Tecnológico Nacional de México
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Departamento de Ciencias en Ingeniería Electrónica

Diseño, construcción y puesta en marcha de un regenerador de energía para el desarrollo y la validación de estrategias de modelado matemático

Reporte de quinto semestre

Director de tesis:

Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez

Co-Directora de tesis:

Dra. Maria Guadalupe López López

Comité revisor:

Dr. José Francisco Gómez Aguilar

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez

Dr. Jarniel García Morales

Presenta:

M.I.E. Omar Arturo Castillo Méndez

29 de noviembre de 2024

Índice

1. Introdución

2. Revisión del estado del arte

Modeling a heat regenerator-reactor with temperature dependent gas properties

La principal característica de los regeneradores de energía, es que en el mismo espacio de manera alternada puede contener dos gases. En el espacio vacío del regenerador, el gas mas caliente fluye y cede su energía térmica a las partes solidas (debe tener una alta capacidad y densidad térmica), posteriormente un gas frío recupera ese calor durante un intervalo de tiempo. Para este trabajo, se consideró como constante el coeficiente de transferencia de calor, pero tomó como variable la compresibilidad del gas. Se modeló asumiendo un sistema adiabático, la conductividad térmica del solido infinitamente normal al flujo del gas y cero paralelo al flujo, conexión ideal del gas, asumiendo que no existe dispersión del gas en las conexiones. El modelo se dividió en tres ecuaciones usando balances de energía y masa tradicionales, el sistema se considero cerrado a la entrada, las variaciones de la velocidad al inicio del regenerador no afecta sus condiciones de entrada, existe una pequeña acumulación de masa en el regenerador antes o después de completar el cambio de temperaturas. Para el periodo de calentamiento, la velocidad del gas incrementa y la densidad disminuye(disminución neta de masa). El balance del gas en cualquier posición axial, parte de *la suma de razón de entalpía de entrada , la razón de salida y la transferida resulta en la razón de acumulación de la entalpía*[1]

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon L}[u\frac{\partial T_g}{\partial z} + \frac{h a_p L}{\rho u C_p}(T_g - T_s)] \tag{1}$$

Donde u es la velocidad del gas en $\frac{m}{s}$, ϵ es la porosidad del regenerador
El balance de energía correspondiente al solido:

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{h a_p}{(1-\epsilon)\rho_s C_{ps}}(T_g - T_s) \tag{2}$$

El balance de masa:

$$\frac{du}{dz} = -\frac{R h a_p L}{P M_w C_p}(T_g - T_s) \tag{3}$$

En el balance de masa se esta considerando z como adimensional $z = \frac{x}{L}$
Las condiciones iniciales y de frontera:

$$T_g(0,z) = T_{g\,inicial} \quad T_g(t,0) = T_{g\,entrada} \quad T_s(0,z) = T_{s\,inicial} \quad u(t,0) = u_{entrada}$$

Parámetros del modelo

La ley de los gases ideales:

$$PV = N_m RT \tag{4}$$

Donde: N_m numero total de moles de cualquier gas, R constante de los gases ideales y T la temperatura del gas.

$$a_p = \frac{6(1-\epsilon)}{d_p} \tag{5}$$

Donde a_p corresponde a la superficie especifica en el empaquetado, d_p es el diámetro del relleno y ϵ a la porosidad del regenerador.
La capacidad calorífica se puede obtener mediante la siguiente expresión, solo considerando que cambia conforme la variación de temperatura del gas[2], en caso contrario se puede considerar como constante:

$$C_p = (0.79)[6.5 + 0.001(T_g)] + (0.21)(8.27 + 0.000258(T_g) - \frac{187700}{T_g^2}) \quad \frac{cal}{mol \cdot s \cdot K} \tag{6}$$

Las correlaciones semi-empiricas para el coeficiente de transferencia de calor pueden obtenerse mediante las siguientes expresiones[3]:

$$Nu = 2 - 1.8Re^{\frac{1}{2}}Pr^{\frac{1}{3}} \tag{7}$$

$$Nu = \frac{hd_p}{k_g} \quad Re = \frac{d_p u \rho}{\mu} \quad Pr = \frac{C_p \mu}{k_g}$$

Solution by triple collocation for periodic operation of heat regenerators

El método basado en colocación triple ha sido desarrollado para simulación de regeneradores de energía mediante un modelo lineal. El problema se reduce a un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales. El problema del valor inicial en un regenerador al arranque y durante su operación puede ser resuelto por este método para cualquier modelo de ecuaciones.
Los regeneradores de calor son usados de manera extensa en procesos industriales donde el gas se encuentra disponible a temperaturas altas y bajas. Algunos ejemplos importantes, recuperación de calor en centrales termoeléctricas, pre-calentamiento de aire, recuperación de calor de los gases de desperdicio en la fundición del hierro,en la manufacturación del vidrio, almacenamiento de energía solar, etc [4].

Ecuaciones del modelo

Las ecuaciones del modelo en su forma adimensional describen un empaquetado de un regenerador con la siguiente forma:
La primera ecuación representa un balance de energía, como es el cambio de temperatura entre la fase solida y el gas.

$$\frac{1}{Pe}\frac{\partial^2 \theta_h}{\partial x^2} - \frac{\partial \theta_h}{\partial x} - St(\theta_h - \theta_{phs}) = 0 \tag{8}$$

La siguiente corresponde a un balance de energía para indicar la temperatura de la partícula:

$$\frac{1}{y^2}\frac{\partial}{\partial y}(y^2\frac{\partial \theta_{ph}}{\partial y}) = \frac{\partial \theta_{ph}}{\partial t} \tag{9}$$

La dirección en x y y son para referirse a la posición axial adimensional dentro del regenerador y a la forma esférica de la partícula respectivamente. θ_h es la temperatura de la masa del gas dentro del regenerador durante el periodo de calentamiento, para una posición en x y un tiempo t. θ_{ph} es la temperatura de la partícula durante el periodo de calentamiento para una posición x dentro del regenerador y una posición radial en y en el tiempo. Finalmente, $\theta_{phs} = \theta_{ph}(x, y = 1, t)$ es la temperatura externa de la superficie de la esfera.
Las condiciones de frontera son:

$$x = 0, \qquad \frac{1}{Pe}\frac{\partial \theta_h}{\partial x} = \theta_h - \theta_{h,en} \tag{10}$$

$$x = 1, \qquad \frac{\partial \theta_h}{\partial x} = 0 \tag{11}$$

$$x = 0, \qquad \frac{\partial \theta_{ph}}{\partial y} = 0 \tag{12}$$

$$x = 1, \qquad \frac{1}{Bi}\frac{\partial \theta_{ph}}{\partial y} = \theta_h - \theta_{phs} \tag{13}$$

Donde $\theta_{h,en}$ es la entrada adimensional de la temperatura del gas caliente. La ecuaciones y condiciones de frontera están basadas según la suposición, la transferencia de energía ocurre mediante flujo másico, la dispersión es axial en la fase gaseosa, la transferencia entre fluido, partículas y su parte interna es por conducción, no se consideró la transferencia de calor por radiación y conducción entre partículas. Las propiedades físicas y parámetros de transporte se asumen independientes de la temperatura. La condición inicial para la parte interna de las partículas es la siguiente:

$$t = 0, \qquad \theta_{ph} = \theta_{ph0}(y, x) \tag{14}$$

El valor de θ_{ph0} representa la temperatura inicial que se distribuye para el periodo de enfriamiento y la temperatura de distribución al final del periodo de calentamiento, si solo se considera un solo ciclo el valor $\theta_{ph0} = 0$.

Números adimensionales

- Número de Stanton [St] $= \frac{h a_p L}{u_g \rho_g C_{pg}}$
- Número de Biot [Bi] $= \frac{hR}{\lambda_e}$
- Número de Peclet [Pe] $= \frac{u_g \rho_g C_{pg} L}{\lambda_{ax}}$
- Tiempo adimensional [t] $= \frac{t_a \lambda_e}{\rho_s C_{ps} R^2}$ o $\frac{h a_p t_a}{(1-\epsilon_B)\rho_s C_{ps}} = 3(Bi)t$

Mathematical models for the simulation of thermal regenerators: A state-of-the-art review

Los regeneradores de lecho fijo pueden estar identificados por dos tipos: rotatorios o de lecho fijo. En un lecho fijo el regenerador almacena materiales que son fijos dentro, y el uso de válvulas solenoides permiten el paso de gas caliente o frío de manera alternada. Liberando su calor al lecho durante el periodo de calentamiento, posteriormente un flujo frío absorbe ese calor que ganó el lecho durante el calentamiento, y esto corresponde al periodo de enfriamiento. Es común el uso de materiales como: aluminio, acero, vidrio para el armado del lecho[5].
El modelo esta basado según las siguientes consideraciones:

- Las propiedades térmicas y físicas del gas y el solido son constantes e independientes de la temperatura y posición.
- No existe perdida de calor del regenerador hacia el ambiente.
- No hay fuentes de energía que ocurran dentro del regenerador ni reacciones químicas internas
- La capacidad térmica del gas dentro del lecho en cualquier instante es pequeña comparada con el lecho mismo.
- Los coeficientes de flujo másico y de transferencia de calor son constantes
- La velocidad de entrada y la temperatura para cada fluidos son uniformes a través de la sección transversal y constantes en el tiempo
- La conductividad térmica del solido es infinitamente mas grande en la dirección normal al flujo del gas e infinitamente pequeña en la dirección paralela del flujo.
- No existe dispersión de flujo dentro del regenerador.
- La transferencia de calor del fluido es insignificante longitudinal y transversalmente.
- El espacio vacío y la superficie de contacto del lecho son uniformes.
- El tiempo de residencia del gas dentro del lecho es insignificante en comparación al periodo.
- La transferencia de calor por radiación es pequeña en comparación con otros mecanismos de transferencia.

Modelo

El modelo para un regenerador de lecho fijo, para la fase solida:

$$M_s C_{ps} \frac{\partial T_s}{\partial \theta} = ha(T - t_h) \tag{15}$$

Para la fase del fluido:

$$\frac{GC_{pg}}{u}\frac{\partial t_h}{\partial \theta} + GC_{pg}\frac{\partial t_h}{\partial x} = ha(T_s - t_g) \tag{16}$$

Las condiciones iniciales y de equilibrio del proceso son:

$$t_h(0, t_h) = t_{h,i} = cte, \qquad 0 < t_h < P_h$$

$$t_h(0, t_c) = t_{c,i} = cte, \qquad 0 < t_c < P_c$$

Para las condiciones de equilibrio:

$$T_{s,h}(x, t_h = 0) = T_{s,c}(x, t_c = P_c)$$

$$T_{s,h}(x, t_h = 0) = T_{s,c}(x, t_c = P_c)$$

$$0 < x < L$$

Se resolvió el modelo redifiniendo los parámetros de longitud, temperatura y tiempo de manera unidimensional:

$$y = \frac{x}{L}$$

$$z_1 = \frac{(t - \frac{x}{u_1})}{P_1}$$

$$z_2 = \frac{(t - \frac{x}{u_2})}{P_2}$$

Review of Design and Modeling of Regenerative Heat Exchangers

Los regeneradores de energía, son dispositivos que usan de manera indirecta el intercambio de energía con medios fríos y calientes. El uso principal se encuentra en el área de la metalurgia, el tratamiento y pre-calentamiento del aire, recuperación del calor residual y en turbinas. En este trabajo se aplico el método abierto de Willmott, que mostró una gran estabilidad y permitieron la inclusión de ecuaciones que describen la transferencia de calor y la caída de presión. La ventaja de los regeneradores sobre los recuperadores es por su mayor área de contacto con relación a su capacidad volumétrica. Varios materiales y formas pueden usarse como material de relleno en el regenerador, porque los sólidos tienen una gran capacidad calorífica en comparación con los gases. Para pequeños regeneradores pueden usarse rellenos como los de panal de abeja, esferas, monolitos, anillos, monturas, etc. [6]

Modelo

$$M_b C_{p,b} \frac{\partial T_b}{\partial t} = h_t A(T_g - T_b) \tag{17}$$

Donde M_b es la masa del relleno (kg), T_b es la temperatura media del relleno ($°C$), h_t es el coeficiente global de transferencia de calor ($\frac{W}{m^2K}$), $C_{p,b}$ es la capacidad calorífica del material de relleno ($\frac{J}{kgK}$), A es la superficie total de transferencia(m^2).

$$mgC_{p,g}L\frac{\partial T_g}{\partial y} + M_g C_{p,g}\frac{\partial T_g}{\partial y} = h_t A(T_b - T_g) \tag{18}$$

Donde m_g es el flujo másico del gas ($\frac{kg}{s}$), $C_{p,g}$ es la capacidad calorífica del gas y L es la longitud del regenerador (m).

Parámetros del modelo

Espacio vacío

El valor de ϵ es la razón del volumen disponible respecto a el volumen total del relleno:

$$\epsilon = \frac{V_b - V_p}{V_b} \times 100 = \frac{V_m}{V_b} \times 100 \tag{19}$$

Donde V_b es el volumen total del relleno (m^3), V_p es el volumen del material de relleno (m^3) y V_m es el espacio libre del relleno (m^3)

Diámetro de partícula

El diámetro puede definirse como el de una esfera.

$$d_v = (\frac{6}{\pi}V_p)^{\frac{1}{3}} \tag{20}$$

Coeficiente global de transferencia de calor

Para calcular este coeficiente se puede obtener de la siguiente manera segun Hausen[7]:

$$h_t = \frac{1}{c} + \frac{1}{2(n+2)\lambda_b}\phi H + \frac{1}{h_r} \tag{21}$$

El termino del coeficiente de fricción se obtuvo mediante el numero de Reynolds y usando la relacion de Hicks[8].

La función ϕH llamado factor de Hausen, intenta representar el efecto de la rapidez del cambio de temperatura dentro del empaquetado al inicio de un periodo de calentamiento o enfriamiento[9].

$$\phi H = 1 - \frac{d^2}{4\alpha(n+3)^2 - 1}[\frac{1}{P'} + \frac{1}{P''}] \tag{22}$$

El coeficiente α es la difusividad térmica, P es el periodo de calentamiento o enfriamiento (s), $\epsilon = 27$ para esferas.

Las consideraciones para el desarrollo del modelo fueron las siguientes:

- La temperatura de los gases en ambos periodos permanecen constantes.
- El flujo másico es constante en ambos tiempos.
- La capacidad calorífica del gas dentro de los canales es lo suficientemente pequeña en comparación con la del solido, que puede despreciarse.
- Los coeficientes de transferencia y las propiedades térmicas del almacenamiento de calor y del gas no varían a lo largo de un período y son idénticos en todas las partes del regenerador.
- La conductividad en dirección longitudinal es despreciable.

Condiciones de frontera

- Las temperaturas en las entradas de los periodos de enfriamiento o calentamiento son constantes.
- La superficie a lo largo del regenerador y hasta el final de cada periodo es el mismo que al principio seguido del periodo anterior(calentamiento o enfriamiento).

$$T'_b(y,0) = T''_b(L-y,P'')$$

3. Modelado

Se seleccionó el modelo de Kilkovský[6] que se representa por las siguientes ecuaciones:

$$M_b C_{p,b} \frac{\partial T_b}{\partial t} = h_t A(T_g - T_b) \tag{23}$$

$$m_g C_{p,g} L \frac{\partial T_g}{\partial y} + M_g C_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial y} = h_t A(T_b - T_g) \tag{24}$$

Se tienen los siguientes datos:

Datos: Esferas		unidades
Diametro	3	mm
Densidad	2705	$kg \cdot m^{-3}$
Capacidad calorífica	900	$J \cdot kg^{-1} K^{-1}$
Temperatura de entrada	200	$°C$
Temperatura ambiente	30	$°C$

Propiedades: Aire		unidades
Densidad	1.2754	$kg \cdot m^{-3}$
Capacidad calorífica	1.046	$J \cdot kg^{-1} K^{-1}$

- La temperatura de los gases en ambos periodos permanecen constantes.
- El flujo másico es constante en ambos tiempos.
- La capacidad calorífica del gas dentro de los canales es lo suficientemente pequeña en comparación con la del solido, que puede despreciarse.
- Los coeficientes de transferencia y las propiedades térmicas del almacenamiento de calor y del gas no varían a lo largo de un período y son idénticos en todas las partes del regenerador.
- La conductividad en dirección longitudinal es despreciable.

Condiciones de frontera

- Las temperaturas en las entradas de los periodos de enfriamiento o calentamiento son constantes.
- La superficie a lo largo del regenerador y hasta el final de cada periodo es el mismo que al principio seguido del periodo anterior(calentamiento o enfriamiento).

Datos del modelo:Variables		unidades
T_b	Temperatura del relleno(empaquetado)	$°C$
T_g	Temperatura del gas	$°C$
Datos del modelo: Constantes		unidades
M_b	Masa del relleno (empaquetado)	kg
$C_{p,b}$	Capacidad calorífica del relleno	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
h_t	Coeficiente global de transferencia de calor	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
A	Área de contacto	m^2
m_g	flujo másico	$kg \cdot s^{-1}$
$C_{p,g}$	Capacidad calorífica del gas	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
L	Longitud del regenerador	m
M_g	Masa acumulada en el regenerador	kg

Parámetros para el modelo

Volumen total sin relleno: Se calcula el área de la tubería sin rellenar:

$$A_c = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0.0127)^2}{4} = 1.266\,76 \times 10^{-4} m^2$$

Obtenida el área se obtiene el volumen de la tubería:

$$V = A_c \cdot L = 1.900\,15 \times 10^{-5} m^3$$

Para obtener el volumen del material de empaque (V_p):

$$V_p = \frac{\pi \cdot d_v^3}{6} = 1.413\,71 \times 10^{-8} m^3$$

La cantidad de esferas que puede contener:

$$n_{esferas} = \frac{V}{V_p} = 1344.083 \quad esferas$$

Se trunca a 1344 esferas para el volumen disponible, posteriormente obtener el volumen total del relleno:

$$V_b = n_{esferas} \cdot V = 1.900\,153 \times 10^{-5} m^3$$

Para calcular la porosidad ϵ:

$$\epsilon = \frac{V_b - V_p}{V_b} = 0.99925$$

La esfericidad es $\psi = 1$ para esferas y en caso de que no se obtiene con la siguiente formula:

$$\psi = \frac{A_s}{A_p} \tag{25}$$

El área de una esfera se obtiene de la siguiente fórmula:

$$A_s = 4\pi r^2 = 2.827\,43 \times 10^{-5} m^2$$

El diametro hidráulico de una esfera corresponde al mismo, en caso de no ser una esfera se obtiene con la siguiente relación:

$$d_h = 3mm$$

$$d_h = \frac{4\epsilon}{a_r(1-\epsilon)}$$

El parámetro de la superficie absoluta especifica, es la razón de la superficie de la partícula y el volumen del relleno:

$$a = \frac{A_s}{V_b} = 1.488m^{-1}$$

Referencias

[1] M. S. Kulkarni, "Modeling a heat regenerator-reactor with temperature dependent gas properties."

[2] D. Green and M. Southard, *Perry's Chemical Engineers' Handbook, 9th Edition*. McGraw Hill LLC, 2018.

[3] O. Levenspiel, "Design of long heat regenerators by use of the dispersion model," *Chemical Engineering Science*, vol. 38, no. 12, pp. 2035–2045, 1983.

[4] P. Ramachandran and M. Dudukovi, "Solution by triple collocation for periodic operation of heat regenerators," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 8, no. 6, pp. 377–388, 1984.

[5] S. Sadrameli, "Mathematical models for the simulation of thermal regenerators: A state-of-the-art review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 58, pp. 462–476, 2016.

[6] B. Kilkovský, "Review of design and modeling of regenerative heat exchangers," *Energies*, vol. 13, no. 3, 2020.

[7] H. Hausen, *Regeneratoren*, pp. 259–426. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1976.

[8] R. E. Hicks, "Pressure drop in packed beds of spheres," *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 9, pp. 500–502, 1970.

[9] C. Hinchcliffe and A. Willmott, "Lumped heat-transfer coefficients for thermal regenerators," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 24, no. 7, pp. 1229–1236, 1981.