

Метод резолюций проверки выводимости формул в ИВ. Примеры применения метода.

Наиболее известный алгоритм проверки выводимости формул в ИВ называется методом резолюций.

Теорема: Если $\Gamma, \neg A \vdash L B$, где B – любое противоречие, то $\Gamma \vdash L A$.

Доказательство. $\Gamma, \neg A \vdash L B \Leftrightarrow \Gamma \& \neg A \vdash L B \Leftrightarrow \vdash L \Gamma \& \neg A \rightarrow B \Leftrightarrow \Gamma \& \neg A \rightarrow B$ – тавтология.

- Преобразуем эту формулу.
- $\Gamma \& \neg A \rightarrow B \equiv \neg(\Gamma \& \neg A) \vee B \equiv$
 $\equiv \neg(\Gamma \& \neg A) \equiv \neg\Gamma \vee A \equiv \Gamma \rightarrow A.$
- Следовательно, $\Gamma \rightarrow A$ – тавтология, тогда и только тогда, когда $\Gamma \vdash L A$.

- В качестве формулы B при доказательстве от противного по методу резолюций принято использовать пустую формулу, которую будем обозначать \emptyset .

- Пустая формула не имеет никакого значения и не является истинной ни при какой интерпретации и, по определению является противоречием.

- Метод резолюций работает с особой стандартной формой формул, которые называются *предложениями*.

- Предложение – это дизъюнкция переменных или их отрицаний (литералов).

- Любая формула исчисления высказываний может быть преобразована во множество предложений следующим образом.

- Формула приводится к КНФ

- Затем конъюнкция дизъюнкций литералов разбивается на множество предложений.

Пример.

Найдем множество предложений,
соответствующих формуле

$$A \rightarrow \neg(B \rightarrow A)$$

- Приведем формулу к КНФ.
- $A \rightarrow \neg(B \rightarrow A) \equiv \neg A \vee \neg(B \rightarrow A) \equiv$
 $\equiv \neg A \vee \neg(\neg B \vee A) \equiv \neg A \vee (B \& \neg A) \equiv (\neg A \vee B) \& \neg A$

Таким образом, множество предложений
состоит из двух формул $\neg A \vee B, \neg A$.

- Пусть A и B – два предложения
- Пусть $A = P \vee A_1$, а $B = \neg P \vee B_1$,
где P – переменная, а
 A_1, B_1 – любые предложения
(в частности, могут быть пустые или
состоящие только из одного литерала).

- Правило вывода

$$\frac{A, B}{A_1 \vee B_1} R$$

- называется *правилом резолюции*.

- Предложения A и B называются *резольвируемыми* (или родительскими)
- предложение $A_1 \vee B_1$ – *резольвентой*,
- формулы $P, \neg P$ – *контрарными* литералами.

- Ранее рассмотренные правила вывода являются частными случаями правила резолюций

Относительно четырех подсудимых установлено следующее

Если Антонов виновен, то Воронин был соучастником

$$A \rightarrow B$$

Если Воронин виновен, то либо Сидоров был соучастником, либо Антонов не виновен.

$$B \rightarrow (C \vee \bar{A})$$

Если Дронов не виновен, то Антонов виновен и Сидоров не виновен.

$$\bar{D} \rightarrow A \wedge \bar{C}$$

Если Дронов виновен, то Антонов виновен

$$D \rightarrow A$$

Вывод: Антонов виновен

$$A$$

Обозначим переменными

- A – «Антонов виновен»
- B – «Воронин виновен»
- C – «Сидоров виновен»
- D – «Дронов виновен»

Гипотезы

- $A \rightarrow B$
- $B \rightarrow C \vee \neg A$
- $\neg D \rightarrow A \& \neg C$
- $D \rightarrow A$

Вывод

A

Проверим выводимость методом резолюций

$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vee \neg A, \neg D \rightarrow A \& \neg C, D \rightarrow A \vdash A$

$\bar{A} \vee B, B \vee C \vee \neg A, D \vee (\neg C \& \neg A) \vee A \quad \neg A$
 $(D \vee A), D \vee \neg C,$

Множество предложений и
резольвент

- | | |
|----------------------------------|--------------------------|
| ■ 1. $\neg A \vee B$ | ■ 7. $\neg D$ ПР 5, 6 |
| ■ 2. $\neg B \vee C \vee \neg A$ | ■ 8. D ПР 3, 6 |
| ■ 3. $D \vee A$ | ■ 9. \emptyset ПР 7, 8 |
| ■ 4. $D \vee \neg C$ | |
| ■ 5. $\neg D \vee A$ | |
| ■ 6. $\neg A$ | |