

Sears Zemansky – CAP 1 (Unidades cantidades físicas vectores)**1) Introducción**

La física es una ciencia *experimental*. Los físicos observan los fenómenos naturales e intentan encontrar los patrones y principios que los describen. Buscar la regularidad de los fenómenos. Luego encontrar una forma de explicarlos en términos de otros fenómenos conocidos.

En física se crean modelos. De esta manera se desarrolla una teoría física.

En física, un **modelo** es una **versión simplificada de un sistema físico demasiado complejo** como para analizarse con todos sus pormenores.

Ejemplo: Lanzamiento de una pelota: La suponemos perfectamente esférica; despreciamos la resistencia del aire, la suponemos homogénea; despreciamos la variación de la atracción gravitatoria a medida que cambia su distancia al centro de la tierra; la consideramos puntual, es decir de dimensiones reducidas y despreciable respecto de las medidas que realizamos (ej distancia horizontal recorrida).

Modelo: masas puntuales, cuerpos rígidos, aislantes ideales, conductores ideales, etcétera

Ejemplos de modelos: el **modelo atómico planetario** (Rutherford): el átomo tiene una estructura similar a la del sistema solar. Reemplaza al modelo anterior del “budín de pasas”.

El modelo atómico de Thomson es una teoría sobre la estructura atómica propuesta en 1904 por J.J. Thomson (quien descubrió el electrón en 1897). En el modelo, el átomo está compuesto por electrones de carga negativa dispersos alrededor de un centro positivo, incrustados en este al igual que las pasas de un pudín.

El modelo planetario de Ernst Rutherford explica los resultados de su experimento de bombardear una lámina de oro con partículas alfa (núcleos de helio, cargas positivas), en el que algunas partículas se desviaban (por choque con el núcleo positivo del átomo) y otras pasaban de largo. Llegó a la conclusión de que la masa del átomo se concentraba en una región pequeña de cargas positivas que impedían el paso de las partículas alfa. Los electrones (cargas negativas) giran alrededor de manera similar a los planetas alrededor del sol.

El desarrollo de la teoría física exige creatividad en cada etapa. El físico debe aprender a hacer las preguntas adecuadas, a diseñar experimentos para tratar de contestarlas y a deducir conclusiones apropiadas de los resultados.

El desarrollo de teorías físicas es un proceso bidireccional, que comienza y termina con observaciones o experimentos.

Richard Feynman: como se busca una nueva ley física? Primero **se adivina**. Luego **se calculan las consecuencias** de esta suposición, Finalmente se **comparan** los resultados con la realidad (experimentos y observación). Si no está de acuerdo con los experimentos, la suposición es incorrecta. Y el proceso comienza nuevamente.

Ninguna teoría se considera como la verdad final o **definitiva**. Siempre hay la posibilidad de que nuevas observaciones obliguen a modificarla o desecharla. Nunca probaremos que una teoría siempre es correcta.

Por ejemplo la teoría geocéntrica (Aristóteles y otros) y la heliocéntrica (Copernico y otros). Luego, vino la de la relatividad que consideraba unos fenómenos observados que no podían explicarse con la teoría vigente, se apartaban de los resultados esperados.

Las teorías tienen un **rango de validez**. Por ejemplo, para velocidades pequeñas la mecánica de Newton da buenos resultados. Para velocidades grandes (cercanas a la velocidad de la luz) aparecen efectos relativistas, que requieren correcciones. Una teoría más amplia que considera estos efectos es preferible a otra. La mecánica de Newton es un caos particular de las ecuaciones de Einstein a bajas velocidades.

2) Resolución de problemas

Sears Zemansky plantea una estrategia de 4 pasos.

Identificar – que conceptos son de utilidad en este problema; listar los datos del problema y cuáles son las magnitudes que pide determinar

Planear – elegir cuales ecuaciones describen el fenómeno planteado; acompañar con un dibujo o esquema

Ejecutar – realizar los cálculos

Evaluar - análisis crítico de resultados:

La magnitud obtenida es razonable? Si calculo una resistencia eléctrica no puede ser un número negativo; una velocidad no puede ser mayor a la de la luz; etc

Las unidades son consistentes? Las velocidades no pueden dar metros cuadrados, ej

3) Unidades

Medir es comparar con un patrón de referencia. Siempre indicar las unidades.

Prefijos: Kilo, Mega, Giga, Tera, Peta, Exa (potencia de 3, 6, 9, 12, 15, 18)
 Centi, deci, mili, micro, nano, pico (potencia de -2, -1, -3, -6, -9, -12)

$$2^{10} = 1024$$

4) Errores en la medición

Absoluto y relativo

56.47 + - 0.02 mm, esto implica que el valor se encuentra entre: menor que 56.49 mm o mayor que 56.45 mm (Error Absoluto)

47 ohm + - 10%, es decir + - 4,7. Los límites son 42,3 y 51,7. (Error Relativo)

Cifras significativas

Ej 0,75 mmm. Son 3 cifras significativas. La incertidumbre se da en la última cifra ("5").

Propagación de errores

Cuando usamos números con incertidumbre para calcular otros números, el resultado también es incierto. Al multiplicar o dividir números, el resultado no puede tener más cifras significativas que el factor con menos cifras significativas.

Cuando sumamos y restamos números, lo que importa es la ubicación del punto decimal.

Ej: $123.62 + 8.9 = 132.5$. Aunque 123.62 tiene una incertidumbre aproximada de 0.01, la de 8.9 sería de 0.1, así que la suma debe tener esta misma incertidumbre (0.1) y escribirse como 132.5, no 132.52. Vale el menor número de dígitos a la derecha del punto decimal.

Ej: Cálculo de PI. dibuje un círculo grande, y mida el diámetro y la circunferencia al milímetro más cercano: obtendrá los valores de 424 mm y 135 mm, los cuales dividirá con su calculadora para obtener 3.140740741, lo cual parecería no coincidir con el valor real de PI, pero tenga en cuenta que cada una de sus mediciones tiene tres cifras significativas, de manera que el valor calculado de PI:

igual a (424 mm) / (135 mm), sólo puede tener 3 cifras significativas y debería darse simplemente como 3.14. Dentro del límite de 3 cifras significativas, este valor sí coincide con el valor verdadero.

5) Notación científica

Ej: 384,000,000 m = 3.84×10^8 m

Es una sola cifra significativa antes de la coma

6) Vectores (revisión)

Ejemplos de magnitudes **vectoriales**: desplazamiento, velocidad, aceleración, fuerza,
Indica: magnitud, dirección y sentido

Otras magnitudes: temperatura, densidad, ... son magnitudes a secas, o "**escalares**"

Propiedades de los vectores (revisión):

Definición 1 Igualdad de vectores. Dos vectores columna (o renglón) **a** y **b** son *iguales* si y sólo si* tienen el mismo número de componentes y sus componentes corres-

pondientes son iguales. En símbolos, los vectores $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ y $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ son iguales si y sólo si $a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_n = b_n$.

Definición 2 Suma de vectores. Sean $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ y $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ n -vectores. Entonces la suma de **a** y **b** se define com

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{pmatrix}$$

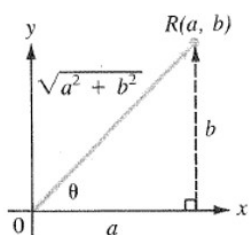
Definición 3 Multiplicación de vectores por un escalar. Sea $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ un vector y α un esca lar. Entonces el producto $\alpha \mathbf{a}$ está dado por

$$\alpha \mathbf{a} = \begin{pmatrix} \alpha a_1 \\ \alpha a_2 \\ \vdots \\ \alpha a_n \end{pmatrix}$$

Esto es, al multiplicar un vector por un escalar simplemente multiplicamos cada componente del vector por el escalar.

El **módulo** de un vector **V** es un *escalar*.

$$|\mathbf{v}| = \text{magnitud de } \mathbf{v} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{dirección del vector } \mathbf{v} = (a, b)$$



ángulo θ que forma el vector con la parte positiva del eje x .

$$0 \leq \theta < 2\pi. \quad \tan \theta = \frac{b}{a}$$

OPERACIONES CON VECTORES - PRODUCTO ESCALAR

Si $\mathbf{u} = (a_1, b_1)$ y $\mathbf{v} = (a_2, b_2)$, entonces

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = a_1 a_2 + b_1 b_2$$

El resultado del producto escalar de un vector por sí mismo es el cuadrado del módulo del vector dado.

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = [A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}] [A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}] = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = \|\mathbf{A}\|^2$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{u}| |\mathbf{v}| \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$

PRODUCTO VECTORIAL (o PRODUCTO CRUZ)

Definición 1 Producto vectorial. Sea $\mathbf{u} = a_1\mathbf{i} + b_1\mathbf{j} + c_1\mathbf{k}$ y $\mathbf{v} = a_2\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + c_2\mathbf{k}$. Entonces el *producto cruz* (o *vectorial*) de \mathbf{u} y \mathbf{v} , denotado $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$, es un nuevo vector definido por

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (b_1c_2 - c_1b_2)\mathbf{i} + (c_1a_2 - a_1c_2)\mathbf{j} + (a_1b_2 - b_1a_2)\mathbf{k}$$

Hay una manera más sencilla de recordar esta mecánica y es expresándolo en forma de determinante.

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} &= \mathbf{i} \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} - \mathbf{j} \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} + \mathbf{k} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \\ &= (b_1c_2 - c_1b_2)\mathbf{i} + (c_1a_2 - a_1c_2)\mathbf{j} + (a_1b_2 - b_1a_2)\mathbf{k} \end{aligned}$$

Que pasa si calculo el producto escalar entre dos vectores: \mathbf{u} y $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$. También calculo el producto escalar entre dos vectores: \mathbf{v} y $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$.

$$\mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = a_1 (b_1c_2 - c_1b_2) + b_1(c_1a_2 - a_1c_2) + c_1(a_1b_2 - b_1a_2)$$

$$\mathbf{v} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = a_2 (b_1c_2 - c_1b_2) + b_2(c_1a_2 - a_1c_2) + c_2(a_1b_2 - b_1a_2)$$

Desarrollando resulta que en los dos casos el resultado es **CERO**.

El vector resultante del producto vectorial es perpendicular a los dos vectores, por lo tanto es perpendicular al plano definido por los vectores \mathbf{u} y \mathbf{v} .
