



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO®

**cenidet**<sup>®</sup>  
Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

# **Tecnológico Nacional de México**

## **Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico**

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y PUESTA EN MARCHA DE UN  
REGENERADOR DE ENERGÍA PARA EL DESARROLLO Y LA  
VALIDACIÓN DE ESTRATEGIAS DE MODELADO MATEMÁTICO

### *Revisión*

#### **Director de tesis:**

Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez

#### **Co-Directora de tesis:**

Dra. Maria Guadalupe López López

#### **Comité revisor:**

Dr. José Francisco Gómez Aguilar

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez

Dr. Jarniel García Morales

#### **Presenta:**

M.I.E. Omar Arturo Castillo Méndez

24 de junio de 2025

# 1. Modelo

## 1.1. Modelo: Kilkovsky

### Consideraciones del modelo

- Los coeficientes de transferencia de calor y las propiedades térmicas de la masa de almacenamiento de calor y del gas no varían a lo largo de un período.
- Los coeficientes de transferencia de calor y las propiedades térmicas de la masa de almacenamiento de calor y del gas no varían a lo largo de un período y son idénticos en todas las partes del regenerador en ese período.
- Se desprecia la conductividad térmica longitudinal.
- Las temperaturas del gas de entrada en ambos periodos permanecen constantes. Los caudales másicos de los gases de calefacción y refrigeración no varían a lo largo de cada período. La transferencia de calor entre el gas y el sólido puede representarse en términos de un coeficiente global de transferencia de calor que relaciona la temperatura del gas con la temperatura media del sólido. Además, la tasa de transferencia de calor en el lecho compacto a cualquier altura está representada por la variación temporal de la temperatura media del sólido . La capacidad calorífica del gas en los canales del lecho compacto en cualquier instante es pequeña en relación con la capacidad calorífica del sólido y, por lo tanto, puede despreciarse.

La ecuación para el solido es la siguiente:

$$M_b C_{p,b} \frac{\partial T_s}{\partial t} = hA(T_g - T_s) \quad (1)$$

La ecuación para la fase del gas:

$$m_g C_{p,g} L \frac{\partial T_g}{\partial x} + M_g C_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial t} = hA(T_s - T_g) \quad (2)$$

Datos del modelo: Variables		unidades
$T_s$	Temperatura del lecho	$^{\circ}\text{C}$
$T_g$	Temperatura del gas	$^{\circ}\text{C}$
Datos del modelo: Constantes		unidades
$T_0$	Temperatura inicial del lecho	$^{\circ}\text{C}$
$T_{en}$	Temperatura de entrada	$^{\circ}\text{C}$
$\rho_s$	Densidad del lecho	$\text{kg}/\text{m}^3$
$\epsilon_s$	porosidad del lecho	$\text{kg}/\text{m}^3$
$K_{s,x}$	Conductividad térmica efectiva del solido	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$K_{a,x}$	Conductividad térmica efectiva del gas	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$h$	Coefficiente de transferencia de calor	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
$a_p$	Área superficial de las partículas por unidad de volumen	$\text{m}^2$
$u$	Velocidad del flujo	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$C_{p,s}$	Calor específico del lecho	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$C_{p,g}$	Calor específico del gas	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

### Condiciones iniciales y de frontera

Al inicio del proceso de calentamiento, la temperatura del lecho es igual a la temperatura ambiente:

$$T_s = T_{amb}; \text{ en } t = 0$$

En cuanto a las condiciones de frontera, en la entrada del lecho la temperatura del gas:

$$T_g = T_{en}; \text{ en } x = 0$$

La condición de frontera del solido anterior a la entrada no hay lecho, por lo tanto:

$$\frac{\partial T_s}{\partial x} = 0; \text{ en } x = 0$$

Para la salida del lecho tanto para el gas como en el lecho, ya no se puede intercambiar mas calor:

$$\frac{\partial T_s}{\partial x} = 0; \text{ en } x = L$$

$$\frac{\partial T_g}{\partial x} = 0; \text{ en } x = L$$

Los parámetros del modelo son los siguientes:

Tabla 1: Propiedades del gas: Aire

Propiedades del gas			unidades
$T_0$	Temperatura inicial del gas	25	$^{\circ}C$
$T_{en}$	Temperatura de entrada	727	$^{\circ}C$
$\rho_g$	Densidad del gas	0.51	$kg \cdot m^{-3}$
$h$	Coefficiente de transferencia de calor	354.4538	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$u$	Velocidad superficial del gas	3.6	$m \cdot s^{-1}$
$C_{p,g}$	Calor específico del gas	1012	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

Tabla 2: Propiedades del lecho usado como en el regenerador

Propiedades del lecho			unidades
$T_0$	Temperatura inicial del lecho	25	$^{\circ}C$
$\rho_s$	Densidad del lecho	3970	$kg \cdot m^{-3}$
$\epsilon_s$	Porosidad del lecho	0.38	
$h$	Coefficiente de transferencia de calor	354.4538	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$a_p$	Área superficial de las partículas por unidad de volumen	124	$m^{-1}$
$C_{p,s}$	Calor específico del lecho	765	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

Tabla 3: Resultados obtenidos a partir de las características del gas y del lecho

Parámetros calculados			unidades
$K_{s,x}$	Conductividad térmica efectiva del solido	1.4497	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$K_{a,x}$	Conductividad térmica efectiva del gas	0.03808	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$h$	Coefficiente de transferencia de calor	92.7	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$St$	Stanton	5.906	
$Bi$	Biot	0.088	
$Pr$	Prandlt	0.7	
$Pr$	Nusselt	134.1842	
$Re_d$	Reynolds intersticial	1513.1868	

## 1.2. Análisis hidráulico

Se elaboró el siguiente análisis con la finalidad de visualizar la región de operación del regenerador. Así mismo, se tomó en cuenta una longitud del lecho, diámetro de partícula y velocidades del aire variables, para observar como serian sus efectos en el numero de Reynolds del lecho, caídas de presión, el numero de Stanton y Biot.

Tabla 4: Rango de propiedades para el análisis hidráulico

Parámetro		unidades
Longitud del lecho	0.3 - 2	<i>m</i>
Velocidad superficial	1.5 - 5	<i>m · s<sup>-1</sup></i>
Diámetro de partícula	0.5 - 5	<i>m</i>

### 1.2.1. Numero de Reynolds

Para obtener este parámetro adimensional se obtuvo mediante la siguiente formula:

$$Re = \frac{d_p U_s \rho_g}{\mu} \quad (3)$$

Donde  $d_p$  corresponde al diámetro de partícula,  $U_s$  a la velocidad superficial,  $\rho$  a la densidad del gas y  $\mu$  a la viscosidad dinámica del aire

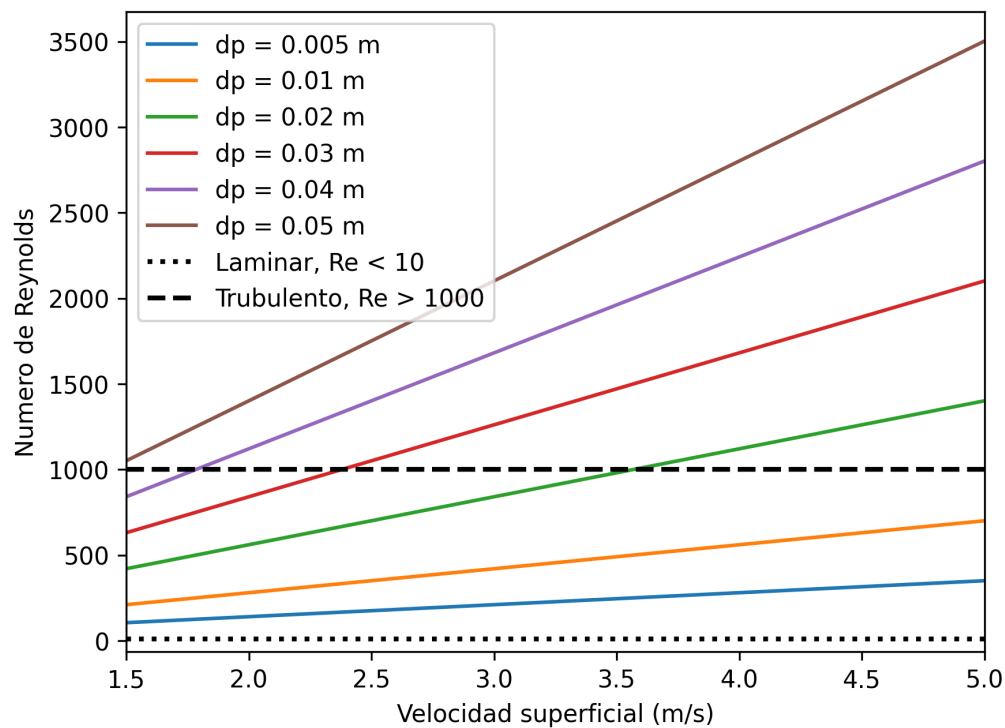


Figura 1: Efecto de la velocidad superficial en el numero de Reynolds

En la imagen anterior, se muestra como es el cambio del numero de Reynolds para el rango de velocidades y de igual manera el efecto del diámetro de partícula. Para lechos empacados el flujo laminar esta representado para números menores a  $Re < 10$ , transitorio entre  $10 < Re < 1000$  y turbulento para  $Re > 1000$ . En la siguiente imagen, se graficó respecto al tamaño de la partícula para visualizar el cambio desde esa perspectiva.

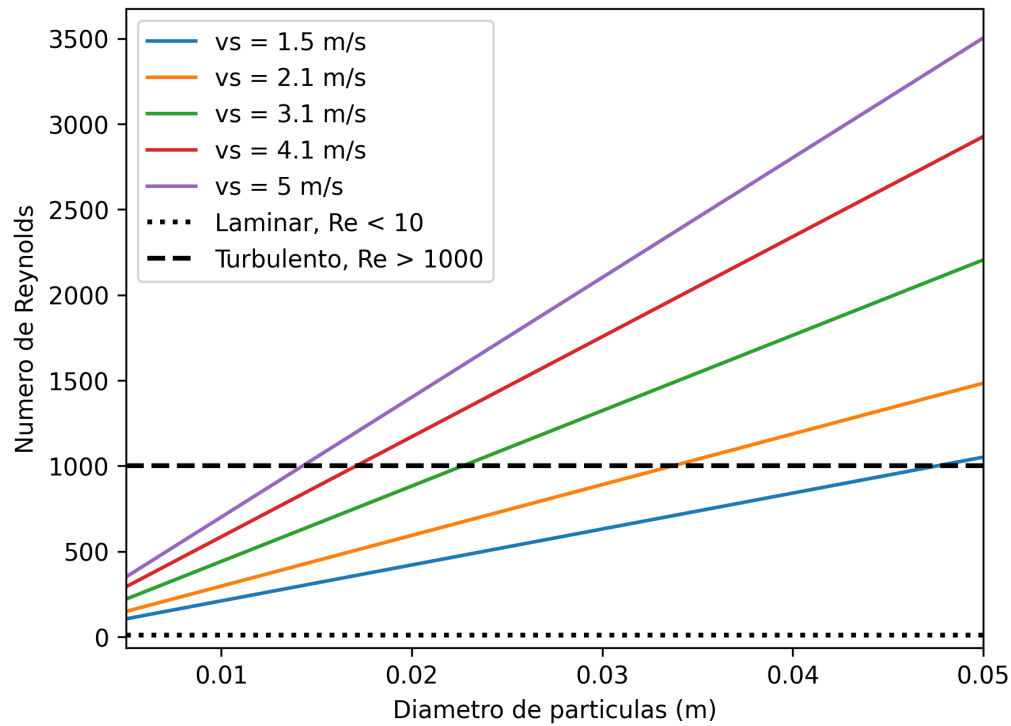


Figura 2: Efecto del diámetro de partícula en el numero de Reynolds

### 1.2.2. Caída de presión

La diferencia de presión a lo largo del regenerador se obtuvo mediante la siguiente relación[1]:

$$\Delta p = \left[ \frac{150}{Re} + 1.75 \right] \left[ \frac{(U_s \rho)^2 L (1 - \epsilon)}{\rho_g d_p \epsilon^3} \right] \quad (4)$$

Donde  $Re$  es el numero de Reynolds,  $U_s$  velocidad superficial,  $\rho$  la densidad del gas,  $L$  longitud del lecho en metros,  $\epsilon$  corresponde a la porosidad del lecho y  $d_p$  el diámetro de la partícula del lecho. Cada línea del grafico 3 corresponde a una velocidad del flujo del aire, se puede observar como la caída de presión aumenta con partículas mas pequeñas y va disminuyendo conforme crece su tamaño. Por lo tanto, el se requeriría menos energía para empujar el aire entre partículas mas grandes que no oponen menos resistencia al flujo del aire.

### 1.2.3. Numero de Stanton

Es una cantidad adimensional que relaciona la transferencia de calor con la capacidad térmica del fluido, definida con la siguiente expresión[2]:

$$St = \frac{h a_p L}{U_s \rho_g C_{p,g}} \quad (5)$$

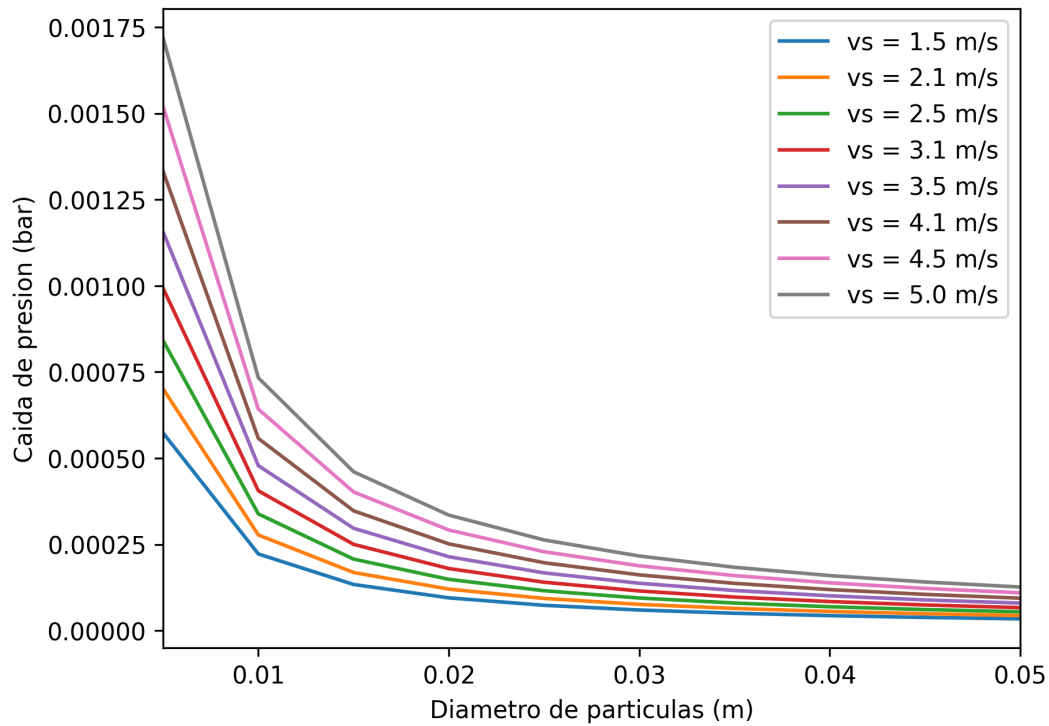


Figura 3: Variación de la caída de presión según el diámetro de la partícula

#### 1.2.4. Numero de Biot

Este numero compara la resistencia térmica interna de un cuerpo por conducción con la externa provocada por la convección en su superficie del cuerpo[2].

$$Bi = \frac{hR}{K_s} \quad (6)$$

donde  $h$  coeficiente de transferencia de calor convección,  $R$  radio de partícula y  $K_s$  conductividad térmica del solido. Para el grafico 4 se analizó el cambio variando el coeficiente de transferencia de calor para un rango de velocidades entre 1.5 a 5 metros por segundo, para tamaños de partícula fijas de 5 a 95 milímetros de diámetro.

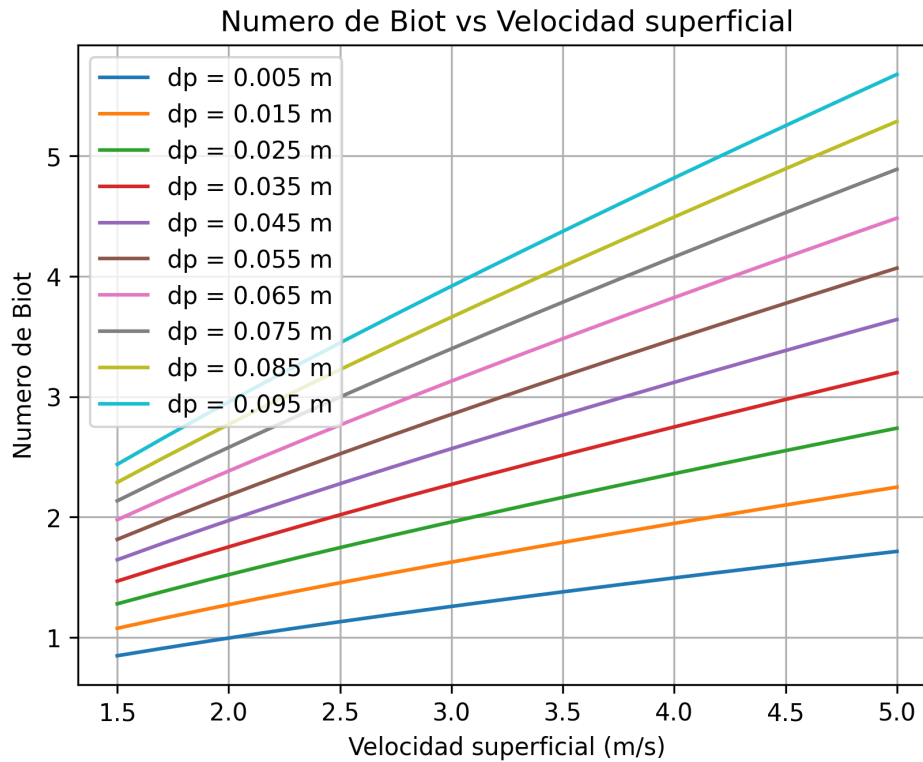


Figura 4: Comportamiento del Biot a distintas velocidades superficiales.

### 1.3. Conductividad térmica efectiva

#### 1.3.1. Para el gas

Esta ecuación de conductividad térmica de Zehner y Schlünder[3] fue ocupada por Abdullah, para este trabajo usó piedras esféricas. Además de usar el modelo proporcionado por ANSYS para el análisis en dos dimensiones. [4]

$$K_{g,x} = k_f \left[ 1 - \sqrt{1 - \epsilon} + \frac{2\sqrt{1 - \epsilon}}{1 - \gamma B} \left( \frac{(1 - \gamma)B}{(1 - \gamma B)^2} \ln \frac{1}{\gamma B} - \frac{B + 1}{2} - \frac{B - 1}{1 - \gamma B} \right) \right] \quad (7)$$

Donde  $\gamma = k_f/k_s$ ,  $k_f$  es la conductividad térmica del fluido,  $k_s$  es la conductividad térmica del sólido,  $B = \frac{C(1-\epsilon)^D}{\epsilon}$ ,  $C = 1.364$  y  $D = 1.055$ . Los valores para  $k_f$  son parámetros para el aire.

En el artículo de Qian [5] se retomó la ecuación de Zehner-Bauer-Schlünder la ecuación para la conductividad efectiva en gases es:

$$k_{g,x} = \frac{(1 - \sqrt{1 - \epsilon_g}) k_g}{\epsilon_g} \quad (8)$$

Donde  $k_g$  es la conductividad térmica del gas y  $\epsilon_g$  la porosidad del lecho



### 1.3.2. Para el solido

Retomada del articulo de Abdullah [4], usa la ecuacion de Kaviany[6]:

$$K_{s,x} = \frac{k_s}{0.531} \left[ \frac{3P_s(1 - \sigma_s^2)}{4E_s} \right] \frac{S_F}{N_L} \quad (9)$$

Donde:  $S_F$  es igual a 1 para empaquetado cúbico,  $N_L$  es el numero de partículas por unidad de longitud ( $N_L = 1/r_s$ ),  $r_s$  es el radio de las partículas, relación de Poisson  $\sigma_s$  del material, modulo de Young  $E_s$  y  $P_s$  presión externa de las partículas

En el articulo de Qian [5] se retoma el modelo de Zehner-Bauer-Schlünder para conductividades efectivas en sólidos:

$$k_{s,x} = \sqrt{1 - \epsilon_g} \left[ \frac{\omega\kappa + (1 - \omega)\Gamma}{(1 - \epsilon_g)} \right] k_g \quad (10)$$

$$\Gamma = \frac{2}{1 - \frac{B}{\kappa}} \left[ \frac{\kappa - 1}{(1 - \frac{B}{\kappa})^2} \frac{B}{\kappa} \ln\left(\frac{\kappa}{B}\right) - \frac{B - 1}{1 - \frac{B}{\kappa}} - \frac{1}{2}(B + 1) \right]$$

$$B = 1.25 \left( \frac{1 - \epsilon_g}{\epsilon_g} \right)^{\frac{10}{9}}$$

Donde  $\kappa = \frac{k_s}{k_g}$ , porosidad  $\epsilon_g$ , fracción de superficie  $\omega = 7.26 \times 10^{-3}$

## 1.4. Coeficiente de transferencia de calor por convección

Esta cantidad se define como: la tasa de transferencia de calor entre una superficie sólida y un fluido por unidad de área y por unidades de temperatura[7]. La aplicación de este coeficiente es fundamental en distintas disciplinas: diseño de intercambiadores de calor, sistemas de aire acondicionado, procesos industriales y el sector energético. En la tesis de Lopez-Torres [8], usan la siguiente formula para obtener  $h$ :

$$h = \frac{NuK_g}{d_p} \quad (11)$$

Donde  $Nu$  es el Nusselt,  $K_g$  es la conductividad del gas y  $d_p$  es el diámetro de partícula.

La ecuación 11 es la forma general para lechos empacados en que se puede obtener  $h$ . Por lo tanto, el Nusselt es el parámetro adimensional que describe como es la relación entre la transferencia de calor por convección y conducción. A continuación se en listan las ecuaciones para calcular el Nusselt para diferentes regímenes de flujo en la tabla 5:

Tabla 5: Correlaciones para coeficiente de transferencia de calor en lechos empacados

Régimen	Autor(es)	Ecuación
Laminar ( $Re_p < 10$ )	Kunii y Smith (1960) [9]	$Nu = 2 + 0.6 \cdot Re_p^{0.5} \cdot Pr^{1/3}$
Transicional ( $10 < Re_p < 1000$ )	Wakao y Kaguei (1982)[10]	$Nu = 2 + 1.1 \cdot Re_p^{0.6} \cdot Pr^{1/3}$
Turbulento ( $Re_p > 1000$ )	Dwivedi y Upadhyay (1977)[11]	$Nu = 0.57 \cdot Re_p^{0.7} \cdot Pr^{1/3}$
Generalizado	Dixon y Cresswell[12]	$Nu = a \cdot Re_p^b \cdot Pr^c \cdot \left(\frac{D}{d_p}\right)^d$ <p><b>Valores típicos:</b> <math>a = 0.51</math>, <math>b = 0.59</math>, <math>c = 0.33</math>, <math>d = 0.2</math></p>

## Referencias

- [1] S. Valle-Guadarrama, I. L. López-Cruz y D. Cruz-Pérez, “Pressure drop in macroporous medium with forced air: calibration of the Ergun equation,” *Ingeniería Agrícola y Biosistemas*, n.º 8, págs. 17-28, 2015, ISSN: 2007-3925. DOI: <http://dx.doi.org/10.5154/r.inagbi.2015.12.009>. dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431198000817>.
- [2] P. Ramachandran y M. Dudukovi, “Solution by triple collocation for periodic operation of heat regenerators,” *Computers & Chemical Engineering*, vol. 8, n.º 6, págs. 377-388, 1984, ISSN: 0098-1354. DOI: [https://doi.org/10.1016/0098-1354\(84\)90007-3](https://doi.org/10.1016/0098-1354(84)90007-3). dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0098135484900073>.
- [3] P Zehner y E. Schlünder, “Wärmeleitfähigkeit von Schüttungen bei mäßigen Temperaturen,” *Chemie Ingenieur Technik*, vol. 42, n.º 14, págs. 933-941, 1970.
- [4] A. M. Ali, A. Bagdanavicius, E. R. Barbour, D. L. Pottie y S. Garvey, “Numerical analysis of the thermal performance of packed bed thermal energy storage in adiabatic compressed air energy storage systems,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 275, pág. 126 893, 2025, ISSN: 1359-4311. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2025.126893>. dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431125014851>.
- [5] Y. Qian, Z. Han, J.-H. Zhan, X. Liu y G. Xu, “Comparative evaluation of heat conduction and radiation models for CFD simulation of heat transfer in packed beds,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 127, págs. 573-584, 2018, ISSN: 0017-9310. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.06.127>. dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931017355266>.
- [6] M. Kaviany, *Principles of heat transfer in porous media*. Springer Science & Business Media, 2012.

- [7] Thermal Engineering, *¿Qué es el coeficiente de transferencia de calor por convección? Definición*, Consultado el 23 de junio de 2025, 2023. dirección: <https://www.thermal-engineering.org/es/que-es-el-coeficiente-de-transferencia-de-calor-por-conveccion-definicion/>.
- [8] J. I. López Torres, “Transferencia de calor en un lecho fijo para almacenamiento de energía térmica,” type, Universidad Carlos III de Madrid, 25 de oct. de 2012.
- [9] D. Kunii y J. M. Smith, “Heat transfer characteristics of fixed beds of spherical particles,” *AIChE Journal*, vol. 6, n.º 1, págs. 71-75, 1960.
- [10] N. Wakao y S. Kaguei, *Heat and Mass Transfer in Packed Beds*. Gordon y Breach Science Publishers, 1982.
- [11] P. N. Dwivedi y S. N. Upadhyay, “Convective heat and mass transfer in packed beds with axial dispersion,” *Chemical Engineering Science*, vol. 32, n.º 6, págs. 601-605, 1977.
- [12] A. G. Dixon y D. L. Cresswell, “Theoretical prediction of effective heat transfer parameters in packed beds,” *AIChE Journal*, vol. 29, n.º 4, págs. 539-546, 1983.