Examples

Default usage of ded-nat-boxed:

```
first line,
second line,
third line,
fourth line
|- fourth line
| 1 1. first line | PR
| 1 2. second line | PR
| 1 3. third line | PR
| 1 4. fourth line | PR
```

Usage of ded-nat-boxed with overriden style-dep, style-formula and style-rule parameters:

```
first line,
second line,
third line,
fourth line
|- fourth line
| 1 1. first line | P R |
| 2. second line | P R |
| 3. third line | P R |
| 4. fourth line | P R |
```

Deducción natural

Elegir 10 ejercicios del libro de Falguera y Vidal, de las páginas 318, 319, 320 y 321; y hacer su prueba con deducción natural.

1. pg. 318, ejercicios VI, I. 1)

This is written using ded-nat-boxed. The coloring of the text is done by wrapping that function with text(content, weight: "bold", fill: gradient.linear(red, blue)), and the color of the box stroke is done with stcolor: gradient.linear(red, blue).

$$\forall x (Px) \land \forall x (Qx), \\ \forall x (Px \to Rx) \\ \vdash \forall x (Rx)$$

1 1. $\forall x (Px) \land \forall x (Qx)$ PR

2 2. $\forall x (Px \to Rx)$ PR

1 3. $\forall x (Px)$ S 1

1 4. Pa IU 3

2 5. $Pa \to Ra$ IU 2

1,2 6. Ra MP 4, 5

1,2 7. $\forall x (Rx)$ GU 6

This is using ded-nat, and it is a repetition of the last one but without the boxing and without dependencies (inputting an array of 3 items).

1.
$$\forall x(Px) \land \forall x(Qx)$$
 PR
2. $\forall x(Px \rightarrow Rx)$ PR
3. $\forall x(Px)$ S 1
4. Pa IU 3
5. $Pa \rightarrow Ra$ IU 2
6. Ra MP 4, 5
7. $\forall x(Rx)$ GU 6

This is using ded-nat-boxed, without dependencies (inputting an array of 3 items) and without the premises and conclusion of the deduction automatically put over the lines.

1.
$$\forall x(Px) \land \forall x(Qx)$$
 PR
2. $\forall x(Px \rightarrow Rx)$ PR
3. $\forall x(Px)$ S 1
4. Pa IU 3
5. $Pa \rightarrow Ra$ IU 2
6. Ra MP 4, 5
7. $\forall x(Rx)$ GU 6

2. pg. 321, ejercicios VI, I. 62)

```
\forall x(Sxb) \land \neg \forall y(Py \to Qby),
                                 \forall x \forall y (Qxy \rightarrow \neg Qyx)
                      \vdash \neg(\neg \forall x(\neg Px) \rightarrow \forall y(Syb \rightarrow Qby))
              \forall x(Sxb) \land \neg \forall y(Py \rightarrow Qby)
                                                                                 PR
2
          2.
               \forall x \forall y (Qxy \rightarrow \neg Qyx)
                                                                                 PR
3
                    \neg \forall x (\neg Px) \to \forall y (Syb \to Qby)
          3.
                                                                                 Sup. RAA
                    \neg \forall y (Py \rightarrow Qby)
                                                                                 S 1
          4.
                    \exists y \neg (Py \rightarrow Qby)
                                                                                 EMC 4
1
          5.
                        \neg(Pa \to Qba)
6
          6.
                                                                                 Sup. IE 5
                            \neg (Pa \land \neg Qba)
          7.
                                                                                 Sup. RAA
                            \neg Pa \lor \neg \neg Qba
                                                                                 DM 7
          8.
          9.
                               \neg Pa
                                                                                 Sup. PC
          10.
                               \neg Pa \lor Qba
                                                                                 Disy. 9
                            \neg Pa \to (\neg Pa \lor Qba)
                                                                                 PC 9-10
          11.
                              \neg \neg Qba
12
          12.
                                                                                 Sup. PC
12
                              Qba
                                                                                 DN 12
          13.
12
          14.
                              \neg Pa \lor Qba
                                                                                 Disy. 13
                            \neg \neg Qba \rightarrow (\neg Pa \lor Qba)
                                                                                 PC 12-14
          15.
                            \neg Pa \lor Qba
                                                                                 Dil. 8,11,15
          16.
                           Pa \rightarrow Qba
                                                                                 IM 16
          17.
6,7
          18.
                           (Pa \to Qba) \land \neg (Pa \to Qba)
                                                                                 Conj. 6, 17
                                                                                 RAA 7-18
          19.
                        Pa \wedge \neg Qba
                                                                                 S 19
          20.
                        Pa
6
          21.
                        \exists x(Px)
                                                                                 GE 20
                        \neg \forall x (\neg Px)
                                                                                 EMC 21
6
          22.
                                                                                 MP 3, 22
                        \forall y(Syb \rightarrow Qby)
3,6
          23.
3,6
          24.
                        Sab \rightarrow Qba
                                                                                 IU 23
                        \forall x(Sxb)
                                                                                 S 1
          25.
                        Sab
                                                                                 IU 25
          26.
1,3,6
          27.
                        Qba
                                                                                 MP 24, 25
                                                                                 S 19
          28.
                        \neg Qba
                        Qba \lor \neg \exists y \neg (Py \to Qby)
1,3,6
          29.
                                                                                 Disy. 27
                        \neg \exists y \neg (Py \to Qby)
                                                                                 MTP 28, 29
1,3,6
          30.
1,3
                     \neg \exists y \neg (Py \rightarrow Qby)
                                                                                 IE 5, 6, 30
          31.
1,3
          32.
                     \neg \exists y \neg (Py \to Qby) \land \exists y \neg (Py \to Qby)
                                                                                 Conj. 5, 31
          33. \neg(\neg \forall x(\neg Px) \rightarrow \forall y(Syb \rightarrow Qby))
                                                                                 RAA 3-32
```

```
\neg (Mab \rightarrow (Sa \land Sb)),
                                     \neg(\neg \exists x Q x \lor \forall x \neg Rabx)
                           \vdash \forall x ((Sa \land Sb) \rightarrow (Rabx \rightarrow \neg Qx))
               \neg(Mab \to (Sa \land Sb))
                                                                                           PR
               \neg(\neg \exists x Qx \lor \forall x \neg Rabx)
                                                                                           PR
                     \neg (Mab \land \neg (Sa \land Sb))
                                                                                           Sup. RAA
          3.
                     \neg Mab \lor \neg \neg (Sa \land Sb)
3
          4.
                                                                                           DM 3
                        \neg Mab
                                                                                           Sup. PC
5
          5.
                        \neg Mab \lor (Sa \land Sb)
5
                                                                                           Adj. 5
          6.
                        Mab \rightarrow (Sa \wedge Sb)
                                                                                           IM 6
          7.
                     \neg Mab \rightarrow (Mab \rightarrow (Sa \land Sb))
                                                                                           PC 5-7
          8.
                        \neg\neg(Sa \wedge Sb)
          9.
                                                                                           Sup. PC
9
                        Sa \wedge Sb
                                                                                           DN 9
          10.
                        \neg Mab \lor (Sa \land Sb)
                                                                                           Adj. 10
          11.
                        Mab \rightarrow (Sa \wedge Sb)
          12.
                                                                                           IM 11
                     \neg\neg(Sa \land Sb) \rightarrow (Mab \rightarrow (Sa \land Sb))
          13.
                                                                                           PC 9-12
3
                    Mab \rightarrow (Sa \wedge Sb)
                                                                                           Dil. 4, 8, 13
          14.
                    \neg (Mab \to (Sa \land Sb)) \land (Mab \to (Sa \land Sb))
                                                                                           Conj. 1, 14
1,3
          16. Mab \wedge \neg (Sa \wedge Sb)
                                                                                           RAA 3-15
1
17
          17.
                    S \wedge Sb
                                                                                           Sup. PC
                    (S \wedge Sb) \vee (Rabc \rightarrow \neg Qc)
17
                                                                                           Adj. 17
          18.
                    \neg (S \wedge Sb)
                                                                                           S 16
1
          19.
1,17
          20.
                    Rabc 
ightarrow \neg Qc
                                                                                           MTP 18, 19
          21. (Sa \wedge Sb) \rightarrow (Rabc \rightarrow \neg Qc)
                                                                                           PC 17-20
          22. \forall x((Sa \land Sb) \rightarrow (Rabx \rightarrow \neg Qx))
1
                                                                                           GU 21
```

4. pg. 320, ejercicios VI, I. 41)

$$\forall x \forall y ((Qyx \land Ryx) \rightarrow \neg Qxy),$$

$$Qab \land Pb$$

$$\vdash Rba \rightarrow \exists x (\neg Qbx \land Pb)$$

$$1 \quad 1. \quad \forall x \forall y ((Qyx \land Ryx) \rightarrow \neg Qxy) \quad PR$$

$$2 \quad 2. \quad Qab \land Pb \quad PR$$

$$3 \quad 3. \quad Rba \quad Sup. PC$$

$$1 \quad 4. \quad \forall y ((Qya \land Rya) \rightarrow \neg Qay) \quad IU 1$$

$$1 \quad 5. \quad (Qba \land Rba) \rightarrow \neg Qab \quad IU 4$$

$$2 \quad 6. \quad Qab \quad S 2$$

$$2 \quad 7. \quad \neg \neg Qab \quad DN 6$$

$$1,2 \quad 8. \quad \neg (Qba \land Rba) \quad MT 5, 7$$

$$1,2 \quad 9. \quad \neg Qba \lor \neg Rba \quad DM 8$$

$$3 \quad 10. \quad \neg \neg Rba \quad DN 3$$

$$1,2,3 \quad 11. \quad \neg Qba \quad MTP 9, 10$$

$$2 \quad 12. \quad Pb \quad S 2$$

$$1,2,3 \quad 13. \quad \neg Qba \land Pb \quad Conj. 11, 12$$

$$1,2,3 \quad 14. \quad \exists x (\neg Qbx \land Pb) \quad GE 13$$

$$1,2 \quad 15. \quad Rba \rightarrow \exists x (\neg Qbx \land Pb) \quad GE 13$$

$$1,2 \quad 15. \quad Rba \rightarrow \exists x (\neg Qbx \land Pb) \quad PC 3-14$$

5. pg. 319, ejercicios VI, I. 30)

```
\neg \exists x \exists y (\neg Txy \land \neg Tyx),
                     \forall x (Txa \to (Qa \land Ra)),
                               \neg \forall x (Tax)
                           \vdash \exists x (Qx \land Rx)
          1. \neg \exists x \exists y (\neg Txy \land \neg Tyx)
                                                             PR
          2. \forall x(Txa \rightarrow (Qa \land Ra))
2
                                                             PR
          3. \neg \forall x (Tax)
                                                             PR
          4. \exists x \neg (Tax)
3
                                                             EMC 3
                    \neg Tab
                                                             Sup. IE 4
5
          5.
1
          6.
                     \forall x \neg \exists y (\neg Txy \land \neg Tyx)
                                                             EMC 1
                     \neg \exists y (\neg Tby \land \neg Tyb)
                                                             IU 6
1
          7.
                     \forall y \neg (\neg Tby \land \neg Tyb)
                                                             EMC 7
1
          8.
                     \neg(\neg Tba \land \neg Tab)
          9.
                                                             IU8
                     \neg\neg Tba \lor \neg\neg Tab)
                                                             DM 9
1
           10.
5
          11.
                     \neg\neg\neg Tab
                                                             DN 5
1,5
                     \neg\neg Tba
                                                             MTP 10, 11
          12.
                     Tba
                                                             DN 12
1,5
          13.
                     Tba \rightarrow (Qa \wedge Ra)
                                                             IU 2
2
          14.
1,2,5
                     Qa \wedge Ra
                                                             MP 13, 14
          15.
                     \exists x (Qx \land Rx)
                                                             GE 15
1,2,5
          16.
          17. \exists x (Qx \land Rx)
1,2,3
                                                             IE 4, 5, 16
```

6. pg. 319, ejercicios VI, I. 20)

7. pg. 318, ejercicios VI, I. 10)

$$\forall x(Tx \to Qx), \\ \forall x \neg (Px \lor \neg Tx) \\ \vdash \exists x(\neg Px \land Qx)$$

$$1 \quad 1. \quad \forall x(Tx \to Qx) \quad PR$$

$$2 \quad 2. \quad \forall x \neg (Px \lor \neg Tx) \quad PR$$

$$2 \quad 3. \quad \neg (Pa \lor \neg Ta) \quad IU \ 2$$

$$2 \quad 4. \quad \neg Pa \land \neg \neg Ta \quad DM \ 3$$

$$2 \quad 5. \quad \neg \neg Ta \quad S \ 4$$

$$2 \quad 6. \quad Ta \quad DN \ 5$$

$$1 \quad 7. \quad Ta \to Qa \quad IU \ 1$$

$$1,2 \quad 8. \quad Qa \quad MP \ 6, \ 7$$

$$2 \quad 9. \quad \neg Pa \quad S \ 4$$

$$1,2 \quad 10. \quad \neg Pa \land Qa \quad Conj. \ 8, \ 9$$

$$1,2 \quad 11. \quad \exists x(\neg Px \land Qx) \quad GE \ 10$$

8. pg. 318, ejercicios VI, I. 5)

$$\forall x(Px) \rightarrow \forall x(Qx),$$

$$\neg Qa$$

$$\vdash \neg \forall x(Px)$$
1 1. $\forall x(Px) \rightarrow \forall x(Qx)$ PR
2 2. $\neg Qa$ PR
2 3. $\exists x \neg (Qx)$ GE 2
2 4. $\neg \forall x(Qx)$ EMC 3
1,2 5. $\neg \forall x(Px)$ MT 1, 4

9. pg. 318, ejercicios VI, I. 6)

10. pg. 318, ejercicios VI, I. 7)

$$\forall x(Tx \to Mx), \\ \forall x \neg (Mx \land Rx), \\ \forall x(Tx \to (Px \to Rx)) \\ \vdash \forall x(Tx \to \neg (Mx \to Px))$$

$$1 \quad 1. \quad \forall x(Tx \to Mx) \qquad PR$$

$$2 \quad 2. \quad \forall x \neg (Mx \land Rx) \qquad PR$$

$$3 \quad 3. \quad \forall x(Tx \to (Px \to Rx)) \qquad PR$$

$$4 \quad 4. \quad Ta \qquad \text{Sup. PC}$$

$$1 \quad 5. \quad Ta \to Ma \qquad \text{IU 1}$$

$$1,4 \quad 6. \quad Ma \qquad MP 4,5$$

$$2 \quad 7. \quad \neg (Ma \land Ra) \qquad \text{IU 2}$$

$$2 \quad 8. \quad \neg Ma \lor \neg Ra \qquad \text{DM 7}$$

$$1,4 \quad 9. \quad \neg Ma \qquad \text{DN 6}$$

$$1,2,4 \quad 10. \quad \neg Ra \qquad \text{MTP 8, 9}$$

$$3 \quad 11. \quad Ta \to (Pa \to Ra) \qquad \text{IU 3}$$

$$3,4 \quad 12. \quad Pa \to Ra \qquad \text{MP 4, 11}$$

$$1,2,3,4 \quad 13. \quad \neg Pa \qquad \text{MT 10, 12}$$

$$14 \quad 14. \quad 14. \quad 15. \quad Ma \to Pa \qquad \text{Sup. RAA}$$

$$1,4,14 \quad 15. \quad Ma \to Pa \qquad \text{MP 6, 14}$$

$$1,2,3,4,14 \quad 16. \quad Pa \land \neg Pa \qquad \text{Conj. 13, 15}$$

$$1,2,3,4 \quad 17. \quad \neg (Ma \to Pa) \qquad \text{RAA 14-16}$$

$$1,2,3 \quad 18. \quad Ta \to \neg (Ma \to Pa) \qquad \text{PC 4-17}$$

$$1,2,3 \quad 19. \quad \forall x(Tx \to \neg (Mx \to Px)) \qquad \text{GU 18}$$