

Теорема Геделя

Формула Φ доказуема в исчислении предикатов тогда и только тогда, когда формула Φ общезначима.

Теорéма Гёделя о полнотé исчислéния предикáтов является одной из фундаментальных теорем математической логики: она устанавливает однозначную связь между логической истинностью высказывания и его выводимостью в логике первого порядка. Впервые эта теорема была доказана Куртом Гёделем в 1929.

Формула является выводимой в исчислении предикатов первого порядка тогда и только тогда, когда она общезначима (истинна в любой интерпретации при любой подстановке).

Иными словами, если Φ – тождественно истинная формула исчисления предикатов, то Φ доказуема в исчислении предикатов.^[1]

Доказательство



Из тождественной истинности Φ получаем, что множество $\{\neg\Phi\}$ не имеет модели. Из теоремы о существовании модели следует, что $\{\neg\Phi\}$ противоречиво, то есть $\neg\Phi \vdash$ – теорема исчисления предикатов. По правилу вывода $\frac{\Gamma, \neg\Phi \vdash}{\Gamma \vdash \Phi}$ получаем, что Φ доказуема.^[1]