

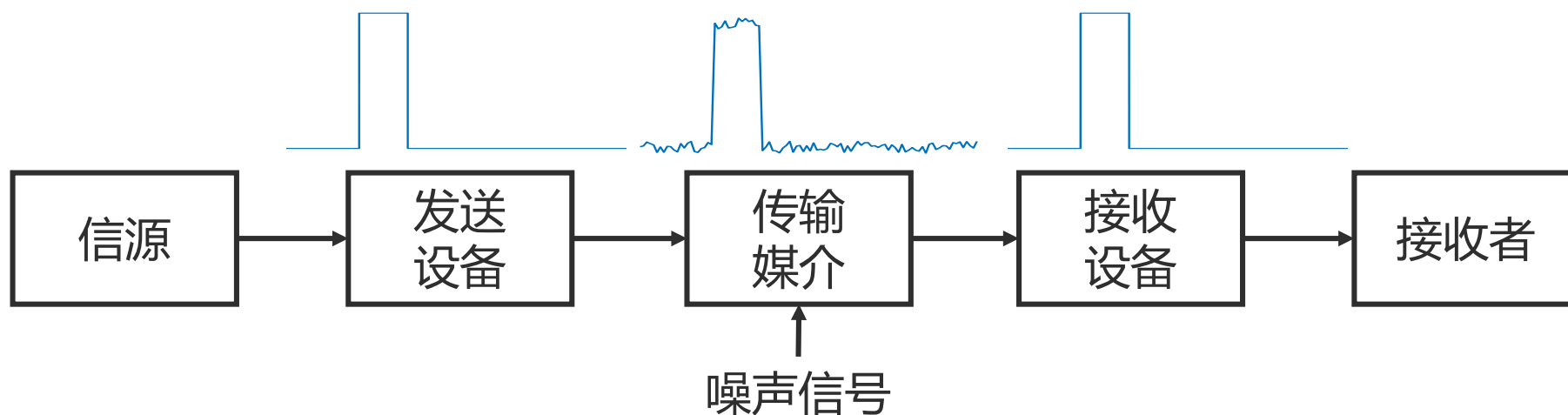
07 调制、解调和滤波

从频域角度 “控制” 信号



通信系统

- 通信：把发送者拥有的消息传递给接收者
- 为达到通信的目的，
 - 要把信源消息经发送设备转变为适合信道传输的信号，因此需要进行**调制、编码、放大**等操作。
 - 发送和接收设备还可能包括**多路复用、加密、纠错**等处理设备



- 传输媒介也成为信道，可为导线、电缆、光纤等。混入信道的**噪声**无法避免，在构建通信系统时需要考虑噪声的影响。

通信系统分类

- 按照传输介质分类：
 - 有线信道（电缆、光缆等）
 - 无线信道（长波、中波、短波、微波、光通信）
- 按照频率范围分类，不同波段使用的传输媒质不同
 - 如短波使用同轴电缆

$$\text{波长}(m) = \frac{\text{波速}(m/s)}{\text{频率}(Hz)}$$

- 任何频率的无线电波在真空中的传播速度为 $3 \times 10^8 m/s$

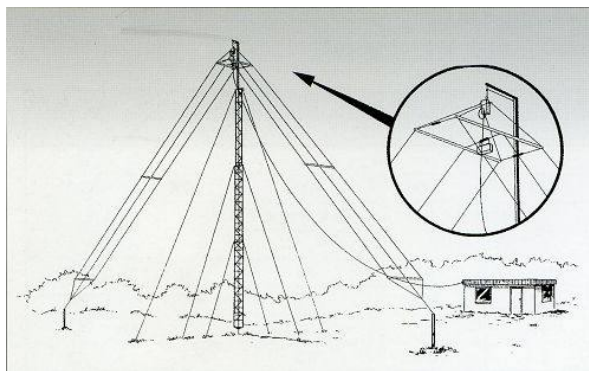
通信的波段和频段

- 高于30 MHz 的电波成为微波
- 长、中、短波所占频带总和约30MHz，而微波频带约300GHz

波段	超长波	长波	中波	短波	超短波	分米波	厘米波	毫米波
频段	甚低频	低频	中频	高频	甚高频	特高频	超高频	极高频
符号	VLF	LF	MF	HF	VHF	UHF	SHF	EHF
波长范围	100000 -10000m	10000 -1000m	1000-100 m	100-10 m	10-1m	1-0.1m	10-1cm	10-1mm
频率范围	3-30kHz	30-300kHz	300kHz -3MHz	3-30M Hz	30 -300MHz	300-3000 MHz	3-30 GHz	30-300G Hz
应用	海岸—潜艇 通信；海上 导航。	大气层内中 等距离通信； 地下岩层通 信；海上导 航。	广播；海 上导航。	远距离 短波通 信； 短波广 播。	对大气层内、外 空间飞行体（飞 机、导弹、卫星） 的通信；电视、 雷达、导航、移 动通信。	对流层工 散射通信 （700- 1000MHz）	数字通信； 卫星通信； 波导通信。	穿入大气 层时的通 信

通信的频段

- 频率范围为 20Hz-20kHz 的音频信号，在大气层传输时会剧烈衰减，但高频率信号可在大气层中传播到较远距离
- 若音频信号频率为 10kHz，直接传输需要 7.5km 长的天线，需要在大气层中传输音频，需要将低频信号“加载”或“嵌入”到一个高频信号上，再通过天线向空间辐射。
- 天线长度与辐射电波波长数量级一致（ $1/4$ 波长以上）时，才能有较好的辐射特性，将信号传递到远方。
 - 不同通信波段使用不同尺寸的通信天线
 - 天线尺寸和波长成正比关系



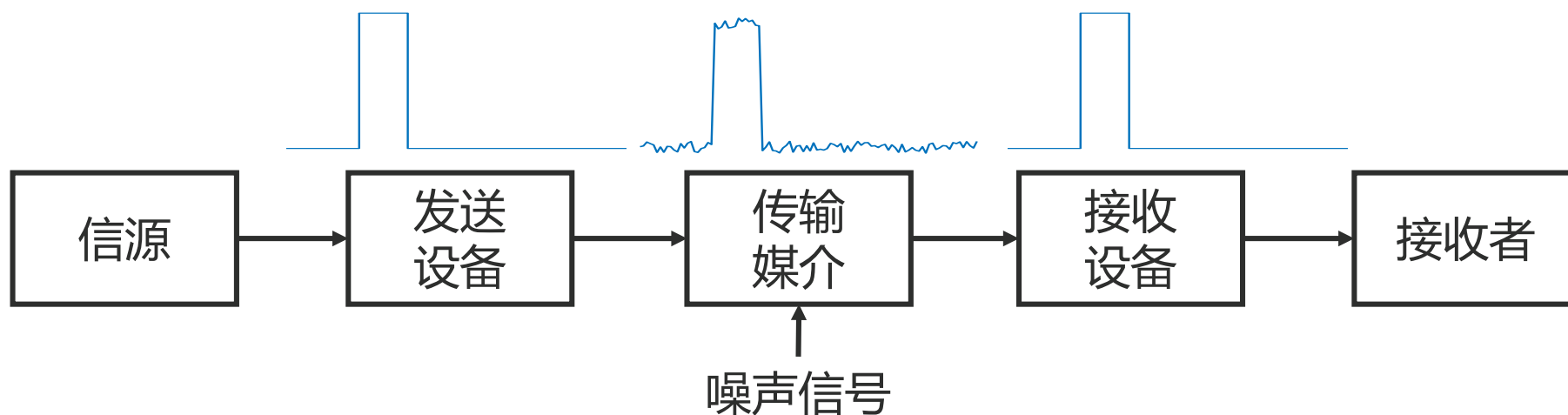
短波天线



微波天线

信道传输

- 调制：将低频信号“加载”或“嵌入”到一个高频振荡信号上
- 解调：从含有低频信号的高频振荡信号中提取低频信号



信号调制

- 待发送的信号 $x(t)$ 为**调制信号**，用于完成载送信号任务的高频振荡信号 $c(t)$ 为**载波信号**，调制后的高频信号称为已调波。
 - $x(t)$ 不一定是低频信号

- 载波 $c(t)$ 的某个参数（幅度、频率或相位）随 $x(t)$ 做有规律变化：

$$c(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi) = A \cos(\theta(t))$$

振荡幅度

起始相位

全相位

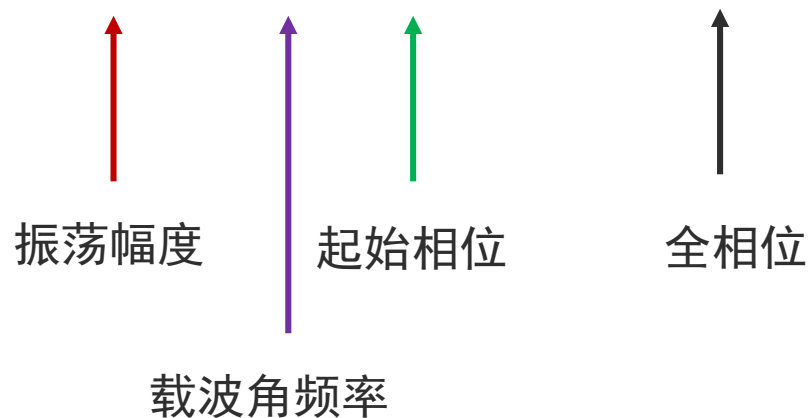
载波角频率

- 调制过程中， $A, \omega_c, \varphi, \theta(t)$ 都可以随 $x(t)$ 变化

信号调制

- 载波 $c(t)$ 的某个参数（幅度、频率或相位）随 $x(t)$ 做有规律变化：

$$c(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi) = A \cos(\theta(t))$$

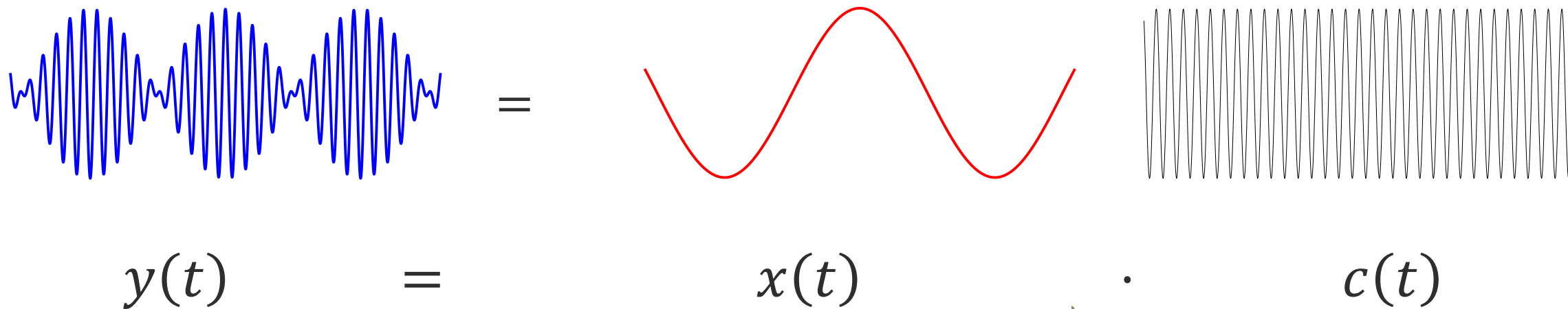


- 幅度调制（Amplitude Modulation, AM）
 - A 随 $x(t)$ 线性改变，而 ω_c, φ 不变
- 角度调制
 - $\theta(t)$ 随 $x(t)$ 线性改变，而 A 不变，分为频率调制（FM）和相位调制（PM）

正弦载波调幅

- 信号调幅，设置 $c(t)$ 为正弦信号
- 为使幅度 A 随调制信号 $x(t)$ 线性变化（将 $x(t)$ 嵌入 $c(t)$ ），将二者相乘：

$$y(t) = x(t) \cdot c(t)$$



正弦载波调幅

- 信号调幅，设置 $c(t)$ 为正弦信号，载波信号 $c(t) = \cos(\omega_c t)$
- 为使幅度 A 随调制信号 $x(t)$ 线性变化（将 $x(t)$ 嵌入 $c(t)$ ），将二者**相乘**：

$$y(t) = x(t) \cdot c(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$

- 设 $x(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega)$
- 由于 $\cos(\omega_c t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \pi[\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]$
- 根据调制定理

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= \frac{1}{2\pi} [X(j\omega) * \pi[\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]] \\ &= \frac{1}{2} [X(j(\omega + \omega_c)) + X(j(\omega - \omega_c))] \end{aligned}$$

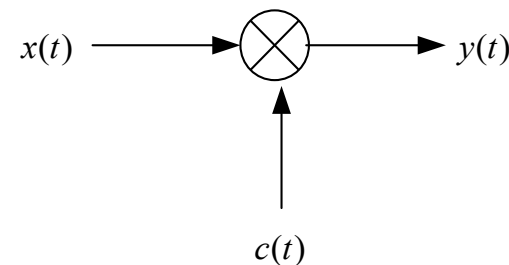
调制后，原始频谱
幅度减半，左右移动

正弦载波调幅

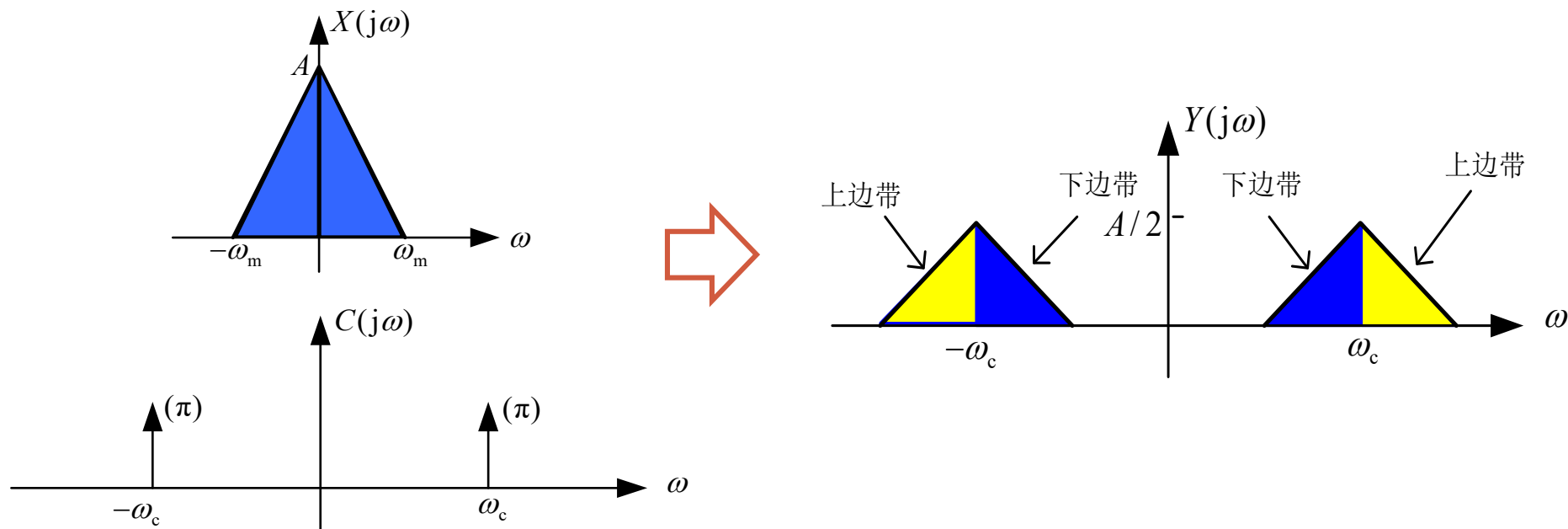
- 为使幅度 A 随调制信号 $x(t)$ 线性变化（将 $x(t)$ 嵌入 $c(t)$ ），将二者相乘：

$$y(t) = x(t) \cdot c(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$

- 若 $\omega_c > \omega_m$ ，则两部分频谱不会发生重叠
- 调制前后**总能量不变**



幅度调制方块图



复指数载波调制

- 设 $c(t) = e^{j(\omega_c t + \varphi)}$, $\varphi = 0$ 进行调幅, 可得

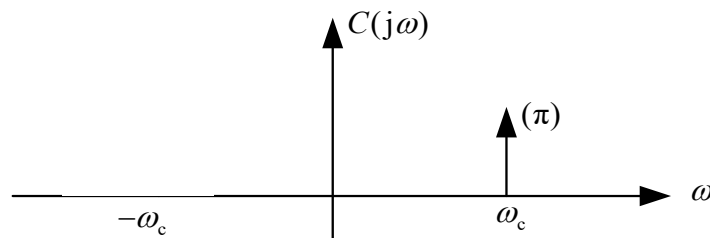
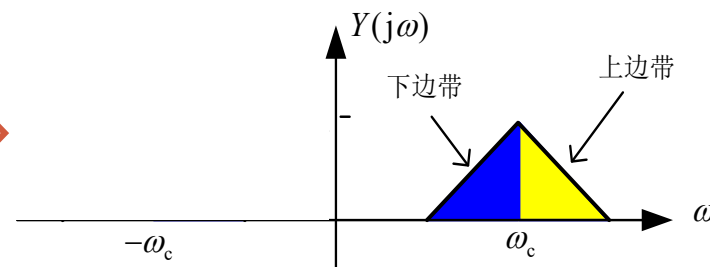
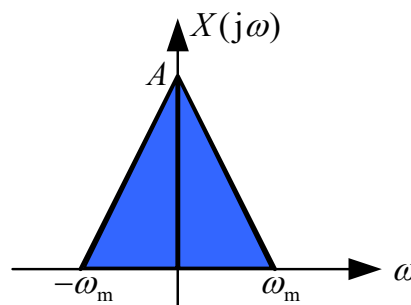
$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= \frac{1}{2\pi} [X(j\omega) * 2\pi[\delta(\omega - \omega_c)]] \\ &= X(j(\omega - \omega_c)) \end{aligned}$$

- 不要求 $\omega_c > \omega_m$

- 可通过滤波法（高通、低通滤波器）分别得到上下边带

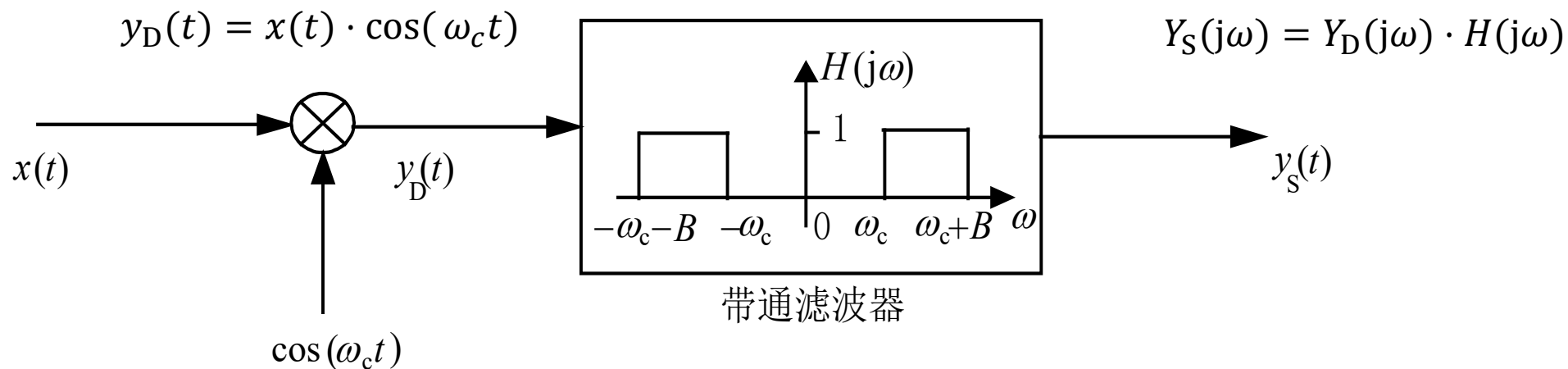
- 复指数信号的产生

$$c(t) = e^{j(\omega_c t + \varphi)} = \cos(\omega_c t + \varphi) + j \sin(\omega_c t + \varphi)$$



单边带调幅

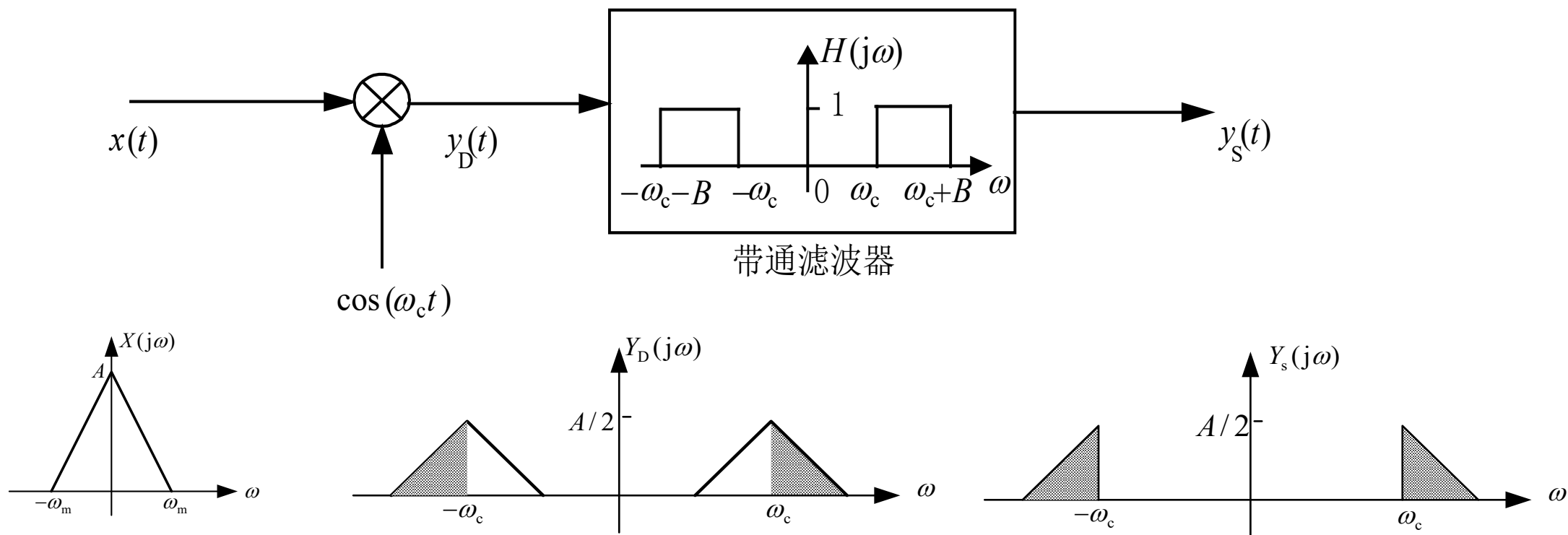
- 单边带调制：只发送上边带或者下边带信号，节省能量和带宽
- 采用带通滤波器实现单边带幅度调制
 - 上边带调制框图：改变带通滤波器的通频带可实现下边带调制



$$Y_D(j\omega) = \frac{1}{2} \{X[j(\omega + \omega_c)] + X[j(\omega - \omega_c)]\}$$

单边带调幅

- 单边带调制：只发送上边带或者下边带信号，节省能量和带宽
- 采用带通滤波器实现单边带幅度调制
 - 上边带调制框图：改变带通滤波器的通频带可实现下边带调制



同步解调

- 从 $y(t)$ 中恢复出 $x(t)$, 即从 $Y(j\omega)$ 中恢复出 $X(j\omega)$

- 由于

$$y(t) = x(t) \cdot c(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$

- 为移回 $X(j\omega)$, 用 $\cos(\omega_c t)$ 再次乘 $y(t)$

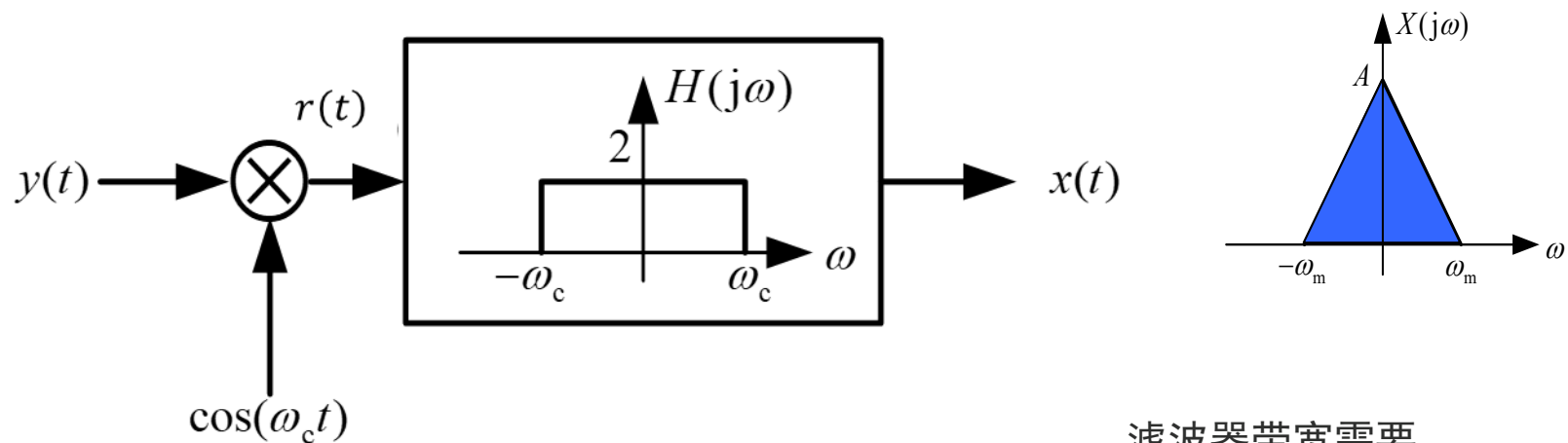
$$r(t) = y(t) \cos(\omega_c t) = x(t) \cos^2(\omega_c t) = x(t) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t) \right) = \frac{1}{2} x(t) + \frac{1}{2} x(t) \cos(2\omega_c t)$$

- 因此

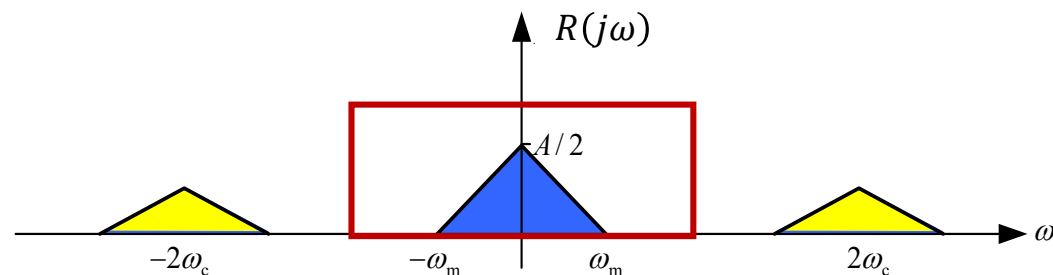
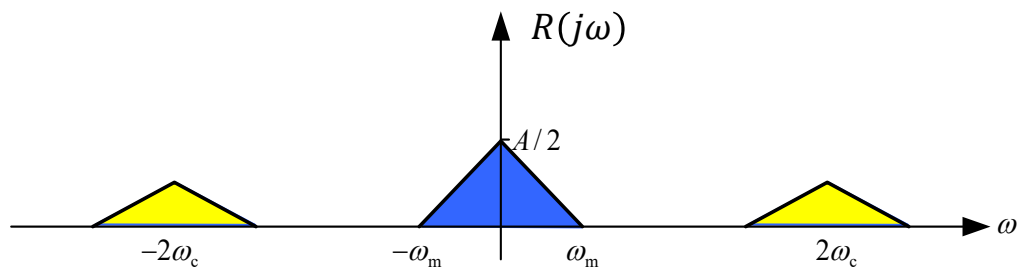
$$R(j\omega) = \frac{1}{2} X(j\omega) + \frac{1}{4} [X(j(\omega + 2\omega_c)) + X(j(\omega - 2\omega_c))]$$

同步解调

- 解调后，原始信号信息保存完好，仅有1/2系数差别

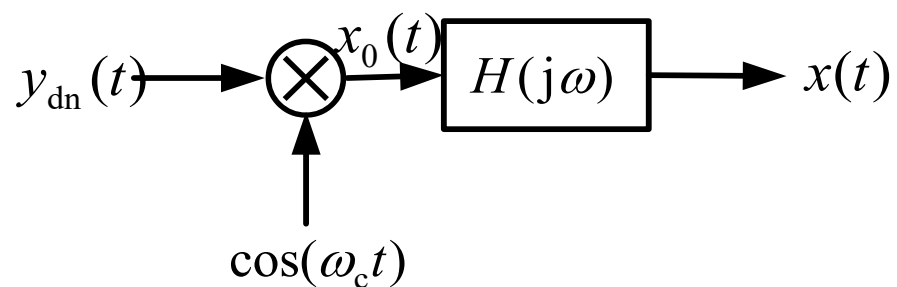


滤波器带宽需要
满足 $\omega_m < B < 2\omega_c - \omega_m$

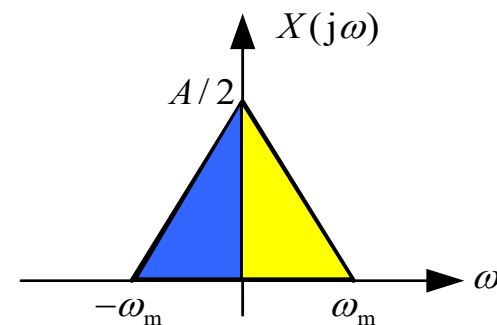
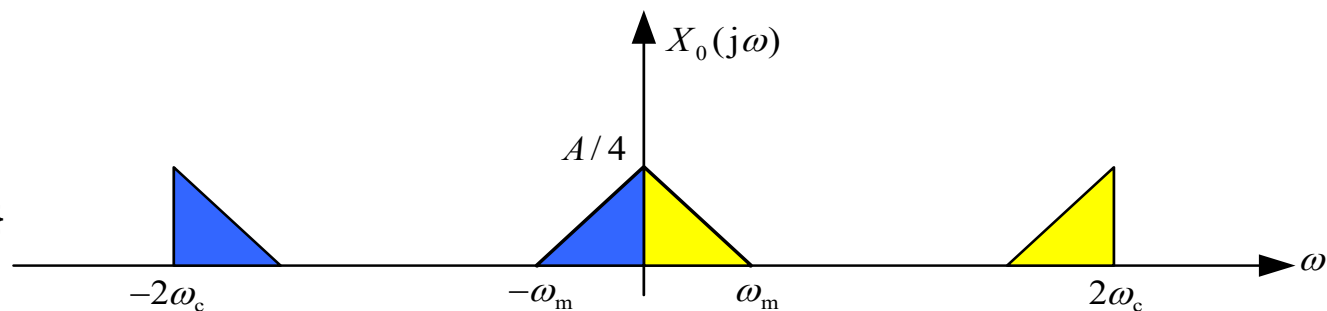
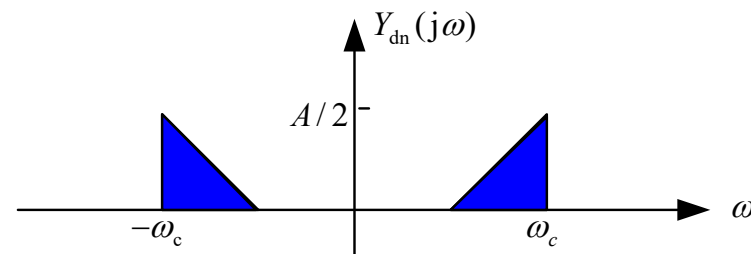


单边带调幅

- 单边带幅度调制已调信号的解调
- 采用同步解调

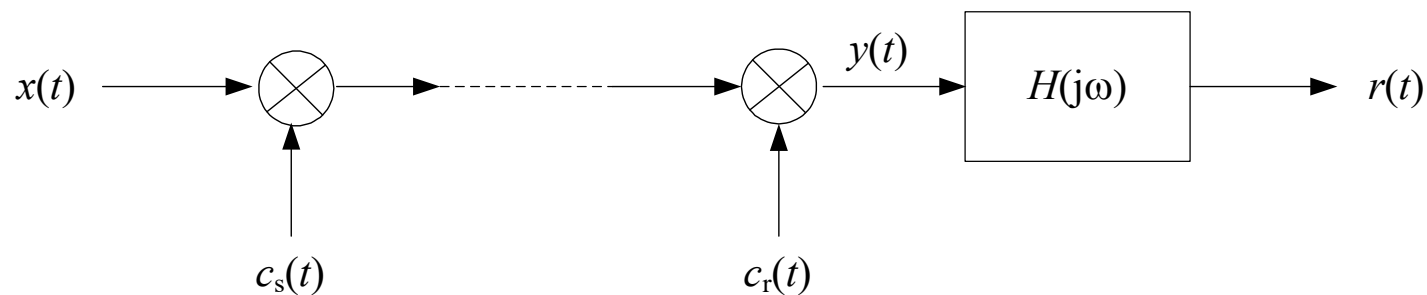


$$X_0(j\omega) = \frac{1}{2} \{Y_{\text{dn}}[j(\omega + \omega_c)] + Y_{\text{dn}}[j(\omega - \omega_c)]\}$$



收发端相位不等遇到的问题

- 若调制与解调端载波**相位不等**，则解调后的信号将会**失真**



$$\begin{aligned} r(t) &= x(t)\cos(\omega_c t + \varphi)\cos(\omega_c t + \theta) \\ &= x(t) \left[\frac{1}{2}\cos(\varphi - \theta) + \frac{1}{2}\cos(2\omega_c t + \varphi + \theta) \right] \\ &= \frac{1}{2}x(t)\cos(\varphi - \theta) + \frac{1}{2}x(t)\cos(2\omega_c t + \varphi + \theta) \end{aligned}$$

收发端相位不等遇到的问题

- 若调制与解调端载波**相位不等**，则解调后的信号将会失真

$$\begin{aligned} r(t) &= x(t)\cos(\omega_c t + \varphi)\cos(\omega_c t + \theta) \\ &= \frac{1}{2}x(t)\cos(\varphi - \theta) + \frac{1}{2}x(t)\cos(2\omega_c t + \varphi + \theta) \end{aligned}$$

- 采样同步解调同样的滤波方案，滤波器输出为

$$x(t)\cos(\varphi - \theta)$$

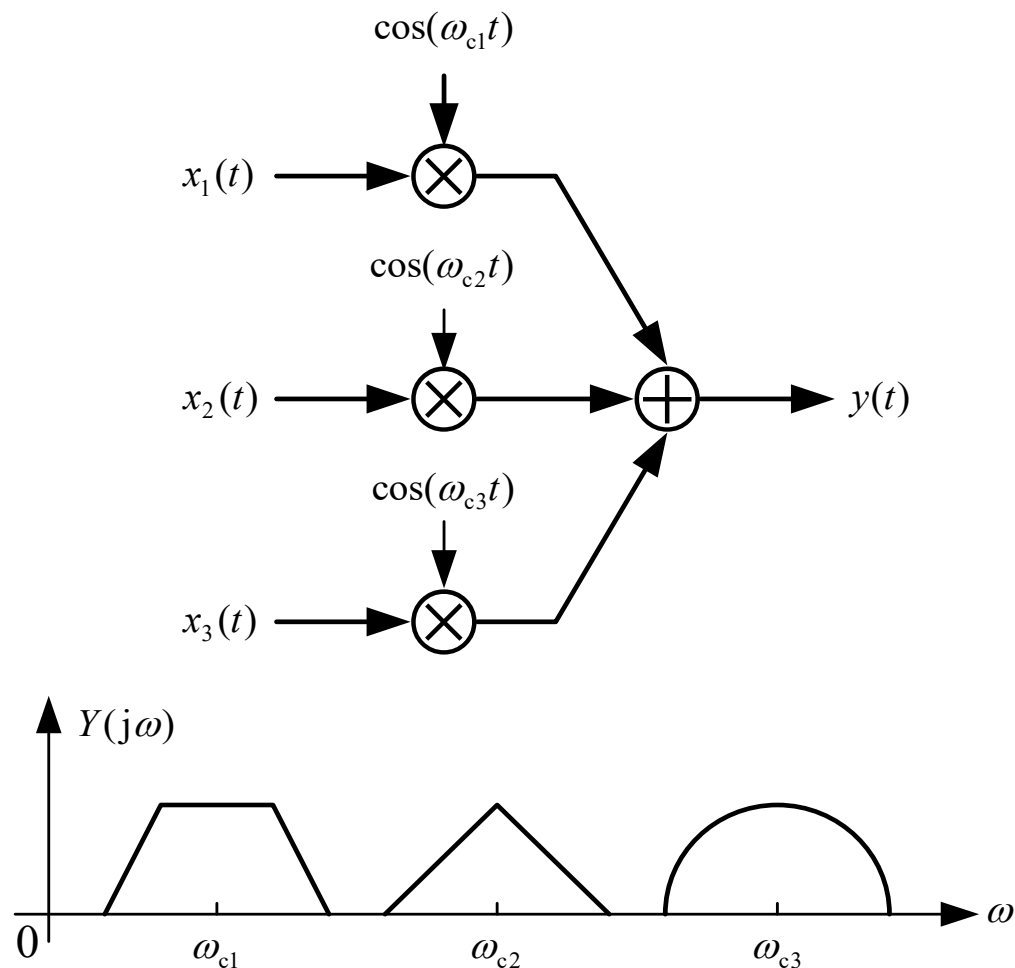
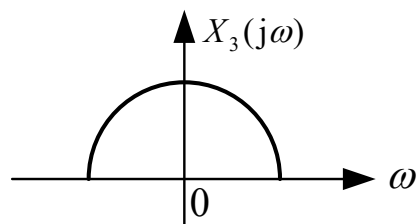
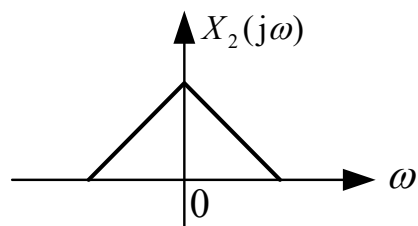
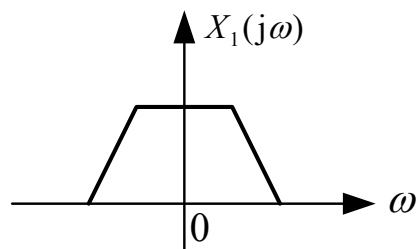
- 因此

$$r(t) = \begin{cases} x(t), & \varphi = \theta \\ 0, & \varphi - \theta = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

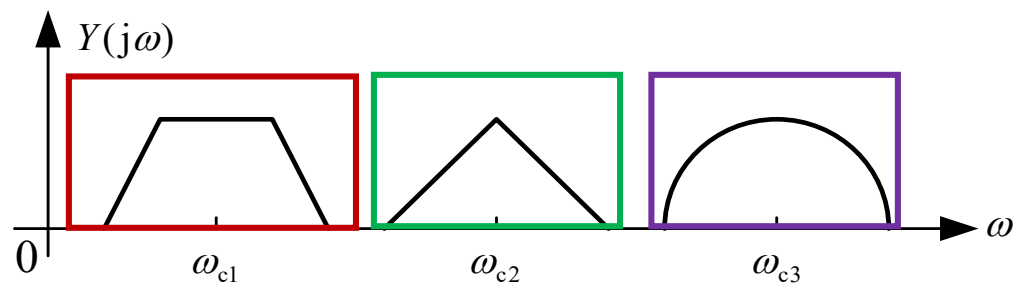
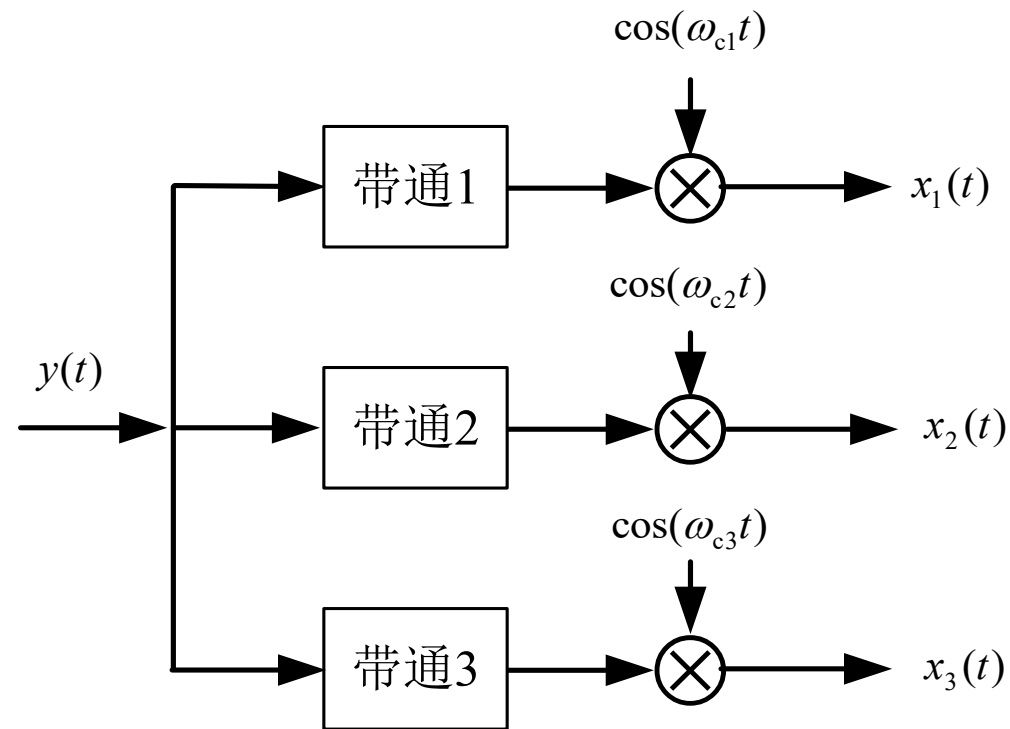
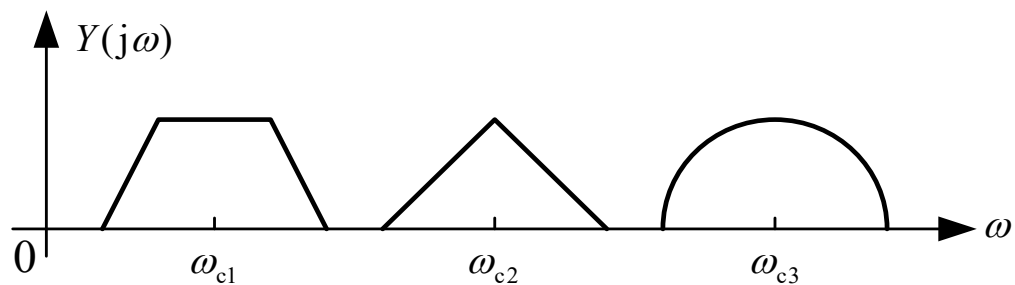
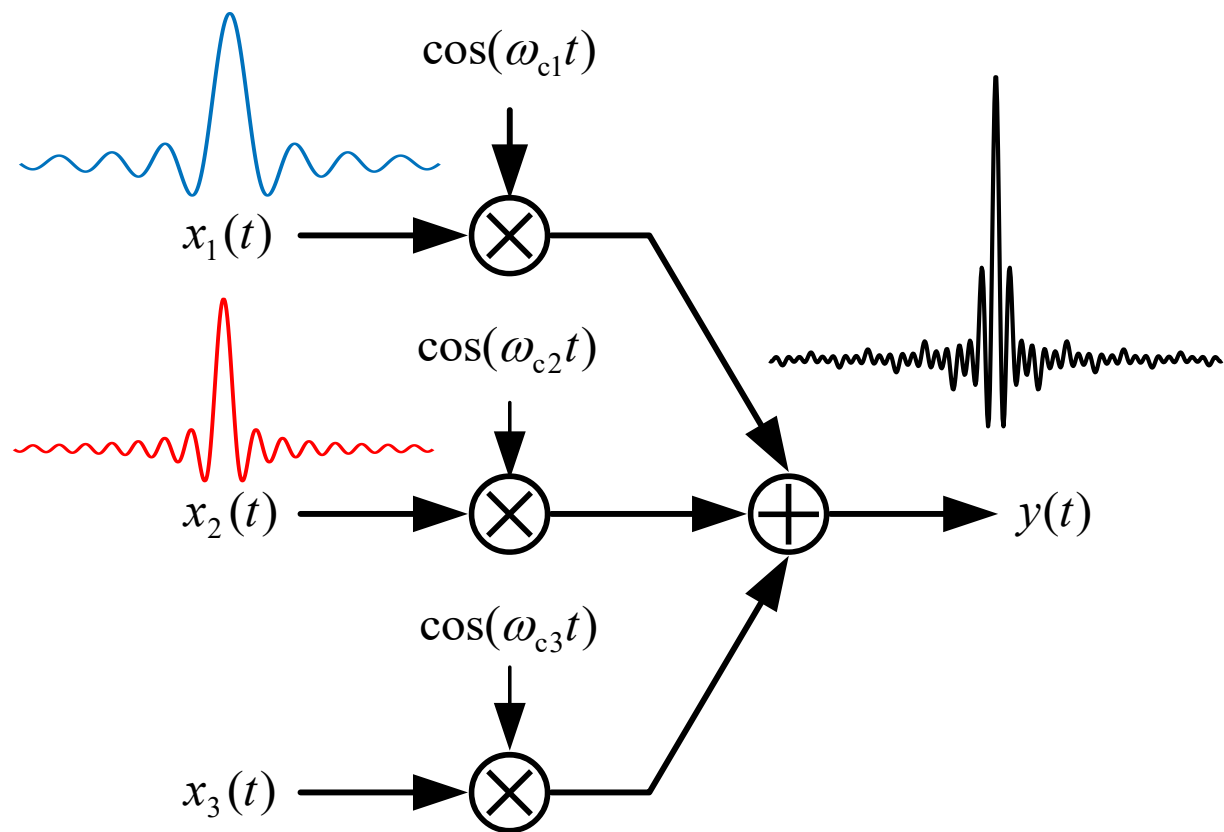
- 相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 时，无法恢复信号

信道复用：频分复用

- 频分复用 (Frequency-division multiplexing, FDM)
- 不同信号占用不同的频带

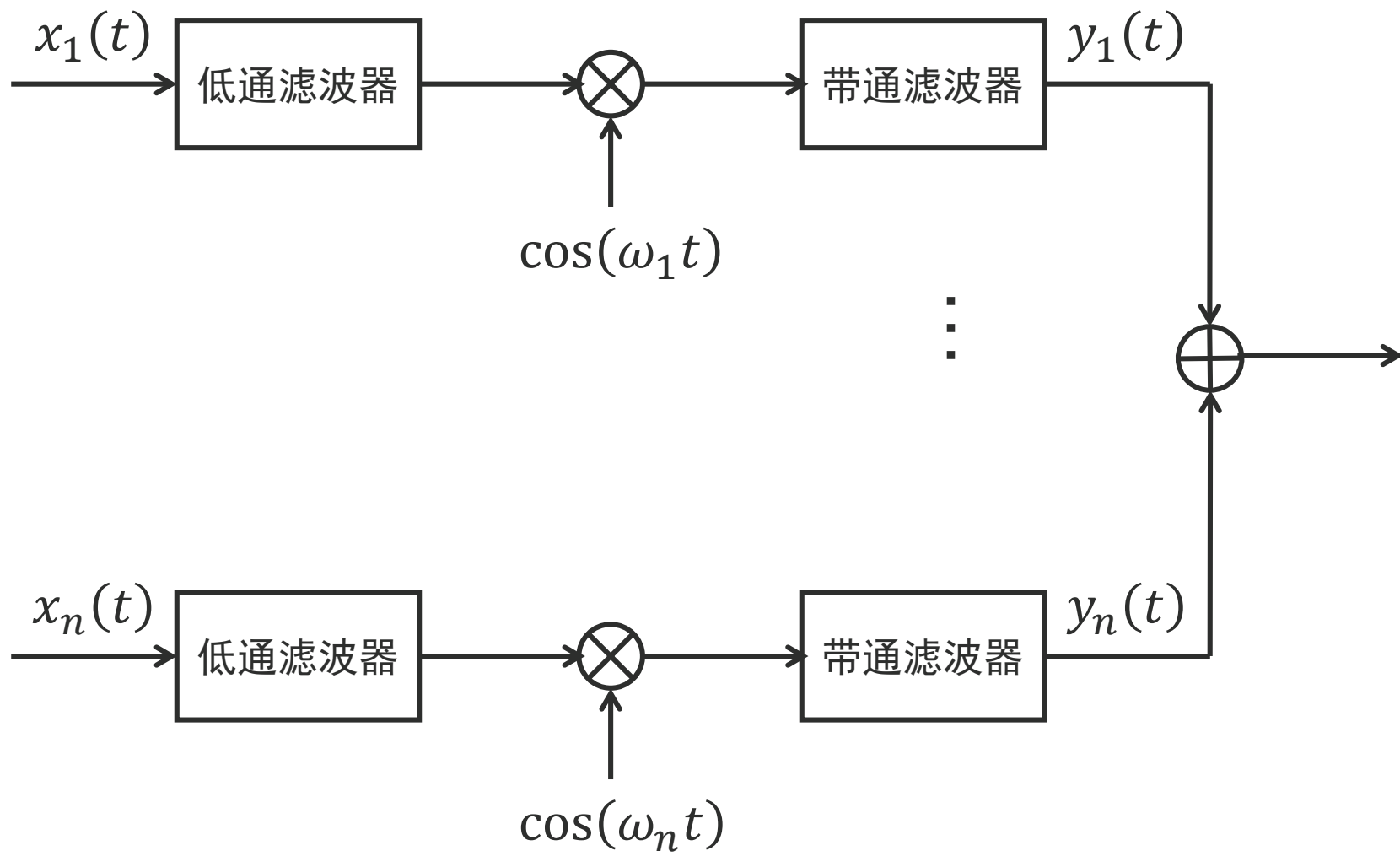


信道复用：频分复用



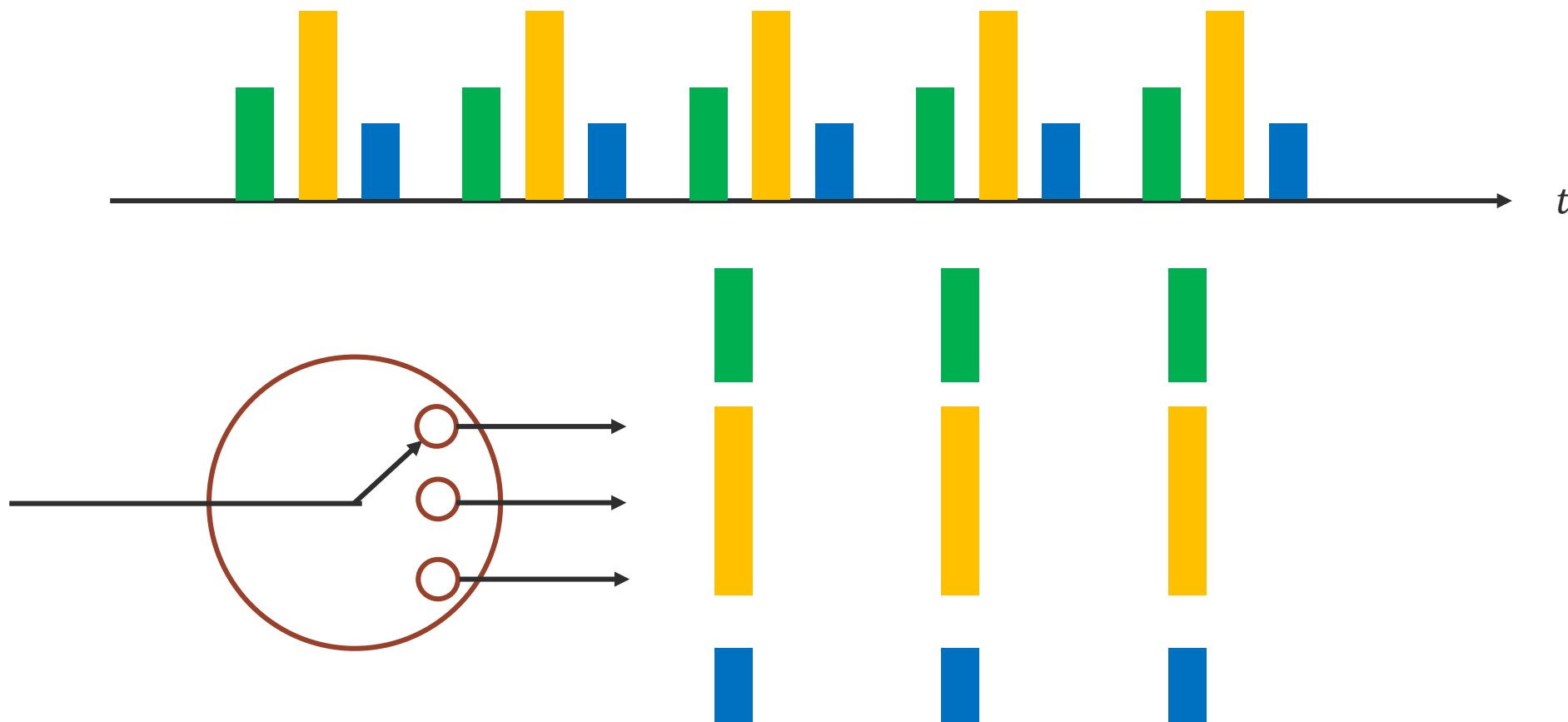
信道复用：频分复用

- 频分复用的进一步完善



信道复用：时分复用

- 时分复用 (Time-Division Multiplexing, TDM)
 - 时分复用的基础是抽样定理



信道复用：码分复用

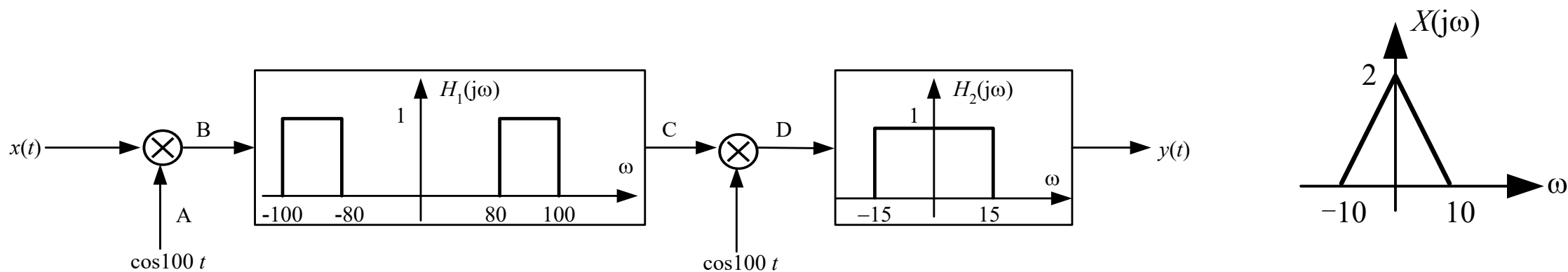
- 码分复用 (Code Division Multiplexing, CDM)
- 对信号乘**正交**随机码
 - 由于信号正交，因此可以恢复
 - 码分多址通信：CDMA, Code Division Multiple Access

$$y(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) \cdot c_i(t)$$

- 发送端信号 $x_1(t), x_2(t)$
- 发送时乘正交信号发送： $x_1(t) \sin(\omega_c t), x_2(t) \cos(\omega_c t)$
- 接收时再乘 $\sin(\omega_c t), \cos(\omega_c t)$ 进行恢复

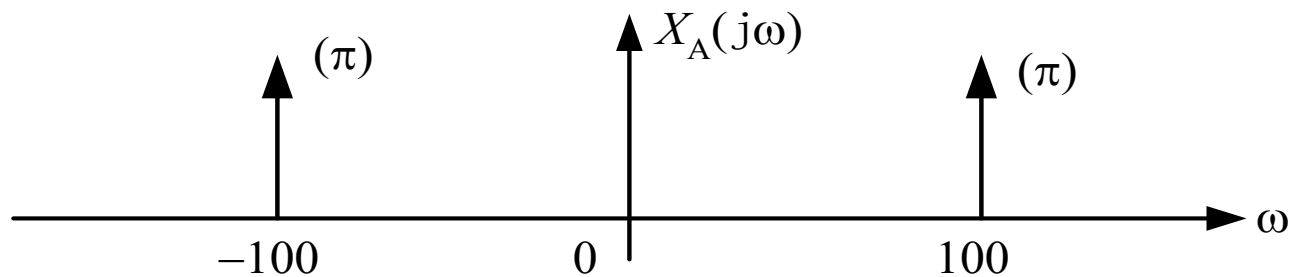
系统频谱分析

如图所示系统中，已知输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\omega)$ ，试分析系统中A、B、C、D及 $y(t)$ 的频谱并画出频谱图，求出 $y(t)$ 与 $x(t)$ 的关系



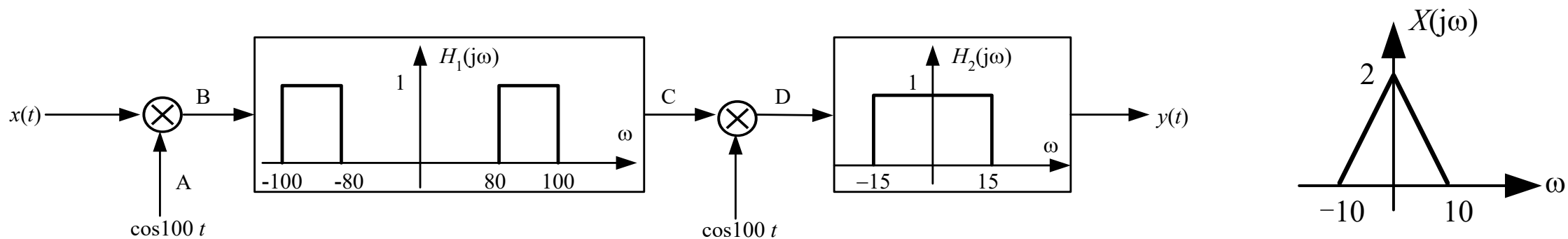
▪ A点

$$X_A(j\omega) = \mathcal{F}[\cos(100t)] = \pi[\delta(\omega - 100) + \delta(\omega + 100)]$$



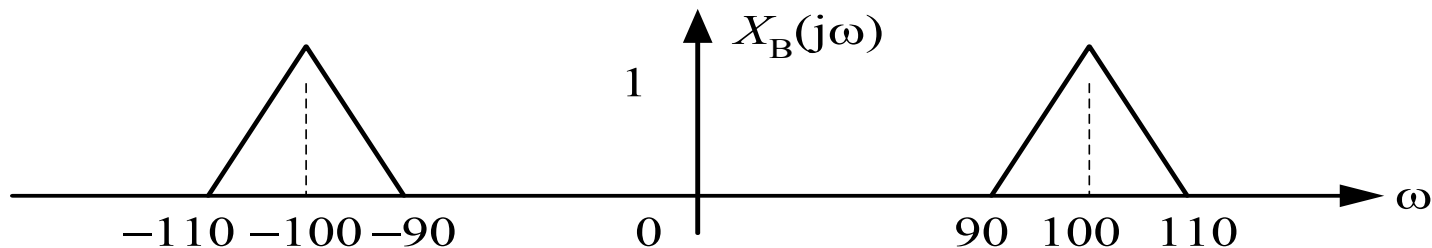
系统频谱分析

如图所示系统中，已知输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\omega)$ ，试分析系统中A、B、C、D各点及 $y(t)$ 的频谱并画出频谱图，求出 $y(t)$ 与 $x(t)$ 的关系



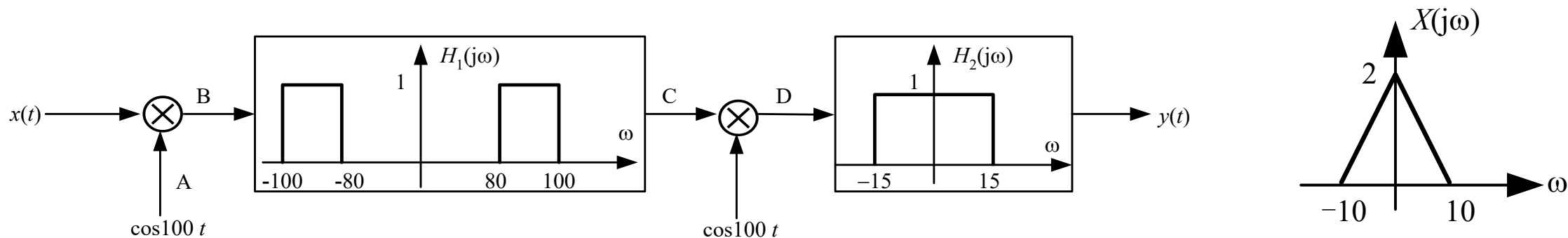
▪ B点

$$X_B(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * X_A(j\omega) = \frac{1}{2} [X(\omega - 100) + X(\omega + 100)]$$



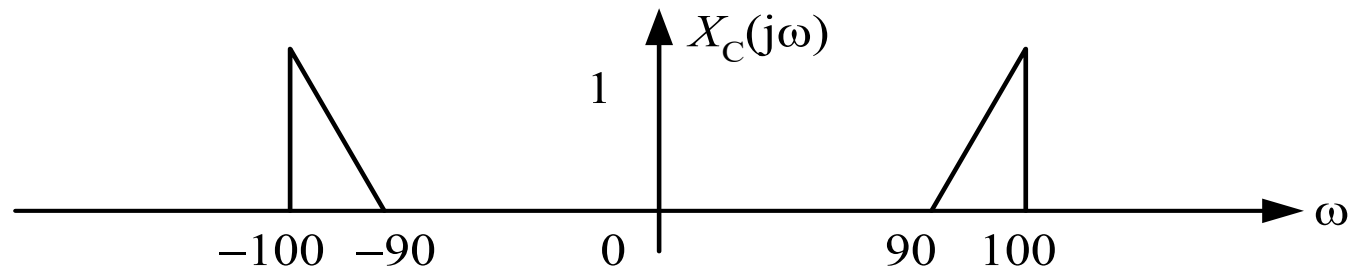
系统频谱分析

如图所示系统中，已知输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\omega)$ ，试分析系统中A、B、C、D各点及 $y(t)$ 的频谱并画出频谱图，求出 $y(t)$ 与 $x(t)$ 的关系



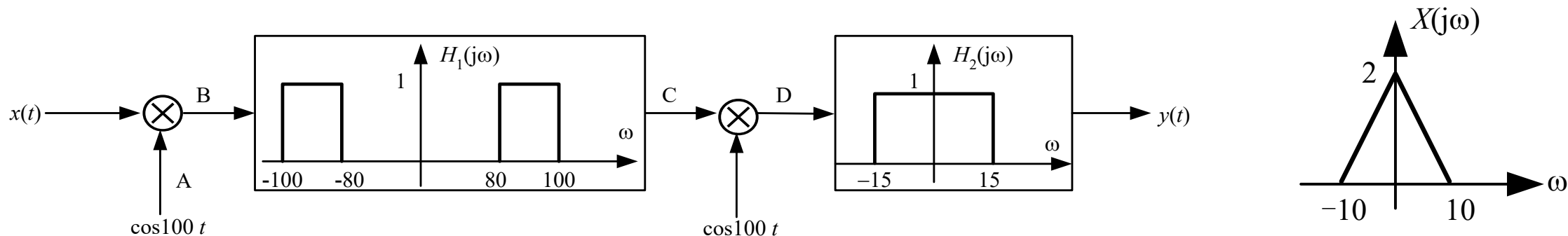
■ C点

$$X_C(j\omega) = X_B(j\omega)H_1(j\omega)$$



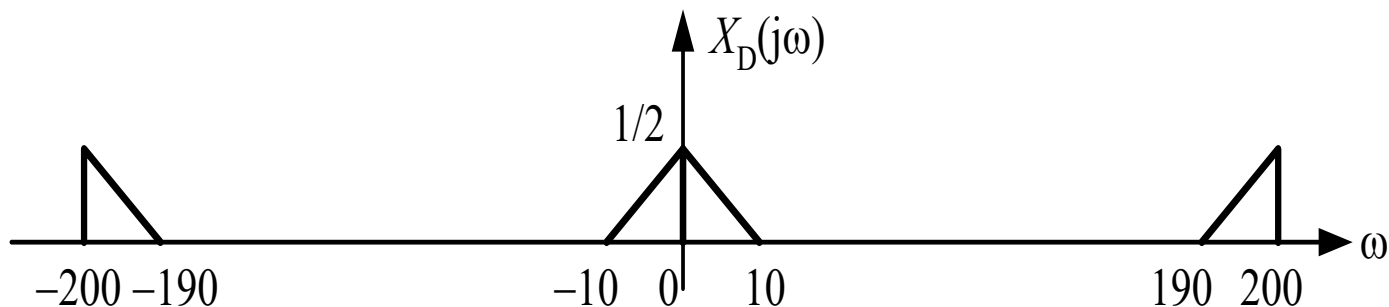
系统频谱分析

如图所示系统中，已知输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\omega)$ ，试分析系统中A、B、C、D各点及 $y(t)$ 的频谱并画出频谱图，求出 $y(t)$ 与 $x(t)$ 的关系



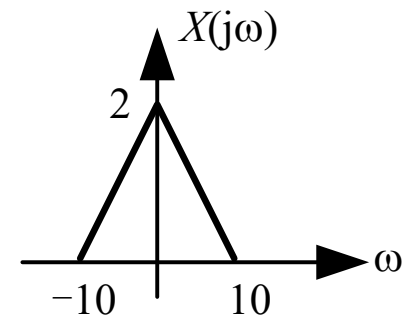
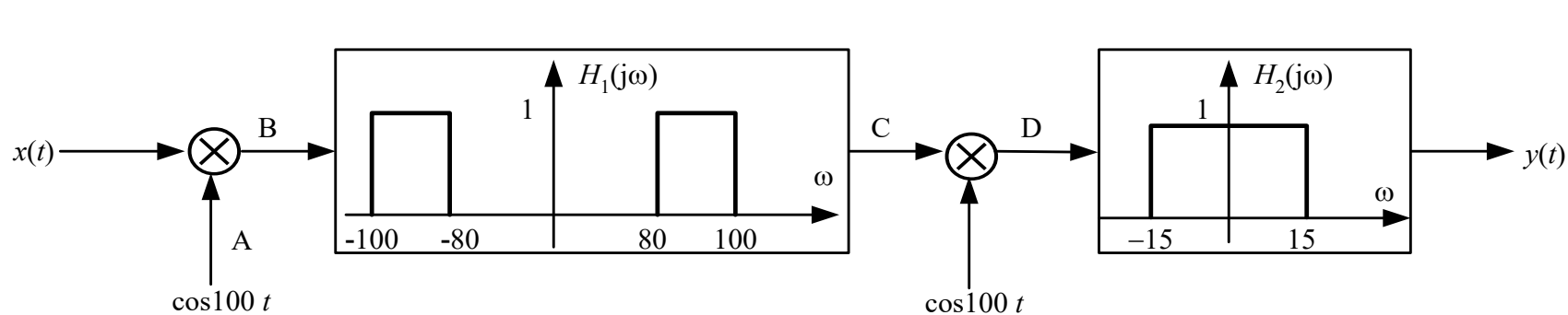
▪ D点

$$X_D(j\omega) = \frac{1}{2} [X_C(\omega + 100) + X_C(\omega - 100)]$$



系统频谱分析

如图所示系统中，已知输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\omega)$ ，试分析系统中A、B、C、D及 $y(t)$ 的频谱并画出频谱图，求出 $y(t)$ 与 $x(t)$ 的关系



- 由于 $Y(j\omega) = X_D(j\omega)H_2(j\omega)$

$$Y(j\omega) = \frac{1}{4} X(j\omega)$$

- 因此

$$y(t) = \frac{1}{4} x(t)$$

