作业

作业与练习

- 习题1

1．1），2．2），3．

- 证明：$g(x)|f_1(x)+2f_2(x)$，$g(x)|3f_1(x)-4f_2(x)$，则$g(x)|f_1(x)$，$g(x)|f_2(x)$．
- 证明：

(1)$f(x)|g_1(x)$，$f(x)|g_2(x)$，则$f(x)|g_1(x)+g_2(x)$；

(2)若$f(x)|g_1(x)$，$f(x)|g_2(x)$，$f(x)$能否整除$g_1(x)+g_2(x)$？举例说明．

不一定．

习题一

1.1

```
                1/3     -7/9
        3       -2      1
 ---------------------------
1       -3      -1      -1
1       -2/3    1/3
 ---------------------------
        -7/3    -4/3    -1
        -7/3    14/9    -7/9
        -------------------
                -26/9   -2/9
```

$$q(x)=\frac{1}{3}x-\frac{7}{9},r(x)=-\frac{26}{9}x-\frac{2}{9}$$

2.2

```
                1       -m      m*m+p-1
                1       m       1
 ----------------------------------------
1       0       p       0       q
1       m       1
 ----------------------------------------
        -m      p-1     0       q
        -m      -m*m    -m
        ---------------------------------
                m*m+p-1 m           q
                m*m+p-1 m(m^2+p-1)  m*m+p-1
                ----------------------------
                        2m-m^3-pm   q-p-m^2+1
```

$$q(x) = x^2 - mx + m^2 + p - 1$$

$$r(x) = (2m - m^3 - pm)x + q - p - m^2 + 1$$

要能整除, 则说明

$$\begin{cases} 2m - m^3 - pm = 0 \\ q - p - m^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^2 + p = 2 \\ q = 1 \end{cases} \text{或} \begin{cases} m = 0 \\ p - q = 1 \end{cases}$$

3

1)

```
    2   -6  13  -39 109
                1   3
2   0   -5  0   -8  0
----------------------
2   0
2   6
------
    -6  -5
    -6  -18
    -------
        13  0
        13  39
        ------
            -39 -8
            -39 -117
            --------
                109 0
                109 327
                -------
                    -327
```

$$q(x)=2x^4-6x^3+13x^2-39x+109,r(x)=-327$$

2)

```
        1       -2i     -5-2i
                1       -1+2i
1       -1      -1      0
-----------------------------
1       -1
1       -1+2i
-------------
        -2i     -1
        -2i     2i+4
        -------------
                -5-2i   0
                -5-2i   (-1+2i)(-5-2i)=5+4-10i+2i=9-8i
```

$$q(x)=x^2-2ix-5-2i,r(x)=(-5-2i)x+9-8i$$

习题二

证明:

$$g(x)|f_1(x)+2f_2(x),g(x)|3f_1(x)-4f_2(x),则g(x)|f_1(x),g(x)|f_2(x)$$

即有

$$f_1(x)+2f_x(x)=g(x)h_1(x),3f_1(x)-4f_x(x)=g(x)h_2(x)$$

所以

$$f_1(x)=\frac{2}{5}f_1(x)+\frac{1}{5}f_2(x)$$

$$f_2(x)=\frac{3}{10}f_1(x)-\frac{1}{10}f_2(x)$$

所以

$$g(x)|f_1(x),g(x)|f_2(x)$$

习题三

1)

即有

$$g_1(x)=f(x)h_1(x),g_2(x)=f(x)h_2(x)$$

$$g_1(x)+g_2(x)=f(x)(h_1(x)+h_2(x))$$

所以

$$f(x)|g_1(x)+g_2(x)$$

2)

不一定。

能整除的例子

$$x+1\nmid 2x,\quad x+1\nmid x^2+1$$

有

$$x+1|x^2+2x+1$$

说明可能能整除

不能整除的例子

$$x+1\nmid 2x,\quad x+1\nmid x^2+2$$

有

$$x+1|x^2+2x+2$$

说明可能不能整除