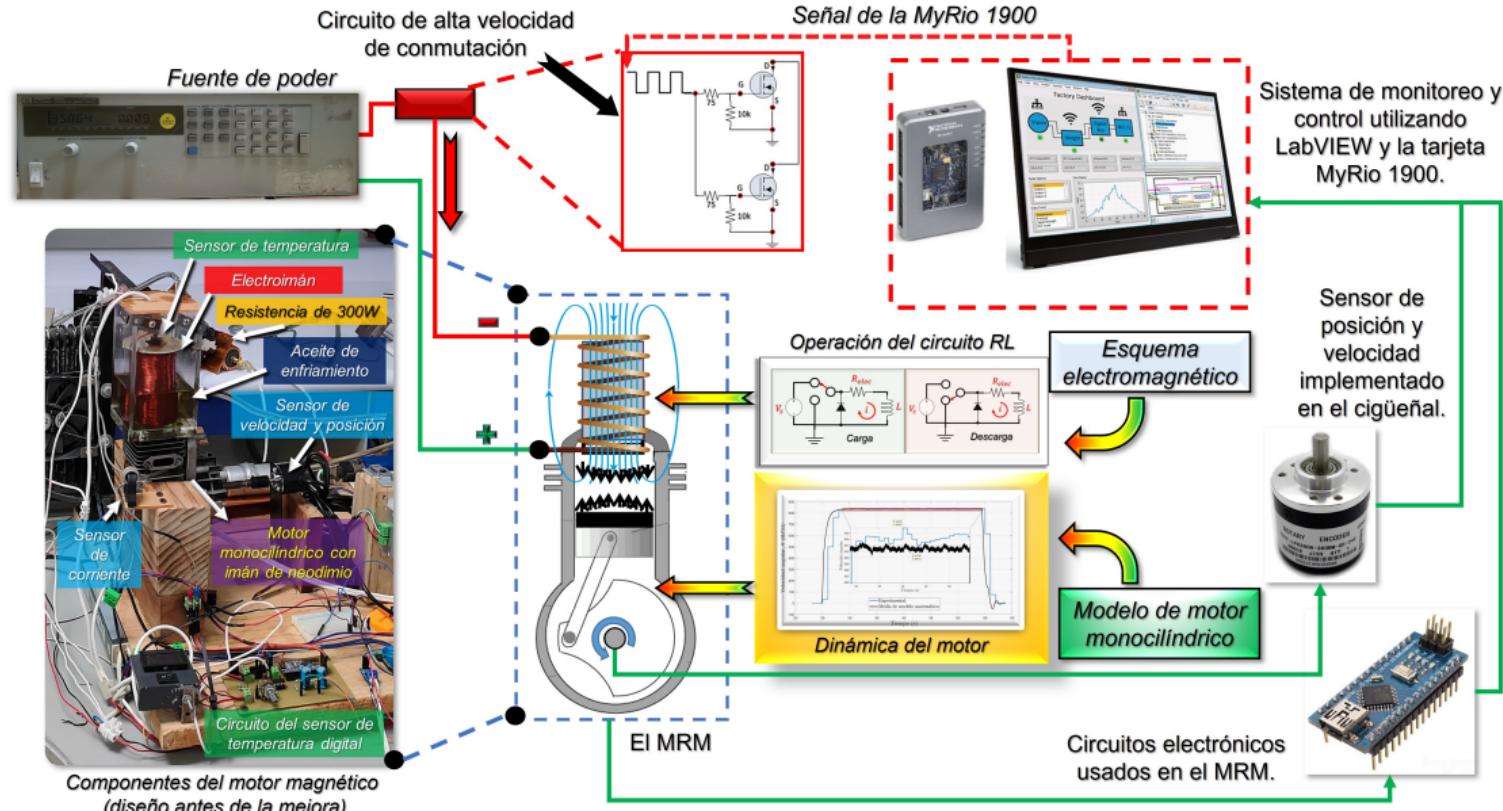


Figura 5: Diagrama del MRM tipo monocilíndrico.

Tabla 1: Comparativa de avances realizados sobre MRM.

Introducción Estado del arte

Artículo	Año	FMg	DM	TM	FMM	PExp	AO	TC	EF
[Dhangar et al., 2015]	2015	✓	✓	Monocilíndrico	X	X	X	CD	21.44 % TH
[Zhao et al., 2018]	2018	✓	X	Monocilíndrico	✓	X	X	100 A en CD	X
[Vigneshwaran, 2018]	2018	✓	✓	Monocilíndrico	X	✓	X	CD	38.83 %
[Rafay Hammad et al., 2018]	2018	Cálculo por Software	✓	Monocilíndrico	X	✓	Alrededor del PMS y PMI	CD	X
[Zhang et al., 2018]	2018	✓	✓	Bicilíndrico	X	X	X	CD	X
[Yadav et al., 2018]	2018	✓	✓	Bicilíndrico	X	✓	Alrededor del PMS y PMI	CD	27.193 %
[Roshan et al., 2019]	2019	✓	✓	Monocilíndrico	X	X	X	CD	80.73 % TH
[Tiwari et al., 2019]	2019	✓	✓	Cuatro cilindros	X	✓	X	CA	X
[Dhawale et al., 2020]	2020	X	✓	Bicilíndrico	X	X	PMS	Usa imanes	X
[Rawal et al., 2020]	2020	X	X	Monocilíndrico	X	X	X	X	X
[Patil et al., 2020]	2020	✓	✓	Cuatro cilindros	X	✓	Alrededor del PMS y PMI	CD	74 %
[Vaddepalli et al., 2020]	2020	X	✓	Bicilíndrico	X	X	X	X	X
[Kumar et al., 2021]	2021	✓	✓	Bicilíndrico	X	X	Alrededor del PMS y PMI	CD	26.38 % TH
[Singh et al., 2022]	2022	X	✓	Motor V4	X	X	Alrededor del PMS y PMI	CA	X
[Ansari et al., 2022]	2022	✓	✓	Monocilíndrico	X	✓	X	CA	X
[Morgado et al., 2022]	2022	X	✓	Motor V8	X	✓	X	CD	24 %
[Pol et al., 2023]	2023	X	✓	Monocilíndrico	X	X	X	X	X

Nomenclatura: FMg= Formulación Magnética, DM= Diseño de motor, TM= Tipo de motor, FMM= Formulación de modelo matemático, PExp= Prueba Experimental, AO= Ángulo de operación, TC= Tipo de corriente, EF=Eficiencia, TH= Teórica, CD= Corriente directa, CA= Corriente Alterna, PMS= Punto muerto Superior, PMI= Punto muerto inferior.

Estado del arte

Table 2: Artículos de sistemas relacionados con la operación magnética del MRM.

Artículo	A.M.	A.E.	S.	P.E.	T.C.	E.M.	Sistema
[Carneiro et al., 2020]	✓	✓	✓	✓	✗	✗	Review de CEE
[Kwon et al., 2020]	✗	✓	✓	✓	✗	✗	Fuerza Magnética
[Hu et al., 2020]	✓	✓	✓	✗	Proporcional-Derivativo (PD)	Linealización y estabilidad	TLM
[Dutta and Das, 2020]	✗	✓	✓	✓	PID, MPC	Linealización, discretización	SLM
[Yang et al., 2020]	✗	✓	✓	✗	Control por pasividad	No lineal	SLM
[Jibril and Alemayehu, 2020]	✗	✓	✓	✗	NARMA-L2, Referencia y Modelo predictivo	No lineal	TLM
[Sun et al., 2020]	✓	✓	✓	✓	Amplitud saturada con una RNA	No lineal	TLM
[Bidikli, 2020]	✗	✓	✓	✓	PD y PID con Lyapunov	No lineal	SLM
[Plavec et al., 2019]	✗	✓	✓	✗	✗	✗	Fuerza electromagnética
[Ding et al., 2018]	✗	✓	✓	✓	Estado retroalimentado	✓	TLM
[Balko and Rosinová, 2017]	✗	✓	✓	✓	PID	No lineal y linealización	SLM
[Babic and Akyel, 2017]	✗	✓	✗	✗	✗	✗	Bobinas Bitter
[Sun et al., 2017]	✗	✓	✓	✓	Modos deslizantes y neurodifusos con Lyapunov	Euler-Lagrange	SLM

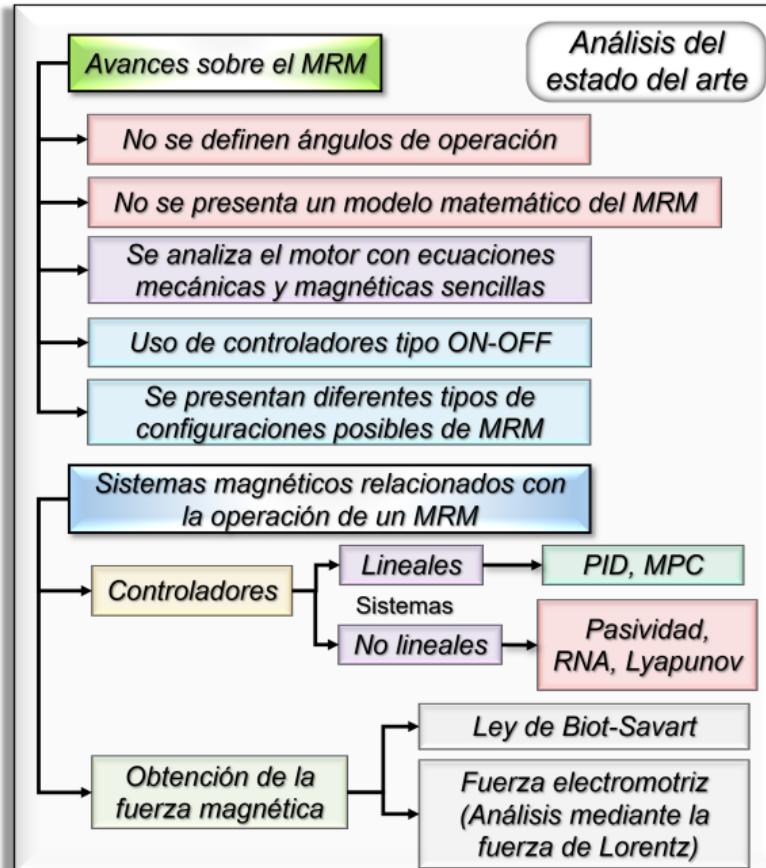
Nomenclatura: A.M.= Análisis Mecánico, A.E. = Análisis Electromagnético, S- Simulación, P.E.= Prueba Experimental,

T.C. = Tipo de Controlador. E.M.= Estrategia de modelado matemático, TLM= Tren de levitación magnética,

CEE = Cosechador de energía electromagnética, SLM = Sistema de levitación magnética,

PID = Control Proporcional Integral Derivativo, MPC = Control Predictivo por Modelo (Model Predictive Control).

Estado del arte



Hipótesis

A través del uso de estrategias de control en base a la formulación de un modelado matemático de un motor reciprocante magnético, es posible implementar un controlador que pueda permitir energizar en el momento adecuado el actuador magnético y suministrar la corriente necesaria de acuerdo a la velocidad del cigüeñal y carga del motor.

Objetivo General

Modelar un MRM tipo mono cilíndrico basado en el enfoque energético de Euler-Lagrange y proponer un esquema de control que permita manipular el ángulo de energización del actuador magnético para diferentes puntos de operación del motor con el fin de obtener la mejor velocidad angular y par del motor.

Objetivos específicos

- Diseñar un modelo matemático representativo de un MRM monocilíndrico basado en el esquema Euler-Lagrange.
- Proponer un esquema de control para obtener el máximo par motor para diferentes puntos de operación del MRM monocilíndrico.
- Implementar la estrategia de control en el prototipo experimental de un MRM.

Metas

- Representar con un modelo matemático la dinámica de un MRM monocilíndrico.
- Comparar o aproximar el valor de la eficiencia energética que pueda tener la maqueta académica del MRM tipo monocilíndrico con las eficiencias reportadas en el estado del arte.
- Obtener un programa de control que garantice el par del motor deseado de acuerdo a las limitaciones del MRM monocilíndrico experimental.

Alcances y limitaciones

- Se idealizan partes mecánicas y eléctricas en el modelo matemático.

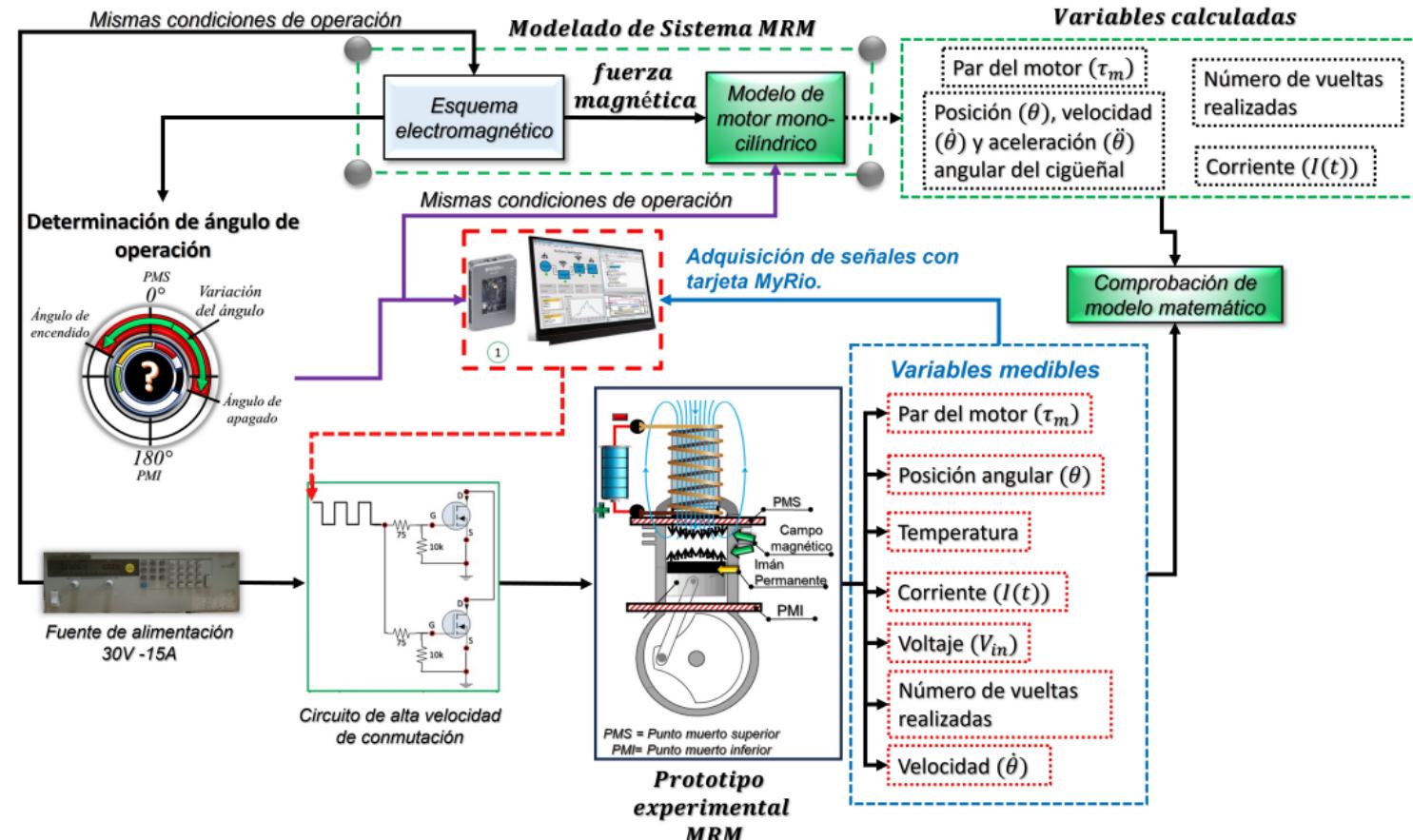


Figura 6: Propuesta de solución para el modelado del MRM.

Propuesta solución

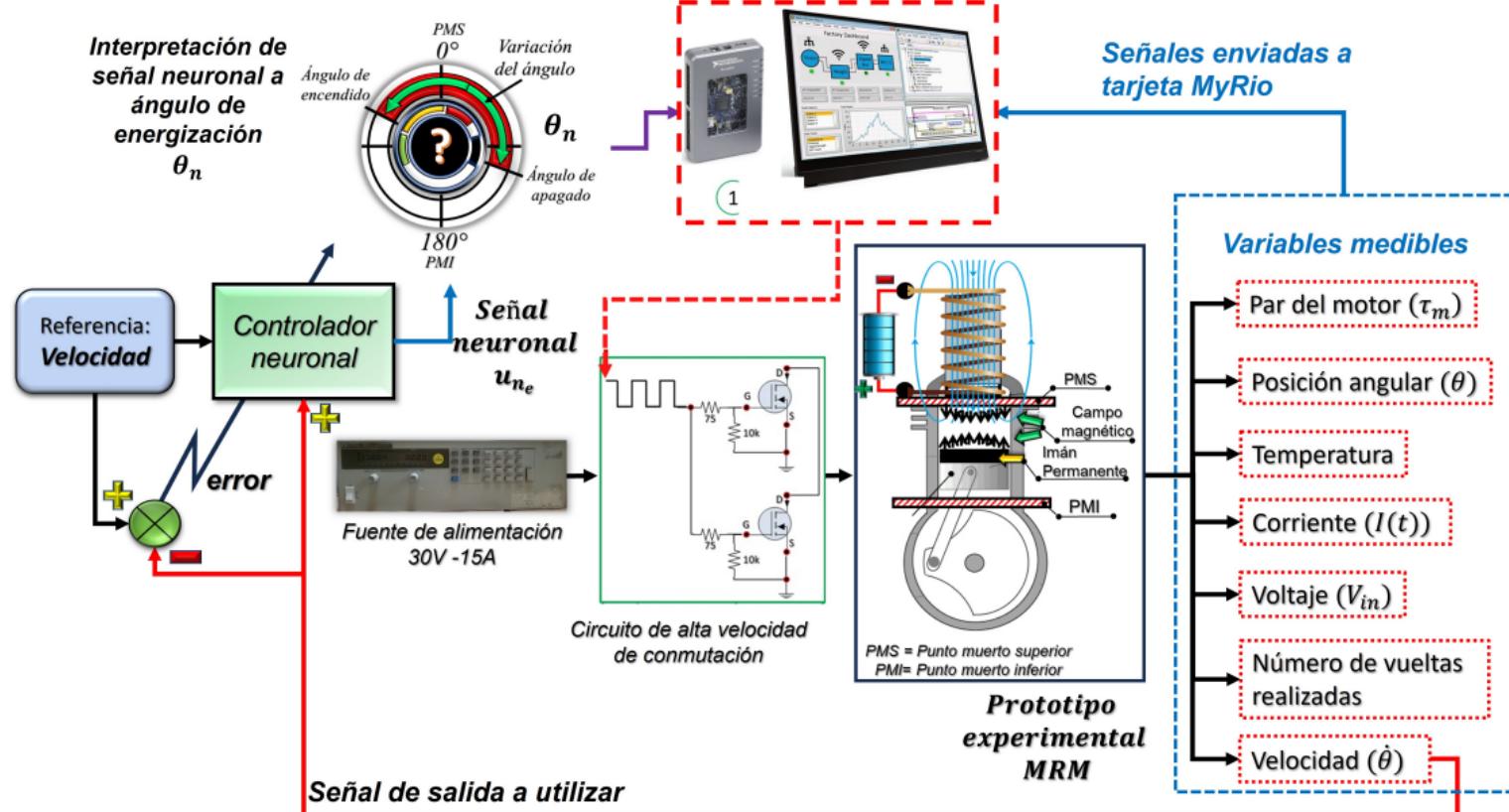


Figura 7: Propuesta de solución para el control del MRM.



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

cenidet[®]
*Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico*

Sección 2:

El modelo matemático del MRM

Formulación abstracta del problema

Modelo matemático del MRM

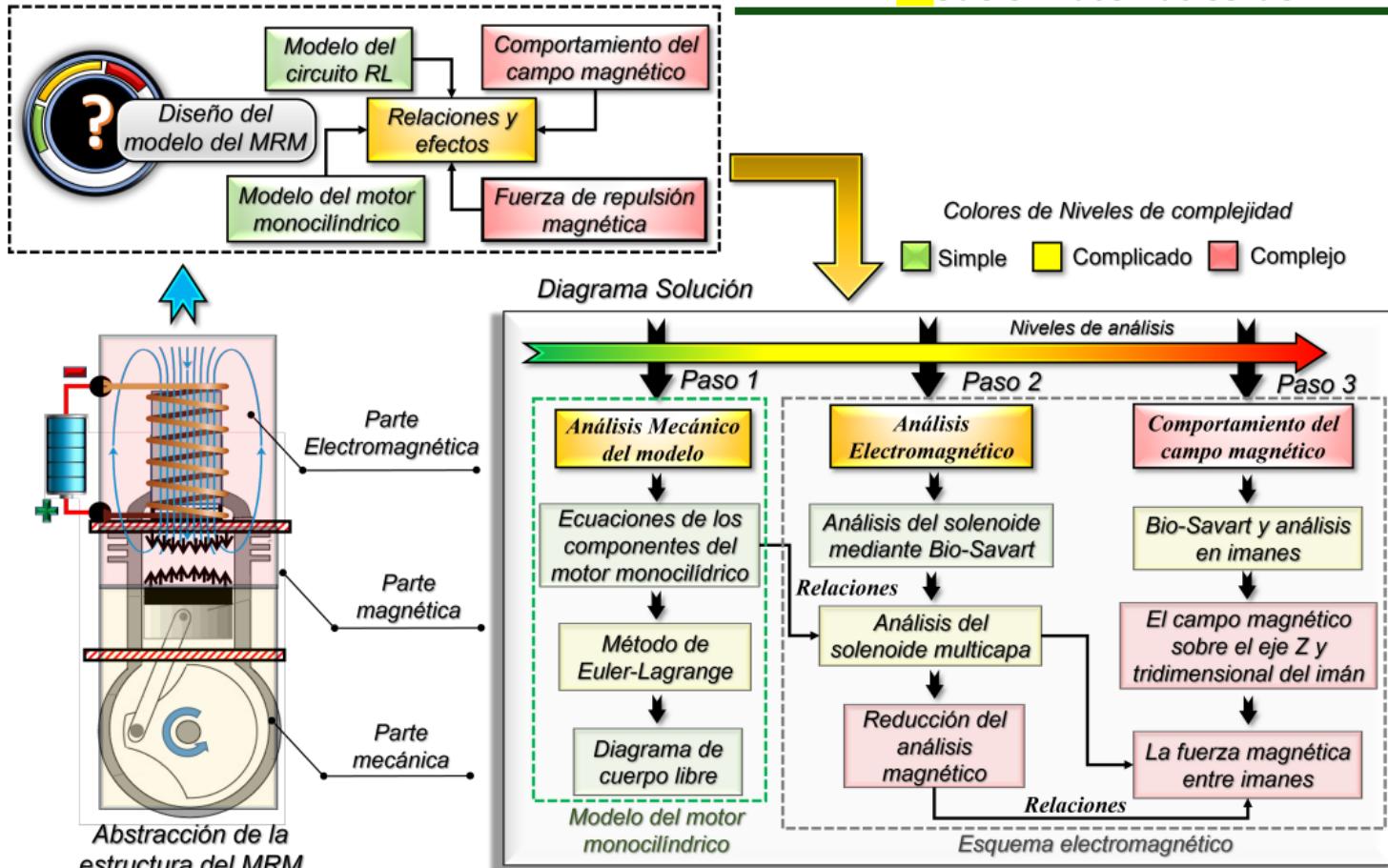


Figura 8: Estructura para formular el modelo del MRM.

Parte mecánica

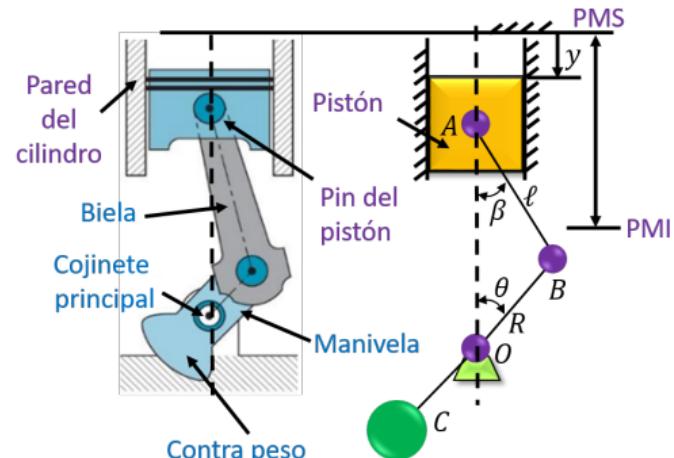


Figura 9: Componentes de un motor tipo monocilíndrico.

Referencias: Naeeni et al., 2019; Reis et al., 2014; Crolla and Mashadi, 2011; Zhang et al., 2009; Guzzomi et al., 2008; Erkaya et al., 2007; Ha et al., 2006 and Myklebust et al., 1984.

Posición del pistón

$$y = L_m - R \cos(\theta) - \ell \cos(\beta), \quad (1)$$

$$y_p = R \cos(\theta) + \ell \cos(\beta). \quad (2)$$

Posición del centro de gravedad de la biela

$$x_b = R k \sin(\theta), \quad (3)$$

$$y_b = R \cos(\theta) + j \ell \cos(\beta), \quad (4)$$

Posición del centro de gravedad del cigüeñal o manivela

$$x_m = -h R \sin(\theta), \quad (5)$$

$$y_m = -h R \cos(\theta). \quad (6)$$

Parte mecánica

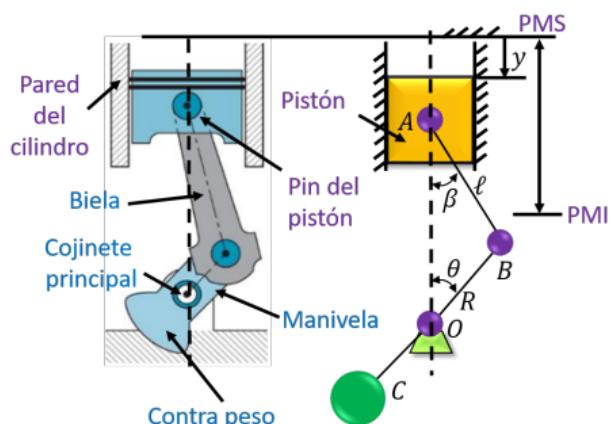


Figura 10: Componentes de un motor tipo monocilíndrico.

Referencias: Naeeni et al., 2019; Reis et al., 2014; Crolla and Mashadi, 2011; Zhang et al., 2009; Guzzomi et al., 2008; Erkaya et al., 2007; Ha et al., 2006 and Myklebust et al., 1984.

Relaciones entre θ y β

$$\sin(\beta) = \frac{R}{\ell} \sin(\theta), \quad (7)$$

$$\cos(\beta) = \sqrt{1 - \left(\frac{R}{\ell} \sin(\theta) \right)^2}, \quad (8)$$

$$\dot{\beta} = \frac{R \cos(\theta)}{\ell \cos(\beta)} \dot{\theta}, \quad (9)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{R \cos(\theta)}{\ell \cos(\beta)} \ddot{\theta} + \dot{\theta}^2 \left[\frac{R^3 \cos^2(\theta) \sin(\theta)}{\ell^3 \cos(\beta)^3} - \frac{R \sin(\theta)}{\ell \cos(\beta)} \right]. \quad (10)$$

Enfoque energético de Euler-Lagrange

$$\mathcal{L} = T - U \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \dot{q}_i} = \tau_i, \quad (12)$$

$$i = 1, \quad q_1 = \theta, \quad \tau_1 = \tau_m$$

Parte mecánica

Energía cinética del sistema

$$T = \frac{1}{2}(I_C + I_V)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_c h^2 R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_B \left(\frac{R^2}{\ell^2} \frac{\cos^2(\theta)}{\cos^2(\beta)} \right) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_b R^2 \dot{\theta}^2 \left(k^2 \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) + \frac{jR}{\ell} \frac{\sin(\theta) \sin(2\theta)}{\cos(\beta)} + \left(\frac{jR}{2\ell} \right)^2 \frac{\sin^2(2\theta)}{\cos^2(\beta)} \right) + \frac{1}{2}m_p R^2 \dot{\theta}^2 \left(\sin^2(\theta) + \frac{R}{\ell} \frac{\sin(\theta) \sin(2\theta)}{\cos(\beta)} + \left(\frac{R}{2\ell} \right)^2 \frac{\sin^2(2\theta)}{\cos^2(\beta)} \right). \quad (13)$$

Energía potencial del sistema

$$U = -m_c g h R \cos(\theta) + m_b g \left(R \cos(\theta) + j\ell \cos(\beta) \right) + m_p g \left(R \cos(\theta) + \ell \cos(\beta) \right). \quad (14)$$

Dissipación Lagrangeana

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2}\dot{\theta}^2 \left(\mu_1 + \mu_2 \frac{R \cos(\theta)}{\ell \cos(\beta)} \right). \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
\tau_m = & \ddot{\theta} \left[(I_C + I_V + m_c h^2 R^2) + I_B \left(\frac{R^2}{\ell^2} \frac{\cos^2(\theta)}{\cos^2(\beta)} \right) + \right. \\
& m_b R^2 \left(k^2 \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) + \frac{jR}{\ell} \frac{\sin(\theta) \sin(2\theta)}{\cos(\beta)} + \left(\frac{jR}{2\ell} \right)^2 \frac{\sin^2(2\theta)}{\cos^2(\beta)} \right) + \\
& m_p R^2 \left(\sin^2(\theta) + \frac{R}{\ell} \frac{\sin(\theta) \sin(2\theta)}{\cos(\beta)} + \left(\frac{R}{2\ell} \right)^2 \frac{\sin^2(2\theta)}{\cos^2(\beta)} \right) \Big] + \\
& \dot{\theta}^2 \left\{ \frac{1}{2} I_B \frac{R^2}{\ell^2} \left(- \frac{\sin(2\theta)}{\cos^2(\beta)} + \frac{\cos^2(\theta)}{\cos^4(\beta)} \frac{R^2}{\ell^2} \sin(2\theta) \right) + \right. \\
& \frac{1}{2} R^2 m_b \left[\frac{jR}{\ell} \left(\frac{2 \sin(\theta) \cos(2\theta) + \sin(2\theta) \cos(\theta)}{\cos(\beta)} + \frac{\sin(\theta) \sin^2(2\theta)}{\cos^3(\beta)} \frac{R^2}{2\ell^2} \right) + \right. \\
& \left. \left(\frac{jR}{2\ell} \right)^2 \left(\frac{4 \sin(2\theta) \cos(2\theta)}{\cos^2(\beta)} + \frac{\sin^3(2\theta)}{\cos^4(\beta)} \frac{R^2}{\ell^2} \right) - k^2 \sin(2\theta) + \sin(2\theta) \right] + \\
& \frac{1}{2} R^2 m_p \left[\sin(2\theta) + \frac{R}{\ell} \left(\frac{2 \sin(\theta) \cos(2\theta) + \sin(2\theta) \cos(\theta)}{\cos(\beta)} + \frac{\sin(\theta) \sin^2(2\theta)}{\cos^3(\beta)} \frac{R^2}{2\ell^2} \right) + \right. \\
& \left. \left(\frac{R}{2\ell} \right)^2 \left(\frac{4 \sin(2\theta) \cos(2\theta)}{\cos^2(\beta)} + \frac{\sin^3(2\theta)}{\cos^4(\beta)} \frac{R^2}{\ell^2} \right) \right] \Big\} + \dot{\theta} \left(\mu_1 + \mu_2 \frac{R \cos(\theta)}{\ell \cos(\beta)} \right) - \\
& m_c g h r \sin(\theta) + m_b g \left(R \sin(\theta) + \frac{jR^2}{2\ell} \frac{\sin(2\theta)}{\cos(\beta)} \right) + m_p g \left(R \sin(\theta) + \frac{R^2}{2\ell} \frac{\sin(2\theta)}{\cos(\beta)} \right). \tag{16}
\end{aligned}$$

Parte mecánica

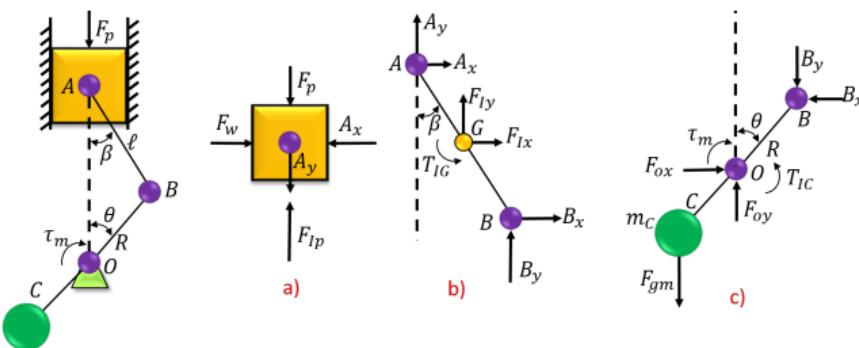


Figura 11: Diagrama de cuerpo libre (Crolla, D., y Mashadi, B., 2011).

Par de salida del cigüeñal

$$\tau_m = R(B_y \sin \theta - B_x \cos \theta) - T_{IC} - hR(F_{ox} \cos \theta - F_{oy} \sin \theta), \quad (17)$$

$$B_x = \left(F_{IP} - (F_p + F_{gp}) + \frac{\ell_B}{\ell} F_{Iy} \right) \tan \beta - \frac{\ell_A}{\ell} F_{Ix} - \frac{T_{IG}}{\ell \cos \beta} \quad (18)$$

$$B_y = F_p - F_{IP} - F_{Iy} + F_{gp} + F_{attraction}, \quad (19)$$

$$F_{ox} = B_x - F_{Cx}, \quad (20)$$

$$F_{oy} = B_y + F_{gm} - F_{Cy}. \quad (21)$$

Fuerzas

$$F_{IP} = -m_P \ddot{y}_p \quad (22)$$

$$F_p = \vec{F}_{mag}, \quad (23)$$

$$F_{Ix} = m_b \ddot{x}_b \quad (24)$$

$$F_{Iy} = m_b \ddot{y}_b \quad (25)$$

$$F_{gp} = m_pg \quad (26)$$

$$F_{gm} = m_cg \quad (27)$$

$$F_{Cx} = m_c \ddot{x}_m \quad (28)$$

$$F_{Cy} = m_c \ddot{y}_m \quad (29)$$

$$T_{IG} = I_B \ddot{\beta} \quad (30)$$

$$T_{IC} = I_C \ddot{\theta} \quad (31)$$

Parte mecánica

Tabla 3: Parámetros utilizados en el modelo matemático de la parte mecánica del MRM.

Parámetro	Descripción	Valor
ℓ	Longitud de la biela	0.06272 m
R	Longitud del cigüeñal	0.012 m
j	Proporción entre la longitud de la biela entre BG y BA ($0 < j < 1$, Figura 11)	0.5 unidades
h	Proporción entre la longitud del cigüeñal entre OC a OB ($0 < h < 1$, Figura 11)	0.1 unidades
m_p	Masa del pistón	0.025 kg
m_b	Masa de la biela	0.023 kg
m_c	Masa del cigüeñal	0.015 kg
I_B	Momento de inercia de la biela	$3.0159 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
I_C	Momento de inercia del cigüeñal	$6.6707 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
I_V	Momento de inercia del volante	$3.0782 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
μ_1	Fricción viscosa generalizada del cigüeñal	N·m·s/rad
μ_2	Fricción viscosa generalizada de la biela	0.009 N·m·s/rad
g	Aceleración gravitacional	9.81 m/s ²

Los valores de μ_1 y μ_2 fueron calculados de manera heuristica.

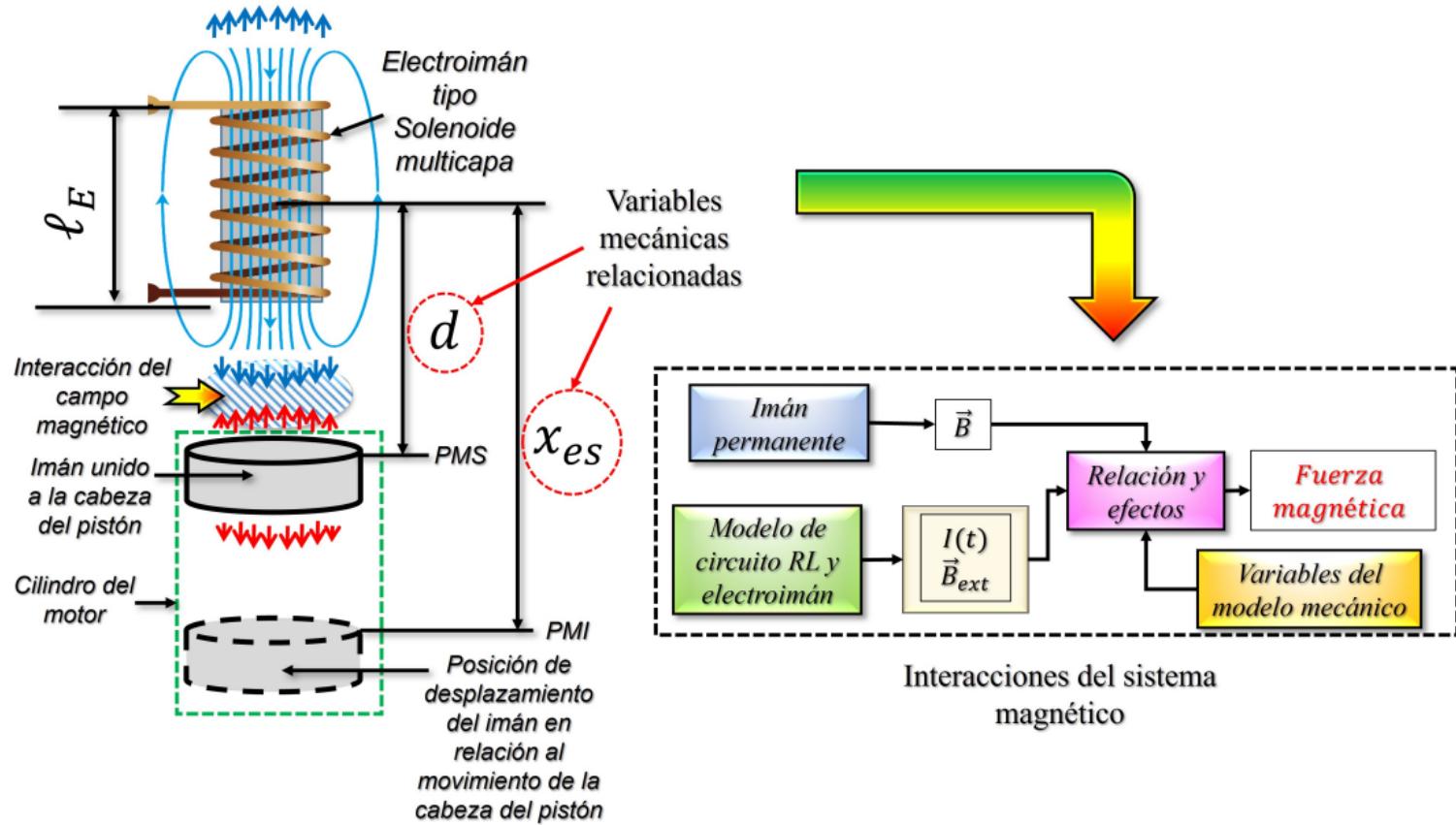


Figura 12: Relaciones existentes entre el electroimán, el imán de neodimio y la formulación de la fuerza magnética.

Esquema electromagnético

Consideraciones para la formulación de la fuerza magnética

- El análisis del campo magnético estará basado sobre el eje Z.
- Se asume que el imán permanente está polarizado a lo largo de su eje Z con una magnetización uniforme [Furlani, 2001], del cual la aplicación de la fuerza será sobre las caras planas del imán

$$\vec{F} = \oint_S \sigma_m \vec{B}_{ext} dS. \quad (32)$$

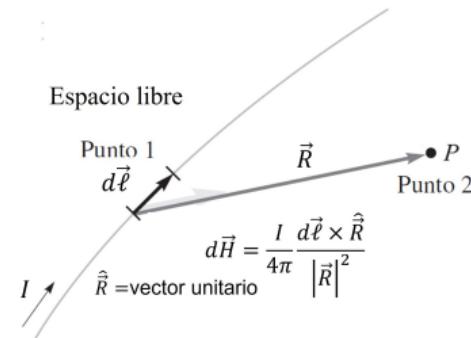


Figura 13: Ley de Biot-Savart.

Ley de Biot-Savart

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \hat{\vec{R}}}{|\vec{R}|^2}. \quad (33)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (34)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (35)$$

Referencias: Edminster, 1992; Furlani, 2001; Purcell and Morin, 2013, Ulaby, 2015.

Esquema electromagnético

Modelo de Corriente (Aplicación en imanes)

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{x}')_m}{|\vec{x} - \vec{x}'|} dV, \quad (36)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}, \quad (37)$$

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}_m(\vec{x}') \times \frac{(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} dV + \quad (38)$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \vec{j}_m(\vec{x}') \times \frac{(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} dS,$$

$$\underbrace{\vec{J}_m}_{\text{densidad de corriente volumétrica}} = \nabla \times \vec{M},$$

$$\underbrace{\vec{j}_m}_{\text{densidad de corriente superficial}} = \vec{M} \times \hat{n}.$$

Referencias: Edminster, 1992; Furlani, 2001; Purcell and Morin, 2013, Ulaby, 2015.

Charge Model (Application to magnets)

$$\vec{H} = -\nabla \varphi_m, \quad (39)$$

$$\varphi_m(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} dV + \quad (40)$$

$$\frac{1}{4\pi} \oint_S \frac{\vec{M}(\vec{x}') \cdot \hat{n}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} dS,$$

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\rho_m(\vec{x}')(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} dV + \quad (41)$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{\sigma_m(\vec{x}')(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} dS,$$

$$\underbrace{\rho_m}_{\text{densidad de carga volumétrica}} = -\nabla \cdot \vec{M},$$

densidad de carga volumétrica

$$\underbrace{\sigma_m}_{\text{densidad de carga superficial}} = \vec{M} \cdot \hat{n},$$

densidad de carga superficial

$$\vec{F} = \int_V \rho_m \vec{B}_{ext} dV + \oint_S \sigma_m \vec{B}_{ext} dS. \quad (42)$$

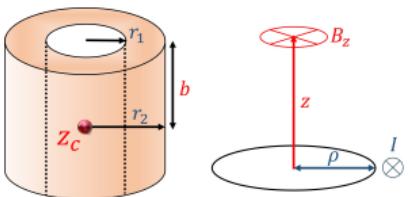


Figura 14: Esquema para el cálculo del campo magnético de un solenoide multicapa.

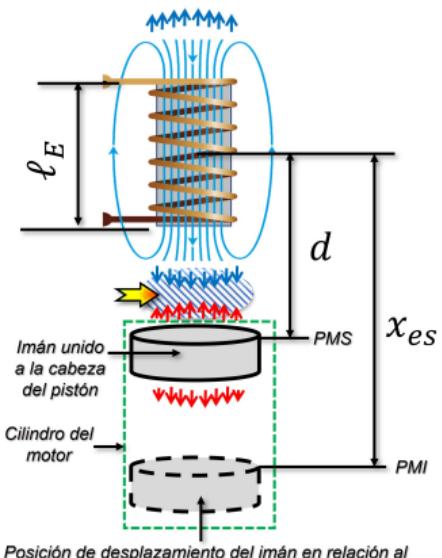


Figura 15: Relación de análisis con electroimán.

Densidad del campo magnético de un solenoide multicapa

$$B_{ext}(z) = \frac{\mu I(t) n_a}{2} \left[(z+b) \ln \left(\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z+b)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z+b)^2}} \right) - (z-b) \ln \left(\frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z-b)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z-b)^2}} \right) \right], \quad b = \frac{\ell}{2}. \quad (43)$$

donde

$$\mu = \mu_r \mu_0, \quad b = \frac{\ell_E}{2}, \quad n_a = \frac{N_t}{\ell_E},$$

z esta relacionada con $x_{es}(t)$ e $I(t)$ con el modelo del circuito RL.

Punto de vista de la posición del imán

$$x_{es} = (R + \ell + d) - R \cos(\theta) - \ell \cos(\beta). \quad (44)$$

Referencias: Edminster, 1992; Furlani, 2001; Purcell and Morin, 2013, Ulaby, 2015.

Esquema electromagnético

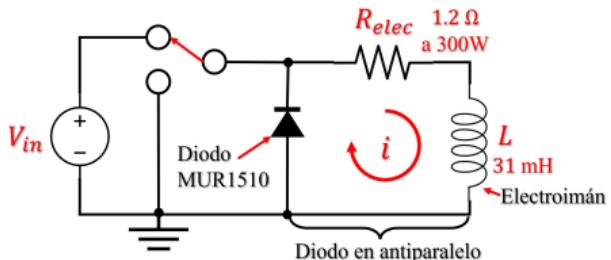


Figura 16: Circuito RL del MRM.

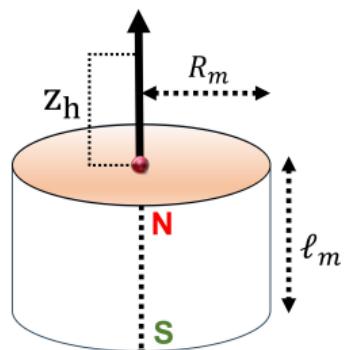


Figura 17: Imán permanente.

Referencias: Edminister, 1992; Furlani, 2001; Purcell and Morin, 2013, Ulaby, 2015.

Modelo matemático del MRM

Modelo del Circuito RL

$$I(t) = \underbrace{\frac{V_{in}}{R_{elec} + R_{inductor}} \left(1 - e^{-\frac{R_{elec} + R_{inductor}}{L_{elec}} t} \right)}_{\text{etapa de carga}}, \quad (45)$$

$$I(t) = \underbrace{\frac{V_{in}}{R_{elec} + R_{inductor}} e^{-\frac{R_{elec} + R_{inductor}}{L_{elec}} t}}_{\text{etapa de descarga}}. \quad (46)$$

Densidad del campo magnético de un imán permanente

$$\vec{B}(z) = \mu_0 \frac{M}{2} \left(\frac{z_h}{\sqrt{R_m^2 + z_h^2}} - \frac{z_h - l_m}{\sqrt{R_m^2 + (z_h - l_m)^2}} \right), \quad (47)$$

donde

$$M = \frac{B_r}{\mu_0}. \quad (48)$$

Magnetic force between magnets

$$\vec{F} = \oint_S \sigma_m \vec{B}_{ext} dS, \quad (49)$$

$$\sigma_m = B_{mgt}(z). \quad (50)$$

Tabla 4: Parámetros utilizados para la formulación magnética.

Parámetro	Descripción	Valor
N_t	Número de vueltas	714 vueltas
R_s	Radio de análisis para la fuerza magnética	0.0125 m
d	Distancia entre el electroimán y el pistón	0.06 m
R_{mag}	Radio del imán	0.0125 m
z_h	Punto de altura para el análisis del imán	0.0001 m
ℓ_{mag}	Altura del imán	0.01 m
B_r	Remanencia magnética	1.32 T
$\vec{B}_{mag}(z)_{max}$	Máximo valor de la densidad magnética del imán	0.4123 T
ℓ_E	Altura del solenoide	0.09 m
r_1	Radio interno del solenoide	0.0075 m
r_2	Radio externo del solenoide	0.026 m
μ_0	Permeabilidad magnética del vacío	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m
R_{elec}	Resistencia de 300W (experimental)	1.2 Ω
$R_{inductor}$	Resistencia interna de la bobina (experimental)	1.3 Ω
L_{elec}	Inductancia del solenoide	31 mH

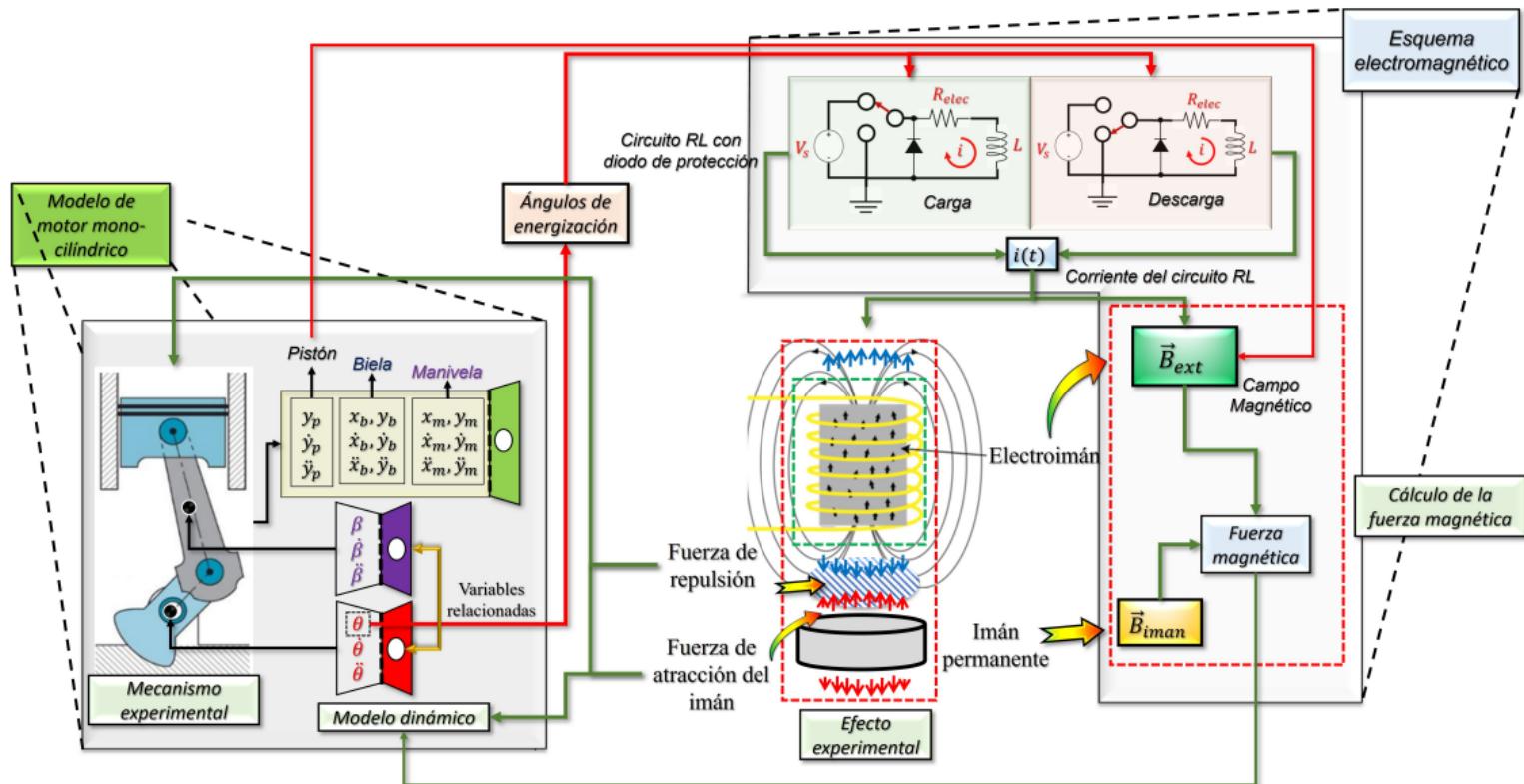


Figura 18: Funcionamiento del prototipo experimental y estructura del modelo matemático.



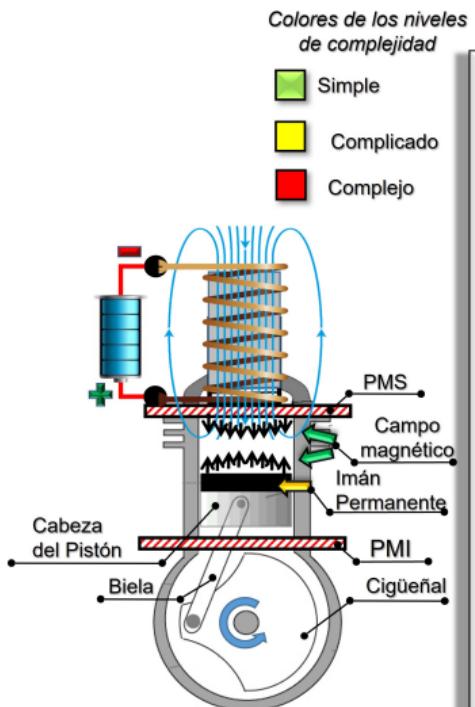
TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

cenidet[®]
*Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico*

Sección 3:

Pruebas de la fuerza magnética y el modelo matemático del MRM

Metodología



Metodología utilizada para el diseño y pruebas en la maqueta experimental

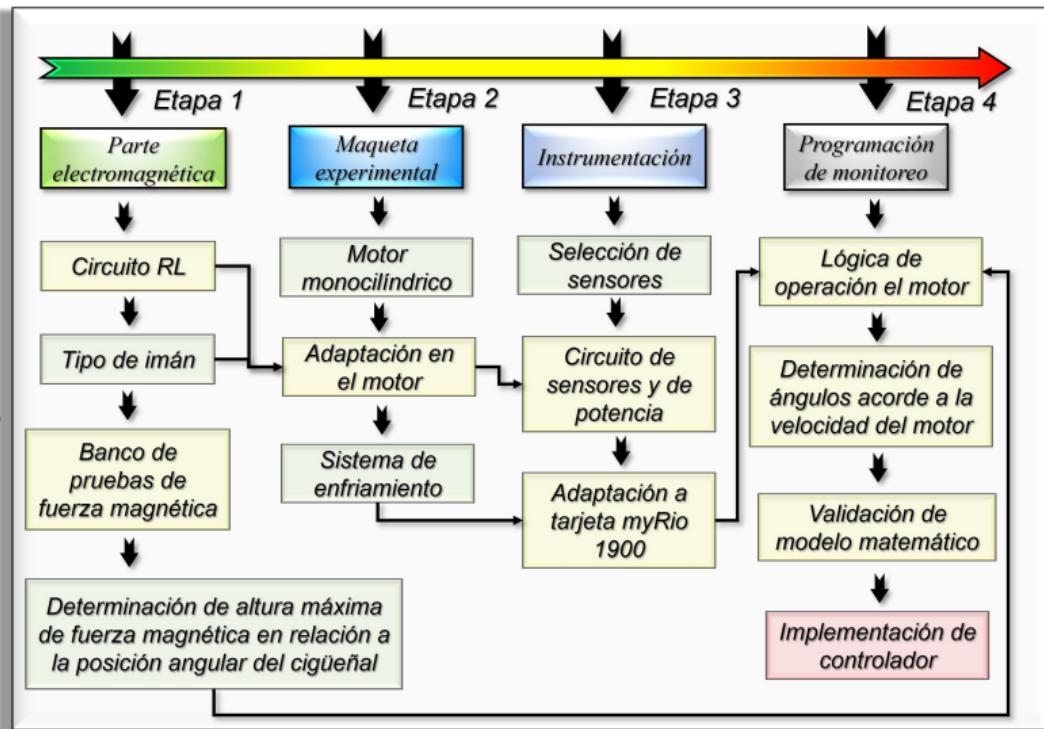


Figura 19: Metodología utilizada para la construcción y prueba del prototipo experimental del MRM tipo

Pruebas de fuerza

Tabla 5: Pruebas de comportamiento de la fuerza de repulsión magnética entre un electroimán y un imán de neodimio a diferentes niveles de voltaje y corriente.

Prueba a 30 V									
Condiciones de Pruebas		Valores en la Fuente HP 6653A		Voltaje medido en el circuito RL		Peso (kg) generado por la fuerza de repulsión magnética		Conversión del peso (kg) medido a fuerza (N)	
Vt.	Ct.	Vt.	Ct.	Elt.	Elt.+Res.	PMS a 1mm	Con distancia	PMS a 1mm	Con distancia
30 V	15 A	30 V	11.89 A	15.633 V	28.360 V	2.134 kg	1.921 kg a 5mm	20.9345 N	18.845 N a 5mm
30 V	10 A	29.53 V	10 A	12 V	26.432 V	2.060 kg	1.780 kg a 5mm	20.2090 N	17.562 N a 5mm
30 V	8 A	18.22 V	8 A	9.720 V	17.560 V	1.038 kg	1.128 kg a 5mm	10.1828 N	11.066 N a 5mm
30 V	6 A	13.81 V	6 A	7.202 V	13.122 V	0.218 kg	0.706 kg a 8mm	2.13858 N	6.926 N a 8mm
Prueba a 24 V. Escenario de 2 baterías de vehículo									
Condiciones de Pruebas		Valores en la Fuente HP 6653A		Voltaje medido en el circuito RL		Peso (kg) generado por la fuerza de repulsión magnética		Conversión del peso (kg) medido a fuerza (N)	
Vt.	Ct.	Vt.	Ct.	Elt.	Elt.+Res.	PMS a 1mm	Con distancia	PMS a 1mm	Con distancia
24 V	15 A	24 V	10.66 A	12.12 V	22.64 V	1.544 kg	1.022 kg a 3mm	15.1466 N	10.026 N a 3mm
24 V	10 A	22.77 V	10 A	12.17 V	21.61 V	1.233 kg	1.314 kg a 3mm	12.0957 N	12.890 N a 3mm
24 V	8 A	19 V	8 A	10.12 V	17.92 V	0.766 kg	1.078 kg a 4mm	7.5144 N	10.575 N a 4mm
24 V	6 A	13.94 V	6V	7.212 V	13.127 V	0.130 kg	0.652 kg a 8mm	1.2753 N	6.396 N a 8mm
Prueba a 12 V. Escenario de 1 batería de vehículo									
Condiciones de Pruebas		Valores en la Fuente HP 6653A		Voltaje medido en el circuito RL		Peso (kg) generado por la fuerza de repulsión magnética		Conversión del peso (kg) medido a fuerza (N)	
Vt.	Ct.	Vt.	Ct.	Elt.	Elt.+Res.	PMS a 1mm	Con distancia	PMS a 1mm	Con distancia
12 V	15 A	12 V	5.24 A	6.036 V	11.230 V	0.010 kg	0.706 kg a 8mm	0.0981 N	6.926 N a 8mm

Vt.=Voltaje, Ct.=Corriente, Res.=Resistencia, Elt.= Electroimán.

Operación máxima	Límite de operación
------------------	---------------------

Pruebas de fuerza

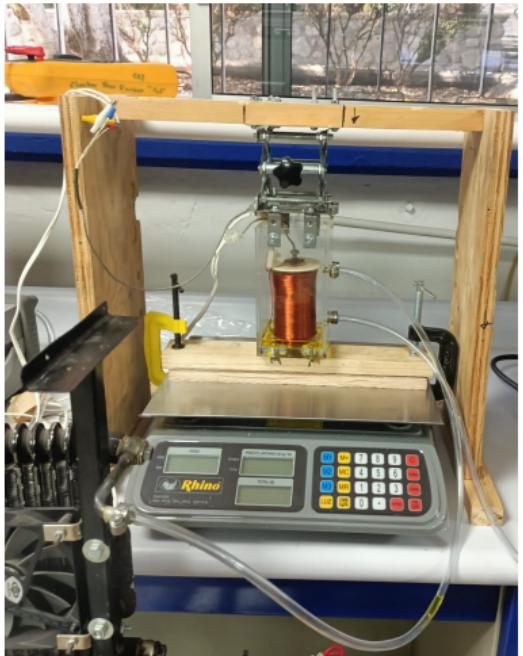


Figura 20: Estructura para las pruebas de fuerza magnética.

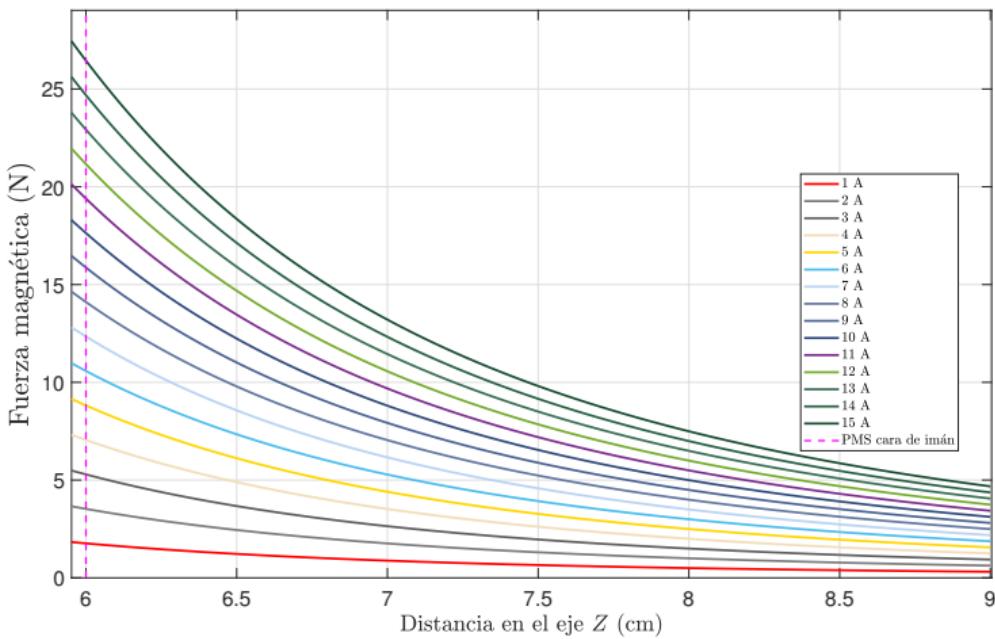
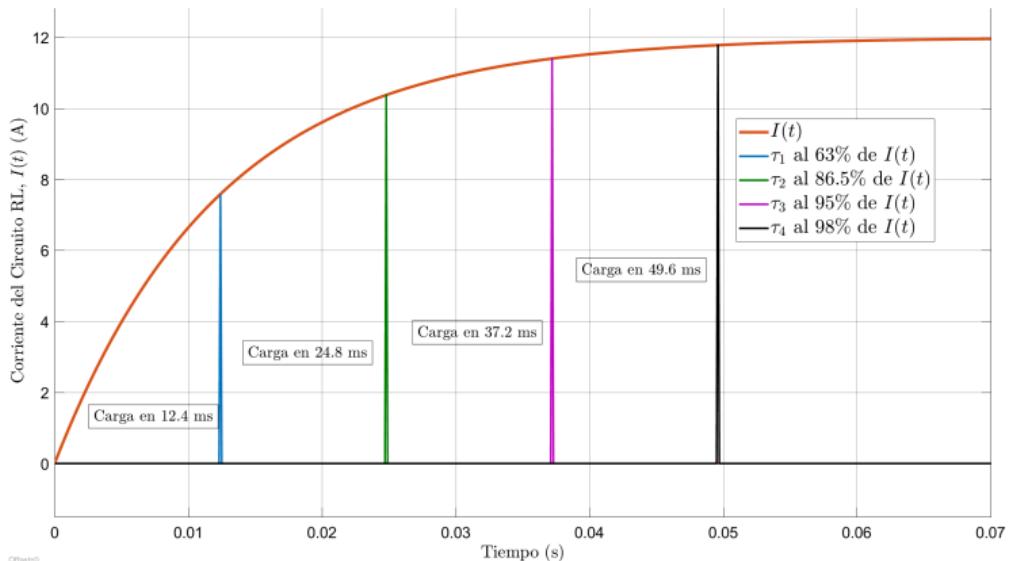
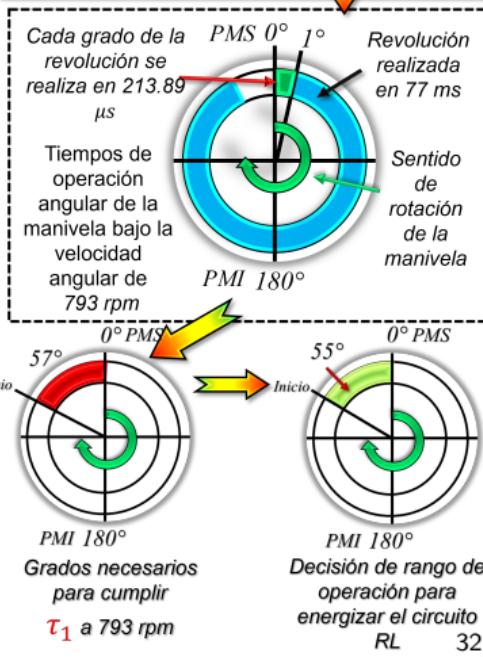
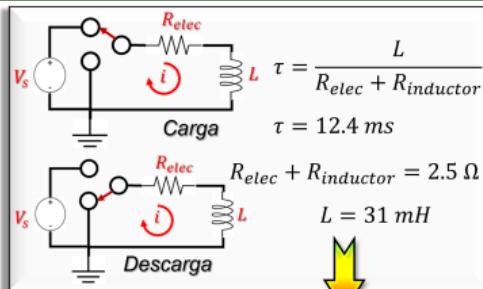


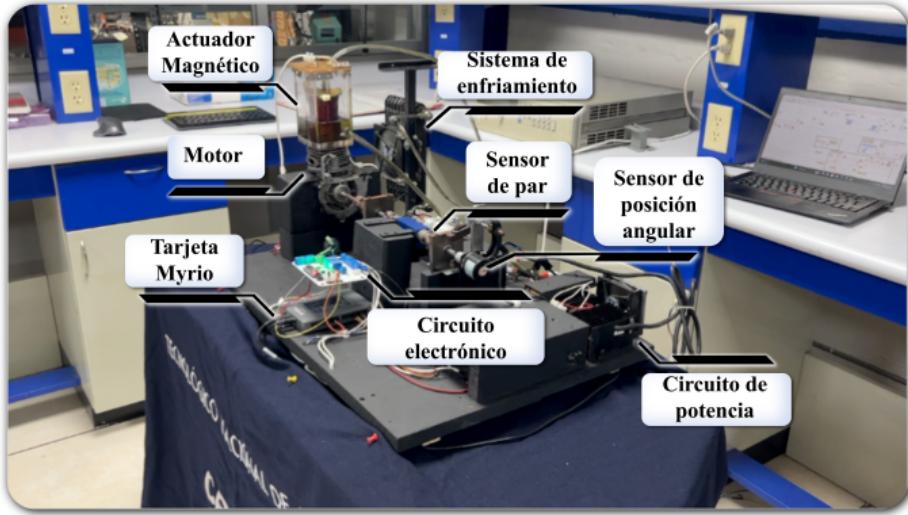
Figura 21: Fuerza magnética ecuación $\vec{F} = \oint_S \sigma_m \vec{B}_{ext} dS$, $\mu_r = 430$.

Ángulo de operación



Pruebas experimentales





Pruebas experimentales

El prototipo experimental

Figura 23: Prototipo experimental del MRM.

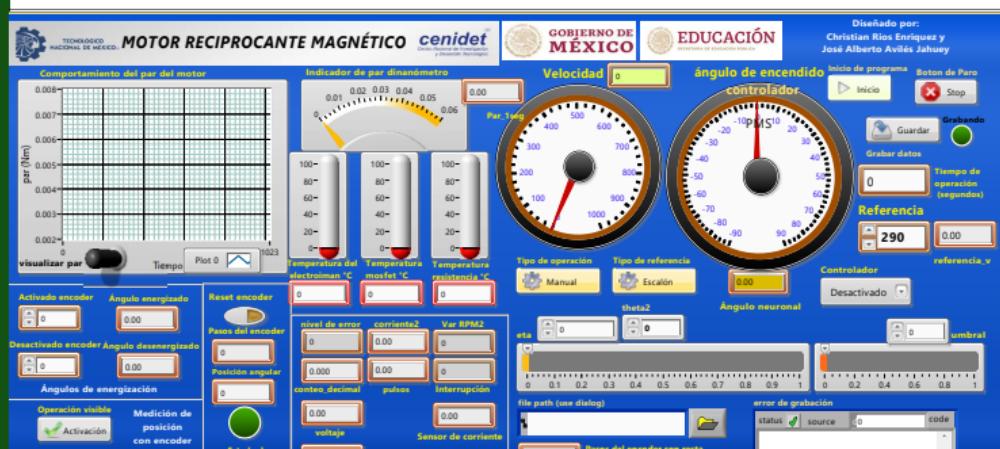


Figura 24: Plataforma de monitoreo y operación del MRM en LabVIEW.

Pruebas del modelo matemático

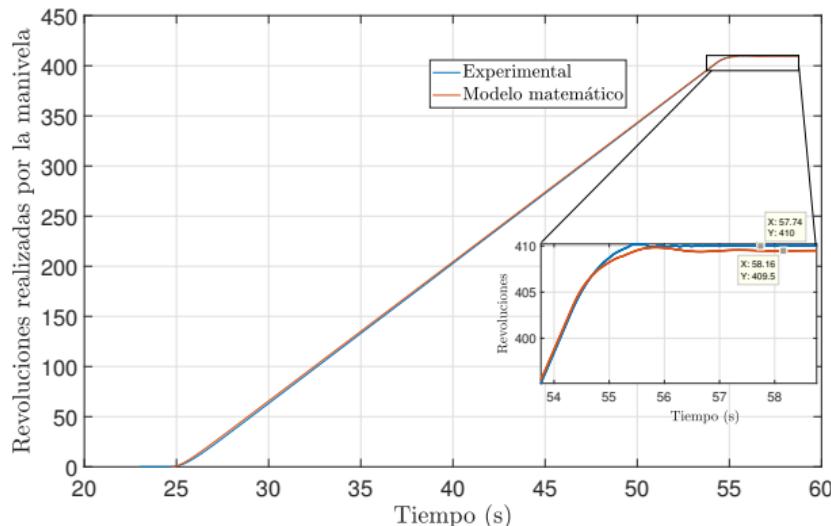
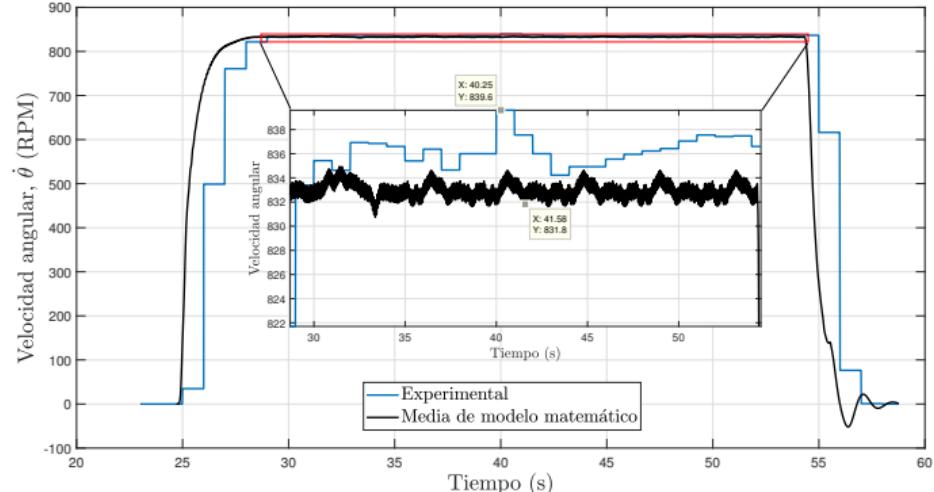


Figura 25: Cantidad de giros realizados por el cigüeñal del motor vs simulación.

Condiciones de la simulación:

- $R_{elec} + R_{inductor} = 2.5 \Omega$.
- $L = 31 \text{ mH}$ (Valor de medidor de inductancia).
- $\mu_1 = 0,0004195 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$.
- $\mu_2 = 0,000382 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$.
- $\mu_r = 430$.
- Encendido de actuador: $55^\circ(305^\circ)$ antes del PMS.
- Apagado de actuador: 90° después del PMS.
- Muestreo en simulación: 0.56 ms.
- Método numérico de simulación: ODE3 (Bogacki–Shampine) de paso fijo.
- Media de muestreo (Tarjeta myRio): 0.566 ms.



Pruebas experimentales

Pruebas del modelo matemático

Figura 26: Comparación de Velocidad angular experimental y del modelo matemático.

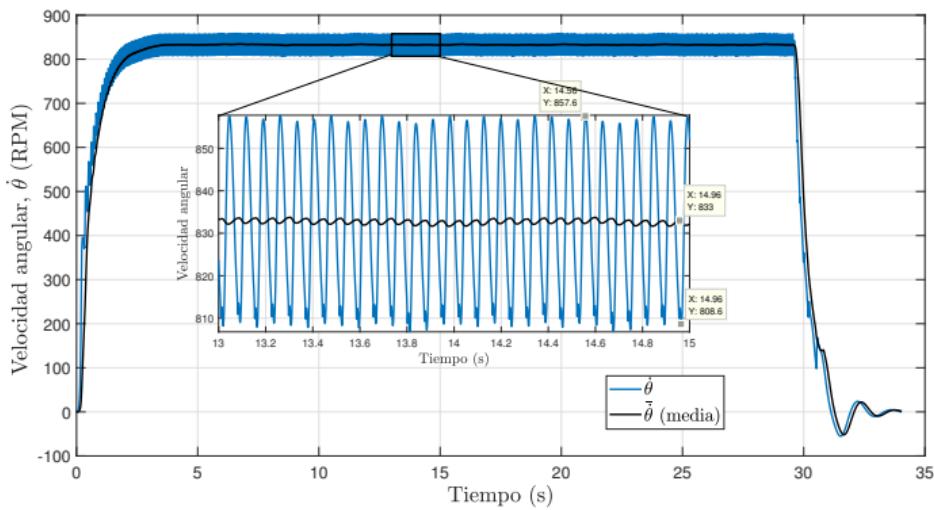
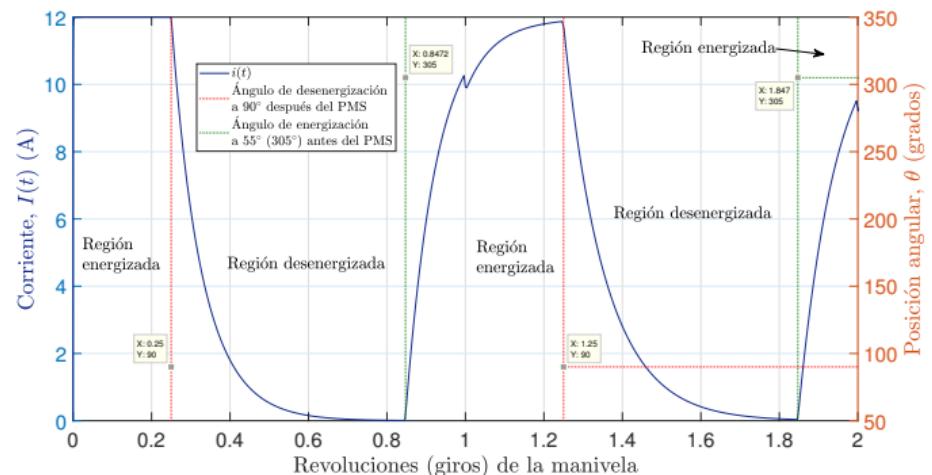


Figura 27: Velocidad del modelo matemático y modelo promediado.



Pruebas experimentales

Pruebas del modelo matemático

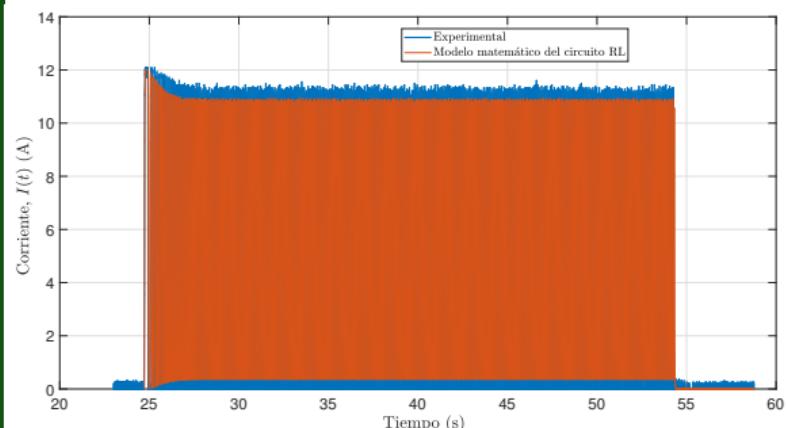


Figura 29: Comparación de comportamiento de corriente experimental y modelo matemático del circuito RL.

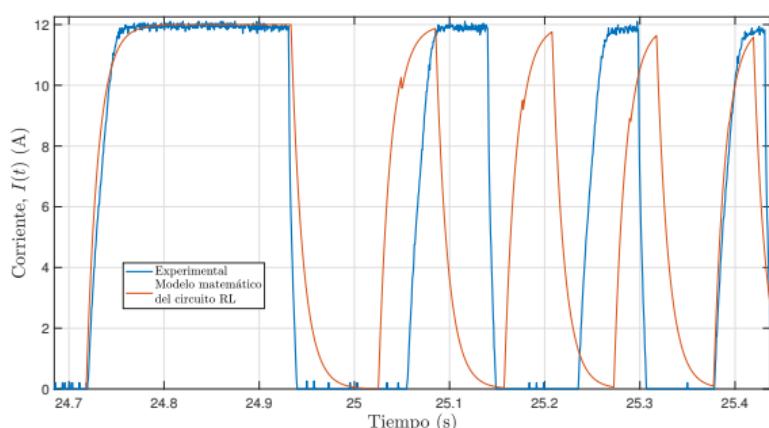


Figura 30: Acercamiento en una sección de comparación de la Figura 29.

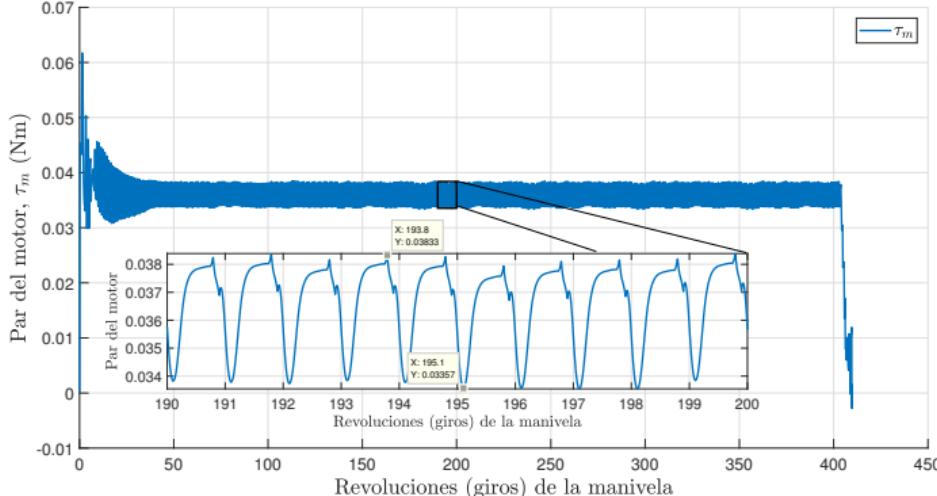


Figura 31: Par del motor en relación a las vueltas (revoluciones) realizadas.

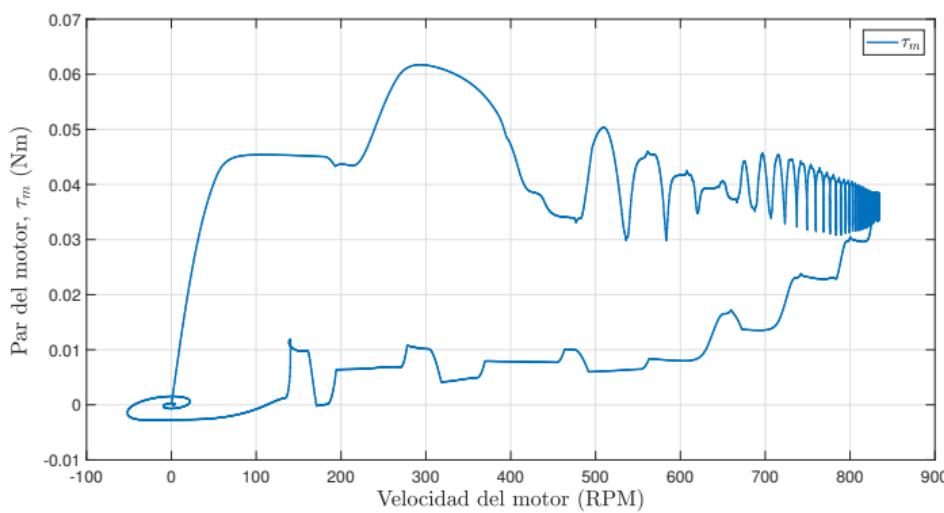


Figura 32: Par del motor en relación a la velocidad del motor.

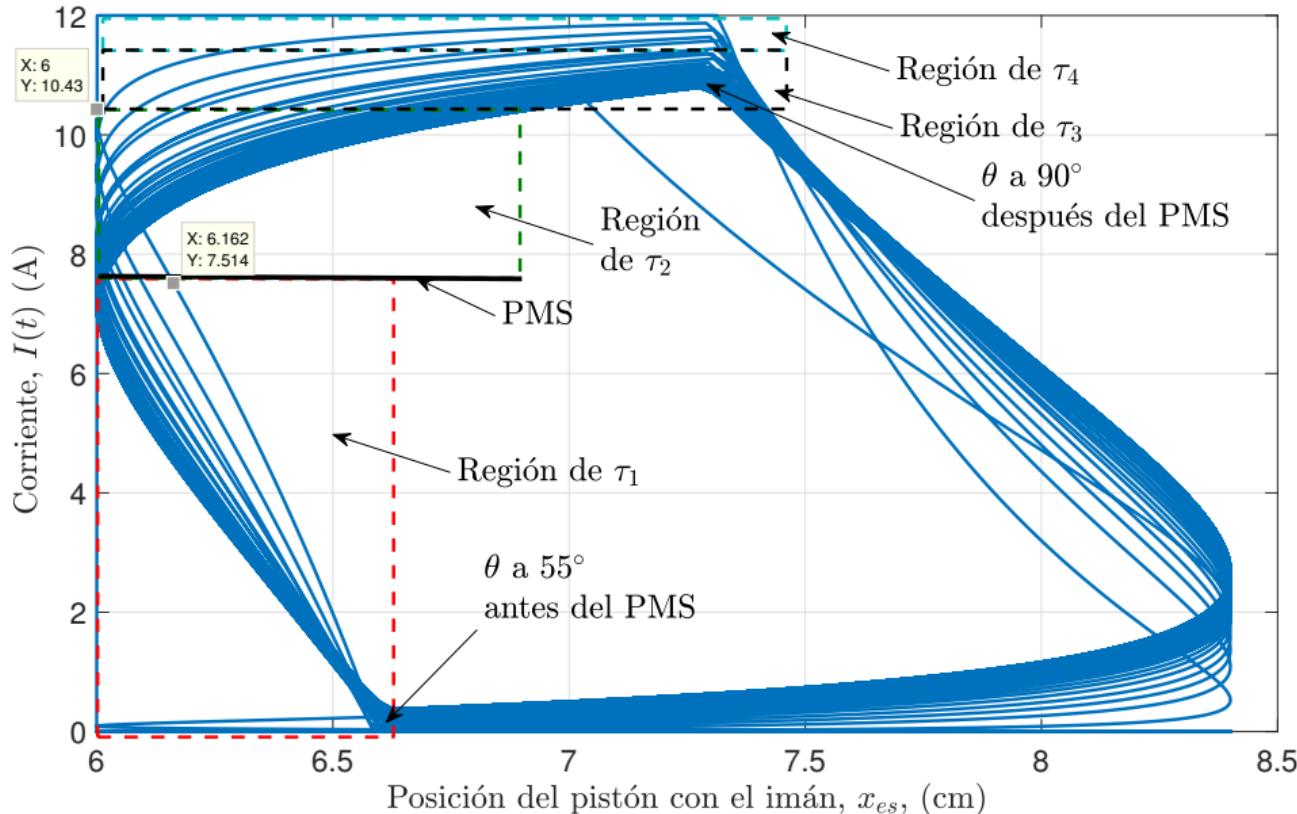


Figura 33: Operación de la corriente relación posición lineal del pistón (P.V. del solenoide).

Pruebas del modelo matemático

Tabla 6: Fricciones, ángulos de encendido y apagado, velocidades angulares experimentales y promediadas del modelo y FIT de las pruebas experimentales.

Prueba	Fricción μ_1 (N·m·s/rad)	Ángulo de encendido	Ángulo de apagado	Velocidad experimental (RPM)	Velocidad en mode- lo promedio (RPM)	FIT
1	0.0004195	55° antes del PMS	90° después del PMS	entre 840 y 835	entre 835 y 831	82.55 %
2	0.0004275	45° antes del PMS	90° después del PMS	entre 836 y 832	entre 834.4 y 833.1	84.43 %
3	0.0004495	35° antes del PMS	90° después del PMS	entre 809 y 806.5	entre 806.5 y 804	84.57 %
4	0.0004725	25° antes del PMS	90° después del PMS	entre 770.5 y 766.5	entre 767.2 y 763.5	83.72 %
5	0.0004965	15° antes del PMS	90° después del PMS	entre 720.2 y 716	entre 716 y 712	75.70 %
6	0.0005385	5° antes del PMS	90° después del PMS	entre 650.6 y 644	entre 647.2 y 646	84.00 %
7	0.0002935	35° antes del PMS	45° después del PMS	entre 519 y 508	entre 517 y 509	74.98 %
8	0.0003205	25° antes del PMS	45° después del PMS	entre 508.8 y 491.7	entre 496.6 y 489.5	83.72 %
9	0.0003515	15° antes del PMS	45° después del PMS	entre 456 y 446.3	entre 455.3 y 448.9	77.07 %
10	0.0003945	5° antes del PMS	45° después del PMS	entre 390.1 y 381.1	entre 395 y 390.1	81.85 %
11	0.0002045	5° después del PMS	45° después del PMS	entre 302 y 292.7	entre 331 y 263	37.23 %
12	0.0002245	15° después del PMS	45° después del PMS	entre 201 y 194.1	entre 272.9 y 233.4	16.75 %
13	Pruebas 1 a 6	Pruebas 1 a 6 y 6 a 1	Pruebas 1 a 6 y 6 a 1	-	-	91.19 %
14	Pruebas 1 a 6	Pruebas 1 a 6 variado	Pruebas 1 a 6	-	-	78.75 %
15	Pruebas 10,5 a 1	Pruebas 10 y 5 a 1 va- riado	Pruebas 10 y 5 a 6	-	-	85.79 %

$$\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{y_{exp}(i) - y_{model}(i)}{n}} \quad (51)$$

$$\text{NRMSE} = \frac{\text{RMSE}}{\max(y_{exp}) - \min(y_{exp})} \quad (52)$$

$$\text{FIT} = 100\% (1 - \text{NRSME}) \quad (53)$$

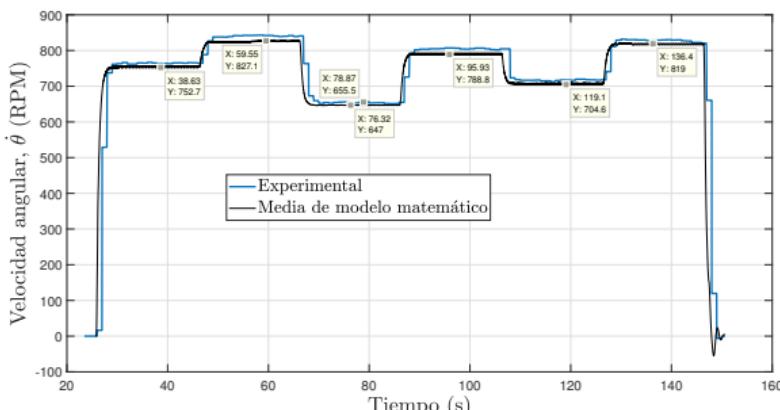
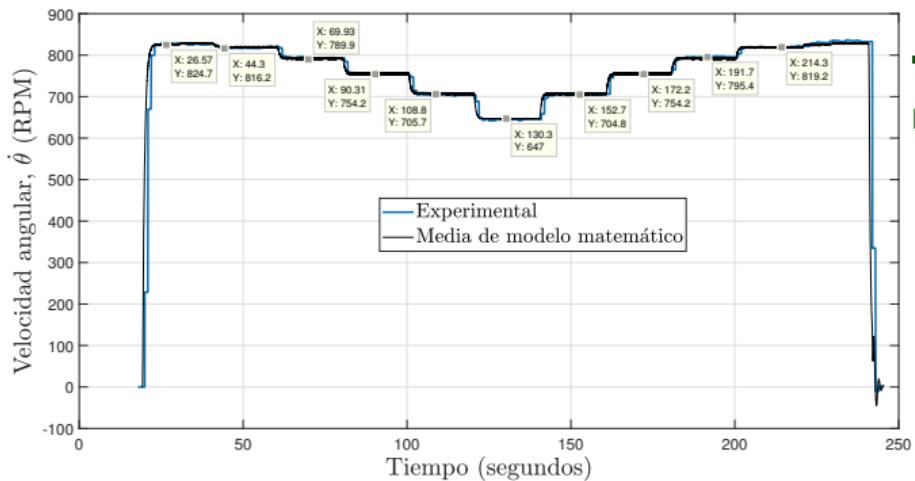


Figura 35: Comparación de velocidad experimental y del modelo promediado Prueba 14.

- ## Pruebas experimentales
- ### Pruebas del modelo matemático
- Figura 34: Comparación de velocidad experimental y del modelo promediado Prueba 13.
- Secuencia de ángulos de energización prueba 13: 55°, 45°, 35°, 25°, 15°, 5°, 15°, 25°, 35°, 45°, 55°.
 - Secuencia de ángulos de energización prueba 14: 25°, 55°, 5°, 35°, 15°, 45°.
 - Secuencia de ángulos de energización prueba 15: 5°, 45°, 25°, 55°, 15°, 35°.
 - Ángulo de apagado: 90° después del PMS pruebas 13, 14 y 15, y 45° en prueba 15.

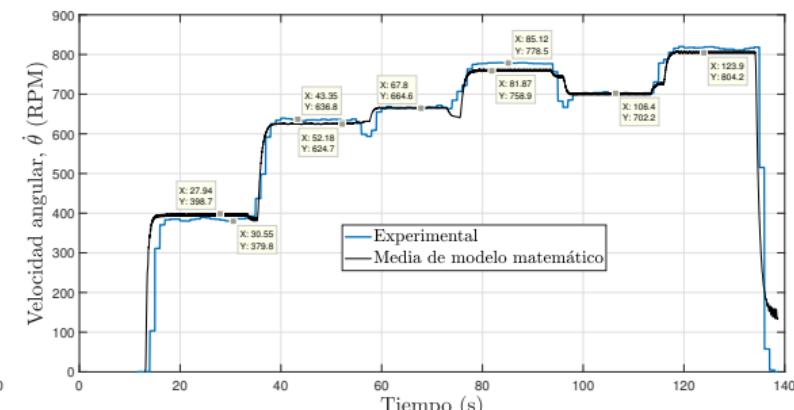


Figura 36: Comparación de velocidad experimental y del modelo promediado Prueba 15.



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

cenidet[®]
*Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico*

Sección 4: El controlador neuronal

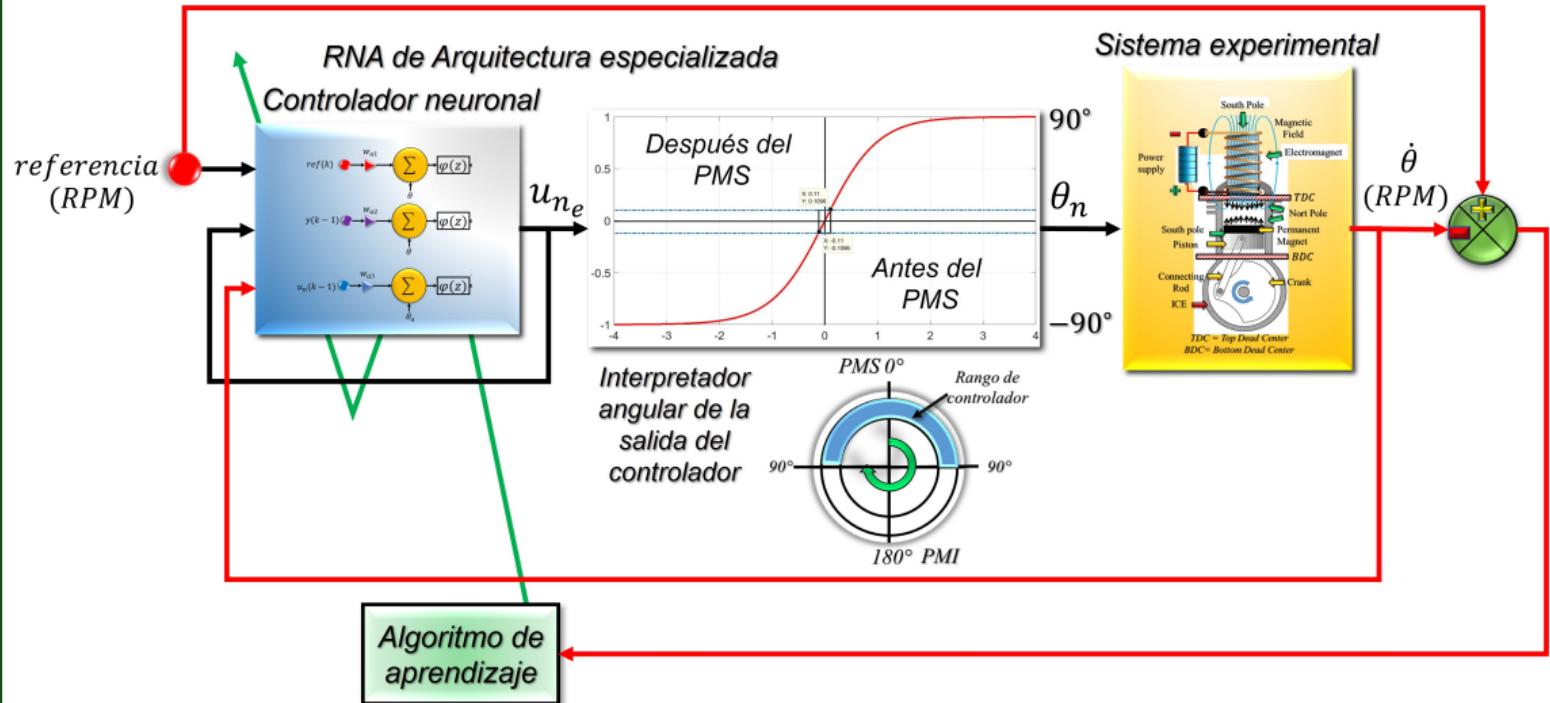


Figura 37: Propuesta de controlador con estructura tipo RNA.

Marco teórico sobre redes neuronales

donde:

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_i(k)} = \frac{\partial E}{\partial e(k)} \frac{\partial e(k)}{\partial y_n(k)} \frac{\partial y_n(k)}{\partial v(k)} \frac{\partial v(k)}{\partial \omega_i(k)}. \quad (57)$$

Algoritmo de retropropagación [Rosenbaltt, 1957]

$$\omega_i(k+1) = \omega_i(k) + \eta e(k) \varphi'(v(k)) u_i(k), \quad (58)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Resolviendo cada derivada parcial:

$$\frac{\partial E}{\partial e(k)} = e(k), \quad \frac{\partial e(k)}{\partial y_n(k)} = -1,$$

$$\frac{\partial y_n(k)}{\partial v(k)} = \varphi'(v(k)), \quad \frac{\partial v(k)}{\partial \omega_i(k)} = u_i(k),$$

del cual:

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_i(k)} = -e(k) \varphi'(v(k)) u_i(k), \quad (59)$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

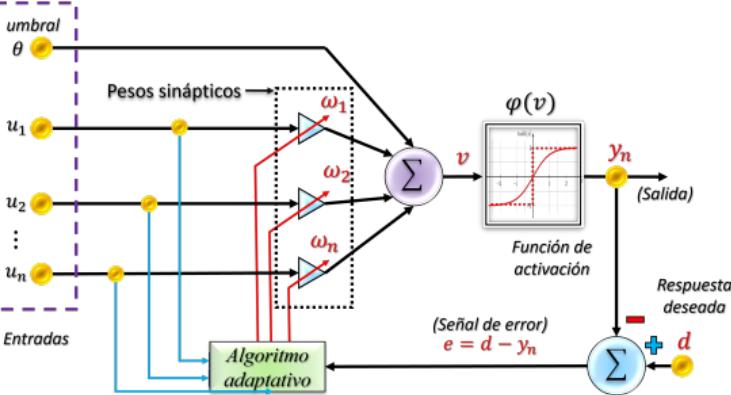
donde η regula la velocidad de convergencia y la estabilidad del proceso iterativo de adaptación.

Figura 38: Modelo neuronal estático esquema perceptrón.

Modelado de Neurona Artificial McCulloch and Pitts

$$y_n = \varphi(\omega_1 u_1 + \omega_2 u_2 + \dots + \omega_n u_n + \theta)$$

$$= \varphi\left(\sum_{i=1}^n \omega_i u_i + \theta\right) \quad (54)$$

Este algoritmo se obtiene definiendo una función de desempeño dada por:

$$E = \frac{1}{2} e^2(k) = \frac{1}{2} (d(k) - y_n(k))^2, \quad (55)$$

Gradiente descendente discreto

$$\omega_i(k+1) = \omega_i(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial \omega_i(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (56)$$

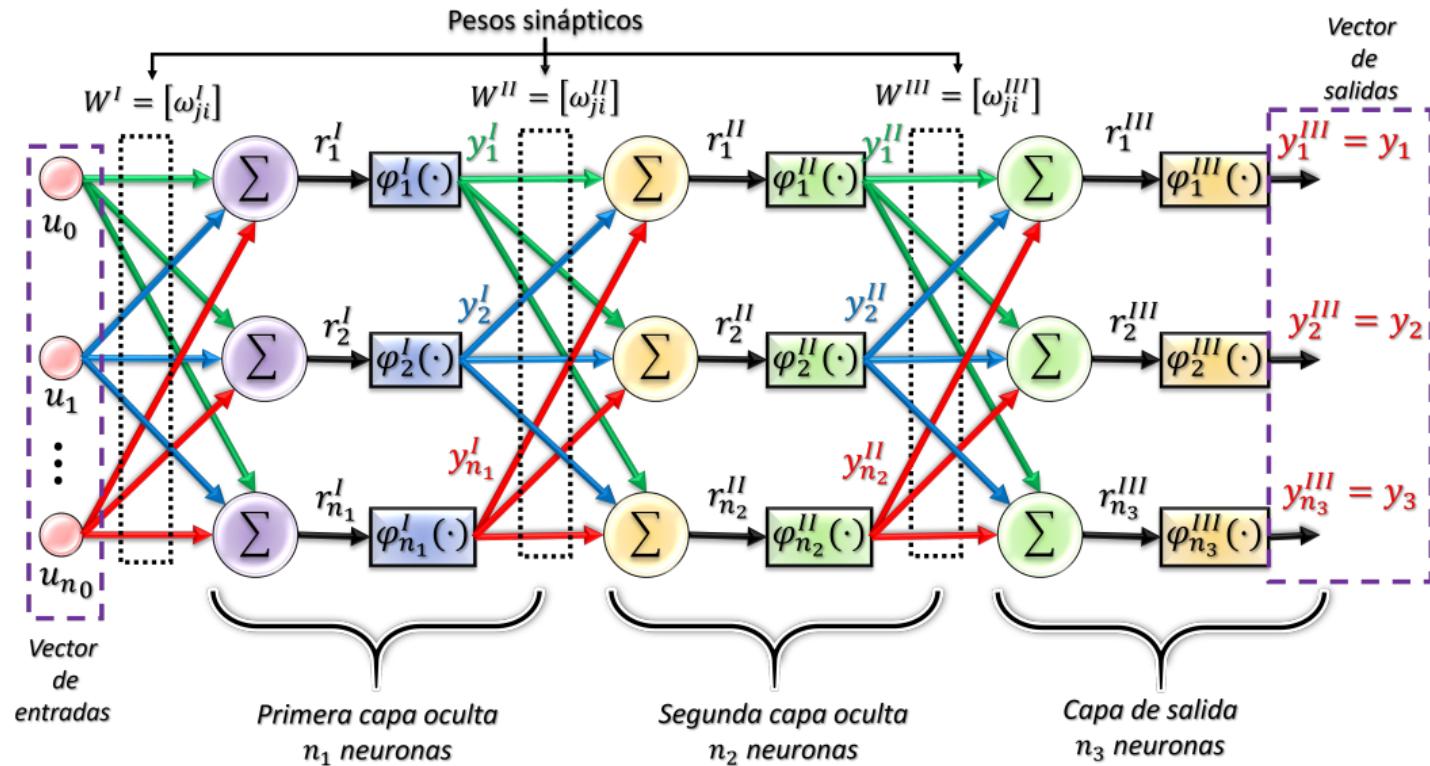


Figura 39: Ejemplo de una red neuronal artificial RNA.

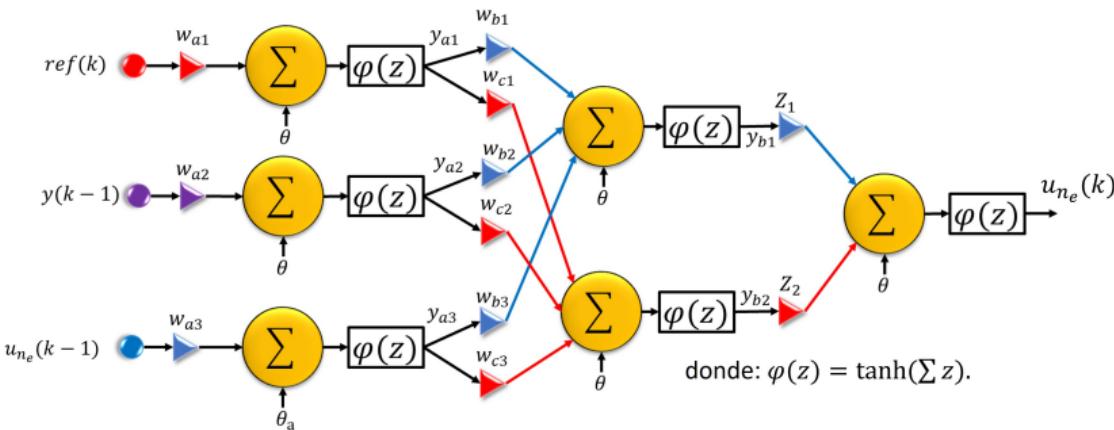


Figura 40: Estructura interna de la RNA utilizada como controlador.

Ecuación que rige la RNA 3-2-1

$$\begin{aligned}
 u_{n_e}(k) = & \tanh \left(Z_1 \tanh \left(w_{b1} \tanh \left(\text{ref}(k)w_{a1} + \theta \right) + w_{b2} \tanh \left(y(k-1)w_{a2} + \theta \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. w_{b3} \tanh \left(u_{n_e}(k-1)w_{a3} + \theta_a \right) + \theta \right) + \right. \\
 & \left. Z_2 \tanh \left(w_{c1} \tanh \left(\text{ref}(k)w_{a1} + \theta \right) + w_{c2} \tanh \left(y(k-1)w_{a2} + \theta \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. w_{c3} \tanh \left(u_{n_e}(k-1)w_{a3} + \theta_a \right) + \theta \right) + \theta \right).
 \end{aligned} \tag{60}$$

La estructura de RNA

El algoritmo de aprendizaje para el controlador neuronal se rige por la siguiente función costo

$$E(Z_1, Z_2, w_{a1}, w_{a2}, w_{a3}, w_{b1}, w_{b2}, w_{b3}, w_{c1}, w_{c2}, w_{c3}) = \frac{1}{2}e^2(k), \quad (61)$$

donde

$$e(k) = ref(k) - y(k). \quad (62)$$

Del cual, la minimización del algoritmo del gradiente descendente discreto para los pesos sinápticos de la RNA del controlador quedan representados desde la ecuación (63) hasta (66)

$$Z_m(k+1) = Z_m(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial Z_m}, \quad (63)$$

$$w_{bi}(k+1) = w_{bi}(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial w_{bi}}, \quad (65)$$

$$w_{ai}(k+1) = w_{ai}(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial w_{ai}}, \quad (64)$$

$$w_{ci}(k+1) = w_{ci}(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial w_{ci}}, \quad (66)$$

donde

$$k = 0, 1, 2, \dots, \quad i = 1, 2, 3, \quad m = 1, 2.$$

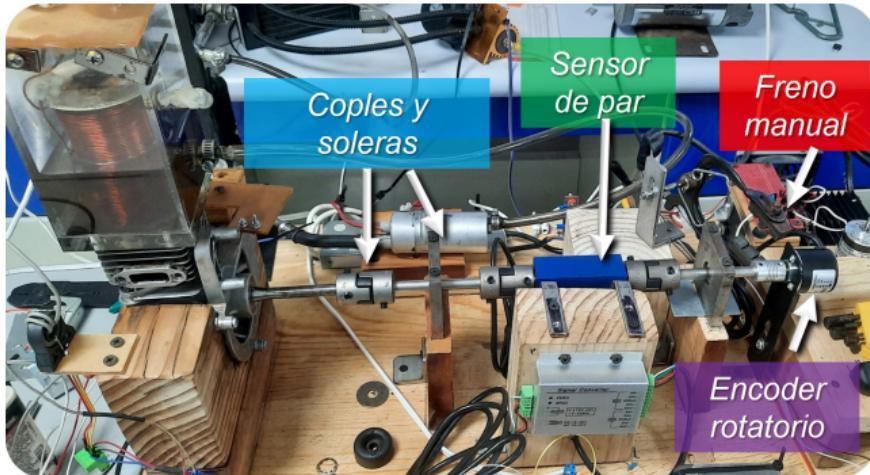


Figura 41: Prototipo experimental con sensor de par aplicado para las pruebas de par y controlador.

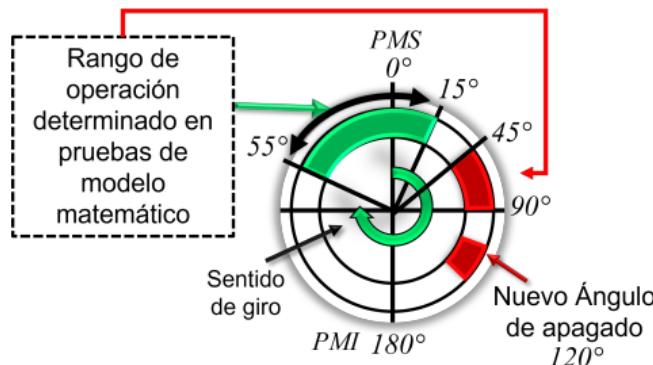


Figura 42: Zona de rango de operación para el controlador.

El controlador neuronal

Pruebas de controlador

Condiciones de inicio de pruebas para el controlador

- *Encendido de actuador:* $45^\circ(315^\circ)$ antes del PMS.
- *Apagado de actuador:* 120° después del PMS.
- *Condición angular de inicio del controlador:* 0° .
- *Pesos sinápticos iniciales:* Aleatorios en un rango de $[-1,1]$.
- *Umbrales:* $\theta_a = 0.5$ y $\theta = 0$.
- *Velocidad de convergencia:* $\eta = 0.0028962$.
- *Media de muestreo (Tarjeta myRio):* 0.56628 ms.

El controlador neuronal

Resultados de controlador

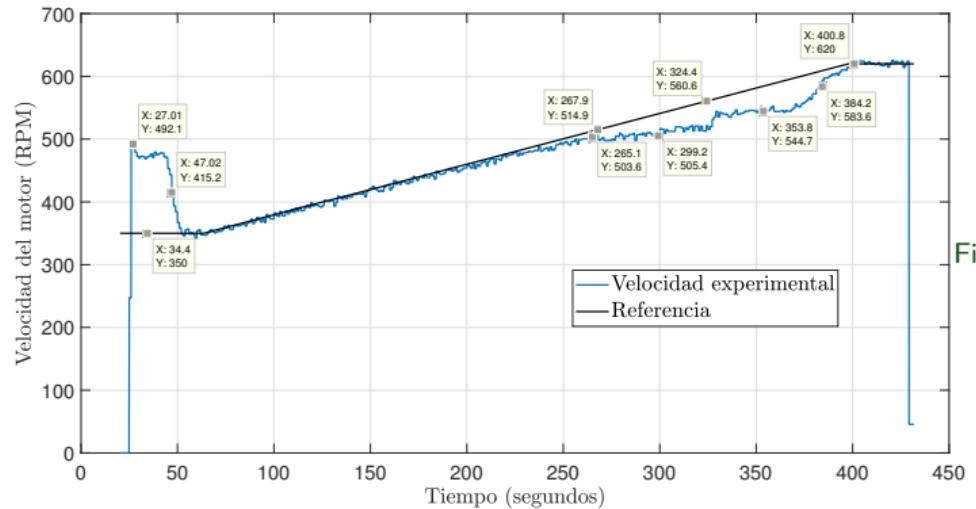


Figura 43: Prueba de control tipo rampa.

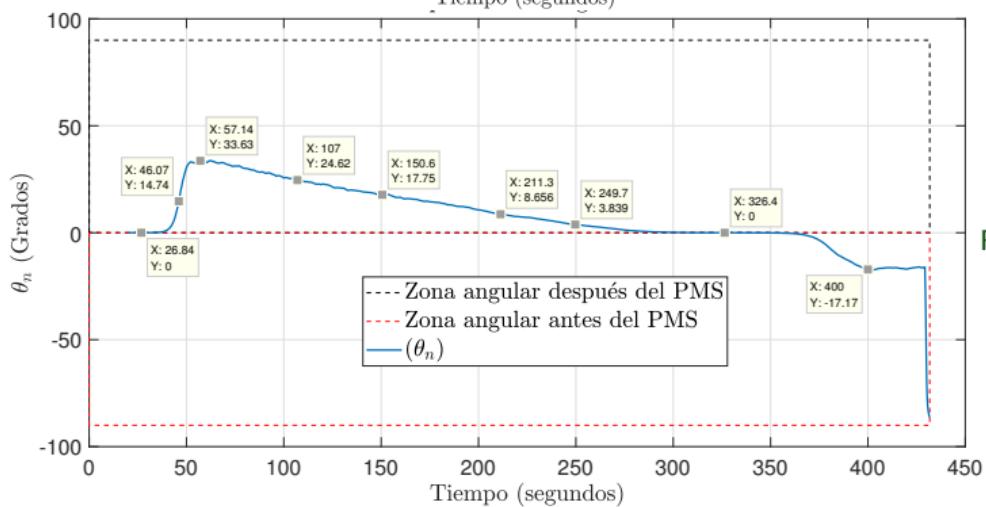


Figura 44: Comportamiento del ángulo controlado.

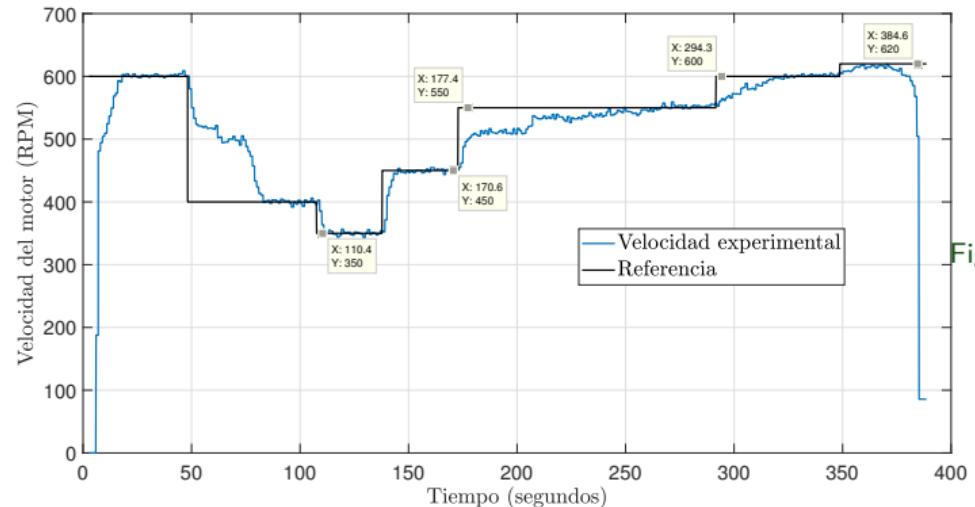


Figura 45: Prueba de control tipo escalón.

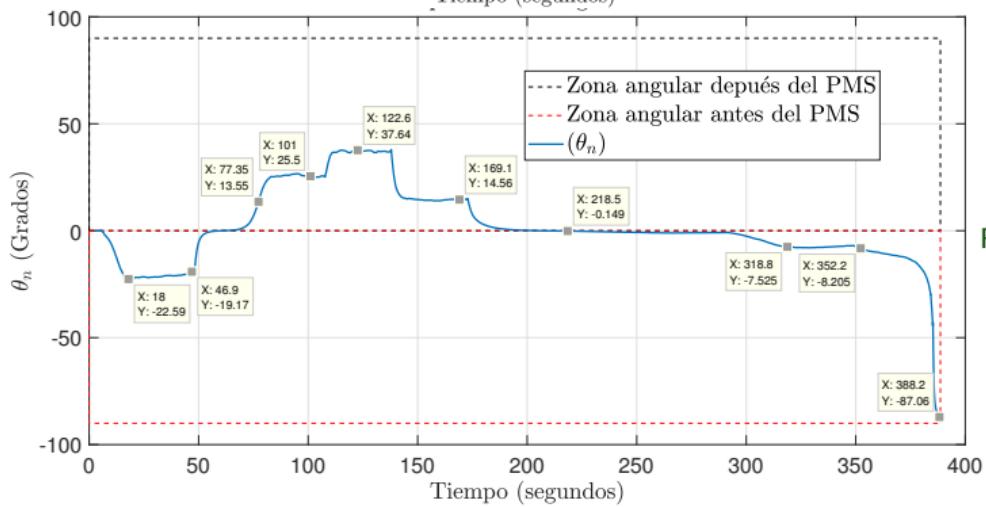


Figura 46: Comportamiento del ángulo controlado.

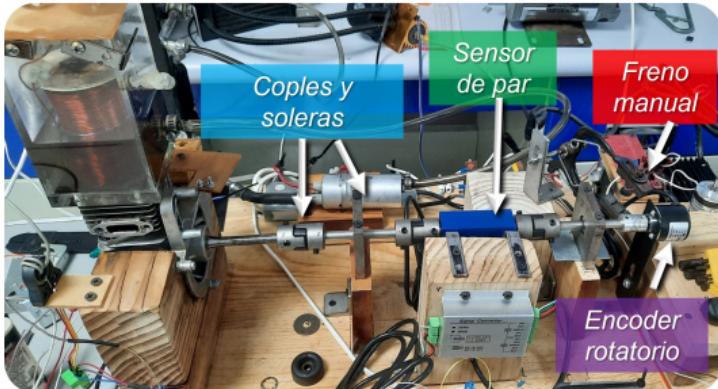


Figura 47: Prototipo experimental con sensor de par aplicado para las pruebas de par y controlador.



Figura 48: Sensor de par dinámico NJL-104.

Nomenclatura: Potencia eléctrica (P_{elec}), Potencia mecánica (P_{mec}), Media del par experimental ($\bar{\tau}_{exp}$), Media de la velocidad experimental ($\bar{\theta}_{exp}$)

El controlador neuronal

Pruebas de par

Ecuaciones para determinar la eficiencia del motor

$$P_{elec} = VI, \quad (67)$$

$$\bar{\tau}_{exp}(k) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tau_{exp}(k+m), \quad (68)$$

$$\bar{\theta}_{exp}(k) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \dot{\theta}_{exp}(k+m). \quad (69)$$

$$P_{mec} = \frac{2\pi\bar{\theta}_{exp}\bar{\tau}_{exp}}{60}, \quad (70)$$

$$\bar{P}_{mec}(k) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} P_{mec}(k+m), \quad (71)$$

$$\bar{P}_{elec}(k) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} P_{elec}(k+m), \quad (72)$$

$$\% \text{eficiencia} = \frac{\bar{P}_{mec}}{\bar{P}_{elec}}. \quad (73)$$

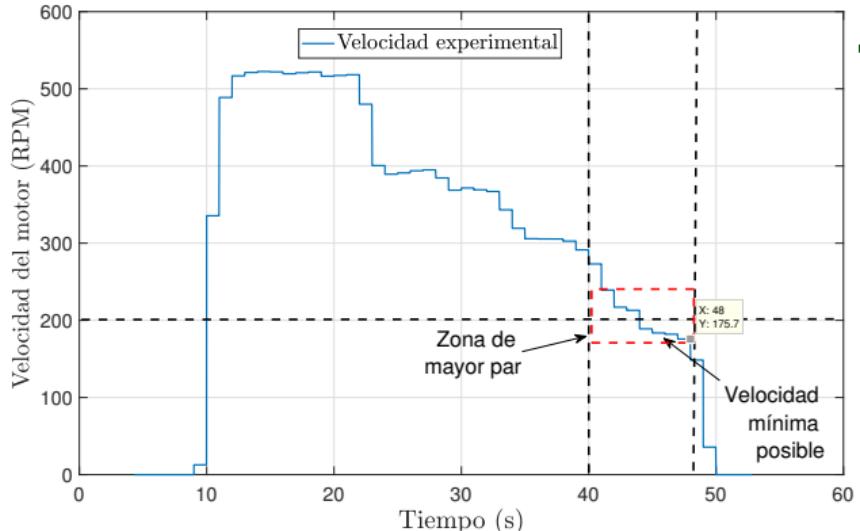


Figura 49: Comportamiento de la velocidad del motor cuando se aplica un freno al eje del motor.

- Mayor media de par: 0.03128 Nm
- Potencia mecánica media: 0.8817 W
- Media de muestreo: 0.69048 ms

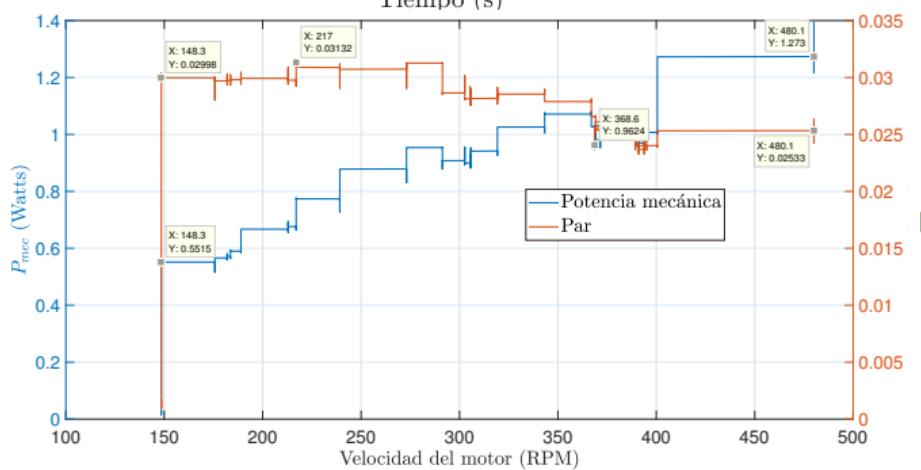
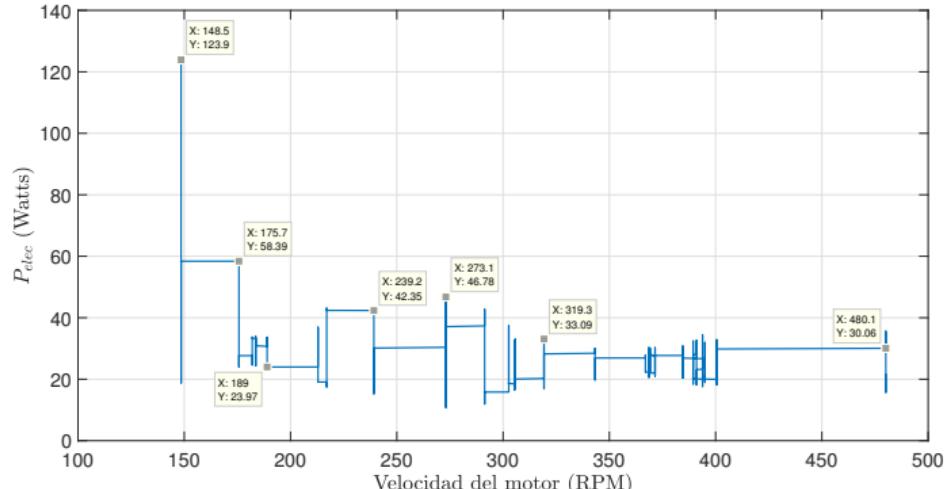
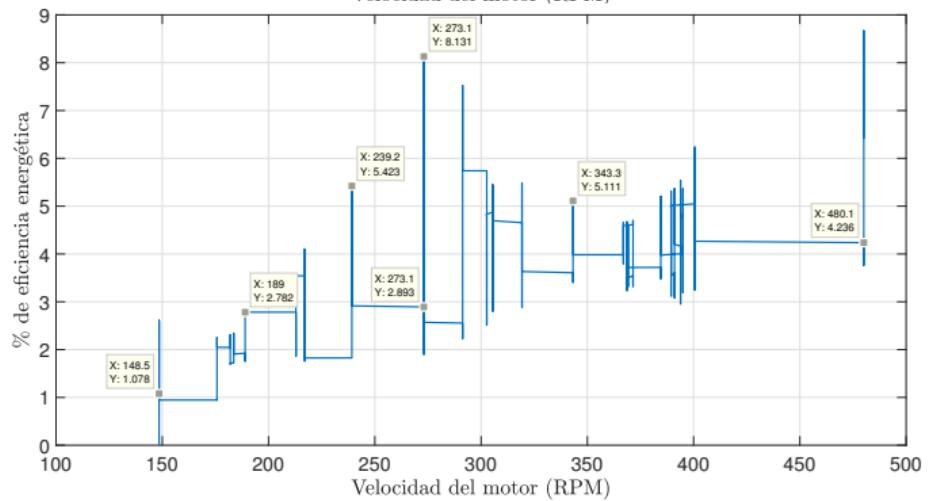


Figura 50: Comportamiento de par y potencia mecánica.



- Potencia eléctrica media: 26.4969 W
- Potencia mecánica media 0.8817 W
- Eficiencia energética media: 3.58 %
- Media de muestreo: 0.69048 ms





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



cenidet[®]
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Muchas Gracias por su atención!