

Matrix Multiplication

$$\begin{matrix} & 5 & & 1 & & 6 \\ & & & & & \\ 3 & \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) & \times & \begin{pmatrix} \\ \\ 0 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} \\ \\ 1 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \\ & & & 5 & & 1 & & \end{matrix}$$

① 하고 ② 했을 때 $3 \times 5 \times 1 + 3 \times 1 \times 6$

② 하고 ① 했을 때 $3 \times 5 \times 6 + 5 \times 1 \times 6$

행렬 $M_1 \cdots M_n$ 이 주어지고, 행렬의 크기는 $d_{i-1} \times d_i$ 로 주어진다.

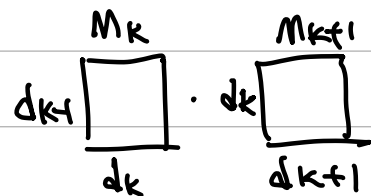
$M_1 \cdots M_n$ 을 모두 곱할 때, 최소 비용을 곱할 수 있는 순서와 그 비용은?

D_{ij} 을 $M_i \times \cdots \times M_j$ 까지 곱했을 때의 최소 비용이라고 하자.

D_{1n} 이 최종값.

$i-j = 0$ 부터 $n-1$ 까지 다 해본다.

$$i-j = 0 : D_{kk} = 0$$



$$i-j = 1 : D_{kk+1} = d_{k-1} \cdot d_k \cdot d_{k+1}$$

$$i-j = 2 : D_{kk+2} = (M_k \times M_{k+1}) \times M_{k+2} \rightarrow D_{kk+1} + D_{k+2,k+2} + d_{k-1} \cdot d_{k+1} \cdot d_{k+2}$$

$$M_k \times (M_{k+1} \times M_{k+2}) \rightarrow D_{kk} + D_{k+1,k+2} + d_{k-1} \cdot d_k \cdot d_{k+2}$$

$$D_{ij} = \min (\underbrace{D_{ik} + D_{k+1,j}}_{\text{이미 계산된 값}} + d_{i-1} \cdot d_k \cdot d_j) \quad k = i, \dots, j-1$$

이미 계산된 값

$$D_{11} \quad D_{12} \quad D_{13} \quad D_{14} \quad \dots \quad D_{1n} \rightarrow \text{당도율}$$
$$D_{22} \quad D_{23} \quad D_{24}$$
$$D_{33} \quad D_{34} \quad D_{35}$$

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{4}$

11

4180