qué determina hacia dónde se mueven los restos después del choque?

cómo decide la dirección que debe dar a la bola blanca para meter la bola 8?

Dos conceptos nuevos, momento lineal e impulso y una nueva ley de conservación, la de conservación del momento lineal, tan importante como la de conservación de la energía.

Segunda ley de Newton en términos del momento lineal

Consideremos una partícula de masa constante m. (Más adelante, en este mismo capítulo, veremos cómo manejar situaciones en las que la masa de un cuerpo cambia.) Puesto que $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, podemos escribir la segunda ley de Newton para esta partícula así:

$$\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

Podemos introducir m en la derivada porque es constante. Así, la segunda ley de Newton dice que la fuerza neta $\sum \vec{F}$ que actúa sobre una partícula es igual a la rapidez de cambio de la combinación $m\vec{v}$, el producto de la masa y la velocidad de la partícula. Llamamos a esta combinación **momento lineal** de la partícula. Si usamos el símbolo $\vec{p}$ para el momento lineal, tenemos

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad \text{(definición de momento lineal)}$$

Es una cantidad vectorial. Es un vector proporcional al vector velocidad, tendrá magnitud y dirección. Puedo expresar en componentes.

Las unidades de la magnitud del momento lineal son las de masa por rapidez; las unidades del SI para momento lineal son kg · m/s.

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \text{(segunda ley de Newton en términos de momento lineal)}$$

La fuerza neta (la suma vectorial de todas las fuerzas) que actúa sobre una partícula es igual a la rapidez de cambio del momento lineal de la partícula.

Un cambio grande del momento lineal (como cantidad vectorial) requiere una fuerza grande.

IMPULSO DE UNA FUERZA CONSTANTE

Si una fuerza constante actúa durante un tiempo dado se define el impulso de la siguiente forma:

El **impulso** de la fuerza neta, denotado con $\vec{J}$, se define como el producto de la fuerza neta y el intervalo de tiempo:

$$\vec{J} = \Sigma\vec{F}(t_2 - t_1) = \Sigma\vec{F}\,\Delta t \quad \text{(suponiendo una fuerza neta contante)} \quad (8.5)$$

El impulso es una cantidad vectorial; su dirección es la de la fuerza neta $\Sigma\vec{F}$ y su magnitud es el producto de la magnitud de la fuerza neta y el tiempo en que ésta ac- túa.

Las unidades de impulso en el SI son newton-segundo $(\mathrm{N \cdot s})$. Dado que $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg \cdot m/s^2}$, las unidades también son $\mathrm{kg \cdot m/s}$, idénticas a las del momento lineal.

Volviendo a la 2da Ley de Newton en función del momento lineal resulta:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t_2 - t_1}$$

$$\Sigma\vec{F}(t_2 - t_1) = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad \text{(teorema del impulso y el momento lineal)}$$

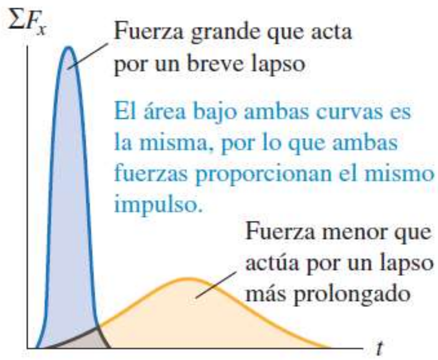
El cambio del momento lineal de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual al impulso de la fuerza neta que actúa sobre la partícula durante ese intervalo.

Si la fuerza no es constante:

$$\int_{t_1}^{t_2} \Sigma\vec{F}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt}\,dt = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

La integral de la izquierda es, por definición, el impulso $\vec{J}$ de la fuerza neta $\Sigma\vec{F}$ durante este intervalo:

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma\vec{F}\,dt \quad \text{(definición general de impulso)}$$



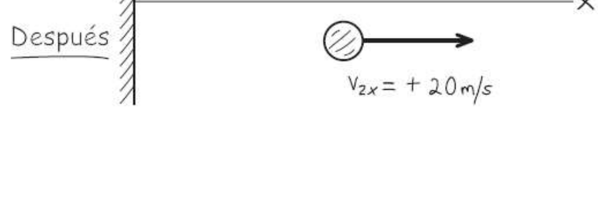
Ejemplo 1:

Apliquemos la distinción entre momento lineal y energía cinética. Suponga que puede elegir entre atrapar una pelota de 0.50 kg que se mueve a 4.0 m/s o una de 0.10 kg que se mueve a 20 m/s. ¿Cuál es más fácil de atrapar? Ambas tienen la misma magnitud de momento lineal, $p = mv = (0.50\ \text{kg})(4.0\ \text{m/s}) = (0.10\ \text{kg})(20\ \text{m/s}) = 2.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$, pero valores muy diferentes de energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$; la bola grande y lenta tiene $K = 4.0$ J, mientras que la pequeña y rápida tiene $K = 20$ J. ?

Puesto que el momento lineal es igual para ambas bolas, las dos requieren el mismo *impulso* para detenerse. Pero detener la bola de 0.10 kg con la mano requiere cinco veces más *trabajo* que detener la de 0.50 kg, porque la primera tiene cinco veces más energía cinética. Por lo tanto, para una fuerza dada que ejerzamos con la mano, tardaremos el mismo tiempo en detener cualquiera de las bolas, pero nuestra mano será empujada cinco veces más hacia atrás si decidimos atrapar la bola pequeña y rápida. Para minimizar el esfuerzo, debemos optar por atrapar la bola de 0.50 kg con su menor energía cinética.

Ejemplo 2:

Suponga que lanza una pelota de 0.40 kg contra una pared, a la cual golpea moviéndose horizontalmente hacia la izquierda a 30 m/s y rebotando horizontalmente a la derecha con rapidez de 20 m/s. a) Calcule el impulso de la fuerza neta sobre la pelota durante el choque. b) Si la pelota está en contacto con la pared durante 0.010 s, calcule la fuerza horizontal media que la pared ejerce sobre la pelota durante el impacto.



$$p_{1x} = mv_{1x} = (0.40\ \text{kg})(-30\ \text{m/s}) = -12\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$
$$p_{2x} = mv_{2x} = (0.40\ \text{kg})(+20\ \text{m/s}) = +8.0\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

$$J_x = p_{2x} - p_{1x}$$
$$= 8.0\ \text{kg}\cdot\text{m/s} - (-12\ \text{kg}\cdot\text{m/s}) = 20\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = 20\ \text{N}\cdot\text{s}$$

El choque dura $t_2 - t_1 = \Delta t = 0.010$ s.

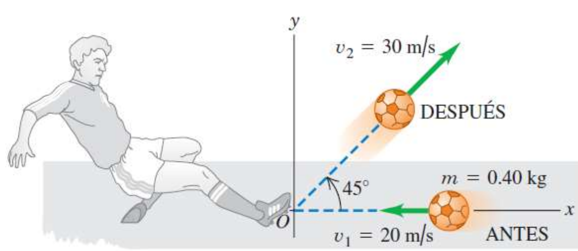
$$J_x = (F_{\text{med}})_x(t_2 - t_1) = (F_{\text{med}})_x\,\Delta t,$$

$$(F_{\text{med}})_x = \frac{J_x}{\Delta t} = \frac{20\ \text{N}\cdot\text{s}}{0.010\ \text{s}} = 2000\ \text{N}$$

Si la pelota es relativamente rígida, como una de béisbol o de golf, el choque dura poco tiempo y la fuerza máxima es grande, el gráfico será empinado como el azul. Si la pelota es más blanda, como una de tenis, el choque dura más tiempo y la fuerza máxima es menor.

Ejemplo 3:

Un balón de soccer tiene una masa de 0.40 kg e inicialmente se mueve hacia la izquierda a 20 m/s, pero luego es pateado de manera que adquiere una velocidad con magnitud de 30 m/s y dirección de 45° hacia arriba y a la derecha. Calcule el impulso de la fuerza neta y la fuerza neta media, suponiendo que el choque dura Delta t = 0.010 s.



$$v_{1x} = -20\ \text{m/s} \qquad v_{1y} = 0$$
$$v_{2x} = v_{2y} = (30\ \text{m/s})(0.707) = 21.2\ \text{m/s}$$

$$J_x = p_{2x} - p_{1x} = m(v_{2x} - v_{1x})$$
$$= (0.40\ \text{kg})[21.2\ \text{m/s} - (-20\ \text{m/s})] = 16.5\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$
$$J_y = p_{2y} - p_{1y} = m(v_{2y} - v_{1y})$$
$$= (0.40\ \text{kg})(21.2\ \text{m/s} - 0) = 8.5\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

$$(F_{\text{med}})_x = \frac{J_x}{\Delta t} = 1650\ \text{N} \qquad (F_{\text{med}})_y = \frac{J_y}{\Delta t} = 850\ \text{N}$$

$$F_{\text{med}} = \sqrt{(1650\ \text{N})^2 + (850\ \text{N})^2} = 1.9 \times 10^3\ \text{N}$$

$$\theta = \arctan\frac{850\ \text{N}}{1650\ \text{N}} = 27^\circ$$

La dirección de fuerza media y velocidad final NO coinciden, porque había una velocidad inicial diferente de cero.

NOTAR: durante el breve lapso que dura el choque, podemos ignorar las demás fuerzas (por ejemplo la gravedad) sobre la pelota y obtener una aproximación muy buena

----

CONSERVACION DEL MOMENTO LINEAL

En la interacción entre dos cuerpos (o dos partículas).

Consideremos a los astronautas como partículas. Cada partícula ejerce una fuerza sobre la otra; según la tercera ley de Newton, las dos fuerzas siempre son iguales en magnitud y opuestas en dirección.

Por lo tanto, los impulsos que actúan sobre las dos partículas son iguales y opuestos, y los cambios de momento lineal de las dos partículas serán iguales y opuestos.

las fuerzas que las partículas del sistema ejercen entre sí se denominan **fuerzas internas**; las ejercidas sobre cualquier parte del sistema por algún objeto externo son **fuerzas externas**.

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} \qquad \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{p}_B}{dt}$$

por la tercera ley de Newton: las dos fuerzas, $\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$ y $\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$

son iguales en magnitud y opuestas

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} = -\vec{F}_{A \text{ sobre } B},$$

así que $\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \mathbf{0}$.

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt} = \mathbf{0}$$

definimos el **momento lineal total P** del sistema de dos partículas como la suma vectorial de los momentos lineales de las partículas individuales.

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B$$

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 0$$

El momento lineal total del sistema es constante. Ojo: los momentos lineales individuales de cada partícula cambian (vectorialmente).

Principio de conservación del momento lineal

Si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre un sistema es cero, el momento lineal total del sistema es constante.

Esto es independiente de la naturaleza de las fuerzas internas que actúen en el sistema.

La conservación aplica a cada componente Px Py Pz.

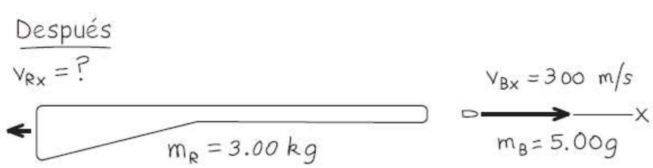
EJEMPLO: Retroceso de un rifle 8.4, S-Z

Un tirador sostiene holgadamente un rifle de masa mR = 3.00 kg, de manera que pueda retroceder libremente al hacer un disparo. Dispara una bala de masa mB = 5.00 g con una velocidad horizontal relativa al suelo de vBx = 300 m/s. ¿Qué velocidad de retroceso vRx tiene el rifle? ¿Qué momento lineal y energía cinética finales tiene la bala? ¿Y el rifle?

Inicialmente, el rifle y la bala están en reposo, así que la componente x inicial del momento lineal total es cero.

$$P_x = 0 = m_B v_{Bx} + m_R v_{Rx}$$

$$v_{Rx} = -\frac{m_B}{m_R} v_{Bx} = -\left(\frac{0.00500 \text{ kg}}{3.00 \text{ kg}}\right)(300 \text{ m/s}) = -0.500 \text{ m/s}$$



El momento lineal y la energía cinética de la bala al final son

$$p_{Bx} = m_B v_{Bx} = (0.00500\ \text{kg})(300\ \text{m/s}) = 1.50\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$
$$K_B = \tfrac{1}{2} m_B v_{Bx}^2 = \tfrac{1}{2}(0.00500\ \text{kg})(300\ \text{m/s})^2 = 225\ \text{J}$$

Para el rifle, el momento lineal y la energía cinética finales son

$$p_{Rx} = m_R v_{Rx} = (3.00\ \text{kg})(-0.500\ \text{m/s}) = -1.50\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$
$$K_R = \tfrac{1}{2} m_R v_{Rx}^2 = \tfrac{1}{2}(3.00\ \text{kg})(-0.500\ \text{m/s})^2 = 0.375\ \text{J}$$

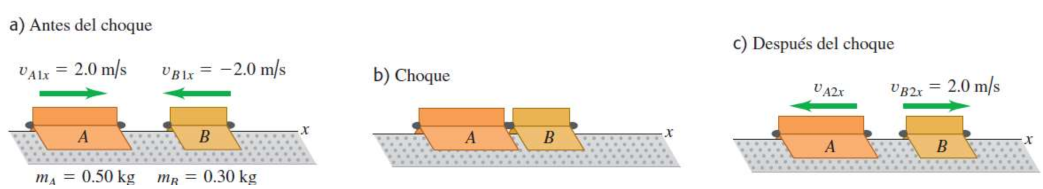
Por que se apoya el rifle en el hombro? La masa del rifle mR es sustituida por la suma de la masa del tirador y la del rifle, y la rapidez de retroceso es mucho menor en este caso.

La bala y el rifle tienen momentos lineales iguales y opuestas después de la interacción porque se sometieron a fuerzas iguales y opuestas durante el mismo tiempo (es decir, impulsos iguales y opuestos).

CHOQUE

En línea recta EJEMPLO 8.5, S-Z

Dos deslizadores se acercan uno al otro sobre un riel de aire sin fricción. Después de chocar el deslizador B se aleja con velocidad final de 12.0 m/s. ¿Qué velocidad final tiene el deslizador A?



Antes del choque:

$$P_x = m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x}$$
$$= (0.50\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) + (0.30\ \text{kg})(-2.0\ \text{m/s})$$
$$= 0.40\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Después del choque:

$$P_x = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$v_{A2x} = \frac{P_x - m_B v_{B2x}}{m_A} = \frac{0.40\ \text{kg} \cdot \text{m/s} - (0.30\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s})}{0.50\ \text{kg}} = -0.40\ \text{m/s}$$

El cambio en la componente x del momento lineal del deslizador A es

$$m_A v_{A2x} - m_A v_{A1x} = (0.50\ \text{kg})(-0.40\ \text{m/s}) - (0.50\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) = -1.2\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

y el cambio en la componente x del momento lineal del deslizador B es

$$m_B v_{B2x} - m_B v_{B1x} = (0.30\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) - (0.30\ \text{kg})(-2.0\ \text{m/s}) = +1.2\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

Los cambios de momento lineal son iguales y opuestos.

Los cambios de velocidad dependerán de las masas, será mayor en la masa menor.

Para A, $v_{A2x} - v_{A1x} = (-0.40\ \text{m/s}) - 2.0\ \text{m/s} = -2.4\ \text{m/s};$

para B, $v_{B2x} - v_{B1x} = 2.0\ \text{m/s} - (-2.0\ \text{m/s}) = +4.0\ \text{m/s}.$

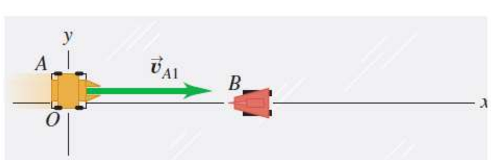
Notar: Cuando una vagoneta choca con un automóvil de tamaño normal, ambos vehículos sufren el mismo cambio en su momento lineal. Sin embargo, los ocupantes del automóvil se someten a una aceleración considerablemente mayor (y una probabilidad considerablemente mayor de sufrir lesiones) que los de la vagoneta.

CHOQUE

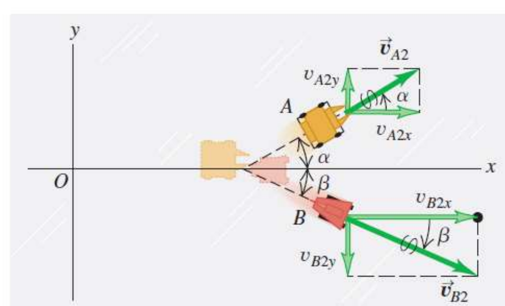
En un plano EJEMPLO 8.6, S-Z

Dos robots combaten. El robot A, con masa de 20 kg, se mueve inicialmente a 2.0 m/s paralelo al eje x. Choca con el robot B, cuya masa es de 12 kg y está inicialmente en reposo. Después del choque, el robot A se mueve a 1.0 m/s en una dirección que forma un ángulo de 30° con su dirección inicial. ¿Qué velocidad final tiene el robot B?

a) Antes del choque



b) Después del choque



En el eje x:

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$v_{B2x} = \frac{m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} - m_A v_{A2x}}{m_B}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} (20\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) + (12\ \text{kg})(0) \\ -(20\ \text{kg})(1.0\ \text{m/s})(\cos 30°) \end{bmatrix}}{12\ \text{kg}} = 1.89\ \text{m/s}$$

En el eje y:

$$m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y}$$

$$v_{B2y} = \frac{m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} - m_A v_{A2y}}{m_B}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} (20\ \text{kg})(0) + (12\ \text{kg})(0) \\ -(20\ \text{kg})(1.0\ \text{m/s})(\text{sen}\, 30°) \end{bmatrix}}{12\ \text{kg}} = -0.83\ \text{m/s}$$

La velocidad final de B será:

$$v_{B2} = \sqrt{(1.89\ \text{m/s})^2 + (-0.83\ \text{m/s})^2} = 2.1\ \text{m/s}$$

Con un ángulo: $$\beta = \arctan \frac{-0.83\ \text{m/s}}{1.89\ \text{m/s}} = -24°$$

Análisis de las componentes del momento lineal:

componente x es $m_A v_{A1x} = (20\ \text{kg})\ (2.0\ \text{m/s}) = 40\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$ y la com-ponente y es cero.

Después del choque, el momento lineal en x del ro bot A es $m_A v_{A2x} = (20\ \text{kg})\ (1.0\ \text{m/s})\ (\cos 30°) = 17\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$,

robot B es $m_B v_{B2x} = (12\ \text{kg})\ (1.89\ \text{m/s}) = 23\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$:

el momento lineal total en x es de $40\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$ igual que antes del choque

----

CHOQUE

Si las fuerzas entre los cuerpos son mucho mayores que las externas, como suele suceder en los choques, podemos ignorar las fuerzas externas y tratar los cuerpos como un sistema aislado. El momento lineal se conserva y el momento lineal total del sistema tendrá el mismo valor antes y después del choque.

Si las fuerzas entre los cuerpos son conservativas, de manera que no se pierde ni gana energía mecánica en el choque, la energía cinética total del sistema es la misma antes y después. Esto se denomina **choque elástico**. Ej: bolas de billar.

Un choque en el que la energía cinética total final es menor que la inicial es un **choque inelástico**. Ej: una albóndiga que cae en un plato de espagueti y una bala que se incrusta en un bloque de madera. (aparecen deformaciones que absorben parte de la en. mecánica inicial)

Un choque inelástico en el que los cuerpos se pegan y se mueven como uno solo después del choque es un **choque totalmente inelástico**.

1) **Choque totalmente inelásticos**

Dado que los cuerpos quedan pegados después del choque, tienen la misma velocidad final $\mathbf{V_2}$

$$\vec{\boldsymbol{v}}_{A2} = \vec{\boldsymbol{v}}_{B2} = \vec{\boldsymbol{v}}_2$$

La conservación del momento lineal da la relación

$$m_A\vec{\boldsymbol{v}}_{A1} + m_B\vec{\boldsymbol{v}}_{B1} = (m_A + m_B)\vec{\boldsymbol{v}}_2 \qquad \text{(choque totalmente inelástico)}$$

Si conocemos las masas y las velocidades iniciales, podremos calcular la velocidad final común.

Ej 1: **Va** en el eje x; **B** inicialmente en reposo.

la componente x de velocidad después del choque v_{2x}, común a ambos cuerpos, es

$$v_{2x} = \frac{m_A}{m_A + m_B}v_{A1x} \qquad \text{(choque totalmente inelástico, } B \text{ en reposo)}$$

Verifiquemos que la energía cinética total después de este choque totalmente inelástico es menor que antes. El movimiento es sólo sobre el eje x, por lo que las energías cinéticas K_1 y K_2 antes y después del choque, respectivamente, son

$$K_1 = \tfrac{1}{2}m_A v_{A1x}{}^2$$

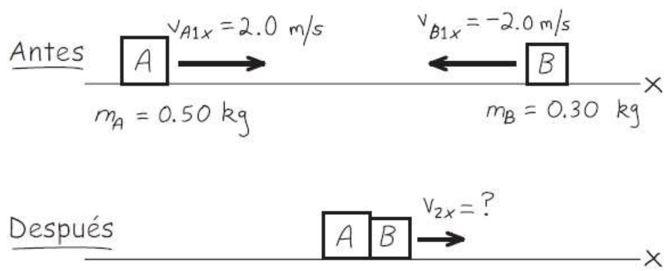
$$K_2 = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B)v_{2x}{}^2 = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B)\left(\frac{m_A}{m_A + m_B}\right)^2 v_{A1x}{}^2$$

El cociente de las energías cinéticas final e inicial es

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_A}{m_A + m_B} \qquad \text{(choque totalmente inelástico, } B \text{ en reposo)}$$

Ejemplo 8.7 S-Z

Suponga que, en el choque descrito en el ejemplo 8.5 (sección 8.2), los deslizadores no rebotan, sino que quedan pegados después del choque. Las masas y velocidades iniciales son las mismas que en el ejemplo 8.5. Calcule la velocidad final común $v2x$ y compare las energías cinéticas inicial y final del sistema. (El movimiento es en un eje)



$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = (m_A + m_B) v_{2x}$$

$$v_{2x} = \frac{m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x}}{m_A + m_B}$$

$$= \frac{(0.50\ \mathrm{kg})(2.0\ \mathrm{m/s}) + (0.30\ \mathrm{kg})(-2.0\ \mathrm{m/s})}{0.50\ \mathrm{kg} + 0.30\ \mathrm{kg}}$$

$$= 0.50\ \mathrm{m/s}$$

Puesto que v2x es positiva, los deslizadores se mueven juntos a la derecha (dirección + x) después del choque.

En cinética antes del choque:

$$K_A = \tfrac{1}{2} m_A v_{A1x}{}^2 = \tfrac{1}{2}(0.50\ \mathrm{kg})(2.0\ \mathrm{m/s})^2 = 1.0\ \mathrm{J}$$
$$K_B = \tfrac{1}{2} m_B v_{B1x}{}^2 = \tfrac{1}{2}(0.30\ \mathrm{kg})(-2.0\ \mathrm{m/s})^2 = 0.60\ \mathrm{J}$$

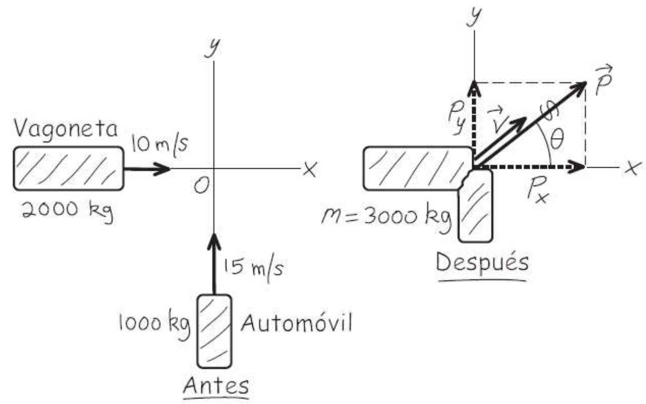
Desp del choque:

$$\tfrac{1}{2}(m_A + m_B) v_{2x}{}^2 = \tfrac{1}{2}(0.50\ \mathrm{kg} + 0.30\ \mathrm{kg})(0.50\ \mathrm{m/s})^2 = 0.10\ \mathrm{J}$$

Adonde va a para la Ec restante? Calor por el golpe, por ejemplo.

Ejemplo 8.9 S-Z

Un automóvil compacto de 1000 kg viaja al norte a 15 m/s, y en un cruce choca con una enorme vagoneta de 2000 kg que viaja al este a 10 m/s. Calcular la velocidad de los restos después del impacto.



$$P_x = p_{Cx} + p_{Tx} = m_C v_{Cx} + m_T v_{Tx} = (1000\ \text{kg})(0) + (2000\ \text{kg})(10\ \text{m/s}) = 2.0 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$P_y = p_{Cy} + p_{Ty} = m_C v_{Cy} + m_T v_{Ty} = (1000\ \text{kg})(15\ \text{m/s}) + (2000\ \text{kg})(0) = 1.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

La magnitud de $\vec{P}$ es

$$P = \sqrt{(2.0 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s})^2 + (1.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s})^2}$$
$$= 2.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

y su dirección está dada por el ángulo θ indicado en la figura 8.19, donde

$$\tan\theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{1.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{2.0 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}} = 0.75 \qquad \theta = 37°$$

El momento lineal total justo después del choque es el mismo que inmediatamente antes. Si no se desprenden piezas, la masa total de los restos es $M = m_C + m_T = 3000$ kg. Utilizando $\vec{P} = M\vec{V}$, la dirección de la velocidad $\vec{V}$ justo después del choque es la que tiene el momento lineal, y su magnitud es

$$V = \frac{P}{M} = \frac{2.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{3000\ \text{kg}} = 8.3\ \text{m/s}$$

La energía cinética total después del choque sea menor que antes.

La energía cinética inicial es 2.1 x 10^5 J, y la final, 1.0 x 10^5 J.

2) Choque elástico

Se conserva la energía cinética (al igual que el momento lineal); en una dimensión (eje x):

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1x}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1x}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2x}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2x}^2$$

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Con un cuerpo inicialmente en reposo:

$$v_{B1x} = 0 \qquad \frac{1}{2}m_A v_{A1x}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2x}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2x}^2$$

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Reacomodemos primero las ecuaciones (8.19) y (8.20) así:

$$m_B v_{B2x}^2 = m_A(v_{A1x}^2 - v_{A2x}^2) = m_A(v_{A1x} - v_{A2x})(v_{A1x} + v_{A2x}) \tag{8.21}$$

$$m_B v_{B2x} = m_A(v_{A1x} - v_{A2x}) \tag{8.22}$$

Ahora dividimos la ecuación (8.21) entre la (8.22) para obtener

$$v_{B2x} = v_{A1x} + v_{A2x} \tag{8.23}$$

Sustituimos esto en la ecuación (8.22) para eliminar v_{B2x}, y luego despejamos v_{A2x}:

$$m_B(v_{A1x} + v_{A2x}) = m_A(v_{A1x} - v_{A2x})$$

$$v_{A2x} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1x} \tag{8.24}$$

Por último, sustituimos este resultado en la ecuación (8.23) para obtener

$$v_{B2x} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1x} \tag{8.25}$$

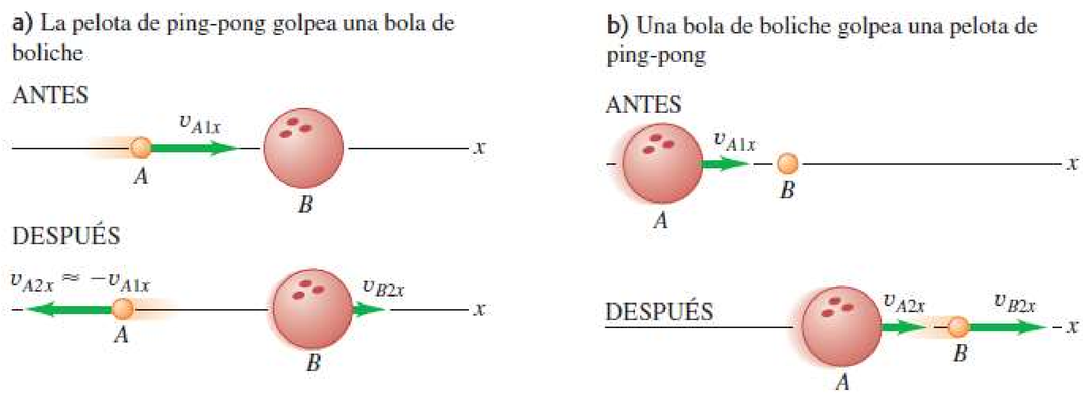
Podemos hacer algunas aproximaciones. Suponga que A es una pelota de pingpon y B es una bola de boliche.

A) Si **mA** es mucho menor que **mB**, la fracción de la ecuación (8.24) es aprox. igual a **-1**, y vA2x es casi igual a - vA1x.

La fracción de la ecuación (8.25) es **mucho menor que 1**, así que <u>vB2x es mucho menor que vA1x</u>.(la bola de boliche casi no se mueve).   Ver Fig A

B) A es la bola de boliche y B la de ping-pong, y **mA** es mucho mayor que **mB**. Entonces la fracción de la ecuación (8.24) es aprox. igual a **+ 1**, y vA2x es casi igual a - vA1x. (la bola pesada se sigue moviendo en la misma dirección con la misma velocidad).

La fracción de la ecuación (8.25) es **casi igual a 2**. (la bola de piung pong avanza en la misma dirección con velocidad doble).   Ver Fig B



Para una relación cualquiera de masas:

La ecuación (8.23) puede reescribirse así:

$$v_{A1x} = v_{B2x} - v_{A2x} \tag{8.26}$$

El miembro derecho es la velocidad de B relativa a A después del choque.

El miembro izquierdo es el *negativo* de la velocidad de B relativa a A antes del choque.

(ya que la vel de B inicial era CERO)

En general: **En un choque rectilíneo elástico de dos cuerpos, las velocidades relativas antes y después del choque tienen la misma magnitud pero signo opuesto.**

$$v_{B2x} - v_{A2x} = -(v_{B1x} - v_{A1x})$$

Esta ecuación vale para velocidades vectoriales (movimiento en el plano).

Ejemplo 8.10 S-Z

Repetiremos el experimento del riel de aire del ejemplo 8.5 (sección 8.2), pero agregando defensas de resorte ideal a los deslizadores para que el choque sea elástico. ¿Cuáles son las velocidades de A y B después del choque?

Por la conservación del momento lineal,

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$(0.50\text{ kg})(2.0\text{ m/s}) + (0.30\text{ kg})(-2.0\text{ m/s}) = (0.50\text{ kg})v_{A2x} + (0.30\text{ kg})v_{B2x}$$

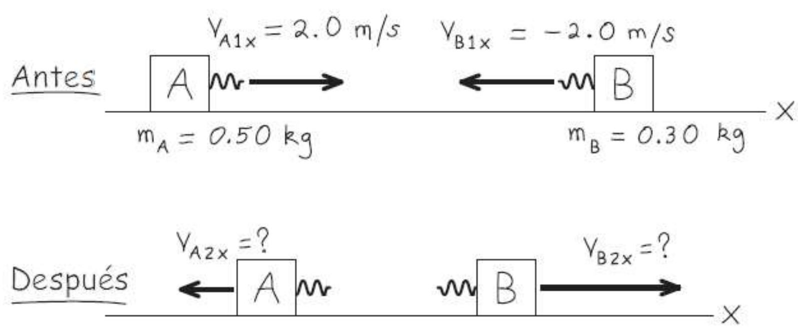
$$0.50v_{A2x} + 0.30v_{B2x} = 0.40\text{ m/s}$$

la ecuación (8.27), la relación de velocidades relativas para un choque elástico,

$$v_{B2x} - v_{A2x} = -(v_{B1x} - v_{A1x}) = -(-2.0\text{ m/s} - 2.0\text{ m/s}) = 4.0\text{ m/s}$$

Solución:

$$v_{A2x} = -1.0\text{ m/s} \qquad v_{B2x} = 3.0\text{ m/s}$$



Análisis:

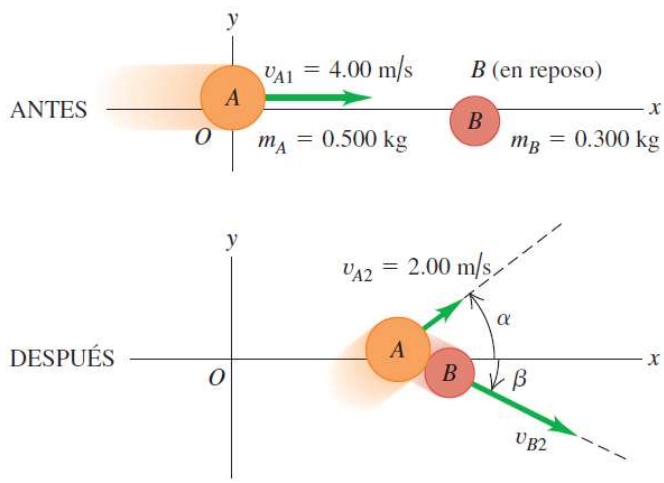
A (el deslizador con mayor masa) se mueve más lentamente después del choque que antes, así que pierde energía cinética. En contraste, *B* (el deslizador con menor masa) gana energía cinética, ya que se mueve más rápido después del choque que antes. La energía cinética *total* después del choque elástico es

$$\tfrac{1}{2}(0.50\text{ kg})(-1.0\text{ m/s})^2 + \tfrac{1}{2}(0.30\text{ kg})(3.0\text{ m/s})^2 = 1.6\text{ J}$$

Como esperábamos, esto es igual a la energía cinética total *antes* del choque (calculada en el ejemplo 8.7, sección 8.3).

Ejemplo 8.12 S-Z

La figura muestra un choque elástico de dos discos de hockey en una mesa sin fricción. El disco A tiene masa mA = 0.500 kg, y el B, mB = 0.300 kg. El disco A tiene velocidad inicial de 4.00 m/s en la dirección **+x** y velocidad final de 2.00 m/s en dirección desconocida. El disco B está inicialmente en reposo. Calcule la rapidez final vB2 del disco B y los ángulos **a** y **b** de la figura.



PLANTEAR: Las variables buscadas se indican en el enunciado del problema. Tenemos tres ecuaciones, las cuales bastarán para encontrar las tres incógnitas.

EJECUTAR: Puesto que el choque el elástico, las energías cinéticas inicial y final son iguales:

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2$$

$$v_{B2}^2 = \frac{m_A v_{A1}^2 - m_A v_{A2}^2}{m_B}$$

$$= \frac{(0.500\ \text{kg})(4.00\ \text{m/s})^2 - (0.500\ \text{kg})(2.00\ \text{m/s})^2}{0.300\ \text{kg}}$$

$$v_{B2} = 4.47\ \text{m/s}$$

Por la conservación de la componente x del momento lineal total:

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$(0.500\ \text{kg})(4.00\ \text{m/s}) = (0.500\ \text{kg})(2.00\ \text{m/s})(\cos\alpha) + (0.300\ \text{kg})(4.47\ \text{m/s})(\cos\beta)$$

y por la conservación de la componente y:

$$0 = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y}$$

$$0 = (0.500\ \text{kg})(2.00\ \text{m/s})(\text{sen}\,\alpha) - (0.300\ \text{kg})(4.47\ \text{m/s})(\text{sen}\,\beta)$$

Tenemos dos ecuaciones simultáneas para α y β. Lo más sencillo es eliminar β así: despejamos $\cos\beta$ de la primera ecuación y $\operatorname{sen}\beta$ de la segunda; luego elevamos al cuadrado las ecuaciones y las sumamos. Como $\operatorname{sen}^2\beta + \cos^2\beta = 1$, esto elimina β y deja una ecuación de la que podemos despejar $\cos\alpha$ y, por lo tanto, α. Luego sustituimos este valor en cualquiera de las dos ecuaciones y despejamos β. Dejamos que el lector resuelva los detalles en el ejercicio 8.44; los resultados son

$$\alpha = 36.9^\circ \qquad \beta = 26.6^\circ$$

EVALUAR: Una forma rápida de comprobar las respuestas es asegurarse de que el momento lineal y, que era cero antes del choque, siga siendo cero después. Los momentos lineales y de los discos son

$$p_{A2y} = (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})(\operatorname{sen}36.9^\circ) = +0.600\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$
$$p_{B2y} = -(0.300\text{ kg})(4.47\text{ m/s})(\operatorname{sen}26.6^\circ) = -0.600\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

La suma de estos valores es cero, como debe ser.