
Метод редукции проверки выводимости формул в ИВ

Примеры применения метода

Метод редукции

- Пусть формула F имеет вид импликации $F=A\rightarrow B$.
- Допустим, что в некоторой интерпретации формула F принимает ложное значение.
- Тогда в соответствии с таблицей истинности для импликации имеем $A=1, B=0$.
- Таким образом, проверка формулы F сводится к дальнейшей проверке формул A и B .
- Данный процесс продолжается до тех пор, пока не будет получено противоречие с начальным предположением о ложности формулы. В этом случае доказано, что формула является тавтологией.
- В противном случае будет определен набор значений переменных, на котором формула принимает ложное значение, а значит не является тавтологией.

Пример 1:

Проверить выводимость формулы $(X\rightarrow(Y\rightarrow Z))\rightarrow((X\rightarrow Y)\rightarrow(X\rightarrow Z))$ методом редукции.

- Пусть в некоторой интерпретации формула имеет ложное значение.
- Тогда $X\rightarrow(Y\rightarrow Z)=1$ $(X\rightarrow Y)\rightarrow(X\rightarrow Z)=0$
- Применим теперь метод редукции к формуле $(X\rightarrow Y)\rightarrow(X\rightarrow Z)$.
- Если она в некоторой интерпретации имеет ложное значение, то $X\rightarrow Y=1, X\rightarrow Z=0$.
- Для формулы $X\rightarrow Z$ метод редукции дает $X=1, Z=0$.
- Из $X\rightarrow Y=1$ получаем, что $Y=1$.
- Однако это приводит к противоречию с $X\rightarrow(Y\rightarrow Z)=1$.
- Таким образом, исходная формула не может быть ложной ни при какой интерпретации, т.е. формула является тавтологией, а следовательно выводима в ИВ.

Пример 2.

Проверить выводимость $(X\rightarrow Y) \vdash (X\rightarrow Y)\&(X\rightarrow\neg Z)$ методом редукции.

- Сначала применим теорему дедукции к данной выводимости.
- По теореме дедукции можно проверять выводимость $(X\rightarrow Y)\rightarrow (X\rightarrow Y)\&(X\rightarrow\neg Z)$.*
- Пусть в некоторой интерпретации формула имеет ложное значение.
- Тогда $X\rightarrow Y=1, (X\rightarrow Y)\&(X\rightarrow\neg Z)=0$.
- Отсюда $X\rightarrow\neg Z=0$ и $X=1, Z=1$.
- Таким образом, существует интерпретация переменных $X=1, Y=1, Z=1$, при которой формула является ложной.

- Значит, формула не выводима в ИВ.