

---

# Метод Куайна проверки выводимости формул в ИВ . Примеры применения метода

---

Метод Куайна представляет собой модификацию тривиального метода.

- Пусть –  $\langle X_1, X_2, \dots, X_k \rangle$  множество высказывательных переменных в формуле F.
- Возьмем первую переменную  $X_1$  и приадим ей, например, истинное значение.
- Подставим это значение в формулу F и выполним вычисления, которые могут возникнуть при такой подстановке.
- После выполнения вычислений получим формулу F' с меньшим количеством переменных и применяем к ней описанную процедуру.
- Если на каком-то шаге получена формула, которая является тавтологией или противоречием независимо от значений высказывательных переменных, входящих в эту формулу, то алгоритм на этом шаге можно остановить.
- Таким образом, алгоритм Куайна приводит к рассмотрению меньшего количества интерпретаций, чем тривиальный алгоритм.

Пример 1:

- Проверить выводимость формулы  $(X \& Y \& Z) \rightarrow (X \rightarrow Y) \& (X \rightarrow Z)$  методом Куайна.\*
- Положим  $X=0$ . Тогда  $(0 \& Y \& Z) \rightarrow (0 \rightarrow Y) \& (0 \rightarrow Z)=1$  при любой интерпретации Y и Z.
- Пусть теперь  $X=1$ . Тогда  $(1 \& Y \& Z) \rightarrow (1 \rightarrow Y) \& (1 \rightarrow Z)=Y \& Z \rightarrow Y \& Z$
- Для полученной формулы повторим процедуру метода Куайна.
  - Положим  $Y=0$ .
  - Тогда  $0 \& Z \rightarrow 0 \& Z=1$  при любой интерпретации Z.
  - Положим  $Y=1$ .
  - Тогда  $1 \& Z \rightarrow 1 \& Z=Z \rightarrow Z=1$  при любой интерпретации Z.

Пример 2.

- Проверить выводимость  $(X \rightarrow Y) \vdash (X \rightarrow Y) \& (X \rightarrow \neg Z)$  методом Куайна
- Сначала применим теорему дедукции к данной выводимости.
- По теореме дедукции можно проверять выводимость  $(X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Y) \& (X \rightarrow \neg Z)$ .
- Положим  $X=0$ .
- Тогда  $(0 \rightarrow Y) \rightarrow (0 \rightarrow Y) \& (0 \rightarrow \neg Z)=1$  при любой интерпретации Y и Z.
- Пусть теперь  $X=1$ .
- Тогда  $(1 \rightarrow Y) \rightarrow (1 \rightarrow Y) \& (1 \rightarrow \neg Z)=Y \rightarrow Y \& \neg Z=\neg Y \rightarrow Y \& \neg Z=\neg Y \rightarrow \neg Z$
- При  $Y=1, Z=1$  получаем, что формула имеет ложное значение.

- Таким образом, формула не является тавтологией, а значит не выводима.