
Понятие предиката. Предметная область, предметные переменные. Логические операции с предикатами.

Предикат – это языковое выражение, обозначающее какое-то свойство субъекта или отношение между субъектами.

Предикатом мощности n $P(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$,

определенным на предметной области Ω , называют отображение набора предметных переменных x_1, \dots, x_n во множество высказываний.

- Предметы (субъекты), о которых делается суждение, могут быть самой различной природы.
- Множество субъектов, о которых делаются высказывания, называется предметной областью Ω .
- Для обозначения субъектов будем использовать предметные переменные.
Примеры предикатов
- $Q=«2+3=5»$ – нульместный предикат, определенный на множестве натуральных чисел N
- $P(x)=«\text{Натуральное число } x \text{ четное}»$ – одноместный предикат, определенный на множестве натуральных чисел N .
- $D(x_1, x_2)=«\text{Натуральное число } x_1 \text{ делится (без остатка) на натуральное число } x_2»$ – двуместный предикат, определенный на множестве пар натуральных чисел $N * N$.
- $S(x)=«x - \text{студент}»$, одноместный предикат, определенный на множестве всех людей.

Поскольку предикаты – это отображения со значениями во множестве высказываний, где определены логические операции, то эти операции естественным образом определяются и для предикатов.

Пусть P, Q – предикаты мощности n , определенные на предметной области Ω . Тогда логические операции для предикатов вводятся следующим образом

- $(\neg P)(x_1, \dots, x_n) := \neg(P(x_1, \dots, x_n))$
- $(P \vee Q)(x_1, \dots, x_n) := (P(x_1, \dots, x_n) \vee Q(x_1, \dots, x_n))$
- $(P \& Q)(x_1, \dots, x_n) := (P(x_1, \dots, x_n) \& Q(x_1, \dots, x_n))$
- $(P \Rightarrow Q)(x_1, \dots, x_n) := (P(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow Q(x_1, \dots, x_n))$

- $(P \sim Q)(x_1, \dots, x_n) := (P(x_1, \dots, x_n) \wedge Q(x_1, \dots, x_n))$

Пример: Пусть на множестве натуральных чисел \mathbb{N} определены два предиката

$P(x)$ =«Натуральное число x делится на 2» $Q(x)$ =«Натуральное число x делится на 3»

- Тогда $(P \vee Q)(x) := P(x) \vee Q(x) =$ «Натуральное число x делится на 2 или на 3»,
- $(P \& Q)(x) := P(x) \wedge Q(x) =$ «Натуральное число x делится на 6» \square
- Таким образом, $(P \vee Q)(5) = \text{Л} \vee \text{Л} = \text{Л}$, $(P \& Q)(120) = \text{И} \& \text{И} = \text{И}$