
Независимость системы аксиом ИВ

Система аксиом формально непротиворечивой теории Т называется независимой, если никакая из аксиом не выводима из остальных по правилам вывода теории Т.

Теорема: Система аксиом ИВ независима.

Доказательство:

- Независимость аксиом исчисления высказываний L устанавливается через обращение к многозначным логикам.
- Для доказательства независимости схем аксиом необходимо рассмотреть различные интерпретации связок \neg и \rightarrow .
- Покажем независимость схемы аксиом A_1
- Всякая аксиома, полученная по схеме A_2 или A_3 , принимает значение 0 при предложенной интерпретации логических операций.
- Кроме того, правило вывода modus ponens сохраняет у формул свойство равенства 0 в данной интерпретации.
- Действительно, если формулы A и $A \rightarrow B$ имеют значение 0, то по таблице значений для импликации в новой интерпретации можно однозначно определить, что формула B также имеет значение 0.
- Следовательно, значение 0 принимает всякая формула, выводимая из аксиом, полученных по схемам A_2 или A_3 .
- Формула $(A \rightarrow (B \rightarrow A))$ не равна тождественно 0
- при $A=1, B=2$ формула принимает значение 2 . \square Таким образом, аксиомы по схеме 1 не могут быть выведены с помощью правила вывода из аксиом, построенных по другим схемам.