

Министерство науки и высшего образования РФ

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий

Кафедра вычислительной физики

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

по теме

МЕТОД МАРКЕРОВ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ  
И ЕГО РЕАЛИЗАЦИЯ НА РАЗЛИЧНЫХ ЯП

Исполнитель \_\_\_\_\_

Попов Н.В.

Руководитель \_\_\_\_\_

к.ф.-м.н., доц. Беклемышева К.А.

Долгопрудный 2022

# Общие характеристики работы

## Актуальность работы

При решении задач вычислительной гидрогазодинамики и механики деформируемого твёрдого тела методами классической вычислительной математики зачастую возникает проблема высокой технической сложности методов. Кроме того, реализация потребных алгоритмов обыкновенно производится преимущественно на достаточно старых известных широкому кругу учёных языках C/C++, Fortran и Python. Таким образом, остаётся актуальной задача поиска путей уменьшения сложности алгоритмов. Для решения этой задачи предлагается метод маркеров. Кроме того, возникает вопрос исследования возможностей более новых, но менее распространённых языков применительно к реализации задач вычислительной физики. Наиболее интересны следующие языки:

1. Go — язык со встроенной многопоточностью и эффективным менеджером потоков.
2. Julia — язык программирования, созданный специально для научной деятельности.

## Цель работы

1. Исследовать возможность применения метода маркеров в сочетании с сеточно-характеристическим методом на примере задачи о пробитии коллоидного тела.
2. Разработать необходимые алгоритмы и реализовать их с одинаковой асимптотикой на различных языках программирования: C++, Python, Julia и Go.
3. Исследовать полученные алгоритмы на быстроедействие на различных физических исполнителях и выяснить практическую применимость используемых языков для данного класса задач.

## Постановка задачи

1. Прежде всего рассмотрим одномерную задачу. В её постановке коллоидное тело имеет на плоскости бесконечно малую толщину. В начальный момент времени происходит рассечение данного тела в некоторой точке, вследствие чего

возникает скачок концентрации частичек слева и справа от точки рассеечения. Необходимо смоделировать состояние тела в дальнейшие моменты времени.

## Решение одномерной задачи

Для исследования концентрации взвеси в коллоиде воспользуемся линейным уравнением переноса

$$u_t + \lambda u_x = 0.$$

При этом мы будем рассматривать только «лишние» частицы, т.е. переместившиеся с точки рассеения в начальный момент времени. Для применения сеточно-характеристического метода необходима возможность получения значений функции  $u(x, t)$  в точках между известными узлами  $x_m^n, x_{m-1}^n$ . Воспользуемся интерполяционным полиномом первой степени:

$$F(x) = a(x) + b.$$

Очевидно

$$\begin{cases} a = \frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} \\ b = u_m^n \end{cases}.$$

Отсюда получим соотношение

$$u_m^{n+1} = u_m^n - \lambda \frac{\tau}{h} (u_m^n - u_{m-1}^n).$$