

Метод резолюций проверки выводимости формул в ИВ. Примеры применения метода.

Наиболее известный алгоритм проверки выводимости формул в ИВ называется методом резолюций.

Теорема: Если $\Gamma, \neg A \vdash_L B$, где B – любое противоречие, то $\Gamma \vdash_L A$.

Доказательство. $\Gamma, \neg A \vdash_L B \Leftrightarrow \Gamma \& \neg A \vdash_L B \Leftrightarrow \vdash_L \Gamma \& \neg A \rightarrow B \Leftrightarrow \Gamma \& \neg A \rightarrow B$ – тавтология.

- Преобразуем эту формулу.
- $\Gamma \& \neg A \rightarrow B \equiv \neg(\Gamma \& \neg A) \vee B \equiv$
 $\equiv \neg(\Gamma \& \neg A) \equiv \neg\Gamma \vee A \equiv \Gamma \rightarrow A$.
- Следовательно, $\Gamma \rightarrow A$ – тавтология,
тогда и только тогда, когда $\Gamma \vdash_L A$.

■ В качестве формулы B при доказательстве от противного по методу резолюций принято использовать пустую формулу, которую будем обозначать \emptyset .

■ Пустая формула не имеет никакого значения и не является истинной ни при какой интерпретации и, по определению является противоречием.

- Метод резолюций работает с особой стандартной формой формул, которые называются **предложениями**.
 - Предложение – это дизъюнкция переменных или их отрицаний (литералов).
-
- Любая формула исчисления высказываний может быть преобразована во множество предложений следующим образом.
 - Формула приводится к КНФ
 - Затем конъюнкция дизъюнкций литералов разбивается на множество предложений.

Пример.

Найдем множество предложений, соответствующих формуле

$$A \rightarrow \neg(B \rightarrow A)$$

- Приведем формулу к КНФ.

$$\begin{aligned} A \rightarrow \neg(B \rightarrow A) &\equiv \neg A \vee \neg(B \rightarrow A) \equiv \\ &\equiv \neg A \vee \neg(\neg B \vee A) \equiv \neg A \vee (B \& \neg A) \equiv (\neg A \vee B) \& \neg A \end{aligned}$$

Таким образом, множество предложений состоит из двух формул $\neg A \vee B$, $\neg A$.

- Пусть A и B – два предложения

- Пусть $A = P \vee A_1$, а $B = \neg P \vee B_1$,

где P – переменная, а

A_1, B_1 – любые предложения

(в частности, могут быть пустые или состоящие только из одного литерала).

- Правило вывода

$$\frac{A, B}{A_1 \vee B_1} R$$

- называется *правилом резолюции*.

- Предложения A и B называются *резольвируемыми* (или *родительскими*)
- предложение $A_1 \vee B_1$ – *резольвентой*,
- формулы $P, \neg P$ – *контрарными* литералами.

■ Ранее рассмотренные правила вывода являются частными случаями правила резолюций

Относительно четырех подсудимых установлено следующее

Если Антонов виновен, то Воронин был соучастником

$$A \rightarrow B$$

Если Воронин виновен, то либо Сидоров был соучастником, либо Антонов не виновен.

$$B \rightarrow C \vee \neg A$$

Если Дронов не виновен, то Антонов виновен и Сидоров не виновен.

$$\neg D \rightarrow A \wedge \neg C$$

Если Дронов виновен, то Антонов виновен

Вывод: Антонов виновен

$$A$$

$$D \Rightarrow A$$

Обозначим переменными

- A – «Антонов виновен»
- B – «Воронин виновен»
- C – «Сидоров виновен»
- D – «Дронов виновен»

Гипотезы

- $A \rightarrow B$
- $B \rightarrow C \vee \neg A$
- $\neg D \rightarrow A \& \neg C$
- $D \rightarrow A$

Вывод

A

Проверим выводимость методом резолюций

$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vee \neg A, \neg D \rightarrow A \& \neg C, D \rightarrow A \vdash A$

$\bar{A} \vee B, \neg B \vee C \vee \neg A, D \vee \neg C$ $\neg D \vee A$ $\neg A$
 $(D \vee A), \neg D \vee C,$

Множество предложений и
резольвент

- | | |
|----------------------------------|--------------------------|
| ■ 1. $\neg A \vee B$ | ■ 7. $\neg D$ ПР 5, 6 |
| ■ 2. $\neg B \vee C \vee \neg A$ | ■ 8. D ПР 3, 6 |
| ■ 3. $D \vee A$ | ■ 9. \emptyset ПР 7, 8 |
| ■ 4. $D \vee \neg C$ | |
| ■ 5. $\neg D \vee A$ | |
| ■ 6. $\neg A$ | |