

Исчисление предикатов (ИП) как формальная аксиоматическая теория. Алфавит, формулы и термы в ИП.

- Формулы используются для записи предикатов.
- Истинностное значение формулы определяется конкретными значениями предметных переменных и предикатов, определенных на предметной области.*
- Для записи действий с предметными переменными (или константами) используются термы. Значением терма является элемент из предметной области.

В алфавит формул и термов ВХОДЯТ

- Предметные переменные x_i, y_j
- Функциональные переменные f_m^n
- Предикатные переменные P_m^n
 $n, m = 0, 1, 2, \dots, n$ – количество переменных
- Логические символы $\rightarrow, \neg, \forall$ (дополнительные $\vee, \&, \exists$)
- Служебные символы $(,)$

Последовательность символов в исчислении предикатов называется *термом*

если она удовлетворяет следующим условиям

- любая предметная переменная, любая нульарная функциональная переменная является термом;
- если t_1, \dots, t_n – термы, то $f_m^n(t_1, \dots, t_n)$ – терм;
- других термов нет

•

- Последовательность символов в исчислении предикатов называется формулой, если она удовлетворяет следующему определению

- Каждый предикатный 0-арный символ является формулой
- если P_m^n – n -арный предикатный символ и t_1, \dots, t_n – термы, то $P_m^n(t_1, \dots, t_n)$ – формула.

Все входящие в эту формулу предметные переменные свободные;

•

- если F_1, F_2 – формулы, то
 $\neg(F_1), (F_1 \rightarrow F_2)$ – формулы.

Свободные вхождения переменных
в F_1, F_2 остаются свободными в
формулах $\neg(F_1), (F_1 \rightarrow F_2)$;

- Если переменная x – свободная в F ,
то $\forall x(F)$ – формула.

Вхождения других переменных
(отличных от x) остаются
свободными в формуле $\forall x(F)$;

- других формул нет

Пример.

- Выражение $P(x_1, x_2, x_3)$ является формулой. Все переменные – свободные.
- В формуле
 $(\forall x \exists y P(x, y, z)) \rightarrow \forall x Q(x, w)$
переменные x и y являются связанными, а переменные z и w свободными.

■ Выражение

$$(\forall x \exists y P(x, y, z)) \rightarrow \exists x \forall x Q(x, w)$$

не является формулой

■ Формула

$$\forall x P(x) \rightarrow \forall x R(x)$$

является замкнутой