

动态规划

概念

动态规划是一种用途很广的问题求解方法，它本身并不是一个特定的算法，而是一种思想，一种手段

分类

- 线性动规
 - 线性结构上进行状态转移DP
 - 子集和问题
 - LIS问题（最长上升子序列）
 - LCS问题（最长公共子序列）
 - 子段和问题
- 区域动规
 - 区间模型的状态表示一般为 $d[i][j]$ ，表示区间 $[i, j]$ 上的最优解，然后通过状态转移计算出 $[i+1, j]$ 或者 $[i, j+1]$ 上的最优解，逐步扩大区间的范围，最终求得 $[1, len]$ 的最优解
- 树形动规
 - 状态图是一棵树，状态转移也发生在树上，父结点的值通过所有子结点计算完毕后得
- 背包动规
 - 背包九讲 <https://github.com/tianyicui/pack>
- 状态压缩模型
 - 一般处理的是数据规模较小的问题，将状态压缩成k进制的整数，k取2时最为常见

算法三要素

1. 所有不同的子问题组成的表
2. 解决问题的依赖关系可以看成是一个图
3. 填充子问题的顺序（即对2的图进行拓扑排序，填充的过程称为状态转移）

设计一个动态规划算法

1. 描述最优解的结构
 - 1. 问题的一个解可以是做一个选择
 - 2. 假设对一个给定的问题，已知的是一个可以导致最优解的选择
 - 3. 在已知这个选择后，要确定哪些子问题会随之发生，以及如何最好的描述所得到的子问题空间
 - 4. 利用一种剪贴技术，来证明在问题的一个最优解中，使用的子问题的解本身也必须是最优的
2. 递归定义最优解的值
3. 按自底向上的方式计算最优解的值
4. 由计算出的结果构造一个最优解

什么时候需要用到动态规划

- 问题的目标是求一个问题的最优解
- 整体问题的最优解依赖于各个子问题的最优解
- 把大问题分解成若干个小问题，这些小问题之间还有相互重叠的更小的子问题
- 从上往下分析问题，从下往上解决问题

分治方法和动态规划有什么区别

- 分治
 - 将问题划分为互不相交的子问题
 - 递归的求解子问题
 - 再将它们的解组合起来
- 动态规划
 - 用于子问题重叠的情况，不同的子问题拥有公共的孙子问题
 - 分治会做许多不必要的工作，会反复求解那些公共子问题
 - 动态规划每个子问题只会求解一次，避免了重复的计算工作