
Исчисление предикатов (ИП) как формальная аксиоматическая теория. Алфавит, формулы и термы в ИП.

- Формулы используются для записи предикатов.
- Истинностное значение формулы определяется конкретными значениями предметных переменных и предикатов, определенных на предметной области.*
- Для записи действий с предметными переменными (или константами) используются термы. Значением терма является элемент из предметной области.

В алфавит формул и термов входят

- **Предметные переменные x_i, y_j**
- **Функциональные переменные f_m^n**
- **Предикатные переменные P_m^n**
 $n, m = 0, 1, 2, \dots, n$ – количество переменных
- **Логические символы $\rightarrow, \neg, \forall$ (дополнительные $\vee, \&, \exists$)**
- **Служебные символы (,)**

Последовательность символов в исчислении предикатов называется *термом*

если она удовлетворяет следующим условиям

- любая предметная переменная, любая нульварная функциональная переменная является термом;
- если t_1, \dots, t_n – термы, то $f_m^n(t_1, \dots, t_n)$ – терм;
- других термов нет

- Последовательность символов в исчислении предикатов называется формулой, если она удовлетворяет следующему определению

- Каждый предикатный 0-арный символ является формулой
- если P_m^n – n -арный предикатный символ и t_1, \dots, t_n – термы, то $P_m^n(t_1, \dots, t_n)$ – формула.

**Все входящие в эту формулу
предметные переменные
свободные;**

- если F_1, F_2 – формулы, то
 $\neg(F_1), (F_1 \rightarrow F_2)$ –формулы.
Свободные вхождения переменных
в F_1, F_2 остаются свободными в
формулах $\neg(F_1), (F_1 \rightarrow F_2)$;

- Если переменная x – свободная в F ,
то $\forall x(F)$ – формула.
Вхождения других переменных
(отличных от x) остаются
свободными в формуле $\forall x(F)$;
- других формул нет

Пример.

- Выражение $P(x_1, x_2, x_3)$ является формулой. Все переменные – свободные.
- В формуле
$$(\forall x \exists y P(x,y,z)) \rightarrow \forall x Q(x,w)$$
переменные x и y являются связанными, а переменные z и w свободными.

■ Выражение

$(\forall x \exists y P(x,y,z)) \rightarrow \underline{\exists x \forall x Q(x,w)}$

не является формулой

■ Формула

$\underline{\forall x P(x)} \rightarrow \underline{\forall x R(x)}$

является замкнутой