naive gaussian elimination

- pivot은 0이 아니어야 한다.

- complexity : $\frac{n^3}{3} + n^2 - \frac{n}{3}$ ≈ $O(n^3)$

- pivot이 비교적 작으면 round off error ↑

  relative error

gaussian elimination w. scaled partial pivoting

ill - conditioning

$A x = b$

Coefficient가 singular에 가까워질수록 조금의 변화에 답이 크게 바뀜

↓

$\det(A) ≈ 0$

— matrix norm

$\|A\|_1$

$\|A\|_2 = \sigma_{max}(A)$

$\|A\|_\infty$

$\|A\|_F$ ≋ 벡터의 L_2 norm

properties

-
-
-
- $\|AB\| \leq \|A\|\,\|B\|$

— Condition number ⟶ 의미있기 용이

$$\text{Cond}(A) = K(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| = \frac{\sigma_{max}(A)}{\sigma_{min}(A)}$$

$K(A) \approx 1$: Well

$K(A) \gg 1$: ill

$K(A) \to \infty$: Singular $K(A)$가 커질수록 Singular에 가까워짐.

Condition number 와 relative error 은 비례.