
Метод Куайна проверки выводимости формул в ИВ . Примеры применения метода

Метод Куайна представляет собой модификацию тривиального метода.

- Пусть $\langle X_1, X_2, \dots, X_k \rangle$ множество высказывательных переменных в формуле F.
- Возьмем первую переменную X_1 и придадим ей, например, истинное значение.
- Подставим это значение в формулу F и выполним вычисления, которые могут возникнуть при такой подстановке.
- После выполнения вычислений получим формулу F' с меньшим количеством переменных и применяем к ней описанную процедуру.
- Если на каком-то шаге получена формула, которая является тавтологией или противоречием независимо от значений высказывательных переменных, входящих в эту формулу, то алгоритм на этом шаге можно остановить.
- Таким образом, алгоритм Куайна приводит к рассмотрению меньшего количества интерпретаций, чем тривиальный алгоритм.

Пример 1:

- Проверить выводимость формулы $(X \& Y \& Z) \rightarrow (X \rightarrow Y) \& (X \rightarrow Z)$ методом Куайна.*
- Положим $X=0$. Тогда $(0 \& Y \& Z) \rightarrow (0 \rightarrow Y) \& (0 \rightarrow Z) = 1$ при любой интерпретации Y и Z.
- Пусть теперь $X=1$. Тогда $(1 \& Y \& Z) \rightarrow (1 \rightarrow Y) \& (1 \rightarrow Z) = Y \& Z \rightarrow Y \& Z$
- Для полученной формулы повторим процедуру метода Куайна.
 - Положим $Y=0$.
 - Тогда $0 \& Z \rightarrow 0 \& Z = 1$ при любой интерпретации Z.
 - Положим $Y=1$.
 - Тогда $1 \& Z \rightarrow 1 \& Z = Z \rightarrow Z = 1$ при любой интерпретации Z.

Пример 2.

- Проверить выводимость $(X \rightarrow Y) \vdash (X \rightarrow Y) \& (X \rightarrow \neg Z)$ методом Куайна
- Сначала применим теорему дедукции к данной выводимости.
- По теореме дедукции можно проверять выводимость $(X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Y) \& (X \rightarrow \neg Z)$.
- Положим $X=0$.
- Тогда $(0 \rightarrow Y) \rightarrow (0 \rightarrow Y) \& (0 \rightarrow \neg Z) = 1$ при любой интерпретации Y и Z.
- Пусть теперь $X=1$.
- Тогда $(1 \rightarrow Y) \rightarrow (1 \rightarrow Y) \& (1 \rightarrow \neg Z) = Y \rightarrow Y \& \neg Z = \neg Y \rightarrow Y \& \neg Z = \neg Y \rightarrow \neg Z$
- При $Y=1, Z=1$ получаем, что формула имеет ложное значение.

- Таким образом, формула не является тавтологией, а значит не выводима.