2. Boolean Algebra

Axioms

- Associative $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$
- Commutative $x \cdot y = y \cdot x$
- Identity Element e 에 대해 $e \cdot x = x \cdot e = x$
- Inverse $x \cdot y = e$
- Distributive $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot (x \cdot z)$

Huntington Postulates

- + 의 indentify element 0, $0 + x = x + 0 = x$
- • 의 identify element 1, $1 \cdot x = x \cdot 1 = x$
- + 는 distribute over •, $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$
- • 는 distribute over +, $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$
- $x + x' = 1$, $x \cdot x' = 0$

Duality

모든 + 와 • 바꾸기, 모든 0과 1 바꾸기

$(+)(+)(+)$ 형태일 때, 활용하기 좋음.

De Morgan's Law

$(x+y)' = x'y'$, $(x \cdot y)' = x' + y'$

Duality 활용 f' 찾기 :
f를 Dual 한 후, 변수에 not 하면 끝!

유용한 laws

$x + xy = x(1+y) = x \cdot 1 = x$ $\xleftrightarrow{\text{duality}}$ 도 성립!

$xy + xy' = x(y+y') = x \cdot 1 = x$

$x + x'y = (x+x')(x+y) = x+y$

$xy + x'z + yz = xy + x'z + (x+x')yz$

$= xy + x'z + xyz + x'yz$

$= xy(1+z) + x'z(1+y)$

$= xy + x'z$

Minterm Maxterm

- Sum of Minterms $\xleftrightarrow{\text{Duality}}$ • Product of Maxterms

1이 되는 것들을 + 해서 표현 / 0이 되는 것들을 • 해서 표현

$m_0 + m_6 = \Sigma(0,6)$

$= x'y'z' + xyz'$

m_0, m_6이 1일 때.

$M_0 + M_6 = \Pi(0,6)$

$= (x'+y'+z')(x+y+z')$

M_0, M_6이 0일 때.

NAND NOR XOR

NAND $x \uparrow y = (x \cdot y)'$

NOR $x \downarrow y = (x + y)'$

☆ $(x \uparrow y) \uparrow z \neq x \uparrow (y \uparrow z)$ 불가!

$x \uparrow y \uparrow z = (x \cdot y \cdot z)'$ 이렇게 됨.

XOR $A'B + AB' = A \oplus B$

$AB + A'B' = (A \oplus B)'$

$A \oplus B \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ 가능!