
Исчисление высказываний (ИВ) как формальная аксиоматическая теория. Алфавит и формулы в ИВ. Аксиомы и правило вывода в ИВ.

Определим исчисление высказываний как формальную аксиоматическую теорию L следующим образом:

Алфавит ИВ образуют

- буквы A, B, C, \dots**
(возможно с индексами)
- логические символы \neg, \rightarrow**
- вспомогательные символы скобок $(,)$**

Множество формул ИВ

- а) все пропозициональные переменные являются формулами ИВ;
- б) если A и B формулы ИВ, то $(\neg A)$, $(A \rightarrow B)$ – формулы ИВ;
- в) других формул нет.

Аксиомы ИВ (классическое определение):

- $A_1 : (A \rightarrow (B \rightarrow A))$
- $A_2 :$
$$((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$$
- $A_3 : ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B))$

Единственным правилом вывода в ИВ

- является правило отделения (*modus ponens*):
- если A и $A \rightarrow B$ – выводимые формулы,
то B – также выводимая формула.

Символическая запись:

$$\frac{A, A \rightarrow B}{B} MP$$

- Здесь A, B – любые формулы.
- Таким образом, множество аксиом теории L бесконечно, хотя задано тремя схемами аксиом.
- Множество правил вывода также бесконечно, хотя оно задано только одной схемой.*