Простейшие функции. Операции суперпозиции и примитивной рекурсии. Примитивно рекурсивные функции. Примеры Примитивно рекурсивные функций.

1. Арифметическая функция

- Функция f от n переменных называется **арифметической**, если её область определения — наборы натуральных чисел (или неотрицательных целых) и значения тоже натуральные.
- Если функция определена не для всех наборов, она называется **частично определённой**.

2. Базисные функции

Три простейшие вычислимые функции:

1. **Функция следования**: $S(x) = x + 1$.
2. **Функция проекции**: $U_n^i(x_1,\ldots,x_n)=x_i$.
3. **Функция нуля**: $O(x) = 0$ для всех x.

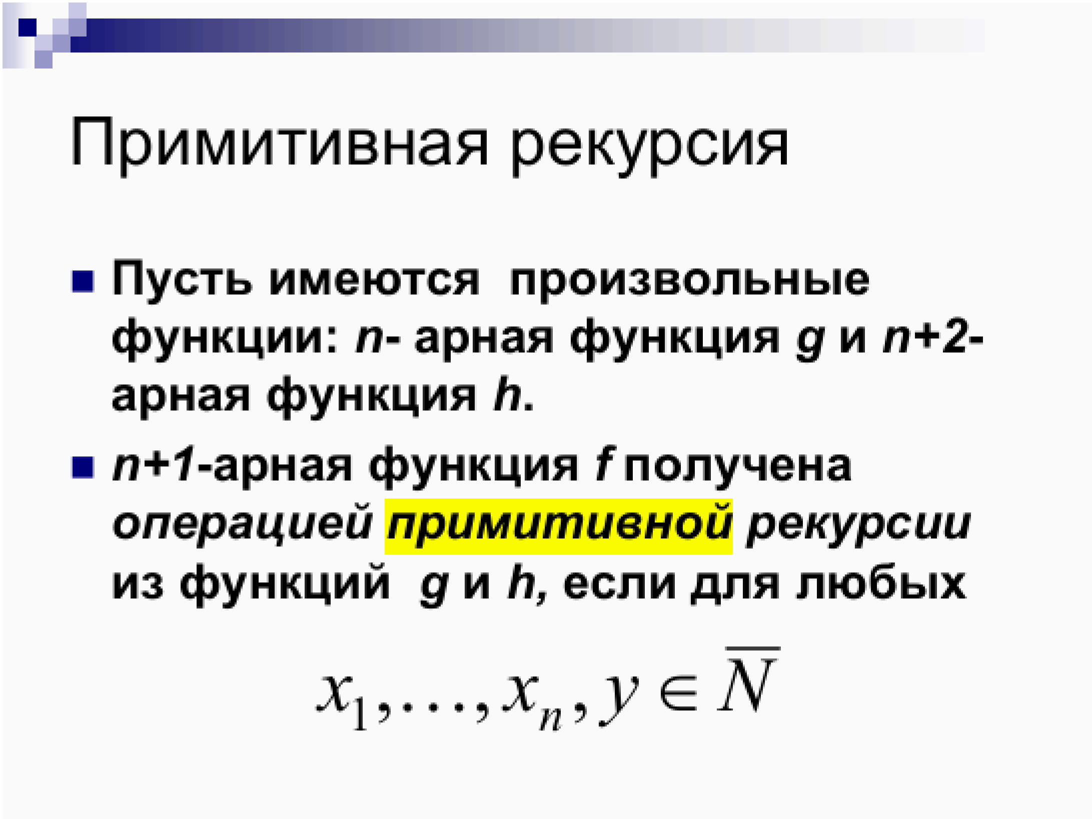
3. Операция суперпозиции

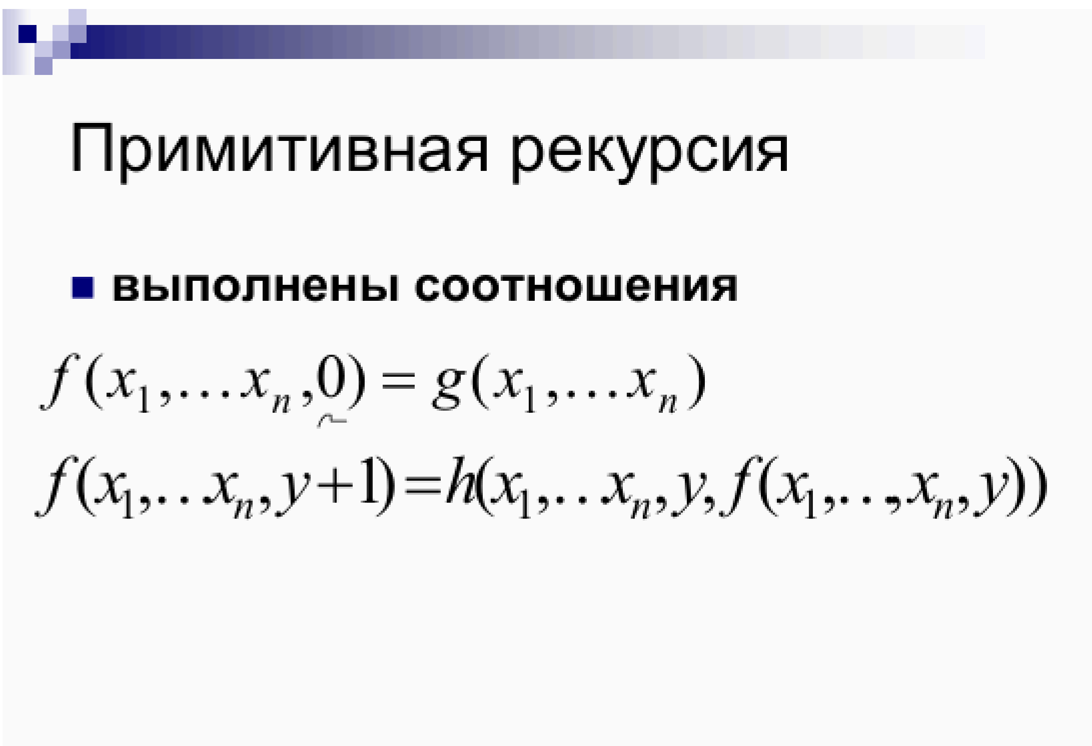
Если есть функция f от n переменных и n функций $f_1, \ldots, f_n$ от m переменных, то новая функция g от m переменных получается так:

$g(x_1, \ldots, x_m)=f(f_1(x_1, \ldots, x_m),\ldots,f_n(x_1, \ldots, x_m))$

Это просто подстановка функций в функцию.

4. Операция примитивной рекурсии





5. Свойства операций

- Суперпозиция и примитивная рекурсия **сохраняют**:
    1. Всюду определённость.

2. Интуитивную вычислимость.

---

6. Примитивно рекурсивная функция

- Функция называется **примитивно рекурсивной**, если её можно получить из базисных функций с помощью конечного числа операций суперпозиции и примитивной рекурсии.

---

7. Предложение (свойства примитивно рекурсивных функций)

1. Любая примитивно рекурсивная функция всюду определена.
2. Если функция получена из примитивно рекурсивных функций с помощью суперпозиции или примитивной рекурсии, то она тоже примитивно рекурсивна.
3. Все примитивно рекурсивные функции **интуитивно вычислимы**.