

---

## Независимость системы аксиом ИВ

---

Система аксиом формально непротиворечивой теории  $T$  называется независимой, если никакая из аксиом не выводима из остальных по правилам вывода теории  $T$ .

Теорема: Система аксиом ИВ независима.

Доказательство:

- Независимость аксиом исчисления высказываний  $L$  устанавливается через обращение к многозначным логикам.
- Для доказательства независимости схем аксиом необходимо рассмотреть различные интерпретации связок  $\neg$  и  $\rightarrow$ .
- Покажем независимость схемы аксиом  $A_1$
- Всякая аксиома, полученная по схеме  $A_2$  или  $A_3$ , принимает значение 0 при предложенной интерпретации логических операций.
- Кроме того, правило вывода *modus ponens* сохраняет у формул свойство равенства 0 в данной интерпретации.
- Действительно, если формулы  $A$  и  $A \rightarrow B$  имеют значение 0, то по таблице значений для импликации в новой интерпретации можно однозначно определить, что формула  $B$  также имеет значение 0.
- Следовательно, значение 0 принимает и всякая формула, выводимая из аксиом, полученных по схемам  $A_2$  или  $A_3$ .
- Формула  $(A \rightarrow (B \rightarrow A))$  не равна тождественно 0
- при  $A=1, B=2$  формула принимает значение 2.  $\square$  Таким образом, аксиомы по схеме 1 не могут быть выведены с помощью правила вывода из аксиом, построенных по другим схемам.