

Тезис Черча Эквивалентность алгоритмических систем Черча и Клини

Обозначим

- $K_{\text{ПРФ}}$ – множество всех примитивно рекурсивных функций,
- $K_{\text{ЧРФ}}$ – множество всех частично рекурсивных функций,
- $K_{\text{ОРФ}}$ – множество всех общерекурсивных функций,
- $K_{\text{ВФ}}$ – множество всех интуитивно вычислимых функций.

Предложение (о иерархии классов рекурсивных функций)

- $K_{\text{ПРФ}} \subset K_{\text{ОРФ}} \subset K_{\text{ЧРФ}} \subset K_{\text{ВФ}}$

Доказательство.

- Первое включение следует из определений примитивной рекурсивности и общерекурсивности функций.

- Существуют примеры общерекурсивных, но не примитивно рекурсивных функций (примеры не приводятся из-за сложности и громоздкости), поэтому включение строгое.
- Из определений частичной рекурсивности и общерекурсивности функций следует, что $K_{ОРФ} \subset K_{ЧРФ}$.
- Выше был приведен пример нигде не определённой частично рекурсивной функцией, а любая общерекурсивная функция является всюду определённой.
- Таким образом, имеет место строгое включение $K_{ОРФ} \subset K_{ЧРФ}$.
- Очевидно, что $K_{ЧРФ} \subset K_{ВФ}$, т.е. любая частично рекурсивная функция интуитивно вычислима.

тезис Чёрча-Клини

- в современной теории рекурсивных функций считают, что любая вычислимая функция является частично рекурсивной, т.е. $K_{\text{ЧРФ}} = K_{\text{ВФ}}$

Теорема о равносильности алгоритмических систем

- Класс ч.р.функций совпадает с классом функций, вычислимых по Тьюрингу.
- существуют функции, не являющиеся частично рекурсивными, а следовательно, если принять тезис Чёрча-Клини, то существуют функции, не являющиеся вычислимыми