



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO®

cenidet[®]
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA

DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y PUESTA EN MARCHA DE UN
REGENERADOR DE ENERGÍA PARA EL DESARROLLO Y LA
VALIDACIÓN DE ESTRATEGIAS DE MODELADO MATEMÁTICO

Reporte de quinto semestre

Director de tesis:

Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez

Co-Directora de tesis:

Dra. Ma. Guadalupe López López

Comité revisor:

Dr. José Francisco Gómez Aguilar

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez

Dr. Jarniel García Morales

Presenta:

M.I.E. Omar Arturo Castillo Méndez

5 de diciembre de 2024

Índice

1. Introducción	1
2. Revisión del estado del arte	1
2.1. Conclusión de la revisión del estado del arte	8
3. Trabajo de tesis	10
3.1. Propuesta de solución	10
3.2. Objetivo general	10
3.3. Objetivos específicos	10
4. Caso de estudio	11
4.1. Consideraciones de modelado	11
4.2. Condiciones de iniciales y frontera	11
4.3. Modelo	11
4.4. Características del regenerador	12
4.5. Calculo de parámetros para el modelado	13
4.5.1. Propiedades del relleno del regenerador	13
4.6. Propiedades térmicas	14
4.6.1. Coeficiente global de transferencia de calor	15
4.6.2. Coeficiente de transferencia de calor convectivo	15
4.6.3. Coeficiente de transferencia de calor por radiación	16
4.7. Resumen de parámetros	16
5. Resumen de actividades	17
6. Cronograma de actividades	18

1. Introducción

Este reporte presenta una revisión de algunos modelos de regeneradores de lecho empacado, un componente fundamental en diversos procesos industriales como la separación de gases, la purificación de líquidos y la recuperación de calor. Además, presentar una versión de un modelo de regenerador, así como la obtención de los parámetros que son necesarios para el desarrollo del mismo considerando aspectos físicos: las propiedades térmicas de la fase sólida y gaseosa, del gas como el número de Reynolds, porosidad del lecho, etc.

2. Revisión del estado del arte

En esta sección, se describen trabajos que son importantes para el desarrollo del modelado, además para revisar cuáles son las diferencias entre modelos que tienen una estructura similar, que parámetros se están considerando para su solución, suposiciones de modelado, condiciones de frontera e iniciales. Para tener una perspectiva más amplia de cómo estas características funcionan para simplificar o aumentar su dificultad para obtener una solución. A continuación se presenta cada trabajo, por su título original y se describe el modelo utilizado, consideraciones, condiciones iniciales y de frontera.

Modeling a heat regenerator-reactor with temperature dependent gas properties

La principal característica de los regeneradores de energía, es que en el mismo espacio de manera alternada puede contener dos gases. En el espacio vacío del regenerador, el gas más caliente fluye y cede su energía térmica a las partes sólidas (debe tener una alta capacidad y densidad térmica), posteriormente un gas frío recupera ese calor durante un intervalo de tiempo. Para este trabajo, se consideró como constante el coeficiente de transferencia de calor, pero tomó como variable la compresibilidad del gas. Se modeló asumiendo un sistema adiabático, la conductividad térmica del sólido infinitamente normal al flujo del gas y cero paralelo al flujo, conexión ideal del gas, asumiendo que no existe dispersión del gas en las conexiones. El modelo se dividió en tres ecuaciones usando balances de energía y masa tradicionales, el sistema se consideró cerrado a la entrada, las variaciones de la velocidad al inicio del regenerador no afectan sus condiciones de entrada, existe una pequeña acumulación de masa en el regenerador antes o después de completar el cambio de temperaturas. Para el periodo de calentamiento, la velocidad del gas incrementa y la densidad disminuye (disminución neta de masa). El balance del gas en cualquier posición axial, parte de *la suma de razón de entalpía de entrada, la razón de salida y la transferida resulta en la razón de acumulación de la entalpía* [1]

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon L} \left[u \frac{\partial T_g}{\partial z} + \frac{h a_p L}{\rho u C_p} (T_g - T_s) \right] \quad (1)$$

Donde u es la velocidad del gas en $\frac{m}{s}$, ϵ es la porosidad del regenerador, L indica la longitud del regenerador, T_g y T_s son las temperaturas del gas y del solido respectivamente, h es el coeficiente global de transferencia de calor, ρ corresponde a la densidad del gas, C_p es la capacidad calorífica del gas.

El balance de energía correspondiente al solido:

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{ha_p}{(1 - \epsilon)\rho_s C_{ps}}(T_g - T_s) \quad (2)$$

Donde la a_p es el área de la partícula, la densidad del solido ρ_s y su capacidad calorífica del material. El balance de masa:

$$\frac{du}{dz} = -\frac{Rha_p L}{PM_w C_p}(T_g - T_s) \quad (3)$$

En el balance de masa se esta considerando z como adimensional $z = \frac{x}{L}$, R es la constante de los gases ideales, P es la presión total ejercida, M_w corresponde al peso molecular del gas,

Las condiciones iniciales y de frontera:

$$T_g(0, z) = T_{g\text{ inicial}} \quad T_g(t, 0) = T_{g\text{ entrada}} \quad T_s(0, z) = T_{s\text{ inicial}} \quad u(t, 0) = u_{\text{entrada}}$$

Parámetros del modelo

La ley de los gases ideales:

$$PV = N_m RT \quad (4)$$

Donde: N_m numero total de moles de cualquier gas, R constante de los gases ideales y T la temperatura del gas.

$$a_p = \frac{6(1 - \epsilon)}{d_p} \quad (5)$$

Donde a_p corresponde a la superficie especifica en el empaquetado, d_p es el diámetro del relleno y ϵ a la porosidad del regenerador.

La capacidad calorífica se puede obtener mediante la siguiente expresión, solo considerando que cambia conforme la variación de temperatura del gas[2], en caso contrario se puede considerar como constante:

$$C_p = (0.79)[6.5 + 0.001(T_g)] + (0.21)(8.27 + 0.000258(T_g) - \frac{187700}{T_g^2}) \quad \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} \quad (6)$$

Las correlaciones semi-empiricas para el coeficiente de transferencia de calor pueden obtenerse mediante las siguientes expresiones[3]:

$$Nu = 2 - 1.8Re^{\frac{1}{2}}Pr^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

$$Nu = \frac{hd_p}{k_g} \quad Re = \frac{d_p u \rho}{\mu} \quad Pr = \frac{C_p \mu}{k_g}$$

Solution by triple collocation for periodic operation of heat regenerators

El método basado en colocación triple ha sido desarrollado para simulación de regeneradores de energía mediante un modelo lineal. El problema se reduce a un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales. El problema del valor inicial en un regenerador al arranque y durante su operación puede ser resuelto por este método para cualquier modelo de ecuaciones.

Los regeneradores de calor son usados de manera extensa en procesos industriales donde el gas se encuentra disponible a temperaturas altas y bajas. Algunos ejemplos importantes, recuperación de calor en centrales termoeléctricas, pre-calentamiento de aire, recuperación de calor de los gases de desperdicio en la fundición del hierro, en la manufacturación del vidrio, almacenamiento de energía solar, etc [4].

Ecuaciones del modelo

Las ecuaciones del modelo en su forma adimensional describen un empaquetado de un regenerador con la siguiente forma:

La primera ecuación representa un balance de energía, como es el cambio de temperatura entre la fase solida y el gas.

$$\frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 \theta_h}{\partial x^2} - \frac{\partial \theta_h}{\partial x} - St(\theta_h - \theta_{phs}) = 0 \quad (8)$$

La siguiente corresponde a un balance de energía para indicar la temperatura de la partícula:

$$\frac{1}{y^2} \frac{\partial}{\partial y} (y^2 \frac{\partial \theta_{ph}}{\partial y}) = \frac{\partial \theta_{ph}}{\partial t} \quad (9)$$

La dirección en x y y son para referirse a la posición axial adimensional dentro del regenerador y a la forma esférica de la partícula respectivamente. θ_h es la temperatura de la masa del gas dentro del regenerador durante el periodo de calentamiento, para una posición en x y un tiempo t . θ_{ph} es la temperatura de la partícula durante el periodo de calentamiento para una posición x dentro del regenerador y una posición radial en y en el tiempo. Finalmente, $\theta_{phs} = \theta_{ph}(x, y = 1, t)$ es la temperatura externa de la superficie de la esfera.

Las condiciones de frontera son:

$$x = 0, \quad \frac{1}{Pe} \frac{\partial \theta_h}{\partial x} = \theta_h - \theta_{h,en} \quad (10)$$

$$x = 1, \quad \frac{\partial \theta_h}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$x = 0, \quad \frac{\partial \theta_{ph}}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

$$x = 1, \quad \frac{1}{Bi} \frac{\partial \theta_{ph}}{\partial y} = \theta_h - \theta_{phs} \quad (13)$$

Donde $\theta_{h,en}$ es la entrada adimensional de la temperatura del gas caliente. Las ecuaciones y condiciones de frontera están basadas según la suposición, la transferencia de energía ocurre mediante flujo másico, la dispersión es axial en la fase gaseosa, la transferencia entre fluido, partículas y su parte interna es por conducción, no se consideró la transferencia de calor por radiación y conducción entre partículas. Las propiedades físicas y parámetros de transporte se asumen independientes de la temperatura. La condición inicial para la parte interna de las partículas es la siguiente:

$$t = 0, \quad \theta_{ph} = \theta_{ph0}(y, x) \quad (14)$$

El valor de θ_{ph0} representa la temperatura inicial que se distribuye para el periodo de enfriamiento y la temperatura de distribución al final del periodo de calentamiento, si solo se considera un solo ciclo el valor $\theta_{ph0} = 0$.

Números adimensionales

- Número de Stanton [St] = $\frac{ha_p L}{u_g \rho_g C_{pg}}$
- Número de Biot [Bi] = $\frac{hR}{\lambda_e}$
- Número de Peclet [Pe] = $\frac{u_g \rho_g C_{pg} L}{\lambda_{ax}}$
- Tiempo adimensional [t] = $\frac{t_a \lambda_e}{\rho_s C_{ps} R^2}$ o $\frac{ha_p t_a}{(1-\epsilon_B) \rho_s C_{ps}} = 3(Bi)t$

Mathematical models for the simulation of thermal regenerators: A state-of-the-art review

Los regeneradores de lecho fijo pueden estar identificados por dos tipos: rotatorios o de lecho fijo. En un lecho fijo el regenerador almacena materiales que son fijos dentro, y el uso de válvulas solenoides permiten el paso de gas caliente o frío de manera alternada. Liberando su calor al lecho durante el periodo de calentamiento, posteriormente un flujo frío absorbe ese calor que ganó el lecho durante el calentamiento, y esto corresponde al periodo de enfriamiento. Es común el uso de materiales como: aluminio, acero, vidrio para el armado del lecho[5].

El modelo esta basado según las siguientes consideraciones:

- Las propiedades térmicas y físicas del gas y el solido son constantes e independientes de la temperatura y posición.
- No existe perdida de calor del regenerador hacia el ambiente.
- No hay fuentes de energía que ocurran dentro del regenerador ni reacciones químicas internas

- La capacidad térmica del gas dentro del lecho en cualquier instante es pequeña comparada con el lecho mismo.
- Los coeficientes de flujo másico y de transferencia de calor son constantes
- La velocidad de entrada y la temperatura para cada fluidos son uniformes a través de la sección transversal y constantes en el tiempo
- La conductividad térmica del solido es infinitamente mas grande en la dirección normal al flujo del gas e infinitamente pequeña en la dirección paralela del flujo.
- No existe dispersión de flujo dentro del regenerador.
- La transferencia de calor del fluido es insignificante longitudinal y transversalmente.
- El espacio vacío y la superficie de contacto del lecho son uniformes.
- El tiempo de residencia del gas dentro del lecho es insignificante en comparación al periodo.
- La transferencia de calor por radiación es pequeña en comparación con otros mecanismos de transferencia.

Modelo

El modelo para un regenerador de lecho fijo, para la fase solida:

$$M_s C_{ps} \frac{\partial T_s}{\partial \theta} = ha(T - t_h) \quad (15)$$

De la ecuacion anterior, M_s indica la masa de la fase solida, C_{ps} es el valor de la capacidad calorífica, h es el coeficiente global de transferencia de calor, a es el área de transferencia de calor por unidad de volumen.

Para la fase del fluido:

$$\frac{GC_{pg}}{u} \frac{\partial t_h}{\partial \theta} + GC_{pg} \frac{\partial t_h}{\partial x} = ha(T_s - t_g) \quad (16)$$

Donde G es la velocidad del flujo de masa superficial, C_{pg} nuestra la capacidad calorífica para el gas, u es igual a la velocidad del gas y t_h y T_s son las temperatura caliente y la del solido.

Las condiciones iniciales y de equilibrio del proceso son:

$$t_h(0, t_h) = t_{h,i} = cte, \quad 0 < t_h < P_h$$

$$t_h(0, t_c) = t_{c,i} = cte, \quad 0 < t_c < P_c$$

Para las condiciones de equilibrio:

$$T_{s,h}(x, t_h = 0) = T_{s,c}(x, t_c = P_c)$$

$$T_{s,h}(x, t_h = 0) = T_{s,c}(x, t_c = P_c)$$

$$0 < x < L$$

Se resolvió el modelo redefiniendo los parámetros de longitud, temperatura y tiempo de manera unidimensional:

$$y = \frac{x}{L}$$
$$z_1 = \frac{(t - \frac{x}{u_1})}{P_1}$$
$$z_2 = \frac{(t - \frac{x}{u_2})}{P_2}$$

Review of Design and Modeling of Regenerative Heat Exchangers

Los regeneradores de energía, son dispositivos que usan de manera indirecta el intercambio de energía con medios fríos y calientes. El uso principal se encuentra en el área de la metalurgia, el tratamiento y pre-calentamiento del aire, recuperación del calor residual y en turbinas. En este trabajo se aplicó el método abierto de Willmott, que mostró una gran estabilidad y permitieron la inclusión de ecuaciones que describen la transferencia de calor y la caída de presión. La ventaja de los regeneradores sobre los recuperadores es por su mayor área de contacto con relación a su capacidad volumétrica. Varios materiales y formas pueden usarse como material de relleno en el regenerador, porque los sólidos tienen una gran capacidad calorífica en comparación con los gases. Para pequeños regeneradores pueden usarse rellenos como los de panel de abeja, esferas, monolitos, anillos, monturas, etc. [6]

Modelo

$$M_b C_{p,b} \frac{\partial T_b}{\partial t} = h_t A (T_g - T_b) \quad (17)$$

Donde M_b es la masa del relleno (kg), T_b es la temperatura media del relleno ($^{\circ}C$), h_t es el coeficiente global de transferencia de calor ($\frac{W}{m^2K}$), $C_{p,b}$ es la capacidad calorífica del material de relleno ($\frac{J}{kgK}$), A es la superficie total de transferencia (m^2).

$$m_g C_{p,g} L \frac{\partial T_g}{\partial y} + M_g C_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial y} = h_t A (T_b - T_g) \quad (18)$$

Donde m_g es el flujo másico del gas ($\frac{kg}{s}$), $C_{p,g}$ es la capacidad calorífica del gas y L es la longitud del regenerador (m).

Parámetros del modelo

Porosidad

El valor de ϵ es la razón del volumen disponible respecto a el volumen total del relleno:

$$\epsilon = \frac{V_b - V_p}{V_b} \times 100 = \frac{V_m}{V_b} \times 100 \quad (19)$$

Donde V_b es el volumen total del relleno (m^3), V_p es el volumen del material de relleno (m^3) y V_m es el espacio libre del relleno (m^3)

Diámetro de partícula

El diámetro puede definirse como el de una esfera.

$$d_v = \left(\frac{6}{\pi} V_p\right)^{\frac{1}{3}} \quad (20)$$

Coefficiente global de transferencia de calor

Para calcular este coeficiente se puede obtener de la siguiente manera según Hausen[7]:

$$h_t = \frac{1}{c} + \frac{1}{2(n+2)\lambda_b} \phi H + \frac{1}{h_r} \quad (21)$$

El termino del coeficiente de fricción se obtuvo mediante el numero de Reynolds y usando la relación de Hicks[8].

La función ϕH llamado factor de Hausen, intenta representar el efecto de la rapidez del cambio de temperatura dentro del empaquetado al inicio de un periodo de calentamiento o enfriamiento[9].

$$\phi H = 1 - \frac{d^2}{4\alpha(n+3)^2 - 1} \left[\frac{1}{P'} + \frac{1}{P''} \right] \quad (22)$$

El coeficiente α es la difusividad térmica, P es el periodo de calentamiento o enfriamiento (s), $\epsilon = 27$ para esferas.

Las consideraciones para el desarrollo del modelo fueron las siguientes:

- El flujo másico es constante en ambos tiempos.
- La capacidad calorífica del gas dentro de los canales es lo suficientemente pequeña en comparación con la del solido, que puede despreciarse.
- Los coeficientes de transferencia y las propiedades térmicas del almacenamiento de calor y del gas no varían a lo largo de un período y son idénticos en todas las partes del regenerador.
- La conductividad en dirección longitudinal es despreciable.

Condiciones de frontera

- Las temperaturas en las entradas de los periodos de enfriamiento o calentamiento son constantes.

- La superficie a lo largo del regenerador y hasta el final de cada periodo es el mismo que al principio seguido del periodo anterior(calentamiento o enfriamiento).

$$T'_b(y, 0) = T''_b(L - y, P'')$$

Transferencia de calor en un lecho fijo para almacenamiento de energía térmica

El modelo abordado por López[10], consideró lo siguiente para desarrollo del modelo. Para el sólido, capacidad de almacenamiento de calor constante, despreciando las variaciones de temperatura en la dirección radial, no existe generación interna de calor. Para el fluido, fluido newtoniano, no hay transferencia de masa, se desprecian los efectos de transferencia por radiación, no hay cambio de fase.

Condiciones iniciales y de frontera

La condición inicial esta en ambas ecuaciones(fluido y sólido), el aire se encuentra a una temperatura inicial y uniforme T_0 ,

$$T = T_0, \quad t = 0 \quad (23)$$

Para la condición de frontera en la entrada del lecho:

$$T = T_{en} \quad (24)$$

En la salida del regenerador, tanto para el sólido como para el fluido, al no existir mas lecho, el sólido no puede intercambiar mas calor y ademas el fluido en la salida no intercambia calor con el fluido al frente:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = L \quad (25)$$

La ecuación de conservación de energía para la fase solida del regenerador:

$$\rho_s(1 - \epsilon_a)C_{ps} \frac{\partial \theta}{\partial t} = (1 - \epsilon_a)K_{s,x} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - ha_p(\theta - T) \quad (26)$$

Para la fase del fluido que envuelve las partículas del fluido:

$$\rho_a \epsilon_a C_{pa} \frac{\partial T}{\partial t} = \epsilon_a K_{a,x} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + ha_p(\theta - T) - \rho_a \epsilon_a C_{pa} u \frac{\partial T}{\partial x} + Ua_w(T_0 - T) \quad (27)$$

2.1. Conclusión de la revisión del estado del arte

Se observo que las ecuaciones que indican el comportamiento del regenerador son similares a las empleadas en otros procesos de transferencia de calor y masa[6][1][5], lo que permite un análisis comparativo y una comprensión más profunda de la dinámica del sistema. Los modelos que solo

se basan en el balance de energía pueden proporcionar una aproximación útil, pero no capturan la complejidad del transporte de masa, lo que puede resultar en predicciones inexactas del comportamiento del regenerador.

Por otra parte, la inclusión del balance de masa en el modelo permite una descripción más completa del proceso, incluyendo la transferencia de masa entre las fases fluida y sólida[4]. De tal manera, se esta revisando como es un modelo de regenerador que solo involucre balances de energía, debido a que para el calculo de parámetros como el numero de Reynolds involucra de manera indirecta los efectos de la velocidad del gas dentro del regenerador. Para posteriormente comparar con modelos que incluyan balances de masa que de manera directa expresan efecto de la velocidad en el dispositivo.

En la siguiente tabla se muestra los métodos usado para la solución y que tipo de balance usaron los autores para el desarrollo de los modelos.

Tabla 1: Tipo de modelo y método de solución

Autor	Modelado	Método de solución
Kulkarni[1]	Energía y masa	Colocación ortogonal
Ramachandran et. al. [4]	Energía(adimensional)	Colocación ortogonal polinomial
Sadrameli [5]	Energía	Analítico y Diferencias finitas
Kilkovsky [6]	Balance de energía	Método abieto de Willmott
López-Torres [10]	Balance de energia	Diferencias finitas

3. Trabajo de tesis

3.1. Propuesta de solución

Se propone diseñar una planta de pruebas a partir de consideraciones técnicas y del modelo térmico y de dinámica de fluidos. De tal manera, este sistema servirá como punto de partida para analizar otras técnicas de modelado y compararlas entre si. Se espera que sirva de referente para el estudio de otro tipo de lechos o empaques para trabajos a futuro.

3.2. Objetivo general

Diseñar, construir, y poner en operación una planta piloto de un regenerador de energía de lecho empacado, que sirva como estación de prueba para validar estructuras matemáticas que representen la dinámica de la planta y que sirvan para la solución de problemas de diseño, optimización y control de estos sistemas.

3.3. Objetivos específicos

- Obtener el modelo del comportamiento del intercambiador de calor mediante las ecuaciones gobernantes para una etapa de calentamiento o enfriamiento.
- Obtener un prototipo de regenerador de energía de doble lecho empacado con un monolito metálico.
- Caracterizar el comportamiento del medio continuo y térmico del regenerador de energía para un periodo de calentamiento o enfriamiento del aire.
- Analizar la dinámica del sistema y caracterizar el comportamiento de un ciclo completo en régimen pseudo-estacionario.
- Modelar el comportamiento térmico de un ciclo completo por identificación de sistemas(técnicas lineales o no lineales).

4. Caso de estudio

4.1. Consideraciones de modelado

Las suposiciones para el desarrollo del modelo se tomaron como primer exploración lo siguiente: La temperatura del gas solo para el proceso de calentamiento es constante, el flujo másico permanece constante, las propiedades térmicas del gas y del solido son constantes y no varían a lo largo del regenerador.

4.2. Condiciones de iniciales y frontera

La condición inicial muestra que en la fase solida, como en el aire se encuentran a una temperatura inicial y uniforme, suponiendo que es igual a la temperatura ambiente

$$T_b = T_a, \quad t = 0 \quad (28)$$

Para la condición de frontera en la entrada del lecho:

$$T_{g,0} = T_{en} \quad (29)$$

En la salida del regenerador, tanto para el solido como para el fluido, al no existir mas lecho, el solido no puede intercambiar mas calor y ademas el fluido en la salida no intercambia calor con el fluido al frente:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = L \quad (30)$$

4.3. Modelo

En este modelo se definieron dos ecuaciones, El primer termino de la ecuacion [31] es un balance de energía, el primer termino muestra el producto de la masa de relleno(M_b), la capacidad calorífica del mismo($C_{p,b}$), a lo largo del regenerador(L) y su cambio con respecto al tiempo de la temperatura T_b . Igualando al coeficiente de transferencia total de transferencia de calor h_t , el área de contacto A , y la diferencia de temperatura en las fases(solida y gas).

$$M_b C_{p,b} \frac{\partial T_b}{\partial t} = h_t A (T_g - T_b) \quad (31)$$

Por otra parte, esta ecuacion indica como es el comportamiento de la temperatura del gas a lo largo del regenerador con la derivada parcial de T_g , capacidad calorífica del gas $C_{p,g}$ y el flujo másico. El segundo termino corresponde al producto de la capacidad calorífica, la masa del relleno y $\frac{\partial T_g}{\partial t}$ al cambio de la temperatura del gas (T_g) en el tiempo.

$$m_g C_{p,g} L \frac{\partial T_g}{\partial x} + M_g C_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial t} = h_t A (T_b - T_g) \quad (32)$$

4.4. Características del regenerador

Se tienen los siguientes datos para un relleno de esferas de aluminio 1060, sus propiedades se describen a continuación:

Tabla 2: Características del material de relleno

Propiedades		unidades
Diametro	3	mm
Densidad	2705	$kg \cdot m^{-3}$
Capacidad calorífica	900	$J \cdot kg^{-1} K^{-1}$
Conductividad térmica	205	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
Emisividad	0,03	
Masa por esfera	1.4×10^{-4}	kg

Tabla 3: Propiedades del aire

Propiedad		unidades
Densidad	1.2754	$kg \cdot m^{-3}$
Capacidad calorífica	1.046	$J \cdot kg^{-1} K^{-1}$
Conductividad térmica	0.025	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
Temperatura de entrada de aire caliente	200	$^{\circ}C$
Temperatura ambiental	30	$^{\circ}C$
Viscosidad cinemática* (100°C)	2.3×10^{-5}	$m^2 \cdot s^{-1}$
Viscosidad cinemática* (200°C)	3.45×10^{-5}	$m^2 \cdot s^{-1}$
Viscosidad dinámica* (100°C)	2.17×10^{-5}	$Pa \cdot s$
Viscosidad dinámica* (200°C)	2.57×10^{-5}	$Pa \cdot s$

*Los valores de las viscosidades dinámica y cinemática están definidas a presión atmosférica

Tabla 4: Variables y constantes de las ecuaciones (31) y (30)

Modelo: Variables		unidades
T_b	Temperatura del relleno (empaquetado)	$^{\circ}\text{C}$
T_g	Temperatura del gas	$^{\circ}\text{C}$
Modelo: Constantes		unidades
M_b	Masa del relleno (empaquetado)	kg
$C_{p,b}$	Capacidad calorífica del relleno	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
h_t	Coefficiente global de transferencia de calor	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
A	Área de contacto	m^2
m_g	flujo másico	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$
$C_{p,g}$	Capacidad calorífica del gas	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
L	Longitud del regenerador	m
M_g	Masa acumulada en el regenerador	kg

4.5. Cálculo de parámetros para el modelado

4.5.1. Propiedades del relleno del regenerador

En este apartado, se obtienen las características necesarias para conocer la porosidad del lecho, a partir del largo del regenerador, las dimensiones del material de relleno y la velocidad del flujo de aire de la fuente.

Volumen total sin relleno: Se calcula el área de la tubería sin rellenar:

$$A_c = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0.0127)^2}{4} = 1.26676 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

Obtenida el área se obtiene el volumen de la tubería:

$$V = A_c \cdot L = 1.90015 \times 10^{-5} \text{m}^3$$

Para obtener el volumen del material de empaque (V_p):

$$V_p = \frac{\pi \cdot d_v^3}{6} = 1.41371 \times 10^{-8} \text{m}^3$$

La cantidad de esferas que puede contener:

$$n_{\text{esferas}} = \frac{V}{V_p} = 1344.083 \text{ esferas}$$

La masa de relleno del regenerador M_b :

$$M_b = n_{\text{esferas}} * 1.4 \times 10^{-4} = 0.1882 \text{kg}$$

Se trunca a 1344 esferas para el volumen disponible, posteriormente obtener el volumen total del relleno:

$$V_b = n_{esferas} \cdot V = 1.900\,153 \times 10^{-5} m^3$$

La masa acumulada dentro del regenerador se obtiene de la diferencia de volúmenes y el producto de la densidad del aire:

$$M_g = 0.00015 \cdot 1.2754 = 1.9131 \times 10^{-4} kg$$

Para calcular la porosidad ϵ :

$$\epsilon = \frac{V_b - V_p}{V_b} = 0.99925$$

La esfericidad es $\psi = 1$ para esferas y en caso de que no se obtiene con la siguiente fórmula:

$$\psi = \frac{A_s}{A_p} \quad (33)$$

El área de una esfera se obtiene de la siguiente fórmula:

$$A_s = 4\pi r^2 = 2.827\,43 \times 10^{-5} m^2$$

El diámetro hidráulico de una esfera corresponde al mismo, en caso de no ser una esfera se obtiene con la siguiente relación:

$$d_h = 3mm$$

$$d_h = \frac{4\epsilon}{a_r(1 - \epsilon)}$$

El parámetro de la superficie absoluta específica, es la razón de la superficie de la partícula y el volumen del relleno:

$$a = \frac{A_s}{V_b} = 1.488 m^{-1}$$

Flujo másico

El compresor seleccionado puede proporcionar 3.7585 CFM, suponiendo que tiene retoma la velocidad del flujo de la referencia[6] $v = 3.6 m \cdot s^{-1}$, la sección transversal $S = 0.0127$ y la densidad del aire $\rho_g = 1.2754 kg \cdot m^{-3}$

$$\dot{m} = \rho \cdot S \cdot v = (1.2754)(3.6)(0.0127) = 0.0583 kg \cdot s^{-1}$$

4.6. Propiedades térmicas

En esta sección, es de vital importancia el cálculo del coeficiente total de transferencia de calor. A partir de las propiedades térmicas de las fases sólida y gas del regenerador.

4.6.1. Coeficiente global de transferencia de calor

El coeficiente total de transferencia de calor es:

$$\frac{1}{h_t} = \frac{1}{h_{lum}} + \frac{1}{h_r}$$

La difusividad térmica se puede obtener de la siguiente expresión:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_{p,b}} = \frac{205}{2705 \cdot 900} = 8.42062 \times 10^{-5} m^2 s^{-1}$$

Factor de Hausen para el calculo del coeficiente global de transferencia de calor, el valor de $\epsilon_H = 27$ para esferas, $n = 3$:

$$\phi H = \frac{\pi(n+2)}{\sqrt{\epsilon_H + 18[5(\frac{n+1}{2})]}} = 1.09177$$

Para la siguiente expresión el diámetro de la esfera de relleno $d = 0.03m$ y la conductividad térmica del aluminio $\lambda_b = 205 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

$$\frac{1}{h_{lum}} = \frac{1}{h_c} + \frac{d}{2(n+2) \cdot \lambda_b} \cdot \phi H$$

4.6.2. Coeficiente de transferencia de calor convectivo

La ecuación para un relleno de un regenerador aleatorio puede obtenerse con la siguiente expresión que se obtuvo de manera experimental según la referencia[11], sin embargo para geometrías esféricas se puede igualar a una expresión según lo reportado por Baldwin[12]:

$$Nu = \frac{h_c d_p}{\lambda_g} = 0.584 Re^{0.7} Pr^{1/3}$$

Es necesario calcular el numero de Reynolds del regenerador producido por el relleno con la siguiente expresión:

$$Re_m = \frac{Re}{(1 - \epsilon)}$$

De tal manera que el numero de Reynolds para el regenerador sin relleno, donde v es la velocidad del flujo ($m \cdot s^{-1}$), D el diámetro hidráulico(D) y ν la viscosidad cinemática ($m^2 \cdot s^{-1}$)[13]:

$$Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{3 \cdot 0.0127}{2.3 \times 10^{-5}} = 1656.5217$$

Por lo tanto el Reynolds para el relleno es:

$$Re_m = \frac{1656.5217}{1 - 0.99925} = 2.2087 \times 10^6$$

La caída de presión viene definido por la siguiente ecuación:

$$\lambda_k = \frac{150}{Re_m} + 1.75 = \frac{150}{2.2087 \times 10^6} + 1.75 = 1.7501$$

Con los datos obtenidos, se puede obtener el numero de Nusselt:

$$Nu = 0.584Re^{0.68}Pr^{1/3} = 0.584(1656.5217)^{0.68}(0.8)^{1/3} = 83.7845$$

El coeficiente de transferencia de calor por convención a partir del numero de Nusselt

$$h_c = \frac{Nu \cdot \lambda_g}{d_p} = \frac{83.7845(0.025)}{0.003} = 698.2040 W \cdot m^{-1}K^{-1}$$

4.6.3. Coeficiente de transferencia de calor por radiación

La ecuación para obtener el valor de la transferencia de calor por radiación:

$$\sigma = 5.6697 \times 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$$

$$h_r = 4\sigma\epsilon_B T_b^3 = 4(5.6697 \times 10^{-8})(0.03)(373.15)^3 = 0.3535 W \cdot m^{-1}K^{-1}$$

Por lo tanto, el coeficiente total de transferencia de calor es:

$$h_t = h_{lum} + h_r = 698.2040 + 1.5977 \times 10^{-5} + 0.3535 = 698.5575 W \cdot m^{-1}K^{-1}$$

4.7. Resumen de parámetros

Se obtuvieron los algunos parámetros para el caso de estudio que se esta abordando, están basados según en el trabajo realizado por Kilkovsky[6], en la siguiente tabla se muestran todos los coeficientes de las ecuaciones (31) y (30):

Tabla 5: Coeficientes para el caso de estudio

	Coeficiente	cantidad	unidades
M_b	Masa del relleno (empaquetado)	0.1882	kg
$C_{p,b}$	Capacidad calorífica del relleno	900	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
h_t	Coeficiente global de transferencia de calor	698.5575	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
A	Área de contacto	0.1703	m^2
m_g	flujo másico	0.0583	$kg \cdot s^{-1}$
$C_{p,g}$	Capacidad calorífica del gas	1.046	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
L	Longitud del regenerador	0.15	m
M_g	Masa acumulada en el regenerador	1.9131×10^{-4}	kg

5. Resumen de actividades

Se ha estado revisando los parámetros que se involucran para el desarrollo del modelo, se obtuvieron usando de referencia los trabajos presentados en este documento. Se continua trabajando con el método de diferencias finitas para programarlas usando MATLAB. Se espera obtener como es el comportamiento del gas a lo largo del regenerador mediante gráficas, una vez solucionado se espera probar otras variantes del modelo que se pueda aproximar a la realidad cuando ya se tenga la planta experimental.

Las actividades para el siguiente semestre:

- Continuar con el modelado del regenerador mediante diferencias finitas o usando MATLAB
- El desarrollo del diseño de experimentos y pruebas en la planta experimental.
- Comenzar con elaboración de un articulo reportando el modelo del regenerador que se esta proponiendo resolver mediante un método numérico o MATLAB.
- Presentar los resultados en el predoctoral al final del sexto semestre.
- El requisito de idioma ya se ha cubierto y se tramitara la liberación de la retribución social iniciando el sexto semestre.

6. Cronograma de actividades

Avance	Actividades	2022				2023				2024				2025											
		A	S	O	N	D	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	E	F	M	A	M	J	J
P	Revisión del Estado del Arte																								
R																									
P	Propuesta conceptual																								
R																									
P	Desarrollo de modelo matemático																								
R																									
P	Diseño en CAD del regenerador																								
R																									
P	Simulación del modelo con software CFD																								
R																									
P	Implementación del modelo																								
R																									
P	Instrumentación del prototipo																								
R																									
P	Pruebas de concepto																								
R																									
P	Análisis de resultados																								
R																									
P	Presentación de resultados																								
R																									
P	Elaboración de Artículo																								
R																									
P	Escritura de la tesis																								
R																									
P	Requisitos administrativos para titulación																								
R																									
P	Presentación de examen de grado																								
R																									

Referencias

- [1] M. S. Kulkarni, "Modeling a heat regenerator-reactor with temperature dependent gas properties," Master's thesis, Oregon State University, Oregon, Canada, 07 1993.
- [2] D. Green and M. Southard, *Perry's Chemical Engineers' Handbook, 9th Edition*. McGraw Hill LLC, 2018.
- [3] O. Levenspiel, "Design of long heat regenerators by use of the dispersion model," *Chemical Engineering Science*, vol. 38, no. 12, pp. 2035–2045, 1983.
- [4] P. Ramachandran and M. Dudukovi, "Solution by triple collocation for periodic operation of heat regenerators," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 8, no. 6, pp. 377–388, 1984.
- [5] S. Sadrameli, "Mathematical models for the simulation of thermal regenerators: A state-of-the-art review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 58, pp. 462–476, 2016.
- [6] B. Kilkovský, "Review of design and modeling of regenerative heat exchangers," *Energies*, vol. 13, no. 3, 2020.
- [7] H. Hausen, *Regeneratoren*, pp. 259–426. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1976.
- [8] R. E. Hicks, "Pressure drop in packed beds of spheres," *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 9, pp. 500–502, 1970.
- [9] C. Hinchcliffe and A. Willmott, "Lumped heat-transfer coefficients for thermal regenerators," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 24, no. 7, pp. 1229–1236, 1981.
- [10] J. I. López Torres, "Transferencia de calor en un lecho fijo para almacenamiento de energía térmica."
- [11] M. Amelio and P. Morrone, "Numerical evaluation of the energetic performances of structured and random packed beds in regenerative thermal oxidizers," *Applied Thermal Engineering*, vol. 27, no. 4, pp. 762–770, 2007. Energy: Production, Distribution and Conservation.

- [12] D. E. Baldwin, R. B. Beckman, R. R. Rothfus, and R. I. Kermode, "Heat transfer in beds of oriented spheres," *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol. 5, pp. 281–284, 1966.
- [13] S. Ergun, "Fluid flow through packed columns," 1952.
- [14] R. Reid, J. Prausnitz, and B. Poling, *The Properties of Gases and Liquids*. McGraw-Hill chemical engineering series, McGraw-Hill, 1987.