

---

# Теорема Геделя

---

Формула  $F$  доказуема в исчислении предикатов тогда и только тогда, когда формула  $F$  общезначима.

Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов является одной из фундаментальных теорем **математической логики**: она устанавливает однозначную связь между логической истинностью высказывания и его выводимостью в **логике первого порядка**. Впервые эта теорема была доказана **Куртом Гёделем** в 1929.

Формула является **выводимой** в исчислении предикатов первого порядка тогда и только тогда, когда она **общезначима** (истинна в любой **интерпретации** при любой **подстановке**).

Иными словами, если  $\Phi$  — тождественно истинная формула исчисления предикатов, то  $\Phi$  доказуема в исчислении предикатов.<sup>[1]</sup>

## Доказательство



Из тождественной истинности  $\Phi$  получаем, что множество  $\{\neg\Phi\}$  не имеет **модели**. Из **теоремы о существовании модели** следует, что  $\{\neg\Phi\}$  противоречиво, то есть  $\neg\Phi \vdash \perp$  — теорема исчисления предикатов. По правилу вывода  $\frac{\Gamma, \neg\Phi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \Phi}$  получаем, что  $\Phi$  доказуема.<sup>[1]</sup>