

# Compito Scritto di Informatica Teorica

I appello estivo 2016

16 giugno 2016

## Esercizio 1

Dati due linguaggi ricorsivi  $L_1$  e  $L_2$ , dimostrare che:

1. l'unione  $L_1 \cup L_2$  è un linguaggio ricorsivo;
2. la concatenazione  $L_1 L_2$  è un linguaggio ricorsivo;
3. la chiusura di Kleene  $L_1^*$  è un linguaggio ricorsivo.

Si rammenti che:

1.  $L_1 \cup L_2 = \{ w \mid w \in L_1 \text{ oppure } w \in L_2 \}$  ;
2.  $L_1 L_2 = \{ w \mid \exists w_1 \in L_1 \text{ e } \exists w_2 \in L_2 : w = w_1 w_2 \}$  ;

3.  $L_1^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L_1^i$  .

## Esercizio 2

Sia  $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$  una funzione iniettiva, che conserva la lunghezza e computabile in tempo polinomiale. Si consideri il linguaggio  $L$  delle stringhe binarie  $y$  per le quali esiste una stringa binaria  $x$  tale che  $f(x) = y$  e la prima lettera di  $x$  è uguale a 1. Dimostrare che  $L \in NP \cap co-NP$ .