

Experiencia 2: Sistemas LTI y Convolución

Laboratorio de Señales y Sistemas

Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería en Informática y
Telecomunicaciones

1. Introducción

Los sistemas Lineales e Invariantes en el Tiempo (Sistemas LTI o LIT) poseen una serie de propiedades que facilitan su proceso de análisis en detalle, permitiendo la construcción de modelos con un alto nivel de exactitud, para variados fenómenos físicos. Una de las operaciones más interesantes que es posible de realizar con los Sistemas LTI es la Convolución. Esta facilita el análisis de sistemas y el procesamiento de señales, al sacar ventaja de las propiedades de linealidad y superposición que son parte de este tipo de Sistemas.

1.1. Sistemas Lineales y Tiempo Invariantes (LTI o LIT)

Un *Sistema* es un proceso o conjunto de procesos que recibe(n) y transforman, o afectan en alguna medida, señales de entrada. El resultado de esta transformación de las señales de entrada constituye la salida (o salidas) del sistema.

Existen diversos procesos físicos, mecánicos, químicos, etc. que pueden ser modelados por sistemas. Algunos ejemplos son sistemas de telecomunicaciones, sistemas de audio/video, motores, vehículos, plantas industriales, sistemas eléctricos, sistemas mecánicos.

Un *Sistema Lineal* es un sistema cuya(s) salida(s) responde(n) linealmente a la(s) entrada(s). Es decir, posee las siguientes propiedades:

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t), \text{ donde}$$

$x_1(t), x_2(t)$ constituyen entradas del sistema, y

$y(t), y_2(t)$ son las salidas del sistema.

$$ax_1(t) \rightarrow ay_1(t), \text{ donde } a \text{ es una constante.}$$

Un *Sistema Lineal e Invariante en el Tiempo (Sistema LTI o LIT)* es un sistema lineal que dará siempre la misma respuesta, no importando el instante de tiempo en que se le inyecte una señal o estímulo. Es decir, al aplicarse un estímulo en un sistema hoy, dará la misma respuesta que al aplicarle el mismo estímulo, por ejemplo, al día siguiente, en un mes, un año, o en 10 años más, considerando que las demás condiciones se mantienen.

Los sistemas LTI facilitan el modelamiento de numerosos procesos físicos, y adicionalmente permiten un análisis suficientemente detallado como para proporcionar conocimiento acerca de sus propiedades, dado que facilitan un conjunto importante de herramientas para este propósito, y que conforman el núcleo del análisis de señales y sistemas.

2. Descripción

En este laboratorio, el alumno trabajará con operaciones de convolución. La convolución es una operación fundamental en el mundo del procesamiento de señales y en el modelamiento de Sistemas LTI, debido a sus propiedades, que simplifican el análisis detallado de variados fenómenos físicos.

El alumno deberá desarrollar los puntos indicados en la Sección respectiva, para confeccionar el informe correspondiente.

La **convolución** es una operación ampliamente utilizada en el procesamiento de señales y modelamiento de sistemas LTI, dado que utiliza las propiedades de linealidad y superposición para facilitar el proceso de descripción y modelamiento, en detalle, de este tipo de sistemas.

La convolución facilita modelar el comportamiento de un sistema LTI al ser sometido a una señal de entrada. Conociendo la respuesta a impulso del sistema LTI (la que se puede determinar, a su vez, utilizando las propiedades de linealidad y superposición), se puede determinar la salida que arrojará el sistema mediante esta operación. La operación de convolución queda expresada de la siguiente manera para sistemas discretos:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$$

Para sistemas continuos, la expresión previa se reemplaza con una integral:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

La convolución posee propiedades como la comutatividad, la asociatividad, y la distributividad con respecto a la suma, lo que la hace muy favorable para el tratamiento de señales y modelamiento de sistemas LTI.

Nota: Las propiedades señaladas se cumplen, debido a que los Sistemas LTI quedan totalmente determinados por su respuesta a impulso. Estas propiedades, por ende, no aplican a Sistemas no LTI.

3. Desarrollo

3.1. Pasos a Seguir

1. Cree el siguiente conjunto de señales periódicas de entrada, muestreadas como vectores en Python:
 - Senoidal.
 - Cuadrada.
 - Triangular.
 - Diente de Sierra.
2. Cree un conjunto de señales aperiódicas de entrada, muestreadas como vectores en Python:
 - Exponencial decreciente (un tramo), $x(t) = e^{-t}[u(t) - u(t-1)]$.
 - Exponencial creciente (un tramo), $x(t) = e^t[u(t) - u(t-1)]$.
 - Impulso, $x(t) = \delta(t)$.
 - Escalón, $x(t) = u(t)$.
 - Sinc(x), $x(t) = \frac{\sin(x)}{x}$
3. Inyecte las señales periódicas en sistemas cuya respuesta a impulso corresponde a las señales aperiódicas, realizando su convolución.
4. Aplique un factor de proporcionalidad (producto por una constante) y un corrimiento temporal en las respuestas a impulso previas, y evalúe sus efectos.
5. Realice la convolución intercambiando señales y funciones de transferencia para las señales aperiódicas. Realice 5 combinaciones.
6. Analice los resultados brevemente, en especial, el efecto de las funciones de transferencia sobre las señales de entrada.

Para cada uno de los casos solicitados, se pide:

- Graficar las entradas, las respuestas a impulso y las salidas de los sistemas.
- Calcular las energías y potencias medias de las señales de entrada y de salida. Comente sus resultados.
- Demostrar o refutar que los sistemas son LTI, para cada caso.

4. Informe Final

Escriba un informe de no más de 4000 palabras (aproximadamente 8 páginas), que contenga:

1. Carátula.
2. Resumen.
3. Introducción breve, que describa teóricamente la convolución.
4. Algoritmos utilizados. Acá se requiere la explicación del algoritmo. El código debe entregarse junto con el informe, y no se considera en la cuenta de palabras.
5. Resultados: gráficos en el plano tiempo, cálculos de potencia media, energía y para demostración, parámetros utilizados en el archivo de entrada y en las funciones.
6. Análisis de resultados.
7. Dificultades encontradas y conclusión.
8. Bibliografía

5. Pauta de Corrección

Para la corrección de este Laboratorio se tomará en cuenta:

- Condición necesaria, pero no suficiente de aprobación: Los códigos generados deben operar de manera correcta.
- Ortografía: No se tolerarán más que 2 errores ortográficos como máximo (descuento de 1 décima por error ortográfico adicional).
- Presentación: Todas las secciones mencionadas deben existir en el informe.
- Extensión y formato: Debe respetarse la extensión máxima. Se descontará puntoaje por informes que excedan la restricción de cantidad de palabras. No debe usarse Wikipedia como cita bibliográfica.
- Calidad del análisis de los resultados: Debe contener de manera clara y precisa la explicación de por qué se observan esas salidas en los dominios del tiempo, por qué los valores de potencia y energía son los calculados, y por qué los sistemas son LTI o no, de acuerdo a la bibliografía consultada.
- Presentación de gráficos: Las figuras y tablas deben tener ejes en las unidades y etiquetas correspondientes. Adicionalmente, todo gráfico y tabla debe poseer la numeración y etiquetas correspondientes, y deben ser generadas con gráficos vectoriales. No se deben generar en formato tipo pixel.
- Claridad y especificidad en la explicación de la metodología en la introducción y su coherencia con los resultados mostrados.
- Las conclusiones deben resumir los puntos importantes del informe, así como sus hallazgos, evidencias y observaciones más relevantes, a la luz del marco teórico que sustenta la Experiencia. Expresiones del tipo "se cumplieron los objetivos de la Experiencia", sin mayor evidencia, no son un aporte a las Conclusiones, y no recibirán calificación.