МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ФИЗТЕХ-СОЮЗ
ФОНД «ИННОПРАКТИКА»

НАУКА В РЕГИОНЫ

Методические материалы по физике

2017

Авторы:
Калашников А.Д., Кузьмичёв С.Д., Колдунов Л.М., Юдин И.С., Яворский В.А.

Предлагаемые методические указания предназначены для учеников 8 класса, учителей, руководителей кружков физики и людей, интересующихся нестандартными задачами по физике.

Данное руководство будет полезно при подготовке к муниципальному и региональному турам Всероссийской олимпиады по физике.

Глава 1

Механика.

1.1 Механическое равномерное движение.

Теория.

Механическим движением называется изменение с течением времени положения данного тела или его частей относительно других тел. В ньютоновской механике рассматриваются механические движения тел, происходящие со скоростями, много меньшими скорости света в вакууме.

Тело, по отношению к которому рассматривается движение, называется телом отсчета. Совокупность тела отсчета и системы координат называют системой отсчета.

При решении конкретных задач всегда делаются какие-то упрощения. Например, в тех случаях, когда можно пренебречь размерами и формой тела, его считают просто точкой, которой, впрочем, приписывают массу (этим она отличается от точки в геометрии), и называют ее материальной точкой. Одно и то же тело в одних задачах можно принять за материальную точку (например, самолет при его полете из Москвы в Новосибирск без детализации), а в других задачах этого приближения будет, явно, недостаточно (например, движение самолета в пилотажной группе).

Если в конкретной задаче размеры и форма тела могут считаться неизменными (т.е. деформации тела пренебрежимо малы), то такое тело называют абсолютно твердым телом.

При движении некоторой материальной точки она является концом радиус-вектора r (его началом является тело отсчета) и описывает в пространстве некоторую линию – траекторию. Если все точки траектории лежат в одной плоскости, то движение называют плоским.

Вектор, соединяющий начальное и конечное положения точки, называется вектором перемещения. Путь – скалярная величина, равная длине участка траектории, пройденного при этом точкой. Если тело проходит по данному участку траектории несколько раз (например, вращается по окружности), то при вычислении пути длины складываются.

Средней путевой скоростью называется физическая величина, равная отношению длины пути S, пройденного телом за промежуток времени Δt, к длительности этого промежутка:

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

При этом средняя скорость на совокупности участков может отличаться от средних скоростей на каждом из участков.

При прямолинейном равномерном движении скорость не зависит от участка пути и времени, и в каждой точке траектории направлена вдоль траектории.

$$S = v(t - t_0)$$

Задачи к семинару.

Задача 1

Из магазина и школы навстречу друг другу выходят два ученика, желающие попасть в школу и магазин соответственно. Скорость движения каждого из них постоянная. Первая встреча произошла в 300 м от школы. Поздоровавшись, ученики продолжают движение. Дойдя до пункта назначения, ученики разворачиваются и идут обратно. Вторая встреча произошла в 180 м от магазина. Найдите расстояние между школой и магазином.

Решение.

‖ Для решения этой задачи многие школьники приме-няют традиционный способ решения, вводя скорости уче-ников и расстояния в качестве неизвестных, составляя и решая систему уравнений. Однако существует намного более простое «физическое» решение, основанное на свойстве сохранения некоторых параметров системы.

Рассмотрим путь, который прошли *оба* ученика до момента первой и второй встречи. В первом случае это расстояние S, во втором – $3S$ (каждый ученик дошел до места назначения и частично прошел обратный путь). По-скольку скорость движения каждого ученика постоянная, то для каждого из них до второй встречи прошло в 3 раза больше времени, чем до первой. Следовательно, каждый из учеников до второй встречи прошел расстояние в 3 раза большее, чем до первой.

Ученик, вышедший из школы, прошел путь, равный расстоянию от школы до магазина S, плюс еще 180 м по дороге назад. Это расстояние, как было доказано выше, равно утроенному пути, прошедшему им до 1-ой встречи (300 м), т.е. $S + 180$ м $= 3 \times 300$ м. Отсюда $S = 720$ м.

Ответ: 720 м. ‖

Задача 2

Два мальчика идут навстречу друг к другу, со скоростью $u = 3{,}6$ км/ч каждый. В момент, когда расстояние между ними составляло $L = 200$ метров, первый мальчик отпускает собаку, которая начинает бегать со скоростью $v = 8$ м/с между мальчиками, почти мгновенно разворачиваясь в точках встреч с мальчиками. Оцените, какое расстояние пробежит собака к моменту времени, когда мальчики встретятся?

Решение.

|| Поскольку скорость каждого из мальчиков постоянна и равна 1 м/с, то дистанцию в 200 метров они пройдут за 100 секунд. Собака бегает с постоянной скоростью 8 м/с, и за то же время пробежит расстояние 8 м/с $\times$ 100 с = 800 м.

Ответ: 800 м. ||

Задача 3

Рыбак плыл на моторной лодке по реке, зацепился шляпой за мост, и она свалилась в воду. Рыбак поплыл дальше, но через полчаса решил повернуть обратно за шляпой. Лодка догнала ее на 4 км от моста. Чему равна скорость течения реки?

Решение.

|| Перейдем в систему координат, связанную с течением реки, в которой шляпа неподвижна. В этой системе модуль скорости не зависит от направления моторной лодки, следовательно, на возвращение к шапке рыбак затратил столько же времени, сколько на отдаление от нее – 30 мин. Так как шляпа движется со скоростью течения и за 1 час уда-

лилась от моста на 4 км, то скорость течения равна 4 км/ч.

Ответ: 4 км/ч. $\|$

Задача 4

Спортсмены бегут колонной длины L со скоростью v. Навстречу бежит тренер со скоростью $u < v$. Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и начинает бежать назад с той же по модулю скоростью v. Какова будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся?

Решение.

$\|$ Перейдем в систему отсчета, в которой тренер неподвижен. В ней спортсмены движутся по направлению к тренеру со скоростью $u + v$, а от него – со скоростью $v - u$ (скорость положительная из-за $u < v$). Разница между моментами времени, когда первый и последний спортсмены добегут до тренера, равна

$$\Delta t = \frac{L}{v+u}$$

Первый спортсмен за это время удалится от тренера на расстояние

$$L_1 = (v-u)\Delta t = L\frac{v-u}{v+u}$$

Что и будет длиной новой колонны.

Ответ: $L_1 = L\frac{v-u}{v+u}$. $\|$

Задача 5

Первую часть пути машина проехала со скоростью $2v$, а вторую часть со скоростью $6v/7$. В результате всего движения средняя скорость машины оказалась равна v. Во сколько раз вторая часть пути длиннее первой?

Решение.

‖ Данная задача иллюстрирует тот факт, что иногда число уравнений может быть меньше количества неизвестных величин.

Пусть S_1 и S_2 – длины первой и второй частей пути, а t_1 и t_2 – времена, затраченные на преодоление этих путей. Они связаны друг с другом соотношениями $t_1 = \frac{S_1}{2v}$ и $t_2 = \frac{S_2}{6v/7}$. Поэтому средняя скорость равна:

$$v = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{S_1 + S_2}{\frac{S_1}{2v} + \frac{S_2}{6v/7}}$$

Отсюда имеем:

$$1 = \frac{1 + S_2/S_1}{\frac{1}{2} + \frac{S_2/S_1}{6/7}}$$

Ответ: $S_2/S_1 = 3$. ‖

Задача 6

Карлсон купил квартиру на крыше семнадцатиэтажной новостройки на высоте $H = 55$ м над землей. За вареньем теперь ему приходится летать в соседний магазин, который находится на расстоянии $L = 100$ м от его дома. В горизонтальном полете Карлсон развивает скорость v, при вертикальном спуске $2v$, а при вертикальном подъеме $v/2$. Определите, чему равна скорость v, если на полет до магазина и обратно Карлсон тратит ровно $t = 5$ мин.

Решение.

‖ В задаче неявно предполагается, что магазин расположен на высоте 0 (например, в полуподвальном этаже здания), а самого Карлсона можно считать материальной точкой (т.е.

пренебречь его размерами по сравнению с расстояниями, указанными в задаче).

Поскольку движение Карлсона, согласно условию задачи, может быть только горизонтальным или вертикальным, построим путь движения Карлсона в магазин из 4 этапов:

- Горизонтальный полет длины L на высоте H
- Спуск к магазину с высоты H
- Горизонтальный полет длины L на высоте 0
- Подъем на крышу на высоту H

Общее время движения:

$$t = \frac{L}{v} + \frac{H}{2v} + \frac{L}{v} + \frac{H}{v/2} = \frac{2L}{v} + \frac{5H}{2v} = \frac{1}{v}\left(2L + \frac{5H}{2}\right)$$

Отсюда находим скорость движения:

$$v = \frac{1}{300\text{с}}(2 \cdot 100\text{м} + 2{,}5 \cdot 55\text{м}) \approx 1.1\text{м/с}.$$

Ответ: 1.1 м/с. $\|$

1.2 Масштаб и подобие.

Теория.

Две геометрические фигуры являются подобными, если для любых двух точек A и B и их образов A_1 и B_1 выполняется $|AB| = k|A_1B_1|$, где k – коэффициент подобия.

Если два тела имеют линейный коэффициент подобия k, то их площади соотносятся как k^2, а объемы (и, следовательно, массы и веса – как k^3).

Задачи к семинару.

Задача 7

(Муниципальный этап, 2014 г., Слободянин В.П.)

На море штиль. Отец и сын стоят у самой кромки во-ды. Расстояние от уровня воды до уровня глаз отца $H = 160$ см, а до уровня глаз сына $h = 80$ см. Во сколько раз горизонт дальше для отца, чем для сына?

Решение.

‖

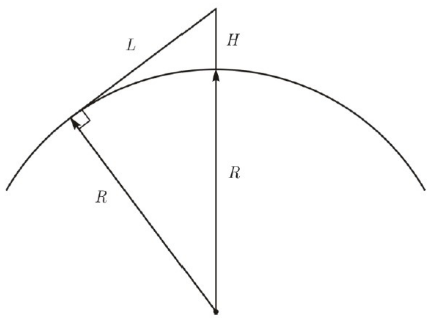

Рис. 1

Пусть радиус Земли равен R (см. рис.1).

Тогда по теореме Пифагора можно найти расстояние, на котором отец видит горизонт:

$$L = \sqrt{(R+H)^2 - R^2} = \sqrt{2RH + H^2}$$

Воспользуемся тем, что радиус планеты во много раз больше роста человека ($R >> H$) и можно пренебречь вторым слагаемым:

$$L_o \approx \sqrt{2RH}$$

Аналогично находим расстояние, на котором горизонт видит сын:

$$L_c \approx \sqrt{2Rh}$$

Тогда

$$\frac{L_o}{L_c} = \sqrt{\frac{H}{h}} = \sqrt{2} \approx 1.4$$

Примечание: если не использовать приближение, то в ответ войдёт радиус Земли, который не дан в условии.

Ответ: 1.4 $\|$

Задача 8

Высота Эйфелевой башни составляет 325 м, а масса равна 10000 тонн. Чему будет равна масса статуэтки в виде Эйфелевой башни, если она является её точной копией, уменьшенной в 1000 раз?

Решение.

$\|$ Если линейные размеры статуэтки в $k = 10^3$ раз меньше оригинала (0.325 м), то ее объем будет меньше уже в $k^3 = 10^9$ раз. Поскольку масса пропорциональна объему, то масса статуэтки будет в 10^9 раз меньше массы оригинала, которая равна 10^4 тонн $= 10^7$ кг $= 10^{10}$ г. Следовательно, масса статуэтки равна 10 грамм.

Ответ: 10 грамм. $\|$

Задача 9

На бильярдном столе (длиной a и шириной b) в неко-торой точке покоится шар. В каком направлении надо ударить шар кием, чтобы он попал в заданную лузу после N ударов о длинные борта бильярда? Потерями энергии при движении шара и ударах шара о борт пренебречь.

Решение.

‖

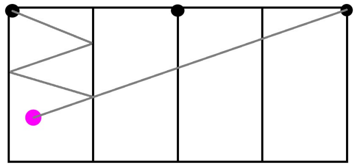

Рис. 2: : $N = 3$

В рамках данной задачи можно считать, что шар можно рассматривать как материальную точку, а угол «падения» шара на борт равен углу «отражения». Представим борта в качестве зеркал, в которых отразим множество изображений бортов и луз. Поскольку вертикальные углы равны, задача сводится к нахождению «отраженной» лузы, при попадании в которую шар дол-жен N раз пересечь границы бильярда (см. рис. 2 для N = 3). ‖

Задача 10

(Муниципальный этап, 2009 год)

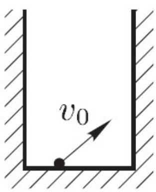

Рис. 3

На горизонтальной площадке между двумя гладкими стенками установлена катапульта (см. рис 3). Катапульта выстреливает шариками, начальная скорость которых равна v_0. Какое максимальное число ударов может совершить шарик перед тем как упадет на площадку? Удары шарика о стенку считайте абсолютно упругими. Расстояние между стенками равно L_0. Положение катапульты и угол вылета шарика можно изменять.

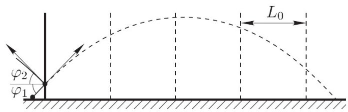

Рис. 4

Решение.

‖ Так как удар о стенку абсолютно упругий, то угол отражения ϕ_2 равен углу падения ϕ_1. Для упрощения расчета можно сделать «развертку» перемещения шарика (см. рис 4). Максимальное число ударов можно получить, если дальность полёта шарика максимальна, то есть равна $L = v_0^2/g$. При выполнении этого условия при $L < L_0$ может произойти не более одного столкновения, а при $L_0 \leq L < 2L_0$ – не более двух. По аналогии можно показать, что если:

$$(n-1)L_0 \leq L < nL_0$$

то может произойти не более n столкновений. Следовательно, максимальное число столкновений равно целой части отношения L/L_0 плюс одно столкновение:

$$N = \left[\frac{v_0^2}{gL_0}\right] + 1$$

.

Ответ: $N = \left[\frac{v_0^2}{gL_0}\right] + 1$ ‖

Задача 11

(Региональный этап, 2016 г., Замятин М.Ю.)

Куб из однородного материала плавает, погрузившись на глубину h в жидкость. Верхняя грань куба горизонтальна. На какую глубину H в этой же жидкости погрузится куб, имеющий вдвое бóльшую плотность и вдвое бóльшую длину ребра?

Решение.

|| Предположим, что в обоих случаях верхняя грань куба горизонтальна. Запишем условие плавания куба с длиной ребра a, имеющего плотность ρ, в жидкости с плотностью $\rho_ж$:

$$\rho_ж h a^2 g = \rho a^3 g$$

или

$$h = a\frac{\rho}{\rho_ж}$$

Тогда, для второго куба

$$H = 4a\frac{\rho}{\rho_ж}.$$

Из этих уравнений следует, что: $H = 4h$. Но это не окончательный ответ. Дело в том, что если $H = 4h > 2a$, то большой куб утонет. Это накладывает более жесткое условие на плавание маленького куба. Так как $4h > 2a$, то $h < a/2$. Иными словами, глубина погружения маленького куба не должна превышать $a/2$. В противном случае большой куб утонет.

Другое замечание касается того, как куб плавает в жидкости. Можно показать, что в некотором диапазоне плотностей (а именно, $0.36\rho_ж < \rho < 0.64\rho_ж$) устойчивое положение для плаванья куба – ребром вверх, вне этого диапазона – гранью вверх. Доказательство этого факта выходит за рамки программы 8 класса.

Ответ: $H = 4h$, $h < a/2$ ||

1.3 Статика и равновесие. Момент сил.

Теория.

Статика изучает равновесие материальных точек, тел или систем тел. Рассмотрим силы, приложенные к некоторой *материальной точке.* Равнодействующая сила для двух сил, не лежащих на параллельных прямых, равна диагонали параллелограмма, сторонами которого являются две складываемые силы $\overline{F_1}$ и $\overline{F_2}$. Если силы направлены в одном направлении, то их равнодействующая равна сумме длин векторов и направлена в том же направлении, если в противоположных направлениях – равнодействующая равна разности длин векторов и направлена в сторону большего по модулю вектора.

Система сил, приложенных к материальной точке, называется уравновешенной, если модуль равнодействующей этой системы равен нулю:

$$\sum_i \overline{F_i} = \overline{0}.$$

Рассмотрим некоторое абсолютно твердое тело. Выделим в нем 2 материальные точки, к которым приложим силы.

Система двух равных по модулю противоположно направленных сил $\overline{F_1}$ и $\overline{F_2}$ называется парой сил. Модуль равнодействующей пары сил, приложенных к одной материальной точке, равен нулю. Если же пара сил приложена к разным материальным точкам абсолютно твердого тела, то их действие не сводится к равнодействующей, а вызывает вращение вокруг некоторой оси.

Пара сил характеризуется моментом пары M, причём

$$M = F_1 d = F_2 d.$$

где d – кратчайшее расстояние между линиями действия сил пары, называемое плечом пары.

Моментом силы называется произведение величины силы на плечо силы относительно оси вращения. Вообще говоря, момент силы является вектором, и имеет не только величину, но и направление. Для простоты можно говорить о знаке момента силы: если, с точки зрения наблюдателя, плечо силы вращается по направлению движения часовой стрелки, то момент силы положителен; если плечо силы вращается в противоположную сторону (т.е против часовой стрелки), то момент силы отрицателен.

Если абсолютно твердое тело может перемещаться поступательно, а также совершать вращательное движе-ние вокруг некоторой оси, равновесие тела достигается при одновременном выполнении условий:

$$\sum_i \overline{F_i} = \overline{0} \qquad \sum_i \overline{M_i} = \overline{0}$$

где $\overline{F_i}$ – внешняя сила, $\overline{M_i}$ – момент этой силы. Обращаем внимание на произвольность оси вращения: если выполняется равенство $\sum_i \overline{F_i} = \overline{0}$, то при выполнении равенства $\sum_i \overline{M_i} = \overline{0}$, относительно одной какой-то оси, и относительно *любой другой оси* тоже выполняется равенство $\overline{M_i} = \overline{0}$.

Необходимо отметить, что наличие реальной оси вращения не обязательно. Например, в случае лестницы, прислоненной к стенке, никакой реальной оси не видно. Но можно записать условие моментов $\sum_i \overline{F_i} = \overline{0}$, относительно любой мысленно выбранной оси (проходящей через один конец лестницы, проходящей через другой конец, проходящей через центр тяжести или какую-то еще ось).

Задачи к семинару.

Задача 12

(Региональный этап, 2013 год, Колесов Ю.И.)

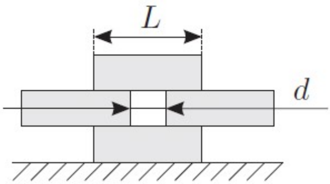

Рис. 5

Четыре одинаковых ледяных бруска длиной L сложены так, как показано на рисунке (см. рис. 5) Каким может быть максимальное расстояние d, при условии, что все бруски расположены горизонтально? Считайте, что бруски гладкие (т.е. между ними нет трения), и что сила тяжести приложена к центру соответствующего бруска.

Решение.

|| Система, состоящая из 4 брусков, будет находиться в равновесии при условии, что сумма моментов внешних сил, действующих на бруски (1) и (2), равна нулю (см. рис.6).

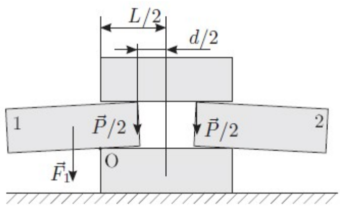

Рис. 6

Запишем правило моментов сил, действующих на брусок (1), относительно точки O. Чтобы яснее представлять место приложения сил, изобразим средние бруски слегка наклоненными (это положение они займут, если их раздвинуть на расстояние чуть более, чем d). Сила тяжести $F_1 = P$ приложена к центру бруска. Поскольку он сдвинут влево на расстояние $d/2$, то и плечо силы равно $d/2$. Вес P верхнего бруска приложен к верхним ребрам брусков (1) и (2) и, следовательно, распределен между ними поровну (к каждому ребру приложена сила

$P/2$). Плечо этой силы относительно точки O равно $L/2-d/2$. Согласно правилу моментов:

$$P \cdot \frac{d}{2} = \frac{P}{2}\left(\frac{L}{2} - \frac{d}{2}\right)$$

Отсюда $d = L/3$.

Ответ: $d = L/3$ ‖

Задача 13

Прямоугольный брусок высоты a и ширины b стоит на горизонтальной поверхности. Вес бруска равен P. Какую минимальную силу необходимо приложить к верхней грани бруска, чтобы нижняя грань оторвалась от поверхности и брусок начал наклоняться? При каком коэффициенте силы трения μ это возможно без проскальзывания бруска по поверхности?

Решение.

‖ Пусть точка O – вершина прямоугольника, относительно которой происходит вращение бруска. Запишем правило моментов сил относительно точки O. Сила тяжести (вес) P приложена к центру тяжести бруска, направлена вертикально вниз, плечо силы равно $b/2$. Сила F, приложенная к верхней грани, имеет плечо a, и для достижения минимального значения должна быть направлена горизонтально, вдоль ребра верхней грани. Условие равновесия:

$$F \times a = P\frac{b}{2} \;\Rightarrow\; F = P\frac{b}{2a}$$

Условием отсутствия проскальзывания является

$$F \le F_{\text{тр}} = \mu N = \mu P$$

$$\frac{Pb}{2a} \le \mu P \to \mu \ge \frac{b}{2a}.$$

Ответ: $F = P\frac{b}{2a} \quad \mu \geq \frac{b}{2a}$ ‖

Задача 14

У среднестатистического школьника дома всегда найдутся несколько листов формата $A4$, карандаш, миллиметровая линейка и 10-рублевая монета (масса – 5.65 г), но не динамометр или лабораторные весы. Помогите ему измерить массу листа бумаги

Решение.

‖ Свернем лист бумаги в плоскую трубочку шириной 1-2 см вдоль некоторой оси (например, стороны или диагонали прямоугольника). Трубочка должна быть достаточно жесткой, чтобы не было значительного искривления под весом монеты – тогда эту трубочку можно использовать в качестве рычага. Кладем трубочку на край стола, на один конец трубочки кладем монету известной массы, а другой сдвигаем за край стола до тех пор, пока не будет найдена точка равновесия рычага (трубка не начнет переворачиваться). Карандашом отмечаем эту точку и потом линей-кой измеряем все размеры.

Пусть длина всей трубки равна L, длина трубки за краем стола – a, расстояние от точки равновесия до центра масс монеты – b, масса монеты – m, масса листа бумаги (трубочки) – M. Предполагая плотность бумаги постоянной в разных точках трубочки, получаем, что масса трубочки за краем стола равна Ma/L, а части на столе – $M(L-a)/L$. Учитывая, что центр масс каждого из участков трубочки находится в середине отрезка, запишем правило моментов сил:

$$M\frac{a}{L}g\frac{a}{2} = M\frac{L-a}{L}g\frac{L-a}{2} + mgb.$$

$$Mg(a^2 - (L-a)^2) = 2mgbL$$

$$M(2a - L)L = 2mbL$$

$$M = m\frac{2b}{2a - L}$$

Поскольку a – длина стороны без монеты, она будет более длинная, поэтому всегда $2a - L > 0$.

Эксперимент рекомендуется провести при разных значениях параметров L и b, и потом оценить среднее значение и погрешность. $\|$

1.4 Круговое движение.

Теория.

Простейшим примером криволинейного движения является движение по окружности. При равномерном движении по окружности модуль скорости точки с течением времени не меняется, а её вектор направлен перпендикулярно к радиусу (линейная скорость). Сама точка за равные промежутки времени проходит равные по длине дуги окружности.

Если начало радиус-вектора поместить в центр окружности, а конец – в движущуюся точку, то угол $\Delta\phi$, на который смешается вектор, называется углом поворота.

Средней угловой скоростью движения точки по окружности вокруг заданного центра называется физическая величина, равная отношению угла поворота $\Delta\phi$ радиус-вектора точки, пройденного за промежуток времени Δt, к длительности этого промежутка:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

При равномерном движении по окружности угловая скорость не зависит от времени и равна средней угловой скорости:

$$\Delta\phi = \omega(t - t_0).$$

Период обращения (вращения) T – промежуток времени, в течение которого точка совершает один полный оборот по окружности. Обратная величина $\nu = 1/T$ называется частотой обращения (вращения).

Путь, пройденный точкой за один период по окружности радиуса R, равен $2\pi R$, а угол поворота радиус-вектора точки за тот же промежуток времени равен 2π радиан. Отсюда получаем связь между линейной и угловой скоростью: $\nu = \omega R$.

Задачи к семинару.

Задача 15

Два велосипедиста, находясь в диаметрально противоположных точках велотрека, одновременно начали гонку преследования. На каком круге один из них догонит другого, если отношение скоростей велосипедистов $\nu_1/\nu_2 = 19/18$?

Решение.

|| Хотя велотрек в реальности может иметь сложную форму (например, эллипс), в рамках задачи она не играет роли, поэтому представим велотрек в форме окружности, а самих велосипедистов – как материальные точки. Рассмотрим движение велосипедистов относительно центра окружности – это будет равномерное вращение с некоторыми угловыми скоростями ω_1 и ω_2, причем

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{19}{18}$$

Перейдем в систему отсчета, вращающуюся с угловой скоростью ω_2 относительно оси, совпадающей с центром велотрека. В этой системе второй велосипедист неподвижен, а угловая скорость первого велосипедиста равна $\omega = \omega_1 - \omega_2 = \omega_2/18$. Следовательно, половину окружности он проедет за время

$$T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{18\pi}{\omega_2}.$$

Время одного круга для второго велосипедиста равно

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_2}.$$

Следовательно, число кругов до встречи равно

$$n = \frac{T}{T_k} = 9.$$

Ответ: на 9-ом круге. ‖

Задача 16

(Муниципальный этап, 2015 г., Замятин М.Ю.)

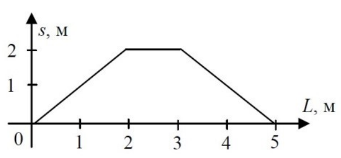

Рис. 7

Для тела, движущегося с постоянной по модулю скоростью, получен график зависимости модуля перемещения s от пути L. Определите модуль скорости тела, если известно, что все движение заняло t = 20 с. Изобразите возможную траекторию тела.

Решение.

‖ Модуль скорости тела равен $v = L/t = 0.25$ м/с. На первом участке модуль перемещения и путь равны. Такое возможно при прямолинейном движении. На втором участке перемещение не изменяется, следовательно, тело движется на постоянном расстоянии от точки старта, например, по окружности радиусом $R = 2$ м. Угол, на который успевает повернуть тело, равен отношению длины дуги к радиусу $\alpha = 0.5$ рад. На третьем участке модуль перемещения уменьшается, и настолько же увеличивается путь. Такое возможно при прямолинейном движении курсом на точку старта.

Возможная траектория приведена на рисунке 8. Заметим, что при движении по дуге окружности тело может быстро разворачиваться и двигаться в обратном направлении с прежней скоростью. Приведенное решение – один из простейших вариантов ‖

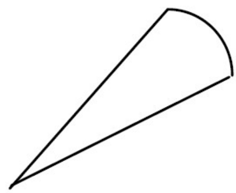

Рис. 8

Задача 17

На горизонтальной поверхности лежат тонкий обруч радиуса R и монета радиуса $r < R$, соприкасающиеся друг с другом. Монету катят без проскальзывания по дуге обруча в направлении по часовой стрелке. К краю монеты приклеен небольшой кусочек бумаги, позволяющий отсчитывать число сделанных поворотов монеты относительно ее центра. Как будет отличаться число поворотов монеты при полном повороте вокруг обруча, если она катится а) снаружи обода

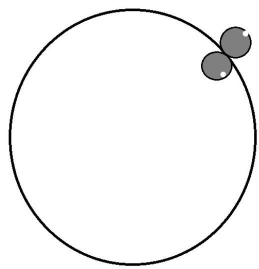

Рис. 9

обруча б) внутри обода обруча?

Решение.

‖ Поскольку обруч считается тонким, можно считать, что точка на крае монеты за поворот вокруг обруча пройдет один и тот же путь, вне зависимости от того с какого края обода происходит вращение. Поэтому задача сводится к системе, в которой монета **приклеена** одной точкой края к обручу, а вращается сам обруч относительно своего центра.

Легко видеть, что если монета катится (или приклеена) снаружи обода, то при полном повороте обруча монета (точнее, кусочек бумажки на краю монеты) делает 1 поворот по часовой стрелке. Напротив, если монета катится (или приклеена) внутри обода, то монета делает один поворота против часовой стрелки. Отсюда следует, что разность составит 2 поворота.

Ответ: 2 поворота. ‖

Задача 18

(Муниципальный этап, 2011 год).

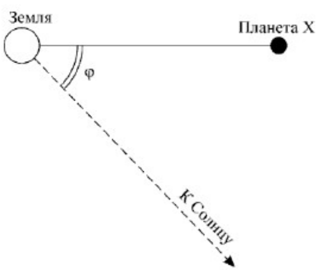

Рис. 10

При наблюдении с Земли за планетой , обращающейся вокруг Солнца по круговой орбите, оказалось, что максимальный угол ϕ между направлением с Земли на Солнце и на планету равен 46°(см. рис 10). Что это за планета? Расстояние до Солнца в астрономических единицах для разных планет: Меркурий – 0.39; Венера – 0.72; Земля – 1.00; Марс – 1.52; Юпитер – 5.20.

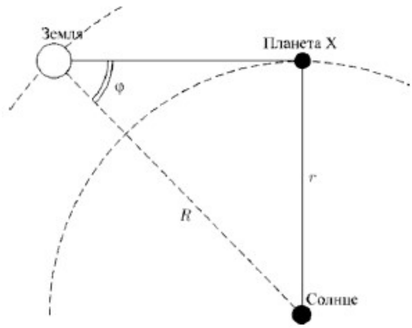

Рис. 11

Решение.

|| Рассмотрим треугольник, в вершинах которого расположены Земля, Солнце и планета X (см. рис. 11).

По условию угол ϕ максимальный, поэтому угол при планете X – прямой.

Пусть r– радиус орбиты планеты X.

$$r = R \cdot \sin\phi = 1 \text{ а.е.} \times 0.72 = 0.72 \text{ а.е.}$$

Из списка данных по планетам видим, что планета X – это Венера.

Ответ: Венера. ||

Задачи для самостоятельного решения.

1. Длинный поезд едет со скоростью v_0. По соседним путям его обгоняет электричка, скорость которой 72 км/ч. Ма-

шинист электрички заметил, что он проехал мимо поезда за $t_1 = 100$ с. На обратном пути электричка и поезд, движущиеся с теми же скоростями, снова встретились. На этот раз по часам машиниста оказалось, что время прохождения электрички мимо поезда равно $t_2 = 20$ с. Какова скорость v_0 поезда?

2. В одном галлоне 3.79 литра. Один баррель (barrel – бочка) лёгкой нефти весит 111 кг. Удельная плотность нефти $\rho_{\text{н}} = 698$кг/м^3. Во сколько раз баррель больше галлона?

3. Расстояния между звёздами столь велики, что их принято измерять в астрономических единицах или парсеках. Одна астрономическая единица (а.е.) численно равна среднему расстоянию от Земли до Солнца 1 а.е. $= R_З \approx 150$ млн. км. Один парсек – это расстояние, с которого радиус земной орбиты виден под углом в одну угловую секунду. В одном градусе содержится 60 угловых минут ($1^\circ = 60'$), а в одной угловой минуте содержится 60 угловых секунд ($1' = 60''$). Скорость света 300 000 км/с. Сколько астрономических единиц содержится в одном парсеке? За сколько лет свет преодолеет расстояние в 1 парсек? Отношение длины окружности к её диаметру равно = 3.14.

4. Автомобиль первую половину времени ехал со скоростью $V_1 = 80$км/ч, оставшееся время – со скоростью $V_2 = 40$км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на второй половине его пути.

5. Однажды у Карлсона заглох моторчик, и он начал падать вертикально вниз с постоянной скоростью $v_1 = 6$м/с. После ремонта моторчик стал развивать постоянную силу тяги. Из-за этого, при вертикальном подъеме

Карлсон выходил на скорость $v_2 = 3$м/с. С какой постоянной скоростью он двигался в горизонтальном полете? Считать силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости. Карлсон, будучи в меру упитанным, одинаково обтекаем во всех направлениях.

6. Автомобиль едет по дороге со скоростью v без проскальзывания колес. Радиус колеса автомобиля – R. Определить угловую скорость вращения колеса.

7. В момент противостояния Солнце, Земля и Марс находятся на одной прямой (Земля между Солнцем и Марсом). Продолжительность земного года $T = 365$ суток, марсианского – в $k = 1.88$ раза больше. Считая, что планеты обращаются вокруг Солнца по круговым орбитам с общим центром, лежащим в одной плоскости, найдите минимальный промежуток времени τ, между двумя последовательными противостояниями. Планеты движутся в одну сторону.

1.5 Закон Архимеда.

Теория.

Рассмотренные далее задачи относятся к гидростатике, где изучается равновесие жидкости и воздействие покоящейся жидкости на погруженные в неё тела. В поле тяжести жидкость принимает форму сосуда. Поверхность жидкости перпендикулярна направлению силы тяжести независимо от формы сосуда.

На каждый участок поверхности твердого тела, погруженного в жидкость (газ), действуют силы давления, перпендикулярные этому участку. Эти силы увеличиваются с глубиной погружения. Равнодействующая всех сил давления, действующих на поверхность тела со стороны жидкости, называется выталкивающей силой или силой Архимеда.

Закон Архимеда: *Выталкивающая сила, действующая на тело, погруженное в жидкость (или газ), равна по модулю весу вытесненной жидкости (или газа) и противоположно ему направлена.*

Приведенная формулировка закона Архимеда справедлива, если вся поверхность тела соприкасается с жидкостью или если тело плавает в жидкости или если тело частично опущено в жидкость через свободную, т.е. не соприкасающуюся со стенками сосуда поверхность жидкости.

Если же часть поверхности тела плотно прилегает к стенке или дну сосуда так, что между ними нет прослойки жидкости, то закон Архимеда неприменим. Сила Архимеда рассчитывается по формуле

$$F_{\text{АРХ}} = \rho g V$$

где ρ - плотность жидкости, V - объём вытесненной жидкости (или газа), g - ускорение свободного падения.

Если тело массой m подвесить на динамометре, а затем полностью погрузить в сосуд с жидкостью так, чтобы оно не касалось ни дна, ни стенок сосуда, то показания динамометра уменьшатся на величину, равную силе Архимеда:

$$P = mg - F_{\text{АРХ}}.$$

Задачи к семинару.

Задача 19

Тело весит в воздухе 3.00 Н, в воде 1.80 Н, а в жидкости неизвестной плотности 2.04 Н. Какова плотность этой неизвестной жидкости? Силой Архимеда в воздухе пренебречь.

При взвешивании тело погружается в жидкости полностью.

Решение.

‖ Обозначим первое показание динамометра (в воздухе) как F_1 , второе (в воде) - F_2 , в неизвестной жидкости F_3 . Величина F_2 меньше F_1 на величину силы Архимеда, действующей на погруженное в воду тело:

$$F_1 - F_2 = F_{\text{АРХ}} = \rho_{\text{в}} g V$$

$$V = \frac{F_1 - F_2}{\rho_{\text{в}} g}.$$

Здесь $\rho_{\text{в}}$ - плотность воды, $g = 10$ Н/с^2 , V - объём тела. Величина F_3 меньше F_1 на величину силы Архимеда, действующей на погруженное в неизвестную жидкость тело:

$$F_1 - F_3 = F_{\text{АРХ}} = \rho g V = \frac{\rho}{\rho_{\text{в}}}(F_1 - F_2).$$

Здесь ρ - плотность неизвестной жидкости. Из последнего выражения для ρ получаем

$$\rho = \rho_{\text{в}} \frac{F_1 - F_3}{F_1 - F_2} = 800 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: 800 кг/м^3. ‖

Задача 20

Кусок пробки имеет в воздухе вес $P_1 = 1$ Н , кусок некоторого металла - $P_2 = 10$ Н. Если эти куски связать лёгкой ниткой и полностью погрузить в керосин, то их общий вес будет $P_3 = 5$ Н. Найдите плотность пробки $\rho_{\text{п}}$. Плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 800$ кг/м^3, плотность металла $\rho_{\text{м}} = 4000$ кг/м^3. Силой Архимеда в воздухе пренебречь.

Решение.

|| Выразим объёмы куска пробки и куска металла

$$V_{п} = \frac{P_1}{\rho_{п} g}, \qquad V_{м} = \frac{P_2}{\rho_{м} g}$$

Для веса связанных кусков пробки и металла в керосине с учётом силы Архимеда имеем

$$P_3 = P_1 + P_2 - F_{АРХ} = P_1 + P_2 - \rho_{к} g (V_{п} + V_{м}) = P_1 + P_2 - \frac{\rho_{к} P_1}{\rho_{п}} - \frac{\rho_{к} P_2}{\rho_{м}}.$$

Отсюда для плотности пробки получаем:

$$\rho_{п} = \frac{\rho_{к} P_1}{P_1 + P_2 - P_3 - \frac{\rho_{к} P_2}{\rho_{м}}} = 200 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_{п} = 200$ кг/м^3. ||

Задача 21

На пружинных весах уравновешен цилиндрический сосуд с водой сечением $S = 10$ см^2. На дне сосуда лежит металлическое тело плотностью $\rho = 8000$ кг/м^3. Если тело подвесить на нити так, что оно целиком остается погруженным в воду, но не касается дна, то показание весов изменится на 70 г (шкала весов проградуирована в граммах). На сколько изменится уровень воды в сосуде, если тело из него вытащить?

Решение.

|| Изменению показаний весов на 70 г соответствует изменение веса тела на $\Delta P = 0.7$ H. Пусть первое показание весов (тело лежит на дне) равно P_1, а второе (после подвешивания тела) - P_2.

$$P_1 = m_{в} g + mg, \quad P_2 = m_{в} g + F_{АРХ}, \quad F_{АРХ} = \rho_{в} V g, \quad m = \rho V.$$

Здесь $\rho_{\text{в}}$ - плотность воды, ρ - плотность материала тела, $g = 10$ Н/кг, V - объём тела. В выражении для P_2 учтено, что на воду со стороны подвешенного тела действует сила, равная по модулю силе Архимеда. Для объёма тела получаем

$$V = \frac{P_1 - P_2}{(\rho - \rho_{\text{в}})g}.$$

После извлечения тела объёмом V из сосуда уровень воды понизится на $\Delta h = V/S$.Отсюда для изменения уровня воды в сосуде получаем:

$$\Delta h = \frac{P_1 - P_2}{S(\rho - \rho_{\text{в}})g} = 0.1\text{м}.$$

Ответ: $\Delta h = 0.1$ м. $\|$

1.6 Плаванье тел.

Задача 22

Определите наименьшую площадь плоской однородной льдины толщиной $h = 25$ см, способной удержать на воде человека массой $m = 75$ кг. Принять, что льдина способна удержать человека на воде, если верхняя поверхность льдины не ниже уровня воды. Плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м^3.

Решение.

$\|$ Пусть S - искомая площадь льдины. В этом случае льдина целиком погружена в воду (точнее уровень воды совпадает с верхней поверхностью льдины). Тогда условие плавания системы «человек + льдина» можно записать следующим образом:

$$G = (m + m_{\text{л}})g = F_{\text{арх}} = \rho_{\text{в}} V_{\text{л}} g$$

$$m_л = \rho_л V_л, \qquad V_л = Sh.$$

Отсюда для площади льдины получаем

$$S = \frac{m}{(\rho_в - \rho_л)h} = 3 \text{ м}^2.$$

Ответ: $S = 3$ м^2. $\|$

Задача 23

Определите массу льдины, плавающей в воде, если объём выступающей части льдины равен $V = 2$ м^3 . Плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3.

Решение.

$\|$ Пусть m - искомая масса льдины, $V_л$ - её объём. Тогда условие плавания системы льдины можно записать следующим образом:

$$G = m_л g = F_{арх} = \rho_в V_{л,п} g$$

$$m_л = \rho_л V_л$$

$$V_{л,п} = V_л - V = \frac{m_л}{\rho_л} - V.$$

Отсюда для массы льдины получаем

$$m_л = \frac{\rho_в V}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1} = 18 \text{ тонн}.$$

Ответ: $m_л = 18$ тонн. $\|$

Задача 24

В цилиндрическом сосуде с водой находится льдинка, полностью погруженная в воду и привязанная тонкой нитью ко дну. Когда льдинка растаяла, уровень воды понизился на $h = 1$ см. Какова была сила натяжения нити? Площадь дна сосуда $S = 100$ см^2.

Решение.

‖ На погруженную в воду льдинку массой $m_л$ действуют: направленная вертикально вниз сила тяжести $G = m_л g$, направленная вертикально вверх сила Архимеда $F_{\text{АРХ}} = \rho_в V_л g$ и направленная вертикально вниз сила натяжения нити T (искомая величина). Запишем условие равновесия льдинки

$$m_л g + T = F_{\text{АРХ}} = \rho_в V_л g$$

Учитывая, что

$$m_л = \rho_л V_л \qquad V_л = Sh = \frac{m_л}{\rho_л} - \frac{m_л}{\rho_в},$$

для массы льдинки получаем:

$$m_л = \frac{\rho_л \rho_в}{\rho_в - \rho_л} Sh$$

Подставим это в первое уравнение. Сократив, получаем:

$$T = \rho_в Shg = 1\ H.$$

Ответ: $T = 1$ Н. ‖

Задача 25

В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде с водой плавает кусок льда, в который вморожен грузик из цинка массой $m = 35$ г. На сколько понизится уровень воды, когда лёд растает? Плотность цинка $\rho = 7000$ кг/м^3. Площадь дна сосуда $S = 100$ см^2.

Решение.

‖ Пусть $m_л$ - масса льда, а $m_в$. - масса воды в сосуде. На плавающий кусок льда с вмороженным в него грузиком из цинка действуют: направленная вертикально вниз сила тяжести $G = (m_л + m)g$ и направленная вертикально вверх сила Архимеда $F_{\text{АРХ}} = \rho_в V_{\text{выт}} g$. Запишем условие равновесия

$$G = F_{\text{АРХ}}$$

Для уровня воды H_1 в сосуде в этот момент имеем

$$H_1 = \frac{V_в + V_{\text{выт}}}{S} = \frac{m_в}{\rho_в S} + \frac{m_л + m}{\rho_в S}.$$

здесь $V_{\text{выт}}$ - объём вытесненной льдом и грузом воды. После таяния льда в сосуде появится дополнительный объём воды

$$V_{\text{в,доп.}} = \frac{m_л}{\rho_в},$$

и лежащий на дне кусок цинка объёмом

$$V_ц = \frac{m}{\rho},$$

Для уровня воды H_2 в сосуде в этот момент имеем

$$H_2 = \frac{V_в + V_{\text{в,доп.}} + V_ц}{S}$$

Окончательно, для изменения уровня воды в сосуде получаем

$$H_1 - H_2 = \frac{m}{\rho_в S} - \frac{m}{\rho S} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Ответ: $3 \cdot 10^{-3}$ м. ‖

Задача 26

В цилиндрическом сосуде с вертикальными стенками находится некоторое количество воды. На поверхность воды пустили плавать коробочку из цинка, в результате чего уровень воды поднялся на $h = 14$ см. На сколько опустится уровень воды, если коробочка потонет? Плотность цинка $\rho = 7000$ кг/м^3.

Решение.

|| Пусть $m_{\text{в}}$ - масса воды в сосуде, S - площадь дна сосуда. Тогда начальный уровень воды в сосуде (отсчитывается от дна сосуда) равен

$$H_0 = \frac{V_{\text{в}}}{S} = \frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} S}$$

На плавающую коробочку из цинка массой m действуют: направленная вертикально вниз сила тяжести и направленная вертикально вверх сила Архимеда.Запишем условие равновесия для коробочки

$$G = F_{\text{АРХ}}$$

Для уровня воды H_1 в сосуде в этот момент имеем

$$H_1 = \frac{V_{\text{в}} + V_{\text{выт}}}{S} = \frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} S} + \frac{m}{\rho_{\text{в}} S}.$$

Изменение уровня воды равно

$$h_1 = H_1 - H_0 = \frac{m}{\rho_{\text{в}} S}.$$

После того, как коробочка потонет, она будет вытеснять объём воды

$$V_{\text{в,доп.}} = \frac{m}{\rho}$$

Для нового значения уровня воды H_2 в сосуде в этот момент имеем

$$H_2 = \frac{V_{\text{в}} + V_{\text{в,доп.}}}{S} = \frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} S} + \frac{m}{\rho S}.$$

Теперь для изменения уровня воды после потопления коробочки получаем

$$h_2 = H_1 - H_2 = \frac{m_в}{\rho_в S} + \frac{m}{\rho_в S} - \frac{m_в}{\rho_в S} - \frac{m}{\rho S} = \frac{h_1(\rho - \rho_в)}{\rho} = 12 \cdot 10^{-2}м.$$

Ответ: $12 \cdot 10^{-2}$м. ||

Задача 27

Во время профилактического ремонта дно лодки-плоскодонки оклеили слоем пластика толщиной $d = 3$ см. После спуска на воду оказалось, что высота надводной части лодки уменьшилась на величину $h = 1.8$ см. Определить плотность пластика r. Считать, что борта лодки расположены вертикально

Решение.

|| Пусть m - масса лодки, S - площадь её дна, H_1 - глубина погружения днища лодки. На плавающую лодку действуют: направленная вертикально вниз сила тяжести $G = mg$ и направленная вертикально вверх сила Архимеда.Тогда условие плавания лодки до ремонта можно записать так:

$$G = F_{АРХ} = \rho_в S H_1 g.$$

После ремонта изменятся как сила тяжести, так и сила Архимеда:

$$G_1 = (m + \rho S d) g$$

$$F_{АРХ} = \rho_в S (d + H_2) g.$$

Здесь H_2 - новая глубина погружения корпуса лодки в воду. Тогда для условия плавания после ремонта имеем

$$G_1 = F_{АРХ}$$

Решая полученную систему уравнений (с учетом условия $H_2 - H_1 = h$), для плотности пластика получаем

$$\rho = \rho_{\text{в}} + \frac{h}{d}\rho_{\text{в}} = 1600 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: 1600 кг/м^3. ‖

Задача 28

В цилиндрическом стакане с водой на нити висит проволока, вмороженная в кусок льда (см. рис.12). Лёд с проволокой целиком погружен в воду и не касается стенок и дна стакана. После того как лёд растаял, проволока осталась висеть на нити, целиком погруженная в воду. Уровень воды в стакане за время таяния льда уменьшился на ΔH ($\Delta H > 0$) а сила натяжения нити увеличилась в K раз. Найти объём проволоки. Плотность воды $\rho_{\text{в}}$, проволоки $\rho_{\text{п}}$, площадь внутреннего сечения стакана S.

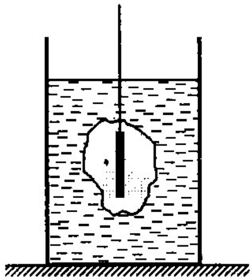

Рис. 12

Решение.

‖ Сила натяжения нити до таяния льда равна разности силы тяжести и силы Архимеда

$$T_1 = \rho_{\text{п}} V_{\text{п}} g + \rho_{\text{л}} V_{\text{л}} g - \rho_{\text{в}}(V_{\text{п+л}})g,$$

где $V_{\text{п}}$ - объём проволоки, $V_{\text{л}}$ - объём льда,$\rho_{\text{л}}$ - плотность льда.

После того как лёд растаял, новая сила натяжения нити будет равна

$$T_2 = \rho_{\text{п}} V_{\text{п}} g - \rho_{\text{в}} V_{\text{п}} g,$$

Условие увеличения силы натяжения нити в K раз имеет вид

$$\frac{T_2}{T_1} = K = \frac{\rho_{\text{п}} V_{\text{п}} - \rho_{\text{в}} V_{\text{п}}}{\rho_{\text{п}} V_{\text{п}} g + \rho_{\text{л}} V_{\text{л}} - \rho_{\text{в}} (V_{\text{п+л}})}.$$

Уменьшение уровня воды в стакане после того, как лёд растаял вызвано положительной разностью плотностей воды и льда $\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}} > 0$. Масса растаявшего льда $m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}}$, объём воды от растаявшего льда

$$V_{\text{в}} = \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} V_{\text{л}}.$$

Объём образовавшейся воды меньше объёма льда на величину

$$\Delta V = V_{\text{л}} - V_{\text{в}}$$

$$\Delta HS = \Delta V = \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} V_{\text{в}}.$$

Решая полученную систему уравнений, для объёма проволоки получаем

Ответ: $V_{\text{п}} = \frac{K}{K-1} \Delta HS \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{п}} - \rho_{\text{в}}}$. ‖

Задача 29

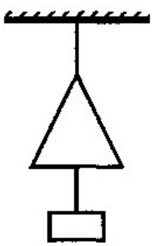

Рис. 13

Два груза висят на лёгких нитях в воздухе. Сила натяжения верхней нити в два раза больше силы натяжения нижней нити. Когда оба груза полностью погрузили в воду, то их взаимное положение не изменилось, а сила натяжения верхней нити уменьшилась на 20%, а нижней — 30%. Найдите плотности нижнего и верхнего грузов. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.

Решение.

‖ Запишем условия равновесия для висящих в воздухе нижнего и верхнего грузов:

$$T_1 = \rho_1 V_1 g, \qquad T_2 = 2T_1 = T_1 + \rho_2 V_2 g.$$

После погружения грузов в воду появятся силы Архимеда и изменятся силы натяжения. Запишем условия равновесия для погруженных в воду нижнего и верхнего грузов:

$$T_1' = 0.7 \times T_1 = (\rho - \rho_1) V_1 g, \qquad T_2' = 0.8 \times 2T_1 = T_1' + (\rho_2 - \rho) V_2 g.$$

Решая полученную систему, получаем соотношения

$$\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} = 0.7 \qquad \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2} = 0.9.$$

Отсюда для искомых плотностей грузов находим

Ответ: $\rho_1 = 3.3$ г/см^3; $\rho_2 = 10$ г/см^3. ‖

Разное.

Задача 30

Однородный шарик массой $m = 60$ г лежит на дне пустого стакана. В стакан наливают жидкость так, что объём погруженной части шарика оказывается в 6 раз меньше объёма всего шарика. Плотность жидкости в 3 раза больше плотности материала шарика. Найдите силу давления шарика на дно стакана.

Решение.

|| Пусть ρ_1 - плотность материала шарика, $\rho_2 = 3\rho_1$ - плотность жидкости, V - объём шарика. На шарик, находящийся в сосуде с налитой жидкостью, действуют три силы: направленная вертикально вниз сила тяжести, направленная вертикально вверх сила Архимеда и направленная вертикально вверх сила реакции N со стороны дна сосуда. Так как шарик находится в равновесии, то между силами выполняется соотношение

$$G = \rho_1 V g = F_{\text{арх}} + N = \rho_2 g V/6 + N.$$

Учитывая соотношение между плотностями жидкости и материала шарика $\rho_2 = 3\rho_1$, для величины силы реакции находим.

$$\rho_1 V g = \rho_1 V g/2 + N,$$

$$N = \rho_1 V g/2.$$

Шарик будет давить на дно сосуда с такой же по величине силой.

Ответ: $N = 0.3$ Н. ||

Задача 31

Дубовый шар лежит в сосуде с водой так, что половина его находится в воде и он касается дна. С какой силой шар давит на дно сосуда, если его вес в воздухе равен $P = 8\ H$?Плотность дуба $\rho_{\text{д}} = 800 \text{кг}/\text{м}^3$.

Решение.

|| Пусть $\rho_{\text{в}}$ - плотность воды, V - объём шара. На шар, находящийся на дне сосуда с водой, действуют три силы: направленная вертикально вниз сила тяжести, направленная

вертикально вверх сила Архимеда и направленная вертикально вверх сила реакции N со стороны дна сосуда. Так как шарик находится в равновесии, то между силами выполняется соотношение

$$G = P = F_{\text{арх}} + N = \rho_{\text{в}} gV/2 + N.$$

Отсюда для величины силы реакции находим

$$P = \rho_{\text{в}} \frac{P}{2\rho_{\text{д}}} + N,$$

$$N = P\left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{2\rho_{\text{д}}}\right) = 3 \text{ Н}.$$

Шарик будет давить на дно сосуда с такой же по величине силой.

Ответ: $N = 3$ Н. $\|$

Задача 32

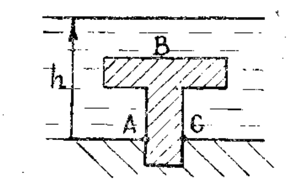

Рис. 14

Подводная опора, забитая в глинистый грунт водоёма глубиной $h = 3$ м, представляет из себя два соосных цилиндра различного диаметра (см. рис.14). Найти силу, действующую на опору со стороны воды в водоёме, если площадь сечения цилиндра меньшего диаметра, забитого в грунт, равна $S = 1$ м^2, объём части опоры ABC, находящейся в воде, $V = 4$ м^3, плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3. Атмосферное давление не учитывать.

Решение.

|| На находящуюся в воде опору со стороны окружающей её воды действуют силы гидростатического давления. Сечение AC опоры не находится в контакте с водой и на него не действует сила гидростатического давления.

Сделаем мысленный горизонтальный разрез опоры по уровню AC. Допустим, что в этот разрез попала вода. Тогда эта часть опоры окажется целиком в воде. В этом случае на эту часть опоры действовала бы сила Архимеда величиной

$$F_{\text{арх}} = \rho_0 g V.$$

и направленная вертикально вверх. Сила Архимеда является равнодействующей всех сил, действующих на участки поверхности находящегося в воде тела. На сечение AC, находящееся на глубине h действует направленная вертикально вверх сила гидростатического давления

$$F_{AC} = P_{AC} S = \rho_0 g h S.$$

Тогда введенную выше силу Архимеда можно представить как сумму сил F_{AC} и $F_{\text{ост}}$: $F_{\text{арх}} = F_{AC} + F_{\text{ост}}$. Здесь $F_{\text{ост}}$ означает силу, действующую на те части опоры которые находятся в воде (искомая величина). Для неё получаем

$$F_{\text{ост}} = F_{\text{арх}} - F_{AC} = 10^4 \ H.$$

Ответ: 10^4 H. ||

Задача 33

Из водоёма с помощью лёгкой верёвки с постоянной скоростью медленно вытаскивают алюминиевый цилиндр высотой $h = 2$ м и площадью поперечного сечения $S = 100$ см^2. Когда над поверхностью показалась часть цилиндра, равная четверти всей его длины, верёвка оборвалась. Определите предельное натяжение, которое выдерживает верёвка. Плотность алюминия $\rho_{\text{ал}} = 2700$ кг/м^3.

Решение.

‖ Так как цилиндр движется с постоянной скоростью, то равнодействующая сила равна нулю. На цилиндр действуют направленная вертикально вниз сила тяжести, направленные вертикально вверх сила Архимеда и сила натяжения веревки. Следовательно, сила натяжения веревки равна разности силы тяжести и силы Архимеда

$$T_{\text{макс}} = G - F_A,$$
$$G = \rho_{\text{ал}} V_{\text{ал}} g = \rho_{\text{ал}} Shg,$$
$$F_A = \rho_{\text{в}} V_{\text{погр}} g = \rho_{\text{в}} \frac{3}{4} Shg.$$

Отсюда для максимальной силы натяжения получаем

$$T_{\text{макс}} = \rho_{\text{ал}} V_{\text{ал}} g - \rho_{\text{в}} V_{\text{погр}} g = \rho_{\text{ал}} Shg - \rho_{\text{в}} \frac{3}{4} Shg = 390 \text{ Н}.$$

Ответ: $T_{\text{макс}} = 390$ Н. ‖

Задача 34

В воде плавает в вертикальном положении труба. Высота выступающей из воды части трубы $h = 5$ см. Внутрь трубы наливают масло плотности $\rho = 900$ кг/м^3 . Какой длины должна быть труба, чтобы её можно было целиком заполнить маслом?

Решение.

|| Допустим, что длина H трубы такова, что она целиком заполнена маслом (см. рис.15). При этом верхний край трубки попрежнему выступает на высоту h над уровнем воды (трубка плавает). Так как обе жидкости находятся в покое (масло не выливается из трубки и вода не попадает в трубку), то гидростатические давления в точках A и B , лежащих на одном горизонтальном уровне, должны быть равны

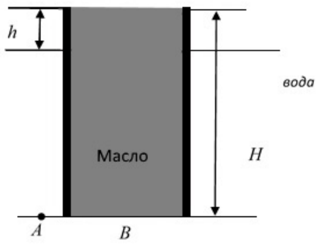

Рис. 15

$$P_A = \rho_в g(H - h) = P_B = \rho g H.$$

Отсюда для длины трубки получаем

$$H = \frac{\rho_в h}{\rho_в - \rho} = 50 \text{ см}.$$

Ответ: $H = 50$ см. ||

Задачи для самостоятельного решения.

1. Цилиндрическую гирю, подвешенную к динамометру, полностью погружают в воду, пока показания динамометра не изменятся на $\Delta F = 1$ H. На сколько изменится уровень воды в сосуде, если сечение сосуда $S = 25$ см^2?

   Ответ: 0.04 м.

2. Самородок золота вместе с кварцем, в который он заключен, весит в воздухе $P = 2.26$ H. При полном погружении самородка в воду его вес уменьшается на $\Delta P =$

0.2 H.Найдите массу золота в самородке. Плотность золота $\rho_з = 19.3$ г/см^3, плотность кварца $\rho_к = 3.3$ г/см^3

Ответ: 0.193 кг.

3. Льдина равномерной толщины плавает в воде, выступая на $h = 4$ см над её поверхностью. Какова масса льдины, если площадь её основания $S = 42$ м^2? Плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3 .

   Ответ: 15120 кг.

4. Полый шар плавает в воде, погрузившись на $\frac{1}{4}$ своего объёма. Найдите объём полости, если объём шара равен $V = 1$ м^3, а плотность материала шара равна $\rho = 2500$ кг/м^3.

   Ответ: 0.9м^3

5. В цилиндрический сосуд с площадью сечения $S_1 = 200$ см^2 и высотой $h = 30$ см наливают воду объёмом $V = 3$ л. В сосуд опускают стержень сечения $S_2 = 100$ см^2 , высота которого равна высоте сосуда. Какую минимальную массу должен иметь стержень, чтобы опуститься yf дна сосуда?

   Ответ: 3 кг.

6. Металлический брусок плавает в сосуде, в котором налита ртуть и поверх неё – вода. При этом в ртуть брусок погружен на 1/4 своей высоты, а в воду – на 1/2. Определите плотность металла. Плотность ртути $\rho = 13600$ кг/м^3.

   Ответ: 3900 кг/м^3.

7. Кусок льда привязан нитью ко дну цилиндрического сосуда с водой (см. рис. 16). Над поверхностью воды находится некоторый объём льда. Нить натянута с силой

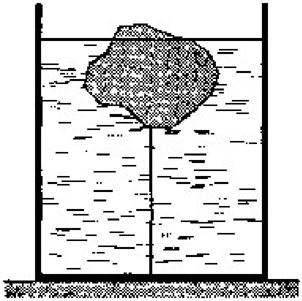

Рис. 16

$T = 1\ H$. На сколько и как изменится уровень воды в сосуде, если лёд растает? Площадь дна сосуда $S = 400$ см^2, плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.

Ответ: уровень понизится на 2.5 мм.

8. В цилиндрическом сосуде с водой (стенки сосуда вертикальны) плавает деревянная дощечка. Если на нее сверху положить стеклянную пластинку, то дощечка с пластинкой останутся на плаву и уровень воды в сосуде увеличится на Δh. На сколько изменится уровень воды в сосуде с плавающей дощечкой (в сравнении с первоначальным), если ту же стеклянную пластинку бросить на дно сосуда? Плотность стекла ρ_c, плотность воды $\rho_{\text{в}}$.

   Ответ: $\Delta h_1 = \Delta h \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_c}$.

Глава 2

Тепловые явления.

2.1 Механическая работа. Мощность. Энергия.

Теория.

Энергия есть мера способности совершать работу. Работа связана с перемещением тел в пространстве. Правда, перемещение тел может быть не всегда очевидным. Рассмотрим для примера наиболее близкую нам в быту энергию и работу, совершаемую за счет нее, а именно электроэнергию. Казалось бы, действие электроэнергии в большинстве случаев не связано с перемещением тел. В самом деле, например, электрочайник не перемещается, когда мы включаем его в сеть, чтобы вскипятить воду. Однако современному человеку, знакомому с тем, что такое электричество, совсем не трудно заметить, что за счет электроэнергии происходит перемещение электронов в медных проводах, подводящих электричество к чайнику. Ведь электрический ток — это направленное движение заряженных частиц, электронов в проводах.

Давайте рассмотрим простейшие случаи запасания энергии и совершения с ее помощью работы. Когда материальная точка массы m поднята в поле тяжести Земли на высоту h, она обладает энергией:

$$E = mgh.$$

где $g = 9.81$ м/с^2 — ускорение свободного падения в поле тяжести Земли. Когда поднятое над землей тело падает, поле тяжести Земли совершает работу по перемещению его вниз. Если же мы поднимаем тело вверх, то мы совершаем работу против действия поля тяжести Земли. В последнем случае можно считать, что поле тяжести Земли совершает отрицательную работу (оно мешает нам поднимать тело над землей). Минимальная работа, необходимая для перемещения материальной точки в поле тяжести Земли, равна изменению ее энергии. Если в формулу энергии в поле тяжести Земли подставлять массу в килограммах, а высоту в метрах, то энергия получится в джоулях (Дж).

Рассмотрим пружину жесткости k. Пусть исходно не растянутая пружина имеет длину l, тогда при растяжении ее на x (в растянутом состоянии пружина приобретает длину $l+x$) пружина приобретет энергию

$$E = \frac{kx^2}{2}$$

Растянутая пружина будет стремиться вернуться в исходное не растянутое состояние, при этом будет совершаться работа по перемещению отдельных частей пружины. И наоборот, когда мы растягиваем пружину, мы совершаем работу против ее сил упругости. Как и в предыдущем примере, в процессе растягивания пружина совершает отрицательную работу, мешая нам себя растягивать. Минимальная работа, необходимая для того, чтобы изменить растяжение пружины, равна изменению ее энергии.

С движением тел также связана энергия, которая называется кинетической. Если материальная точка массой m движется со скоростью v, то ее кинетическая энергия равна:

$$K = \frac{mv^2}{2}.$$

Задачи к семинару.

Задача 35

На земле лежит цепь длиной 60 звеньев по 5 см каждое. Масса одного звена цепи составляет 100 г. Цепь поднимают за один из её концов до тех пор, пока она не отрывается от земли. Определите минимальную работу по подъёму цепи.

Решение.

|| Обозначим число звеньев в цепи N , длину одного звена $l = 5$ см $= 0.05$ м, массу одного звена $m = 100$ г $= 0.1$ кг. Вся длина цепи $L = Nl = 60 \cdot 0.05 = 3$ м, а полная масса $M = Nm = 60 \cdot 0.1 = 6$ кг. Будем исходить из того, что каждое звено можно заменить материальной точкой в центре его тяжести, т.е. на расстоянии 2,5 см от краев звена.

Самый очевидный, но малоэффективный способ решения — это заметить, что когда вся цепь поднята над землей так, что нижний конец ее касается земли, первое звено находится на высоте 2.5 см, второе — на 7.5 см, и т.д., 60-е звено — на 297.5 см. Для подъема каждого звена была произведена работа равная его потенциальной энергии $A_i = mgh_i$, где i — это номер звена в цепи. Полная ра-бота будет равна сумме работ по подъему отдельных звеньев. Остается сложить 60 слагаемых.

Однако гораздо эффективнее воспользоваться тем фактом, что всю цепь можно заменить на материальную точку массой $M = 6$ кг, расположенную в центре тяжести цепи. После подъема над землей центр тяжести будет располагаться посередине растянутой цепи, т.е. на высоте $H = L/2 = 3/2 = 1.5$ м. Тогда минимальная работа по подъему цепи над землей будет равна ее потенциальной энергии относительно земли $A = Mgh \approx 90$ Дж.

Ответ: 90 Дж. $\|$

Задача 36

Пружина удерживается в растянутом на 10 см состоянии с помощью силы 100 Н. Определите минимальную работу, совершённую в процессе растягивания пружины.

Решение.

$\|$ Для решения этой задачи нам понадобится закон Гука, связывающий между собой силу, создаваемую пружиной, и величину ее растяжения:

$$F = kx.$$

В эту формулу входит коэффициент жесткости пружины k.

Обозначим растяжение пружины $x = 10$ см $= 0.1$ м. Сила, удерживающая пружину в растянутом состоянии $F = 100$ Н.

Для растягивания пружины необходимо совершить работу, как минимум равную энергии пружины в уже растянутом состоянии: $A = \frac{kx^2}{2}$. Для получения ответа по этой формуле нам не хватает величины жесткости пружины k. Найдем ее из закона Гука $k = F/x = 1000$ Н/м. Итак, $A = 5$ Дж.

Ответ: $A = 5$ Дж $\|$

Задача 37

Скорость свободно падающего тела массой 2 кг на некотором участке пути изменилась с 2 м/с до 5 м/с. Какую работу совершило поле тяжести Земли по перемещению тела на этом участке пути?

Решение.

|| Будем считать, что падающее тело можно представить материальной точкой. Обозначим массу тела $m = 2$ кг, начальную скорость на рассматриваемом участке $v_1 = 2$ м/с, конечную — $v_2 = 5$ м/с.

Для изменения кинетической энергии необходимо совершить работу как минимум равную разности конечной и начальной энергий: $A = E_2 - E_1 = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} = 21$ Дж.

Ответ: $A = 21$ Дж. ||

2.2 Количество теплоты. Удельная теплоёмкость.

Теория.

Каждый из нас обладает представлением о том, что такое тепло и что такое холодно. Количественно мы оцениваем это по температуре, измеряя ее с помощью термометров. Когда-то давным-давно люди представляли себе теплоту в виде несжимаемой невесомой жидкости, которую назвали теплород. Дело в том, что тогда люди не пользовались представлением о молекулярной структуре материи. Теперь же мы хорошо знаем, как устроена материя на молекулярном уровне. В частности, нам известно, что все молекулы совершают непрерывное хаотическое движение, постоянно сталкиваясь друг с другом. Такое движение называется тепловым. Как и с любым другим движением, с тепловым движением связана кинетическая энергия. Однако учесть кинетическую энергию каждой молекулы в отдельности не представляется возможным, да и вообще, настолько детальное описание вещества совершенно не эффективно. Мерой теплового движения молекул в веществе служит температура.

Процессы, в которых тела обмениваются энергией теплового движения своих молекул, называются тепловыми. Передаваемая от одного тела энергия теплового движения его молекул другому телу (другим телам) называется количеством теплоты. Сейчас количество теплоты принято измерять в тех же единицах, что и энергию, т.е. в джоулях (Дж). Существует довольно распространенная единица теплоты — калория (кал). Нетрудно пересчитать количество теплоты из одних единиц в другие по формуле

$$1 \text{ кал} = 4.1868 \text{ Дж}.$$

Далее мы рассмотрим некоторые простейшие закономерности появления и исчезновения теплоты, её передачи от одного тела к другому, случай теплового баланса.

Если некоторому веществу передавать теплоту, то либо его температура будет повышаться, либо в нем будут происходить те или иные превращения (например, твердое может плавиться, превращаясь в жидкость, жидкое — испаряться, превращаясь в пар, химические связи в молекулах разрываться, образуя новые вещества). Кроме того, часть полученной веществом теплоты может быть преобразована в механическую работу (например, как это происходит в паровых машинах и двигателях внутреннего сгорания).

Рассмотрим случай, когда вещество только нагревается. Теплоемкость — это количество теплоты, необходимое для того, чтобы повысить температуру данного количества вещества (например, заданной массы) на один градус:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Нетрудно заметить, что единицами измерения теплоемкости являются Дж/К или Дж/°С, в данном случае речь идет не о температурах, а об изменениях температуры, поэтому градусы Кельвина и градусы Цельсия будут одним и тем же. Обратите внимание, что в этой формуле теплоемкость относится к определенному количеству вещества (например, заданной массы). Это значит, что теплоемкость, например, 1 кг воды и 2 кг воды будет разной. Оказалось, что теплоемкость прямо пропорциональна количеству вещества, поэтому было введено понятие удельной теплоемкости, т.е. теплоемкости единицы массы вещества:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

Единицами измерения удельных теплоемкостей являются Дж/(кг·К). Связь между полной теплоемкостью данного количества вещества массой m и его удельной теплоемкостью задается формулой:

$$C = cm.$$

Задачи к семинару.

Задача 38

(Муниципальный этап, 2004 г., Александров Д.А.)

Стержень составлен из трёх кусков, сваренных последовательно друг с другом. Плотности материалов составляющих стержень $\rho_1 = 7300$ кг/м^3, $\rho_2 = 1800$ кг/м^3, $\rho_3 = 8900$ кг/м^3, а удельные теплоёмкости — $c_1 = 230$ Дж/(кг·К), $c_2 = 1300$ Дж/(кг·К), $c_3 = 460$ Дж/(кг · К). Определите среднюю удельную теплоёмкость такого стержня.

Решение.

‖ Будем исходить из того, что стержень состоит из трех кусков одинаковой длины L и одинакового сечения S. Другими словами, три куска имеют одинаковый объем LS. Удельная теплоемкость всего стержня равна отношению всей теплоемкости ко всей массе:

$$c = \frac{C}{M}$$

$$C = c_1 m_1 + c_2 m_2 c_3 m_3 = c_1(\rho_1 LS) + c_2(\rho_2 LS) + c_3(\rho_3 LS)$$

$$M = (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)LS$$

значит

$$c = \frac{\sum_{i=1}^{3} c_i \rho_i}{\sum_{i=1}^{3} \rho_i} = 450 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$$

Ответ: $c = 450$ Дж/(кг · К). ‖

Задача 39

Оценить количество теплоты, необходимое для того, чтобы нагреть 500 г свинца от комнатной температуры 20 °С до температуры его плавления 600 К. Удельная теплоемкость свинца 130 Дж/(кг · К).

Решение.

‖ Обозначим $m = 500$ г $= 0.5$ кг, $T_0 = 20$°С $= 293$ К, $T = 600$ К, $c = 130$ Дж/(кг · К).

Используем определение теплоемкости $c = \frac{Q}{m(T-T_0)}$, отсюда $Q = cm(T - T_0) \approx 20$ кДж.

Ответ: 20 кДж. $\|$

2.3 Удельная теплота сгорания.

Теория.

Рассмотрим процесс сгорания некоторого вещества. Наибольший интерес представляет сгорание различных видов топлива. Сам процесс является сложной разветвленной цепной химической реакцией между топливом и кислородом воздуха, поэтому характеризуется множеством параметров и определяется множеством факторов. Мы будем интересоваться лишь тепловым эффектом сгорания — максимальным количеством теплоты, выделяющимся в результате полного сгорания данного количества вещества. Обратите внимание на слово «максимальное». Действительно, в зависимости от условий процесс сгорания может давать разное количество теплоты. Всем известно, что сырые дрова при сгорании выделяют меньше тепла. И дело тут не только в затратах на испарение воды, но и в том, что помимо основных продуктов сгорания: углекислого газа и молекул воды, больше образуется побочных — например, угарного газа и сажи.

Как и в случае с теплоемкостью полная теплота сгорания прямо пропорциональна количеству топлива, поэтому рассматривается удельная теплота сгорания вещества q Дж/кг. При сгорании массы топлива m выделяется количество теплоты

$$Q = qm.$$

Задачи к семинару.

Задача 40

За 1 минуту в спиртовой горелке сгорает 10 г этилового спирта. Найти номинальную мощность горелки. Удельная теплота сгорания спирта $q = 27$ МДж/кг.

Решение.

|| Обозначим массу сгоревшего спирта $m = 10$ г $= 0.01$ кг, время сгорания спирта $t = 1$ мин. $= 60$ с, $q = 2.7 \cdot 10^7$ Дж/кг. Номинальная мощность горелки — это количество выделяющейся в результате сгорания энергии в единицу времени, следовательно, $P = Q/t$. Осталось только подсчитать количество выделившейся в результате сгорания топлива теплоты: $Q = mq = 0.01 \cdot 2.7 \cdot 10^7 = 2.7 \cdot 10^5$ Дж. Итак $p = 4500$ Вт.

Ответ: $p = 4500$ Вт ||

Задача 41

(Муниципальный этап, 2002 г.)

Удельная теплота сгорания подмосковного угля $q_1 = 10$ МДж/кг, а удельная теплота сгорания антрацита $q_2 = 30$ МДж/кг. При приготовлении топлива для котельной их смешивают в такой пропорции, что если бы каждый из углей сгорал отдельно, они бы выделяли одинаковое количество теплоты. Найти удельную теплоту q такой смеси углей.

Решение.

|| Рассмотрим 1 кг нужной смеси углей. При его сгорании выделяется теплота q, которую надо найти в задаче. Пусть 1 кг смеси состоит из x кг подмосковного угля и y кг антрацита, тогда легко найти $q = xq_1 + yq_2$. В этой формуле нам неизвестны x и y. Известно, что в сумме они дают 1 кг нуж-

ного топлива, т.е. $x + y = 1$. В условии задачи сказано, что если бы они сгорали по отдельности, то давали бы равное количество теплоты. В наших обозначениях это записывается так: $xq_1 = yq_2$. У нас система из двух уравнений, которую мы решим простой подстановкой.

$$x = \frac{yq_2}{q_1} \qquad y\left(\frac{q_2}{q_1} + 1\right) = 1.$$

Отсюда

$$y = \frac{1}{q_2/q_1 + 1} = \frac{q_1}{q_1 + q_2},$$

$$x = \frac{q_2}{q_1 + q_2}.$$

Итак,

$$q = \frac{q_2 q_1}{q_1 + q_2} + \frac{q_2 q_1}{q_1 + q_2} = 15 \text{ МДж/кг}.$$

Ответ: $q = 15$ МДж/кг $\|$

2.4 Агрегатное состояние вещества.

Теория.

Молекулы вокруг нас могут составлять твердые, жидкие и газообразные вещества. При этом одни и те же вещества, в зависимости от внешних условий (прежде всего, температуры), могут находиться либо в твердом, либо в жидком, либо в газообразном состоянии. Например, вода присутствует вокруг нас в основном в виде жидкости, но из тех же молекул состоит и лед, и водяной пар. Такие состояния одного и того же вещества называются его агрегатными состояниями. Соответственно, вещество может претерпевать превращения из одного агрегатного состояния в другое: твердое плавится и сублимируется (возгоняется), жидкое отвердевает и испаряется, газообразное конденсируется и десублимируется (превращается в твердое). Процессы плавления, возгонки и испарения требуют подвода теплоты к веществу, а в процессах конденсации, десублимации и отвердевания теплота должна отводится от вещества в окружающую среду.

В некоторых условиях вещество может находиться сразу в нескольких агрегатных состояниях, образуя две или даже сразу три фазы. В этом случае говорят о фазовом равновесии вещества. Например, при 0°C жидкая вода и лед могут сосуществовать сколь угодно долго, находясь в равновесии друг с другом. Каждое вещество при атмосферном давлении характеризуется температурой плавления, в которой могут сосуществовать жидкая и твердая (кристаллическая) фаза, и температурой кипения, в которой насыщенные пары вещества сосуществуют с жидкостью.

2.5 Плавление и отвердевание вещества. Удельная теплота плавления.

Теория.

Как уже было сказано выше, при плавлении вещество поглощает некоторое количество теплоты, переходя из твердого агрегатного состояния в жидкое. Количество теплоты, необходимое для того, чтобы расплавить данное количество вещества, прямо пропорционально его массе

$$Q = \lambda m.$$

где λ называется удельной теплотой плавления этого вещества.

При отвердевании вещества необходимо отвести в точности столько же теплоты, сколько нужно было потратить на его плавление. Процессы плавления и отвердевания являются взаимно обратными друг другу.

Задачи к семинару.

Задача 42

Имеется 200 г нафталина при 20°С. Оценить количество теплоты, необходимое для его нагрева до температуры плавления 80°С и полного его расплавления. Удельная теплота плавления нафталина 151 кДж/кг. Удельная теплоемкость нафталина 1300 Дж/(кг·К).

Решение.

$\|$ Обозначим массу нафталина $m = 200$ г $= 0.2$ кг, начальную температуру $T_0 = 20$°С, температуру плавления нафталина $T_m = 80$°С, удельную теплоту плавления нафталина $\lambda = 151$ кДж/кг $= 151000$Дж/кг, удельную теплоемкость нафталина $c = 1300$ Дж/(кг $\cdot$ К). Полная теплота $Q = Q_1 + Q_2$ равна сумме теплот, пошедших на нагрев нафталина до температуры плавления $Q_1 = cm(T_m - T_0) = 15600$ Дж и на плавление нафталина $Q_2 = m\lambda = 45800$ Дж.

Ответ: $Q = 61400$ Дж. $\|$

Задача 43

В железном тигле массой 300 г расплавляют 100 г олова. Начальная температура 32°С. Оценить количество теплоты, затраченное на весь процесс. Удельные теплоемкости $c_t = 444$ Дж/(кг $\cdot$ К), $c_0 = 218$ Дж/(кг $\cdot$ К). Удельная теплота плавления олова $\lambda = 60$ кДж/кг. Температура плавления олова 232°С.

Решение.

|| Обозначим массу тигля $m_t = 300$ г $= 0.3$ кг, массу олова в тигле $m_o = 100$ г, начальную температуру тигля $T_0 = 32°$C, температуру плавления олова $T_m = 323°$C.

Полная теплота процесса $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$ равна сумме теплот, пошедших на нагрев железного тигля $Q_1 = c_t m_t (T_m - T_0) = 26640$ Дж, нагрев олова до температуры плавления $Q_2 = c_o m_o (T_m - T_o) = 4360$ Дж и плавление олова в тигле при постоянной температуре $Q_3 = m_o \lambda = 6000$ Дж.

Ответ: $Q = 37000$ Дж. ||

2.6 Испарение. Кипение. Удельная теплота парообразования.

Теория.

При испарении жидкое (либо твердое) вещество поглощает определенное количество теплоты и переходит в газообразное агрегатное состояние. Количество теплоты, необходимое для того, чтобы испарить вещество, прямо пропорционально его массе

$$Q = Lm,$$

где L – называют удельной теплотой парообразования вещества. При конденсации вещества выделяется ровно столько же теплоты, сколько было потрачено на его испарение. Процессы парообразования и конденсации являются взаимно обратными друг другу.

При температуре кипения испарение приобретает особый характер: внутри жидкости образуются пузыри насыщенных паров. В условиях земного тяготения и при подогреве жидкости снизу процесс кипения выглядит как всплывание пузырей со дна сосуда и их схлопывание на поверхности жидкости (обычный процесс кипячения в кастрюле или чайнике). Процесс выглядит чуть иначе в СВЧ-печи, там нагрев воды идет по всему объему жидкости, поэтому пузыри образуются по всему объему и всплывают на поверхность. Существенно иначе жидкость кипит в условиях невесомости. Но во всех случаях внутри жидкости образуются пузыри насыщенных паров, это главное в кипении: жидкость испаряется не только с поверхности, но и внутрь себя, а значит, парообразование идет чрезвычайно интенсивно.

Задачи к семинару.

Задача 44

Какое количество теплоты потребуется, чтобы 29 кг воды при 20°C довести до кипения и обратить в пар? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг K), удельная теплота парообразования воды 2.26 МДж/кг.

Решение.

$\|$ Обозначим массу воды $m = 29$ кг, удельную теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг K), удельную теплоту парообразования воды $L = 2.26$ МДж/кг $= 2.26 \cdot 10^6$ Дж/кг, начальную температуру воды T_0, температуру кипения воды T_b.

Полное количество теплоты, потраченное на весь процесс, $Q = Q_1 + Q_2$ равно сумме теплот, пошедших на нагрев воды до температуры кипения $Q_1 = cm(T_b - T_0) = 9.744 \cdot 10^6$ Дж и на испарение воды при постоянной температуре $Q_2 = mL = 65.54 \cdot 10^6$ Дж. Итак, $Q = 9.744 \cdot 10^6 + 65.54 \cdot 10^6 = 75.284 \cdot 10^6$ Дж ≈ 75.3 МДж.

Ответ: $Q = 75.3$ МДж. $\|$

Задача 45

Какое количество теплоты расходуется на получение дистиллированной воды, если дистилляционный аппарат заполняют 10 л воды при 20°C, нагревают ее до кипения, а затем 2 л выпаривают? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования воды 2.26 МДж/кг.

Решение.

‖ Обозначим начальную массу воды m_0, массу выпаренной воды m, удельную теплоемкость воды c, удельную теплоту парообразования воды L, начальную температуру воды T_0, температуру кипения воды T_b.

Полное количество теплоты, потраченное на весь процесс, $Q = Q_1 + Q_2$ равно сумме теплот, пошедших на нагрев воды массой m_0 до температуры кипения $Q_1 = cm_0(T_b - T_0) = 3.36 \cdot 10^6$ Дж и на испарение воды при постоянной температуре $Q_2 = mL = 4.52 \cdot 10^6$ Дж.

Ответ: $Q = 7.88$ МДж. ‖

2.7 Общее уравнение теплового баланса.

Теория.

Пусть в теплоизолированной от окружающей среды оболочке находится несколько тел, с которыми могут происходить те или иные тепловые процессы. Каждое тело может либо выделять тепло, отдавая его другим телам внутри теплоизолированной оболочки, либо поглощать тепло, полученное от других тел внутри теплоизолированной оболочки. Через какое-то (быть может, очень продолжительное) время внутри теплоизолированной оболочки установится равновесие, все тела примут одну и ту же температуру. Для количеств теплоты, переданной между телами внутри теплоизолированной оболочки, выполняется соотношение, называемое общим уравнением теплового баланса: сумма всех отданных теплот $Q_{\text{отд}}$ равна сумме всех полученных теплот $Q_{\text{пол}}$

$$Q_{\text{отд}} = Q_{\text{пол}}$$

Напомним, что тела отдают тепло при: понижении своей температуры, конденсации, затвердевании. Тела получают тепло при: повышении своей температуры, испарении, плавлении. Как найти количества теплоты в перечисленных процессах, мы обсуждали выше.

Иногда бывает трудно заранее предсказать все процессы в теплоизолированной оболочке, например, неизвестно заранее будет ли установившаяся в равновесии температуры выше или ниже температуры плавления. В таких задачах приходится рассматривать несколько случаев и выбирать тот, который соответствует всем условиям.

Задачи к семинару.

Задача 46

Для определения удельной теплоемкости меди в алюминиевый калориметр массой 60 г, содержащий 400 г воды, была опущена медная гиря массой 500 г. Начальная температура гири 100°C, начальная температура калориметра с водой 15°C. Какое значение удельной теплоемкости меди было найдено, если конечная температура в калориметре 23.4°C? Удельная теплоемкость алюминия 920 Дж/(кг·К), удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К).

Решение.

|| Обозначим массу калориметра $m_к$, массу воды в калориметре $m_в$, массу медной гири $m_м$. Начальную температуру калориметра T_0, начальную температуру гири $T_м$, установившуюся в равновесии температуру $T_р$.

Для составления уравнения теплового баланса найдем отданные и полученные теплоты. Отдает тепло только медь $Q_o = cm_м(T_м - T_р)$, где c – это искомая удельная теплоемкость меди. Получают тепло алюминиевый калориметр и вода в нем $Q_п = Q_1 + Q_2$. Полученное тепло идет на нагрев до температуры в равновесии:

$$Q_1 = c_в m_в(T_р - T_0), \qquad Q_2 = c_{ал} m_к(T_р - T_0)$$

. Итак, уравнение теплового баланса имеет вид

$$cm_м(T_м - T_р) = (c_в m_в + c_{ал} m_к)(T_р - T_0)$$

В этом уравнение неизвестна лишь искомая удельная теплоемкость меди, которую мы и находим

$$Q = \frac{(c_в m_в + c_{ал} m_к)(T_р - T_0)}{m_м(T_м - T_р)} = 380.6 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Ответ: $Q = 380.6$ Дж/(кг·К). ||

Задача 47

13. (Муниципальный этап, 2001 г., Б. Кирьяков)

В калориметре находится 1 литр воды при температуре $t_1 = 15°$С. В воду опускают лёд массой 1 кг при температуре $t_2 = -10°$С. Найти температуру t в системе после установления теплового равновесия. Теплоёмкостью калориметра пренебречь. Удельная теплоёмкость воды $c_1 = 4200$ Дж/(кг · К), удельная теплоёмкость льда $c_2 = 2100$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $3.3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение.

‖ Обозначим температуру плавления льда (отвердевания воды) t_0, массы льда и воды в калориметре m. Поскольку мы заранее не можем предсказать положение температуры в равновесии относительно температуры плавления льда, необходимо рассмотреть три случая: в калориметре осталась смесь воды со льдом, либо только лед, либо только вода при температуре t_0, в калориметре остался лед при температуре выше t_2, $t_2 < t < t_0$, в калориметре осталась вода при температуре ниже t_1, $t_0 < t < t_2$. Рассмотрим количества теплоты, которые необходимы для того, чтобы довести воду до t_0

$$Q_1 = mc_1(t_1 - t_0) = 63000 \text{ Дж.}$$

и довести лед до t_0

$$Q_2 = mc_2(t_0 - t_2) = 21000 \text{ Дж.}$$

Так как $Q_1 > Q_2$, лед точно будет нагрет до 0°C. Остается выяснить, хватит ли теплоты, выделившейся при охлаждении воды, чтобы расплавить весь лед. Для плавления льда в калориметре потребовалось бы

$$Q_3 = 1 \cdot 330000 = 330000 \text{ Дж.}$$

Так как $Q_2 + Q_3 > Q_1$, то весь лёд растает. Итак, реализуется первый случай, когда в равновесии в калориметре находится смесь воды и льда при температуре 0°C.

Ответ: 0°C. ‖

Задача 48

(Муниципальный этап, 2000 г.)

В калориметр налито некоторое количество воды при температуре $t_0 = 20°$С. В него помещают лёд с начальной температурой $t = 0°$С. Найти отношение максимальной массы растаявшего льда к исходной массе воды.

Решение.

‖ Обозначим исходную массу воды m_1, массу растаявшего льда — m_2. В этих обозначениях необходимо найти отношение $K = m_2/m_1$.

Составим уравнение теплового баланса. Для этого найдем тепло, отданное водой при остывании до 0°СC: $Q_{\text{отв}} = cm_1\Delta t$. Так как лед изначально уже находится при температуре 0°С, то $Q_{\text{пл}} = cm_1\Delta t$. Таким образом

$$cm_1\Delta t = m_2 q.$$

В полученном уравнении две неизвестных массы, но из него нетрудно выразить искомое отношение $m_2/m_1 = c\Delta t/q = 0.255$ Здесь мы подставили удельную теплоту плавления льда $q = 330000$ Дж/кг.

Нетрудно убедиться в том, что если исходно воды было столько, что весь лед не только растаял, но и температура образовавшейся в калориметре воды поднялась выше 0°С, то отношение m_2/m_1 будет меньше найденного.

Ответ: $K = 0.255$ ‖

2.8 КПД нагревателей.

Теория.

Наиболее важной характеристикой нагревательного устройства является его мощность — количество производимой теплоты в единицу времени

$$N = \frac{Q}{t}.$$

Эта величина измеряется в ваттах (Вт), 1 Вт = 1 Дж/с. Например, можно найти эту величину в инструкции к электрочайнику.

Однако не вся теплота, произведенная нагревателем, идет на нагрев того, что нас интересует в данный момент. Например, часть тепла в чайнике тратится на нагрев стенок и рассеивается в окружающую среду. Ненужные (с точки зрения нагрева воды) расходы тепла называются тепловыми потерями, их детальный учет зависит не только от температур всех предметов, участвующих в процессе нагрева, но и от их площади поверхности, геометрической формы и ряда других факторов. Вместо решения сложной задачи теплопроводности тепловые потери учитывают с помощью величины коэффициента полезного действия. КПД равен отношению полезного тепла, пошедшего на нагрев нужного нам вещества, ко всему теплу, произведенному нагревателем в процессе нагрева:

$$\eta = \frac{Q_{\text{плз}}}{Q_{\text{нагр}}}.$$

Зная мощность нагревателя, можно найти $Q_{\text{нагр}} = Nt$. Полезное тепло можно найти, зная, как изменилось тепловое состояние нагреваемого вещества, т.е. насколько возросла его температура, насколько оно расплавилось, либо испарилось и т.д.

Часто КПД выражают в процентах, для этого отношение теплот надо умножить на 100% $\eta = (Q_{\text{плз}}/Q_{\text{нагр}}) \cdot 100\%$.

Задачи к семинару.

Задача 49

(Муниципальный этап, 2016 г.)

Если нагревать воду от комнатной температуры до температуры кипения в массивном чайнике, заполненном наполовину, то КПД процесса составит $\eta = 0.85$. Чему станет равен КПД нагревания полного чайника? Полезным эффектом является нагревание именно воды. Тепловыми потерями в окружающую среду пренебречь.

Решение.

|| Обозначим теплоемкость воды в первом нагреве C (это полная теплоемкость, а не удельная), теплоемкость чайника C_0, разность температур при нагреве в обоих случаях ΔT.

По определению, $\eta_1 = \frac{Q_2}{Q_1}$, $\eta_2 = \frac{Q_4}{Q_3}$, где Q_1, Q_3 – теплоты, произведенные нагревателем в каждом из нагревов, а Q_2, Q_4 – полезные теплоты, пошедшие на нагрев воды.

Нам неизвестна мощность нагревателя, однако мы можем найти произведенное им тепло, если пренебрежем рассеянием тепла в окружающую среду

$$Q_1 = C\Delta T + C_0\Delta T = (C + C_0)\Delta T$$

$$Q_3 = 2C\Delta T + C_0\Delta T = (2C + C_0)\Delta T$$

сумма теплот нагрева воды и самого чайника. Также можно найти теплоты, пошедшие на нагрев воды в чайнике:

$$Q_2 = C\Delta T$$

$$Q_4 = 2C\Delta T.$$

Получаем систему уравнений:

$$\eta_1 = \frac{C\Delta T}{(C + C_0)\Delta T} \qquad \eta_1 = \frac{2C\Delta T}{(2C + C_0)\Delta T}$$

Из первого получаем, что $C = C_0\frac{\eta_1}{1-\eta_1}$, подставляем во второе и получаем

$$\eta_2 = 0.92.$$

Ответ: $\eta_2 = 0.92$. $\|$

Задача 50

Один из самых больших бойлеров имеет мощность 1330 МВт и производит 1060 тонн пара в час. Оценить КПД бойлера, если в него заливают воду при температуре 25°C. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг K), удельная теплота парообразования воды 2.26 МДж/кг.

Решение.

$\|$ Обозначим массу превращаемой в пар воды $m = 1.06 \cdot 10^6$ кг, начальную температуру воды $T_0 = 25°$C, температуру кипения воды $T = 100°$C, мощность бойлера $N = 1330$ МВт $= 1.33 \cdot 10^9$ Вт, время работы бойлера $t = 1$ ч. $= 3600$ с.

По определению КПД $\eta = Q/(Nt)$. Теплота, пошедшая на получение пара $Q = Q_1 + Q_2$ складывается из нагрева воды до температуры кипения $Q_1 = mc(T - T_0) = 2.4 \cdot 10^{12}$ Дж. и кипения при постоянной температуре $Q_2 = mL = 2.4 \cdot 10^{12}$ Дж. Итак $\eta = 0.57$.

Ответ: $\eta = 0.57$ $\|$

2.9 Влажность воздуха.

Теория.

В окружающем нас воздухе всегда присутствует какое-то количество водяных паров. Абсолютной влажностью называют массу водяных паров в единице объема воздуха

$$\rho = \frac{m_{\text{вп}}}{V_{\text{возд}}}.$$

Однако в воздухе не может быть сколько угодно водяных паров. Существует предельное значение плотности водяных паров $\rho_{\text{нас}}$, которое зависит от температуры воздуха: чем выше температура, тем большее её значение. Если количество водяных паров в воздухе превысило это значение, то часть воды сконденсируется так, чтобы плотность паров в воздухе осталась равной плотности паров насыщения. Именно такую конденсацию мы наблюдаем при выдыхании в холодную погоду. Именно поэтому образуется туман и выпадает роса — избыток влаги воздуха конденсируется.

В большинстве случаев плотность водяных паров в воздухе вокруг нас меньше плотности насыщения. Чтобы охарактеризовать состояние воздуха с точки зрения насыщения его влагой, пользуются величиной относительной влажности

$$\phi = \frac{\rho}{\rho_{\text{нас}}}.$$

Для удобства относительную влажность измеряют в процентах, в этом случае формула будет такая

$$\phi = \frac{\rho}{\rho_{\text{нас}}} \cdot 100\%.$$

Именно эту величину сообщают нам синоптики в прогнозе погоды, когда говорят о влажности.

Задачи для самостоятельного решения.

1. На дне аквариума длины a и ширины b находится цилиндр длины чуть меньше a и диаметром основания чуть меньше b. В аквариум с цилиндром залита вода так, что цилиндр находится полностью под водой (уровень воды на высоте b). Плотность воды равна $\rho_{\text{в}}$, плотность цилиндра $\rho_{\text{ц}}(\rho_{\text{ц}} > \rho_{\text{в}})$. Найти работу, которую надо выполнить, чтобы поднять цилиндр над водой.

2. В аквариуме с водой силой удерживают брусок, имеющий форму параллелепипеда, массой 500 г, на дне. Когда брусок отпустили, он всплыл, поднявшись на 30 см. Плотность материала бруска 0.9 г/см^3. Найти изменение потенциальной энергии всей системы брусок–вода.

3. Пуля в стволе охотничьего ружья длиной 80 см разгоняется пороховыми газами до скорости 400 м/с. Какую минимальную работу должны совершить пороховые газы, чтобы разогнать пулю в стволе?

4. (Муниципальный этап, 2015 г.) В калориметр поместили 100 г льда и налили 25 г воды. После установления теплового равновесия оказалось, что масса льда не изменилась. Какие значения начальной температуры могли быть у льда в таком эксперименте? Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·°C). Удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг. Теплоемкостью калориметра и теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

5. (Муниципальный этап, 2016 г.) В пустой фарфоровый чайник, имеющий комнатную температуру $t_0 = 20°C$, налили $m = 500$ г горячей воды при температуре $t_1 =$ 80°C. В результате теплообмена температура чайника и

его содержимого стала равной $t_2 = 70°$C. Затем, чайник включили в сеть и через $\tau = 2$ мин. Вода в нем закипела. Определите мощность P нагревателя чайника. Тепловыми потерями в окружающую среду пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К)).

6. (Муниципальный этап, 2011 г.) В теплоизолированном сосуде лежит кусок льда при температуре 0°CC. В сосуд небольшими порциями начинают впускать пар при $t =$ 100°C до тех пор, пока в нём не окажется 100 г воды при $t = 100$°C. Какое количество теплоты пар передаст содержимому сосуда?

7. (Муниципальный этап, 2014 г.) Бак с водой нагрели сначала на t с помощью нагревателя, имеющего мощность $N_1 = 300$ Вт, а затем ещё на $2t$ нагревателем с мощностью $N_2 = 400$ Вт. На весь нагрев было затрачено время τ. Какую мощность должен иметь нагреватель, с помощью которого за такое же время можно нагреть этот бак на $4t$? Потерями тепла можно пренебречь.

8. (Муниципальный этап, 2001 г.) В сосуде, из которого непрерывно откачивают находящийся в нём газ, находится некоторое количество воды при температуре 0°C. За счёт интенсивного испарения вода постепенно превращается в лёд. Какая доля β первоначальной массы воды может быть превращена в лёд таким способом? Пренебречь тепловыми потерями. Удельная теплота парообразования воды r и удельная теплота кристаллизации воды λ связаны соотношением $r/\lambda = \alpha = 6.7$.

9. (Муниципальный этап, 2002 г.) В теплоизолированном сосуде вода закипает при нагреве с помощью кипятильника K_1 за 6 мин. после включения кипятильника в сеть. Аналогично, с помощью другого кипятильника K_2 та же

самая вода закипит через 4 мин. Через какое время вода закипела бы, если бы оба кипятильника были соединены последовательно и включены в ту же самую сеть? Каким было бы время закипания воды, если бы кипятильники были соединены параллельно? Считать напряжение в сети U постоянным, зависимостью сопротивления нагревательных элементов от температуры пренебречь.

10. (Муниципальный этап, 2003 г.) Вода в бассейне поддерживается при температуре $t_0 = 18°\mathrm{C}$ за счёт теплообмена с котлом, температура $t_1 = 50°\mathrm{C}$ поддерживается с помощью нагревателя мощностью $P_1 = 10$ кВт. Поток теплоты от котла к бассейну прямо пропорционален разности их температур. Чтобы повысить температуру воды в бассейне на $\Delta t = 2°\mathrm{C}$, мощность нагревателя повысили до $P_2 = 25$ кВт. Какой при этом стала температура t_2 котла? Рассеянием тепла от котла в окружающую среду пренебречь.

11. (Муниципальный этап, 2008 г.) В 1724 году немецкий учёный Габриэль Фаренгейт предложил шкалу температур. Его шкала является линейной, так же как и шкала Цельсия. За ноль Фаренгейт принял температуру замерзания смеси в соотношении 1:1:1 воды, соли и нашатыря, что по шкале Цельсия равно –17.8°C. 100°F соответствует 37.8°C. Опираясь на эти сведения, определите закон преобразования градусов Фаренгейта в градусы Цельсия.

12. Электрический чайник мощностью 1.5 кВт доводит налитые в него 1.8 л воды при 20 $°C$ до кипения за 10 минут. Определите коэффициент полезного действия нагревательного элемента электрического чайника. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·°C).

13. Один из самых мощных дизельных двигателей имеет мощность 41.9 МВт при КПД 0.35. Сколько топлива сжигает этот двигатель в час? Удельная теплота сгорания топлива 42 МДж/кг.

Глава 3

Электричество.

Теория.

Электрическим током называется упорядоченное движение заряженных частиц. Как правило, электрический ток в проводниках возникает за счет электрического поля, которое действует на свободные заряды в проводнике. Численное значение силы тока равно заряду Δq, который проходит через сечение проводника в единицу времени Δt

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

При протекании тока в проводнике, из-за взаимодействия носителей заряда с ионами и дефектами в кристаллической решетке, движущиеся заряженные частицы теряют свою кинетическую энергию. Для поддержания постоянного электрического тока, необходимо все время поддерживать в нем электрическое поле, которое поддерживало бы движение заряженных частиц. Такое электрическое поле создается *источниками электрического тока* (например, батарейкой).

Если под действием электрической силы, заряд q переместился из точки 1 в точку 2, и при этом электрическая сила совершила работу A_{12}, то величина

$$U = \frac{A_{12}}{q}.$$

называется *электрическим напряжением* между точками 1 и 2. Т.е. величина напряжения равна работе по перемещению единичного заряда.

Зависимость тока от напряжения $I(U)$ называется вольт-амперной характеристикой. В большинстве случае ток зависит от напряжения прямо пропорционально, т.е.

$$I = U/R.$$

В этом случае говорят о выполнении закона Ома для проводников с током.

Величина R называется сопротивлением проводника, которая определяется его длинной l, сечением S и удельным сопротивлением ρ

$$R = \frac{\rho l}{S}.$$

Величина силы тока измеряется амперметром. Идеальный амперметр обладает нулевым сопротивлением. Если в задаче говорится о том, что амперметр реальный, то это означает, что у него есть конечное сопротивление.

Величина напряжения определяется вольтметром. Если вольтметр идеальный, то он обладает бесконечно большим сопротивлением.

Задачи к семинару.

Задача 51

Две проволоки – медная и алюминиевая – имеют одинаковые массы. Длина медной проволоки в 10 раз больше длины алюминиевой. Во сколько раз больше сопротивление медной проволоки? Плотность меди в 3,3 раза больше, чем плотность алюминия, а удельное сопротивление в 1,65 раза меньше.

Решение.

‖ Сопротивление определяется выражением

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

где ρ – величина удельного сопротивления материала. Запишем отношение сопротивлений двух проволочек

$$\frac{R_{\text{мед}}}{R_{\text{ал}}} = \frac{\rho_{\text{мед}}}{\rho_{\text{ал}}} \times \frac{l_{\text{мед}}}{l_{\text{ал}}} \times \frac{S_{\text{ал}}}{S_{\text{мед}}}.$$

Для получения не хватает отношения сечений проволочек. Найдем их из условия, что массы у проволочек одинаковые. Обозначим плотность материала как ρ. Тогда

$$\rho_{\text{мед}} \times l_{\text{мед}} \times S_{\text{мед}} = \rho_{\text{ал}} \times l_{\text{ал}} \times S_{\text{ал}}$$

Откуда находим отношение площадей сечений проволочек. Подставив в отношение сопротивлений получаем конечный ответ:

$$\frac{R_{\text{мед}}}{R_{\text{ал}}} = 200.$$

Ответ: $\frac{R_{\text{мед}}}{R_{\text{ал}}} = 200.$ ‖

Задача 52

Длину проволоки увеличили растяжением в 2 раза. Во сколько раз увеличилось ее сопротивление? При растяжении плотность материала не изменилась.

Решение.

|| Т.к. плотность материала при растяжении не менялась, то объем тела остается постоянным. Следовательно, т.к. длина проволоки увеличилась в 2 раза, то площадь поперечного сечения уменьшилась в 2 раза. Отсюда получаем, что сопротивление проводе увеличилось в 4 раза.

Ответ: в 4 раза. ||

3.1 Параллельное и последовательное соединения резисторов.

Теория.

При решении задач на электрические цепи важно помнить следующие два свойства.

Свойство 1. Величина напряжения, т.е. работы по перемещению единичного заряда в электрических цепях определяется между двумя узлами и не зависит от пути, по которому мы попали из одного узла в другой (см. рис 17).

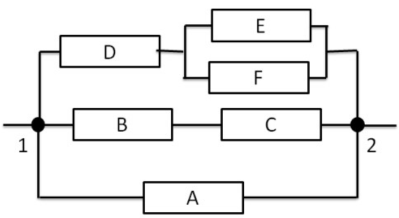

Рис. 17

Разница напряжений (работа по перемещению единичного заряда) между узлами 1 и 2 равна U. Она может быть сосчитана разными способами, например, как значение напряжения на резисторе A, как сумма напряжений на резисторах B и C, как сумма напряжений на резисторе D и любом из двух резисторов E или F.

Свойство 2. При наличии узла в электрических цепях выполняется правило токов. Сумма токов втекающих в узел равно сумме токов вытекающих из узла, что является следствием закона сохранения заряда и того факта, что в узле за-ряд не накапливается (см. рис. 18).

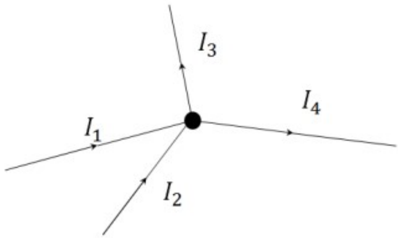

Рис. 18

На рисунке токи I_1 и I_2 втекают в узел, а токи I_3 и I_4 вытекают из узла. В этом случае выполняется равенство $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$.

Для решения многих задачах на электрические цепи постоянного тока необходимо исходную цепь заменить на *эквивалентную.* Мы будем говорить, что одна цепь эквивалентна другой, если после некоторых преобразований не изменились значения напряжения между любыми двумя узлами. Самыми простыми примерами эквивалентных цепей являются замена последовательно или параллельно соединенных резисторов на эквивалентный резистор (см. рис. 19).

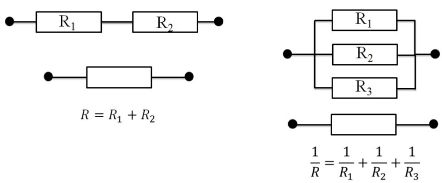

Рис. 19

В первом случае мы можем заменить последовательно соединенные резисторы на один резистор с величиной сопротивления равной сумме сопротивлений исходных резисторов. Действительно, т.к. резисторы соединены последовательно, то величина тока, протекающего через них, не изменяется (свойство 2), следовательно, значение напряжения между выделенными на рисунке узлами равно $U_1 + U_2 = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2) = IR$, где $R = R_1 + R_2$. Если мы заменим два резистора на один с сопротивлением равным $R_1 + R_2$, то значение напряжения между выделенными узлами не изменится, откуда следует, что эти две цепи эквивалентны друг другу.

Рассмотрим случай параллельно соединенных сопротивлений на примере трех резисторов. Пусть ток, который втекает в левый узел, равен I, токи, текущие через резисторы R_1, R_2 и R_3 равны I_1, I_2 и I_3 соответственно. Тогда, в силу второго свойства, мы можем записать, что $I = I_1 + I_2 + I_3$. Если величина напряжения между выделенными на рисунке узлами равна U, то в силу первого свойства и закона Ома мы можем записать, что

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} = \frac{U}{R}.$$

Таким образом, если мы введем эквивалентное сопротивление, величиной R, то мы получим схему эквивалентную исходной. Аналогичные доказательства можно получить для любого числа резисторов соединенных последовательно или параллельно.

Отметим мнемоническое правило. Величина сопротивления равна $R = \frac{\rho l}{S}$, при последовательном сопротивлении резисторов с одинаковым сечением складываются их длины и эквивалентное сопротивление равносильно сложению сопротивлений. В случае параллельного соединения проводников складываются их площади и величина обратная к эквивалентному сопротивлению равна сумме обратных величин исходных сопротивлений.

Задачи к семинару.

Задача 53

Четыре резистора соединены параллельно. Их сопротивления равны соответственно 1, 2, 3 и 4 Ом. Какова сила тока в каждом резисторе, если сила тока втекающего в общий узел равна 50 А? Каково напряжение на каждом резисторе?

Решение.

|| Все четыре сопротивления можно заменить эквивалентным сопротивлением R. Найдем суммарное сопротивление четырех резисторов

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{25}{12}.$$

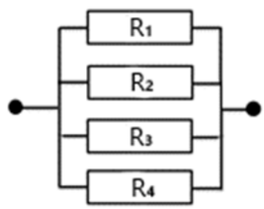

Рис. 20

Откуда $R = 12/25$ Ом. Зная величину сопротивления найдем величину напряжения между точками A и B.

$$U = IR = 24 \text{ В}.$$

Зная величину напряжения на каждом резисторе, мы можем найти текущий через него ток, используя закон Ома. В итоге получаем, что: $I_1 = 24\ A$, $I_2 = 12\ A$, $I_3 = 8\ A$, $I_4 = 6\ A$ ||

Задача 54

Амперметр А показывает силу тока 1,6 А, вольтметр показывает напряжение 120 В. Сопротивление резистора $R_1 = 100$ Ом (см. рис. 21)

Определите сопротивление резистора R_2 и показания амперметров A_1 и A_2. Измерительные приборы идеальные.

Решение.

|| Напряжение в электрических цепях, как правило, определяется между узлами цепи. При этом величина напряжения, т.е. работы по перемещению единичного заряда не зависит от способа, по которому мы попадем из одного узла в другой. Величина напряжения между выделенными на рисунке узлами равна 120 В, поэтому значение напряжения на резисторах R_1 и R_2 будет точно таким же, т.к. они подсоединены к тем же узлам. Зная величину сопротивления R_1 можно найти величину протекающего через него тока (и следовательно показания амперметра $A1$)

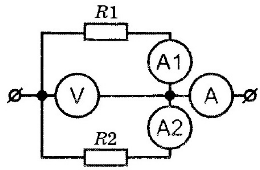

Рис. 21

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = 0.12\ A$$

Ответ: $I_1 = I_2 = 0{,}12 A; R_1 = R_2 = 100$ Ом ||

Задача 55

В электрической цепи сопротивления всех трех резисторов одинаковы и равны 5 Ом. Определите показания амперметра и вольтметра. Оба электроизмерительных прибора можно считать идеальными. Напряжение на входных клеммах $U_0 = 4{,}5$ (см. рис. 22).

Решение.

|| Общее сопротивление схемы равно:

$$R_0 = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 7{,}5 \text{ Ом}.$$

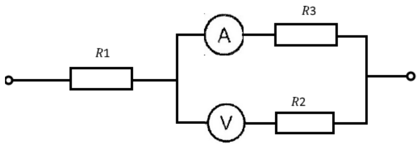

Рис. 22

Общая сила тока: $I_0 = \frac{U_0}{R_0} = 0{,}6\ A$

Показания вольтметра: $U_V = U_2 = U_0 - R_1 I_0 = 1{,}5\ B$.

Показания амперметра: $I_A = U_V / R_3 = 0{,}3\ A$ ‖

Задача 56

На рисунке 23 дана схема электрической цепи. Напряжение между точками A и B равно 120 В. Определите сопротивление всей цепи, силу тока до разветвления и в каждом резисторе.

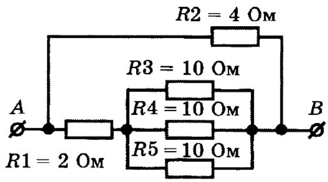

Рис. 23

Решение.

‖ Найдем эквивалентное сопротивление всей цепи. Начнем с трех параллельно соединенных резисторов, которые можно заменить сопротивлением $R = 10/3$ Ом. С этим сопротивлением будет последовательно соединен резистор R_1, складывая с которым получаем, что сопротивление в нижней ветви цепи равно $16/3$ Ом. Это эквивалентное сопротивление соединено параллельно с резистором R_2, откуда получаем, что итоговое суммарное сопротивление равно $16/7$ Ом. Рассчитаем суммарный ток, который протекает через узел A. По закону Ома получаем, что величина тока равна 52,5 A. В силу свойства 1, напряжение на резисторе R_2 также равно 120 В, откуда можно найти, что величина тока протекающего через этот резистор равна $I_2 = 30$ А. Пользуясь свойством 2 получаем, что ток, протекающий через резистор R_1, равен $I_1 = I - I_2 = 22{,}5$ А. Ток через оставшиеся резисторы разделится на три равные части и будет равен 7,5 А. Рассмотрите случай, когда $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 6{,}25$ Ом, $R_5 = 25$ Ом. ‖

Задача 57

Из куска проволоки, имеющей сопротивление 32 Ом, сделано кольцо. В каких точках кольца следует подключить провода, чтобы получить сопротивление 6 Ом? Какова максимально возможная величина сопротивления между двумя точками кольца?

Решение.

‖ При подключении к кольцу так, как показано на рисунке мы получаем два сопротивления, соединенные параллельно. Обозначим величину одной части кольца как R_x, тогда величина сопротивления другой части кольца будет равна $R - R_x$, где R – суммарное сопротивление кольца 32 Ом.

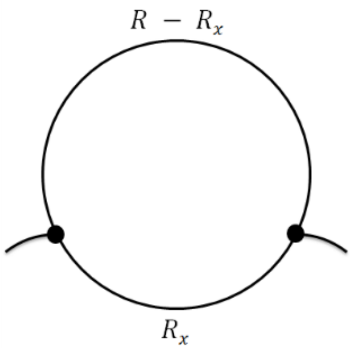

Рис. 24

Рассчитаем величину эквивалентного сопротивления и приравняем ее к необходимому значению в 6 Ом. Получим следующее уравнение на определение величины R_x.

$$\frac{R_x(R - R_x)}{R} = R_{\text{экв}}$$

где $R_{\text{экв}}$ – величина эквивалентного сопротивления, которая в первой части задачи равна 6 Ом. Решая получившееся квадратное уравнение, получаем два ответа $R_x = 8$ Ом и $R_x = 24$ Ом. Наличие двух ответов обусловлено двумя вариантами подключения симметричными относительно диаметра окружности.

Для ответа на второй вопрос, можно заметить, что зависимость $R_{\text{экв}}$ от R_x представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз. Следовательно, максимальная величина сопротивления будет в вершине этой параболы, которое получается в том случае, если $R_x = R/2$. В этом случае величина эквивалентного сопротивления равна 8 Ом. Стоит обратить внимание, что аналогичный результат можно получить из соображений симметрии.

Ответ: 1/4 длины; 8 Ом. ‖

Задача 58

Из серебряной проволоки массой 3,91 г изготовили кольца разного диаметра, которые соединили в цепочку (см. рис. 25). Электрическое сопротивление между концами такой цепочки $R = 1{,}00 \cdot 10^{-2}$ Ом. Вычислите длину проволоки, если известно, что плотность серебра 10,5 г/см^3, а удельное сопротивление $\rho = 1{,}49 \cdot 10^{-6}$ Ом·см. Диаметр поперечного сечения проволоки много меньше диаметра самого маленького колечка. Цепочка натянута. Электрическим сопротивлением колец в месте контакта пренебречь.

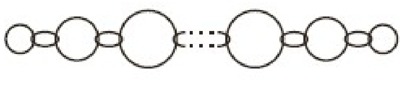

Рис. 25

Решение.

|| Цепочку можно заменить эквивалентной схемой, где R_i – сопротивление половины i-го кольца.

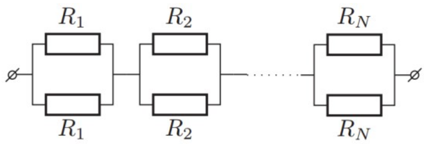

Рис. 26

$$r_i \frac{R_i}{2} = \frac{\rho l_i}{2S}.$$

где S – площадь поперечного сечения проволоки. Масса цепочки $m = \rho_0 S l$, где ρ_0 - плотность материала. Тогда сопротивление всей цепочки:

$$R = (r_1 + r_2 + \cdots + r_N) = \rho/2S(l_1 + l_2 + \cdots + l_N) = \rho l/4S.$$

Выражая S из формулы для массы всей цепочки $m = \rho_0 S l$, получаем:

$$l = \sqrt{\frac{4mR}{\rho\rho_0}} \approx 100 \text{ см.}$$

Ответ: $l = 100$ см. ||

3.2 Полубесконечные цепи.

Задача 59

Найти сопротивление полубесконечной цепи. Сопротивление каждого резистора считать известным.

Решение.

‖ Методика нахождения сопротивления полубесконечных цепей состоит в том, чтобы выделить повторяющуюся ячейку, добавить (или вычесть) ее к имеющейся цепи, проанализировать как изменилось сопротивление полубесконечной цепи и на основании этого составить уравнение с помощью которого и будет получен ответ. Рассмотрим пошагово на примере данной задачи. Сопротивление всей цепи обозначим как R_∞. Повторяющийся элемент если его присоединить

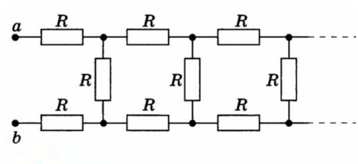

Рис. 27

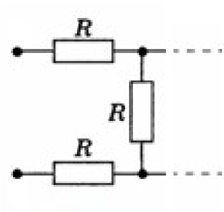

Рис. 28

(или удалить) к клеммам a и b, то сопротивление в данном случае не изменится. Рассмотрим цепь с добавленным элементом. Сопротивление цепи не изменилось и равно R_∞. Рассчи-

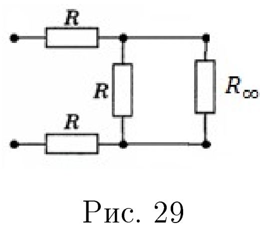

Рис. 29

таем сопротивление как параллельно соединенные резисторы

R с R_∞ к которым последовательно подключены два резистора по R и приравняем его к R_∞. В результате получается уравнение

$$\frac{R_\infty R}{R_\infty + R} + 2R = R_\infty.$$

Решаем, $R_\infty = R(1+\sqrt{3})$.

Ответ: $R(1+\sqrt{3})$ $\|$

Задача 60

Найти сопротивление полубесконечной цепи. Сопротивление каждого резистора считать известным.

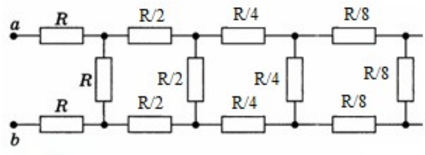

Рис. 30

Решение.

$\|$ Задача решается аналогично предыдущей. Отличие состоит в том, что у повторяющегося звена сопротивление на каждом шаге уменьшается в 2 раза. Отсюда следует, что если добавить необходимо звено с сопротивлениями $2R$, то сопротивление всей цепи станет не R_∞, а $2R_\infty$, т.к. каждый элемент полубесконечной цепи увеличился в два раза. Решая аналогично предыдущей задаче, получаем, что сопротивление всей цепи равняется $\frac{1}{2}R(1+\sqrt{17})$. $\|$

3.3 Эквивалентные схемы.

При решении задач на электрические схемы постоянного тока довольно часто надо строить эквивалентные схемы. Рассмотрим несколько приемов позволяющие это делать.

3.3.1 Объединение узлов.

В том случае, если в схеме есть узлы, которые соединены проводом без сопротивления, то мы можем соединить два узла в один, т.к. в этом случае во всей остальной цепи значения напряжений не изменятся и схемы будут эквивалентные. Для этого необходимо промаркировать узлы и последовательно перерисовать все соединительные провода между ними.

Задача 61

Найти суммарное сопротивление приведенных ниже схем. Все резисторы имеют сопротивление R=6 Ом.

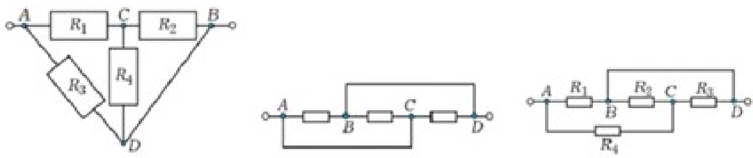

Рис. 31

Решение.

|| В первой схеме узлы D и B соединены проводом без сопротивления. Мы можем совместить эти два узла в один. Тогда эквивалентная схема будет выглядеть как на рисунке 32. Далее сопротивление легко рассчитать, используя правила сложения параллельных и последовательных резисторов.

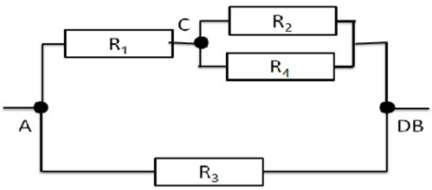

Рис. 32

В итоге получается, что суммарное сопротивление цепи равно $3/5R$.

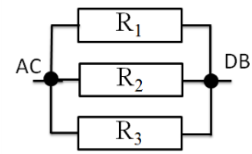

Рис. 33

Во второй схеме нулевое значение напряжения между узлами A и C, а также B и D. Соединив их получим эквивалентную схему, представленную на рисунке 33. Сопротивление такой схемы очевидно равно $R/3$. В третей схеме соединив узлы B и D получаем такую же схему, как на первом рисунке. ‖

Задача 62

Чему равна сила тока, протекающего через батарею в цепи, схема которой приведена на рисунке 34?

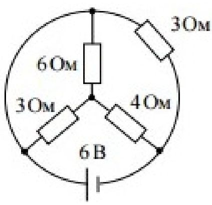

Рис. 34

Решение.

‖ Заметим, что можно узлы, соединенные проводом без со-противления можно соединить в один. В этом случае эквивалентная схема будет такой, как показано на рисунке 35.

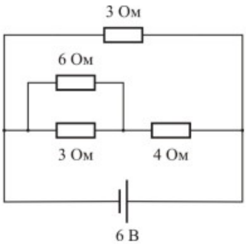

Рис. 35

Пользуясь формулами для последовательного и параллельного соединения, получим, что все резисторы на схеме можно заменить одним с сопротивлением 2 Ом. Значит, сила тока, текащего через батарейку, равна 3 А.

Ответ: $I = 3A$ ‖

Задача 63

Определите показания идеальных измерительных приборов в электрической цепи, схема которой приведена на рисунке 38. Напряжение источника $U = 12$ В, сопротивление R равно 1 кОм.

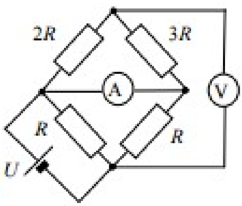

Рис. 36

Решение.

‖ Через резисторы сопротивлением $2R$ и $3R$ ток не течет, так как они закорочены амперметром (нулевое сопротивление), а вольтметр обладает бесконечно большим сопротивлением. Таким образом, показания вольтметра равны 12 В. Из закона Ома делаем вывод, что через оба резистора сопротивлением R и амперметр течет ток 12 мА. ‖

3.3.2 Удаление резисторов.

Задача 64

Найти суммарное сопротивление приведенных ниже схем. Все резисторы имеют сопротивление $R = 6$ Ом.

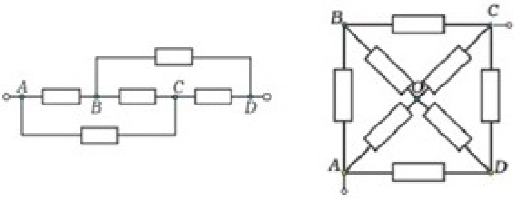

Рис. 37

Решение.

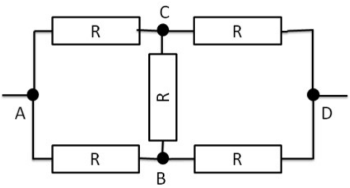

Рис. 38

‖ Перерисуем первую схему следующим образом. Заметим, что схема симметрична относительно оси AD и относительно оси BC. Отсюда следует, что силы тока в проводах AC, AB, BD и CD равны друг другу. Тогда в силу свойства 1 сила тока через перемычку BC равна нулю. По этой причине этот резистор можно удалить, при этом в цепи между любыми узлами не изменится значения напряжения, т.к. мы получим эквивалентную схему, состоящую из двух параллельных по $2R$ каждый. Итоговое суммарное сопротивление равно R.

Во второй схеме заметим, что она симметрична относительно оси AC и BD, откуда следует, что токи по проводам AB, BC, AO, OC, AD и DC равны друг другу. Следовательно в силу свойства 1 сила тока в перемычках BO и OD равна нулю и эти резисторы можно удалить. Тогда мы получаем три параллельных резистора с сопротивлениями $2R$ каждое. В итоге получаем сопротивление $2R/3$. ||

3.3.3 Разрыв узла.

Задача 65

Найти сопротивление цепи, приведенной на рисунке 39.

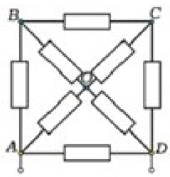

Рис. 39

Решение.

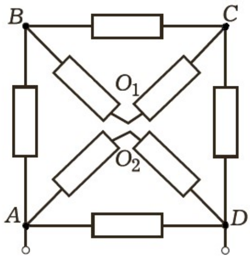

Рис. 40

|| Заметим, что схема симметрична относительно вертикальной оси проходящей через центр квадрата. По этой причине сила тока через резисторы AO и OD равны друг другу, точно также, как и силы тока через резисторы BO и OC. Нарисуем эквивалентную схему, добавив в центр квадрата небольшую вертикальную перемычку с нулевым сопротивлением. В этом случае общее сопротивление цепи не изменится. Ток через эту перемычку будет нулевым, в силу свойства 1. Тогда мы можем удалить эту перемычку и таким образом получим эквивалентную схему, представленную на рисунке 40. Эта схема уже рассчитывается через

правило сложения последовательных и параллельных сопротивлений. В итоге получаем $8/15R$. ‖

Задача 66

(Иванов М.Г.)

Куб собран из одинаковых резисторов сопротивлением R. Два резистора заменили на идеальные перемычки, как указано на рисунке. Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами A и B. Какие резисторы из оставшихся можно убрать, чтобы это не изменило общее сопротивление системы? Если известно, что через большинство резисторов в цепи течет ток $I = 2$ A, вычислите силу тока в проводе, подсоединенном к узлу A (или B). Вычислите силу тока, текущего через идеальную перемычку AA'.

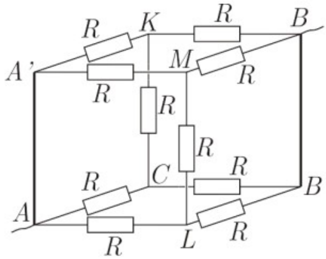

Рис. 41

Решение.

‖ Соединим перемычки AA' и BB' в один узел и нарисуем эквивалентную схему. Заметим, что она симметрична относительно оси AB, а также оси $KCML$. Исходя из этих соображений расставим токи, текущие через резисторы. Видно, что резисторы KC и ML можно удалить, что не приведет к перераспределению токов и изменению значения напряжений между любыми двумя узлами. Далее рассчитывая суммарное сопротивление по правилам для последовательных и параллельных сопротивлений получаем, что оно равно $1/2R$. По условию $I = 2$ A, следовательно, сила тока, входящего в узел A, равна 8 A. Сила тока через перемычку AA' равна сумме токов через резисторы в ветвях $A'K$ и $A'M$: $2I = 4$. ‖

3.3.4 Склеивание узлов.

Задача 67

Найти значение суммарного сопротивления кубика, в каждое ребро которого вставлен резистор R, если его подключить к вершинам, находящимися на концах большой диагонали куба (точкам A и N)?

Решение.

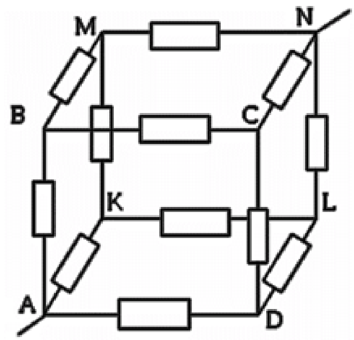

Рис. 42

‖ Заметим, что значение напряжения между точками A и B, A и K, A и D одинаково. Таким образом, напряжение между любой парой из точек B, D и K равно нулю. Если точки соединить друг с другом в одну, то токи через резисторы не изменятся и не изменится значение напряжения между любыми двумя узлами. Аналогично можно соединить узлы M, C и L. Эквивалентная схема изображена на рисунке 43. Рассчитывая сопротивление получившейся схемы по стандартным формулам для параллельных и последовательных сопротивлений получаем ответ $5/6R$. ‖

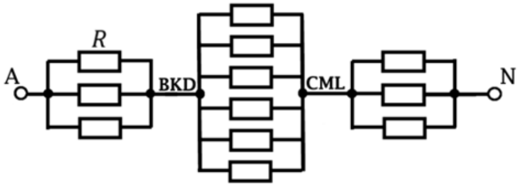

Рис. 43

Задачи для самостоятельного решения.

1. Найдите сопротивление цепей изображенных на рисунке. Каждый резистор имеет сопротивление 6 Ом.

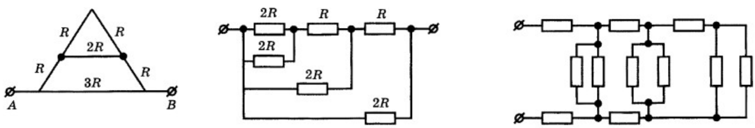

Рис. 44

2. Из одинаковых резисторов по 10 Ом требуется составить цепь сопротивлением 6 Ом. Какое наименьшее количество резисторов для этого потребуется? Начертите схему цепи.

3. Найдите сопротивление цепей изображенных на рисунке 45. Каждый резистор имеет сопротивление 6 Ом.

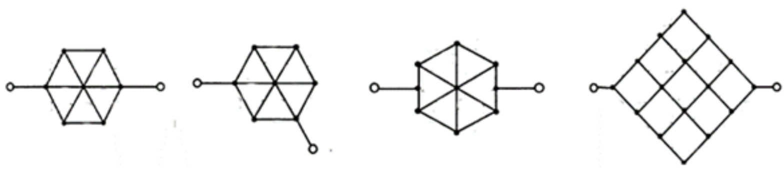

Рис. 45

4. Определите эквивалентное сопротивление электрических схем, представленных на рисунке 46. Сопротивление каждого звена вне зависимости от длины равно R.

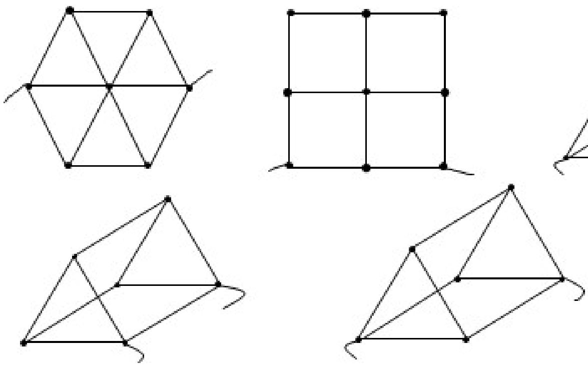

Рис. 46

5. Найти сопротивление кубика если батарейка подсоединена к вершинам A и D; A и C.

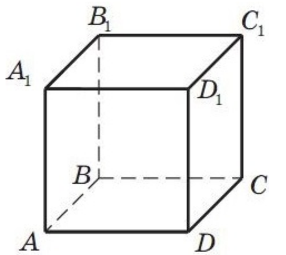

Рис. 47

6. Куб собран из одинаковых резисторов сопротивлением R. Три резистора заменили на идеальные перемычки, как указано на рисунке 48. Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами A и B.

Какие резисторы из оставшихся можно убрать, чтобы это не изменило общее сопротивление системы? Если известно, что через большинство резисторов в цепи течет ток $I = 2$ А, вычислите силу тока в проводе, подсоединенном к узлу А (или В)? Вычислите силу тока, текущего через идеальную перемычку AA'.

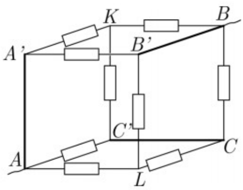

Рис. 48

7. Из трех проволок, каждая из которых имеет сопротивление 96 Ом, сделали три кольца и соединили их так, что длина участка между любыми двумя ближайшими узлами одинакова(см. рис. 49). Чему равно сопротивление конструкции между узлами A и B?

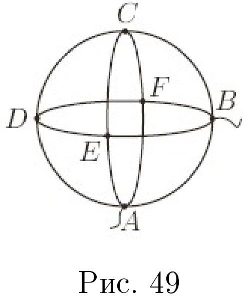

Рис. 49

8. Определить сопротивления полубесконечных цепей изображенных на рисунке 50.

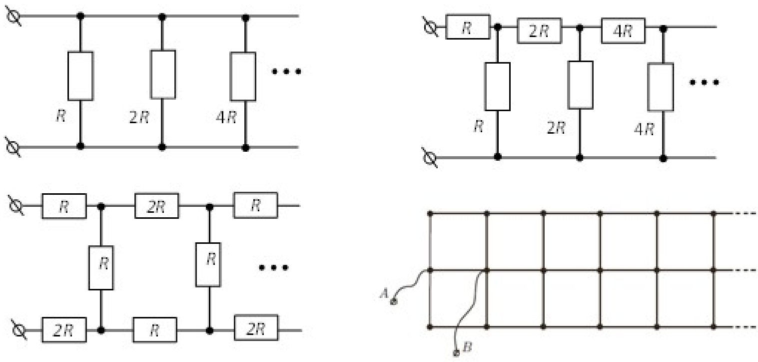

Рис. 50

Глава 4

Экспериментальная физика

4.1 Введение.

Физический эксперимент в школе является важной частью учебного процесса. Традиционно эксперименты делятся на демонстрационные, качественно демонстрирующие изучаемое явление, и практические работы, целью которых является проведение эксперимента по измерению какой либо физической величины. Среди практических работ можно выделить те, целью которых является выработка практических навыков использования измерительных приборов; обычно в этих работах ход работы ясно описан и не вызывает больших трудностей. Другой тип практических работ, призван выработать творческий подход к проведению эксперимента и глубокое понимание физических явлений.

В большинстве таких работа ход работы не даётся, в качестве условий перечисляется набор оборудования, указывается физическая величина, которая должна быть измерена. Выработка хода эксперимента, методов измерений, оптимально приводящих к конечной цели, и является особенностью таких работ. Чаще всего, конечная физическая величина недоступна для непосредственного измерения, и требует разработки метода косвенного измерения, в чем и проявляется вся сложность и творческая ценность таких задач. Именно такие задачи выносятся на экспериментальный тур школьных олимпиад по физике.

4.2 Оформление отчёта

К оформлению решения экспериментальной задачи предъявляются, стандартные требования, включающие в себя оформление заголовка (цель, список оборудования), краткой теории, описания метода эксперимента, записи непосредственно измеренных величин, их обработка и, собственно, сам результат с оценкой погрешности. Так как нахождение метода измерения и является частью задачи, то к оформлению краткой теории и описанию эксперимента надо подойти аккуратно, всегда держать в голове, что читающий отчёт должен понять ваши идеи и правильно их оценить. Для этого желательно нарисовать схему, обозначить величины на схеме, которые вы будете измерять, написать формулы по которым вы будете получать искомую величину, описать хитрости для увеличения точности эксперимента.

Кратко можно остановиться на вопросах записи численного результата. Численные результаты в эксперименте можно разделить на непосредственно измеренные, промежуточные вычисления и конечный результат. Для промежуточных данных рекомендуется записывать значения с избыточной точностью, чтобы не накопить ошибок округления и для них не требуется рядом писать погрешность. Для непосредственно измеренных величин и конечного результата x обязательно должна быть абсолютная погрешность Δx, которую сначала необходимо округлить, а потом округлить саму величину до младшего разряда погрешности. Например, при нахождении объёма кубика V мы измерили длины трёх рёбер и получили значения $a = 10.5 \pm 0.1$ см, $b = 9.5 \pm 0.1$ см, $c = 11.0 \pm 0.1$ см. В данном случае погрешность эксперимента задана измерительным прибором, а результат естественно имеет тот же младший разряд, что и погрешность. Обратим внимание, что в последнем случае 0 после запятой обязательно надо записать, хотя с точки зрения математики 10 и 10.0 это одно и то же, но с точки зрения физики, эти две записи несут разную информацию. Дальше мы перемножили три значения и получили на калькуляторе $V = 1097.25$ см^3, после этого оценив погрешность (о ней мы поговорим чуть позже), вы получили на калькуляторе 31.97495 см^3. Сначала округляем погрешность, для этого, если в старшем разряде стоит 1, то надо округлять до более младшего разряда (например для 0,01234 после округления получаем 0,012), если 2 и более, то можно округлять до старшего разряда. В нашем случае 31.97495 округляем до старшего разряда $3 \cdot 10$, а затем округляем само значение объёма до младшего разряда ошибки, в итоге получим объём $V = (1.10 \pm 0.03)$ л.

Как же находить саму погрешность?

4.3 Оценка погрешности

Оценка погрешности является не простой задачей, можно сказать ей посвящена целая наука — метрология. В нашем пособии мы подробно не будем освещать все тонкости этой науки, а остановимся на стандартном способе, используемом в экспериментальном туре школьной олимпиады по физике.

Задача нахождения погрешности вычисляемой величины С через экспериментальные данные $A \pm \Delta A$, $B \pm \Delta B$, в стандартном методе сводится к анализу функции, с помощью которой производят вычисление величины С:

- если это сумма или разность

  $$C = A \pm B,$$

  то складываются абсолютные ошибки

  $$\Delta C = \Delta A + \Delta B$$

- если это произведение величин в степенях a и b

  $$C = A^a B^b$$

  (напомним, деление — это умножение на величину в степени -1, квадратный корень это возведение в степень 0.5), то складываются относительные ошибки умноженные на модуль степени

  $$\frac{\Delta C}{C} = |a|\frac{\Delta A}{A} + |b|\frac{\Delta B}{B}$$

Такой подход верен при двух предположениях. Во-первых, при измерениях мы всегда ошибаемся в одну сторону, т. е. если мы завысили значение одной величины, то при измерении другой величины мы тоже завысили его значение, т. е. наши ошибки зависимы друг от друга. Во-вторых, сами значения ошибок во много раз меньше (в физике хватает 10 раз) измеряемой величины. Если же предположить, что ошибки при измерениях разных величин независимы, т. е. при измерениях мы можем занизить или завысить значение независимо от других измерений, то необходимо складывать не сами величины ошибок, а их квадраты и брать из этого квадратный корень. Такой метод на олимпиаде школьников по физике излишний, и его понимание требует сложного математического аппарата. Если вы с этим методом не знакомы, то в школьных экспериментах можно смело пользоваться вышеперечисленными правилами.

Стоит упомянуть о методе границ описываемом в замечательной книге по физическому эксперименту в школе «Экспериментальные задачи на уроках физики и физических олимпиадах», Варламов С.Д., Зильберман А.Р., Зинковский В.И., который, с одной стороны, очевиднее, с другой, сложнее для анализа, чем стандартный метод. Этот метод предлагает вычислить искомую величину C_{max} в предположении, что все ошибки приводили к увеличению C, потом вычислить C_{min} в предположении, что все ошибки приводили к уменьшению C, при этом ошибка C будет равна $\Delta C = (C_{max} - C_{min})/2$.

Приведём пример с объёмом кубика. Если идти стандартно, то ошибка для произведения, согласно выше написанным рекомендациям, оценивается:

$$\Delta V = 1097.25 \left(\frac{0.1\text{см}}{10.5\text{см}} + \frac{0.1\text{см}}{9.5\text{см}} + \frac{0.1\text{см}}{11.0\text{см}} \right) =$$

$$= 31.97495\text{см}^3 \simeq 3 \cdot 10\text{см}^3 = 0.03\text{л}$$

Вычислим тоже самое с помощью метода границ

$$V_{max} = (10.5 + 0.1)(9.5 + 0.1)(11.0 + 0.1) = 1129.53\text{см}^3$$

$$V_{min} = (10.5 - 0.1)(9.5 - 0.1)(11.0 - 0.1) = 1065.58\text{см}^3$$

$$\Delta V = (V_{max} - V_{min})/2 = 31.975 \simeq 3 \cdot 10\text{см}^3 = 0.03\text{л}$$

В принципе количество математических операций и результат одинаковы, но вот ответить на вопрос о вкладе каждой ошибки во втором случае сложнее, чем в первом. Этот вопрос имеет право на существование, если вы решите уменьшить ошибку вашего измерения и будете искать величину, на измерение которой нужно обратить особое внимание.

Откуда брать оценку ошибки для непосредственно вычисленной величины? Для этого их стоит разделить на случайные и систематические. Случайные ошибки связаны с влиянием случайных, нами неконтролируемых, факторов (потоков воздуха, колебания температуры и т. д.) и для их оценки необходимо провести измерения одной и той же величины несколько раз и усреднить разброс вокруг среднего значения. $\Delta x_f = \sum |x - x_{\text{ср}}|/N$. Более точный метод требует усреднять квадраты отклонения, но это трудоёмко и для оценки погрешности в школьном эксперимента излишен. Систематические, в свою очередь, можно разделить на ошибки приборные и ошибки метода измерения. Приборные ошибки должны быть описаны в документах сопровождающие приборы, но таких документов на олимпиадах не даётся, поэтому можно поступать следующим образом: для стрелочных приборов и линеек половина цены деления, для секундомеров скорость реакции человека, т. е. 0.2 секунды, для цифровых последний разряд (но чаще всего некоторый процент от измеряемой величины + 1-2 младших разряда). Ошибки метода, надо либо устранять, либо учитывать, например при измерении массы сыпучего материала надо учитывать массу тары, в которой он измеряется, либо её вычитать, либо увеличивать оценку погрешности, а при использовании электроизмерительных приборов надо учитывать их внутренние сопротивления.

В дальнейших примерах будут приводиться уже округлённые до нужного знака значения измеренных и вычисленных величин.

4.4 Эксперименты

Рассмотрим ряд экспериментов из школьных олимпиад:

4.4.1 Определение массы листа А4.

Задача: Определить массу листа А4, зная что его плотность 80 г/см^2.

Приборы и оборудование: лист А4, линейка ученическая деревянная.

Решение.

Для нахождения массы листа через плотность необходимо найти его площадь, которая равна произведению длин его сторон, и умножить на плотность:

$$m = \rho ab$$

Найдём, что вносит основную ошибку в нахождении массы. Очевидно, что необходимо воспользоваться формулой для ошибки произведения, т. е. сложить относительные ошибки:

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b},$$

где Δa и Δb - ошибки измерения, можно считать равными половине цены деления, если измерения проводились корректно, для линейки они равны 0.5 мм. Запишем результаты измерения:

$$a = (20.90 \pm 0.05)\text{см}, b = (29.60 \pm 0.05)\text{см}$$

$\Delta\rho = 1$ г/м^2 - последний разряд, так как на упаковке точность этого числа не дана, тогда $\rho = 80 \pm 1$ г/м^2. При оценке относительных ошибок видно, вклад $1/80 \simeq 1.3\%$ ошибки плотности больше, чем вклад остальных величин, $0.05/20.9 \simeq 0.3\%$, $0.05/29.8 \simeq 0.2\%$, поэтому получаем:

$$m = \rho ab = 80\text{г/м}^2 \cdot 20.0\text{см} \cdot 29.6\text{см} = 4.9491\text{г}$$

$$\Delta m = \frac{\Delta \rho}{\rho} m = 1.3\% \cdot 4.9491\text{г} \simeq 0.06\text{г},$$

величина ошибки массы показывает до какого разряда необходимо проводить округление, поэтому окончательно получаем

$$m = 4.95 \pm 0.06\text{г}.$$

Заметим, что в решении промежуточные вычисления выписывались с избыточной точностью, чтобы не накапливать вычислительные ошибки. Для этого необходимо заранее оценить точность эксперимента и выписывать на 1-2 разряда больше ожидаемой точности, в экспериментах на олимпиаде школьников по физике обычно хватает 4-5 значащих цифр.

Несколько слов о центре тяжести тел

При использовании правила моментов рассматривают равенство моментов двух сил, и, чтобы воспользоваться этим правилом, надо найти эти силы и точки их приложения. Для задач с точечными телами в поле тяжести Земли это сделать просто, а вот что делать если тела не точечные, а реальные, имеющие ненулевой размер? В этом случае используют понятие центра тяжести тела. Перечислим основные свойства центра тяжести, которые полезно вспомнить перед тем, как приступить следующим задачам:

- центр тяжести однородных симметричных тел находится в центре симметрии

- при использовании правила моментов момент силы тяжести можно вычислить, заменив действующее на тело силу тяжести на силу, равную силе тяжести, и приложенную в центру тяжести

- при равновесии тела на оси или точке подвеса центр тяжести расположен на одной вертикали с осью или точкой подвеса (для случая отсутствия сил отличных от силы тяжести)

4.4.2 Определение массы лёгкого тела.

Задача: Определить массу выданного лёгкого тела (гаечка М4) с помощью листа бумаги А4. Найти и обосновать оптимальный ход решения.
Приборы и оборудование: ножницы, линейка, 2 листа А4 с известной плотностью 80 г/м^2, карандаш или ручка в качестве пишущего инструмента.
Решение.

Для измерения массы грузика можно из листа бумаги изготовить рычаг, для этого листок бумаги можно свернуть в виде жёсткой трубки. Для точного определения центра гайки на один край трубки кладётся гайка и очерчивается и по полученному рисунку находится центр гайки, в последующих измерениях гайку располагаем в очерченное место. Для нахождения центра тяжести листа считаем, что он однородный и отмечаем середину. Дальше укладываем лист на край сто-

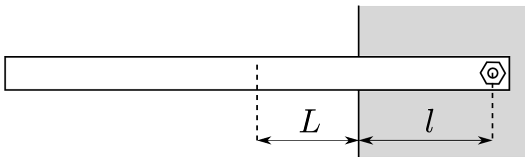

Рис. 51

ла и находим точку равновесия, при котором гайка только начинает отрываться от стола, отмечаем эту точку и находим длину рычага для листа L и для гайки l. Тогда согласно правилу моментов:

$$MgL = mgl,$$

где M - масса листочка, m - искома масса гайки, откуда получаем

$$m = \frac{L}{l}M.$$

Проведённые измерения дают следующие результаты:

$$L = 22 \text{ мм}, l = 124 \text{ мм}, m = 0.8782 \text{ г},$$

где масса листа была взята из предыдущей задачи. Оценим ошибку полученного результата:

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta L}{L}.$$

Ошибка определения массы листа, как было показано в предыдущей задаче, определяется точностью, с которой задаётся плотность бумаги и равна около 1.3%.

Ошибка ΔL связана не только с непосредственным измерением, но с определением положением центра тяжести листочка и точки равновесия. Для этого нужно проявить смекалку экспериментатора и решить эту проблему несколькими способами: первый, самый простой, непосредственно на краю стола найти точку равновесия для пустого листочка; второй, геометрически, приложить линейку вдоль листа, измерить длину, поделить пополам и отложить от края листа; третий, тоже геометрический, развернуть лист и провести диагонали, тогда точка пересечения и будет центром листа.

Как видно, способов можно придумать много. У автора разные способы дают точки лежащие друг от друга на расстоянии около миллиметра, т. е. можно оценить, что положение этой точки задано с точностью 1 мм, и это будет ошибка метода определения центра листа. Точка равновесия при нескольких попытках также может оказаться в разных точках листа, лежащих друг от друга на расстоянии порядка 1 мм. Складывая ошибки определения центра листа, точки равновесия и измерительную, мы получаем $\Delta L = 2.5$ мм. Тогда вклад этой ошибки в общую «копилку» $\Delta L/L \simeq 11.4\%$!

На ошибку измерения плеча гайки Δl влияет определение, не только точки равновесия, но и положение центра гайки. Положение центра гайки относительно её очерченного силуэта определяется на глаз, для которого можно предположить ошибку около 0.2 мм при работе с объектами имеющими чёткие границы, тогда вместе с измерительной ошибкой $\Delta l = 1.7$ мм, т. е. $\Delta l/l = 1.4\%$. Общая относительная ошибка дает:

$$\frac{\Delta m}{m} = 1.3\% + 1.4\% + 11.4\% \simeq 14\%,$$

что соответствует абсолютной ошибке:

$$\Delta m \simeq 0.12\text{г},$$

и конечный результат

$$m = (0.88 \pm 0.12)\text{г}.$$

Заметим, что основной вклад вносит плечо силы тяжести листа, так как он существенно тяжелее гайки, и поэтому плечо короткое. Для уменьшения этой ошибки, необходимо увеличить плечо, а для этого облегчить лист, вырезав из него полосочку. Массу полосочки при этом надо сделать такой, чтобы (подумайте почему):

$$\Delta L/L = \Delta l/l$$

. В нашем случае, надо полоску сделать в 1.5 раза легче гайки (её массу мы уже примерно знаем!), а это около 0.6 грамм, что соответствует ширине полоски около трёх сантиметров, если резать вдоль длинной стороны. В этом случае возрастает ошибка связанная с определением массы, так как одна из сторон становится маленькой, что тоже надо учесть. После вырезания полоски, нахождения новой точки равновесия, получаем:

$$L = (78 \pm 2.5)\text{мм}, l = (68 \pm 1.7)\text{мм},$$

$$a = (30 \pm 0.5)\text{мм}, b = (296 \pm 0.5)\text{мм}$$

масса:

$$m = \rho b a \frac{L}{l} = 0.815\text{г},$$

оценка ошибки:

$$\Delta m = m\left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta a}{a}\right) = 0.07\text{г},$$

конечный результат:

$$m = (0.82 \pm 0.07)\text{г}.$$

При таких точных измерениях возрастает роль случайных ошибок, например, наша полоска становится очень лёгкой, что в свою очередь повышает влияние возможных потоков воздуха. В этом случае стоит проявить осторожность при проведении эксперимента или например перевернуть рычаг, так, чтобы свешивалось меньшее плечо. Проведение эксперимента при различных условиях поможет оценить повторяемость эксперимента и случайные ошибки.

Основная проблема представленного решения – короткие плечи. Эту же задачу можно решить другим способом. В качестве рычага будет выступать линейка, для которой находится положение равновесия. Не сдвигая линейку, на один из концов положить гайку, а на свободный конец повесить грузик из бумаги, вырезав прямоугольник с соответственными сторонами и проделав отверстие для подвешивания. Преимущество этого способа – длинные плечи, отсутствие необходимости нахождения центра тяжести листочка, недостаток – необходимо оценивать вклад массы линейки. Анализ и проведение эксперимента предлагаются сделать читателю самостоятельно.

С точки зрения оформления задачи на экспериментальном туре писать все вышеприведённые в решении рассуждения не стоит ради экономии времени. Для отчёта важно оформить шапку, сделать схему, обосновать использованный вами способ, корректно записать непосредственно полученные результаты измерения, вычислить требуемую величину и оценить погрешность.

4.4.3 Взвешивание с помощью шприца.

(Региональный этап 2014 г., Замятин М.)

Задание: Определите:

1. массу линейки
2. суммарную массу шприца и тела внутри шприца,
3. объем тела, которое находится внутри шприца.

Внимание!Разбирать шприц категорически запрещено!

Примечание. Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3

Оборудование. Шприц 20 мл, внутри которого находится некоторое тело, линейка, стаканчик с водой, салфетки (для удаления пролитой воды), нитки, ножницы и скотч (по требованию).

Решение. Основная трудность эксперимента: так как в шприце находится гайка, то нельзя непосредственно измерить объём набранной воды. Тем не менее можно набрать в шприц воды до ближайшей отметки, при которой гайка полностью покрывается водой, в нашем случае $V_1 = 3$ мл. Таким образом мы имеем возможность набрать следующую порцию воды объёма, который мы можем измерить, т. е. гайка нам просто смещает уровень нулевого уровня объёма шприца. Уравнове-

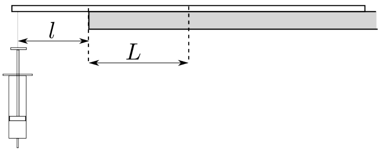

Рис. 52

шиваем пустую линейку, находим, что центр тяжести расположен в точке, (20.1 ± 0.1) см. Пусть M - масса линейки, V_0 - объем гайки, m - масса гайки и шприца, $V_2 = 17$ мл - набранный объём. Набираем воду до уровня 3 мл, покрывая объём гайки. Подвешиваем на ниточку к линейке и уравновешиваем на краю стола, запишем правило моментов:

$$(m + \rho(V_1 - V_0))gl = MgL$$

результаты измерений:

$$l = (10.3 \pm 0.1)\text{см}, L = (9.8 \pm 0.1)\text{см},$$

отношение масс:

$$\frac{m}{M} + \frac{\rho(V_1 - V_0)}{M} = \frac{L}{l} = 0.951,$$

оценка погрешности:

$$\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta L}{L} \simeq 2\%,$$

тогда:

$$\frac{m}{M} + \frac{\rho(V_1 - V_0)}{M} = 0.95 \pm 0.02$$

Набираем воду до уровня 3 мл и повторяем предыдущие операции. Запишем правило моментов:

$$(m + \rho(V_1 - V_0 + V_2))gl = MgL$$

результаты измерений:

$$l = (7.1 \pm 0.1)\text{см}, L = (13.0 \pm 0.1)\text{см},$$

отношение масс:

$$\frac{m}{M} + \frac{\rho(V_1 - V_0)}{M} + \frac{\rho(V_1 - V_0)}{M} = \frac{L}{l} = 1{,}831$$

оценка погрешности:

$$\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta L}{L} \simeq 2\%,$$

тогда:

$$\frac{m}{M} + \frac{\rho(V_1 - V_0)}{M} + \frac{\rho V_2}{M} = \frac{L}{l} = 1.83 \pm 0.04.$$

Тогда разность этих величин позволит найти массу линейки,

$$\frac{\rho V_2}{M} = 0.88 \pm 0.06, M = \frac{\rho V_2}{0.88} = 19.31\text{г},$$

оценка погрешности:

$$\frac{0.06}{0.88} + \frac{\Delta V_2}{V_2} \simeq 13\%,$$

где ΔV_2 - половина цены деления объёма шприца. В итоге масса шприца:

$$M = (19 \pm 2)\text{г}.$$

Выльем воду из шприца, и, повторяя предыдущие операции, запишем правило моментов:

$$mgl = MgL$$

результаты измерений:

$$l = (10.7 \pm 0.15)\text{см}, L = (9.3 \pm 0.15)\text{см},$$

отношение масс:

$$\frac{m}{M} = \frac{L}{l} = 0.869,$$

оценка погрешности:

$$\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta L}{L} \simeq 2\%,$$

тогда:

$$\frac{m}{M} = 0.87 \pm 0.02, m = (17 \pm 3)\text{г},$$

а объём воды дополняющий объём гайки до 3 мл:

$$\frac{\rho(V_1 - V_0)}{M} = 0.95-0.87\pm0.04 = 0.08\pm0.04, V_1-V_0 = (1.5\pm0.7)\text{мл}.$$

окончательно объем гайки

$$V_0 = 1.5 \pm 0.7\text{мл}.$$

Столь большая ошибка обуславливается тем, что для получения результата нам пришлось брать разницу двух близких величин и мы получили маленькую относительно этих величин разницу, но при этом, по правилу вычисления ошибок при косвенных измерениях, ошибки этих величин складываются, и получается, что относительная ошибка разницы большая. Заметим, что при планировании эксперимента необходимо избегать таких ситуаций.

4.4.4 Взвешивание шприца.

Задание:

1. Определите массу шприца

2. Определите массу штока с поршнем (двигающаяся часть шприца)

Примечание. Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3

Оборудование. Шприц 5 мл, стаканчик с водой, салфетки (для удаления пролитой воды), нитки, ножницы.

Внимание!Считать размер клеток одинаковым, но неизвестным.

Решение.

Условие задачи осложнено тем, что в явном виде отсутствует предмет для рычага, поэтому придётся в качестве рычага использовать сам шприц, а в качестве эталона массы вода в шприце. Набираем воду в шприц объемом $V_{\text{В}} = 3.2$ мл. При-

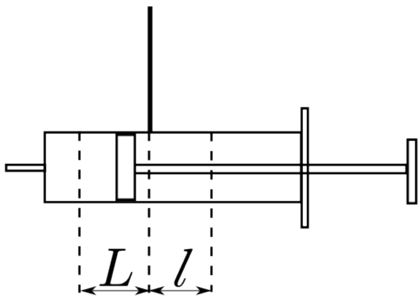

Рис. 53

вязываем к шприцу нить и ищем положение равновесия, для которого будет выполняться правило моментов:

$$\rho_0 V_{\text{В}} g L = m_{\text{Ш}} g l,\ m_{\text{Ш}} = \frac{L}{l} \cdot 3\text{г}$$

где L расстояние от точки равновесия до середине водного столба, отмеренная по делениям шприца, l - расстояние от точки равновесия до центра тяжести шприца. Для нахождения этой точки выливаем из шприца воду, ставим поршень в то же положение и добиваемся равновесия, тем самым определяем положение центра тяжести шприца. Измерения дают следующие значения:

$$L = 9 \pm 0.5\text{дел}, l = 7 \pm 0.5\text{дел},$$

тогда масса шприца

$$m_{\text{ш}} = \frac{9}{7} \cdot 3 = 4.1\text{г},$$

оценим ошибку измерения

$$\Delta m_{\text{ш}} = 4.1 \left(\frac{0.5}{7} + \frac{0.5}{9} + \frac{0.2}{3} \right) \simeq 0.8\text{г}$$

в итоге, конечный результат

$$m_{\text{ш}} = 4.1 \pm 0.8\text{г}$$

Второй пункт сложнее, для его решения сначала решим следующую задачу: Второе тело из двух тел массами m_1 и m_2 смещается на x, на сколько сместится центр тяжести системы состоящей из этих тел? *Решение:* Пусть L_1 и L_2 – расстояния от центра тяжести системы до центра тяжести каждого из тел, тогда по правилу моментов:

$$m_1 g L_1 = m_2 g L_2,$$

пусть Δx - смещение центра тяжести системы, тогда правило моментов будет иметь вид:

$$m_1 g(L_1 + \Delta x) = m_2 g(L_2 + x - \Delta x),$$

раскрывая скобки и используя предыдущее равенство, находим:

$$(m_1 + m_2)\Delta x = m_2 x.$$

Вытягиваем шток на максимальное значение и находи положение центра тяжести, оказывается, оно вышло за пределы шкалы. Вдвигаем шток до тех пор, пока центр тяжести не окажется у максимального значения объёма, т.е. у деления $V_0 = 5$ мл, при этом поршень покажет значение объёма V_1. Вдвигаем поршень до конца, т.е. когда он покажет нулевое значение объёма, точка равновесия будет находиться в точке с объёмом V_2. Так как шкала объёмов нанесена равномерно, то отношение объёмов будет равно отношению смещений, таким образом получаем:

$$m_{\text{штока}} = \frac{V_0 - V_2}{V_1} m_{\text{ш}},$$

Измерения дают значения:

$$V_1 = 3.2 \pm 0.1 \text{ мл}, V_2 = 3.4 \pm 0.1 \text{ мл}$$

масса штока:

$$m_{\text{штока}} = \frac{5 - 3.4}{3.2} 4.1 = 2.05 \text{ г},$$

оценим погрешность

$$\Delta m_{\text{штока}} = 2.05 \left(\frac{0.1}{3.2} + \frac{0.1 + 0.1}{5 - 3.4} + \frac{0.8}{4.1} \right) = 0.7 \text{ г},$$

в итоге, конечный результат

$$m_{\text{штока}} = 2.1 \pm 0.7 \text{ г}.$$

Задачи для самостоятельного решения.

1. Определите плотность груза (ластика – резинки). Опишите предпринятые действия, которые привели к увеличению точности результата эксперимента. Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.
   Приборы и оборудование: Неоднородная трубка, нитки, одинаковые скрепки (50 штук), груз, стаканчик с водой, салфетки для поддержания порядка, ножницы по требованию.
   Внимание! При выполнении эксперимента оборудование, кроме перечисленного в задании, использовать запрещено.
   *Примечание:*Так как в этой главе метод гидростатического взвешивая не был изучен, но учесть, что при погружении тела в воду из-за силы Архимеда вес «падает» до $1-\rho_0/\rho_{\text{тело}}$ от веса вне воды. (ВОШ по физике 2016г, региональный этап, Замятнин М.)

2. Определите массу M конфеты с наибольшей точностью. *Оборудование.* Конфета, груз заданной массы (m = 50 г), равноплечные чашечные весы, монеты достоинством 1 копейка (20 штук), монеты достоинством 5 копеек (15 штук). Рекомендации для организаторов. Необходимо подобрать массу конфеты M > m, но меньше общей массы всех монет и груза m. Равноплечные весы можно изготовить самостоятельно. (ВОШ по физике 2008г., региональный этап, Соловьёва К.)

3. В коробку, закрепленную горизонтально на углу стола, помещен однородный стрежень. Он привязан нитью к крышке. Нити же, прикреплены к концам стрежня,

выходят наружу через отверстия снизу. К ним можно подвешивать скрепки. Предложите и обоснуйте способ, позволяющий найти как можно точнее массу стержня в массах скрепок. Проведите необходимые измерения и обработку данных и оцените погрешность результата.(Слободянюк А.И.)

Литература

[1] Гладун А. Д. Лабораторный практикум по общей физике. Т1. М.: Изд-во МФТИ, 2004.

[2] Л.А. / Кирик. Физика. 8 класс. Разноуровневые самостоятельные и контрольные работы. М.: ИЛЕКСА, 2014.

[3] А.И. Черноуцан. Физика. Задачи с ответами и решениями. М.: Высшая школа, 2003.

[4] 1001 задача по физике / З. Гельфгат, И.М. Гельфгат, Л.Э. Генденштейн [и др.]. М.: Центр «Инновации в науке.», 1996.

[5] Баканина Л. П., Белонучкин В. Е., Козел С. М. Сборник задач по физике: 10—11 кл. с углубл. изуч. физики. М.: Просвещение, 2009.

[6] Рымкевич А.П. Сборник задач по физике для 10-11 классов. М.: Дрофа, 2011.

[7] Гольдфарб Н.И. 4. Физика. Задачник. 10-11 кл.,. М.: Дрофа, 2011.

[8] 5. Задачи по элементарной физике. Пособие для учащихся общеобразовательных учреждений. / Куклин С.Ю., Овчинников А.С., Плис В.И. [и др.]. М.: Азбука, 2003.

[9] Варламов С.Д. Зильберман А.Р. Зинковский В.И. Экспериментальные задачи на уроках физики и физических олимпиадах. М.

[10] А.А. Якута. II Международная олимпиада по экспериментальной физике. Задания и решения. М.

Оглавление

ФИЗИКА

Редактор: А.А Лукьянов
Корректоры: А.Д. Рыбаков, А.Д. Калашников, Л.М. Колдунов
Компьютерная верстка: И.В. Вовченко, А.Д. Рыбаков