Esami Informatica Teorica
Indecidibilità

Ede Boanini

Esercizio 1

Sia M una MdT deterministica che accetta un linguaggio non decidibile (non ricorsivo) per stati finali. Dimostrare che il problema dell'arresto per M non è decidibile, vale a dire, che non esiste una macchina di Turing che, presa in input una stringa w , determina (decide) se la computazione di M con input w termina oppure no.

Esercizio 2

Sia L il linguaggio costituito dalle terne $(R(M), w, q)$ tali che $R(M)$ è la rappresentazione di una macchina di Turing M che, fatta partire su input w, termina nello stato q. Dimostrare che L non è decidibile.

Esercizio 3

Si consideri il seguente problema:
Data una macchina di Turing M, determinare se esiste una stringa w sulla quale M termina.
Dimostrare che tale problema è indecidibile.

Esercizio 4

Si consideri il seguente problema:
Data una macchina di Turing a due nastri M e una stringa w, determinare se M, fatta partire su w scritta sul primo nastro, nel corso dell'esecuzione compie almeno unoperazione di scrittura sul secondo nastro.
Dimostrare che tale problema e indecidibile.

Esercizio 5

Si consideri il seguente problema:
Date due macchine di Turing M_1, M_2, determinare se il linguaggio accettato da M_1 è uguale al linguaggio accettato da M_2.

1. Descrivere il linguaggio formale associato a tale problema

2. Dimostrare che tale problema è indecidibile

Esercizio 6

Per ciascuno dei seguenti problemi, stabilire se esso è decidibile o indecidibile, giustificando la risposta. Si supponga che l'alfabeto di tutte le macchine di Turing sia {0,1}.

1. Date due MdT M_1, M_2, determinare se M_1 e M_2 accettano lo stesso linguaggio.
2. Date due MdT M_1, M_2, che terminano su ogni input, determinare se M_1 e M_2 accettano lo stesso linguaggio
3. Date due MdT M_1, M_2, che terminano su ogni input, determinare se M_1 e M_2 accettano le stesse stringhe di lunghezza al piú 100 ($|w| \leq 100$).

Esercizio 7

Si consideri il seguente problema:
Data una macchina di Turing M, determinare se il linguaggio $L(M)$ accettato da M ha la seguente proprieta: ogni volta che la stringa $w = w_1 w_2 \cdots w_n \in L(M)$, anche la stringa rovesciata $w^R = w_n w_{n-1} \cdots w_1 \in L(M)$.
Dimostrare che tale problema e indecidibile.

Esercizio 8

Dimostrare ch il linguaggio L_{Halt} del problema dell'arresto non è riducibile a $L_{\emptyset}$.
Ricordo che:

$$L_{Halt} = \{R(M) \mid M \text{ termina su } w\}$$

e che

$$L_{\emptyset} = \{R(M) \mid L(M) = \emptyset\}$$

Esercizio 9

Una MdT M si dice riproducibile quando esiste un'altra MdT M' che accetta lo stesso linguaggio di M. Indichiamo con $L(M)$ il linguaggio (semidecidibile) accettato da una generica MdT M. Stabilire se ciascuno dei seguenti problemi è decidibile o indecidibile, giustificando la risposta.

1. Dato un linguaggio semidecidibile L, determinare se esiste una MdT riproducibile M t.c. $L = L(M)$.
2. Dato un linguaggio semidecidibile L, determinare se esiste una MdT riproducibile M avente meno di 10 stati t.c. $L = L(M)$.

3. Dato un linguaggio semidecidibile L, determinare se esiste una MdT riproducibile M avente più di 10 stati t.c. $L = L(M)$