第五章：控制系统的性能

2022年10月7日

知识点回顾

控制系统的多种数学模型

动态响应的数学解析

$$Y(s) = G(s)R(s) \qquad y(t) = L^{-1}(Y(s))$$

数学解析远远不够！

工程目标：性能可接受的控制系统

稳，　快，准！

第六章
控制系统的稳定性

第五章
控制系统的性能

本章的基本要求：

- 掌握二阶系统时域性能指标的定义与计算
- 掌握极点位置与性能指标之间的对应关系
- 掌握稳态误差的计算方法

能力要求：

对二阶系统性能了如指掌，调控自如

内容安排

5.1 时域响应概述

5.2 瞬态响应和瞬态性能指标

5.3 一阶系统的时域响应性能分析

5.4 二阶系统的时域响应性能分析

5.5 高阶系统的时域响应性能分析

快

5.6 系统的稳态性能分析

准

5.7 MATLAB在时域响应分析中的应用

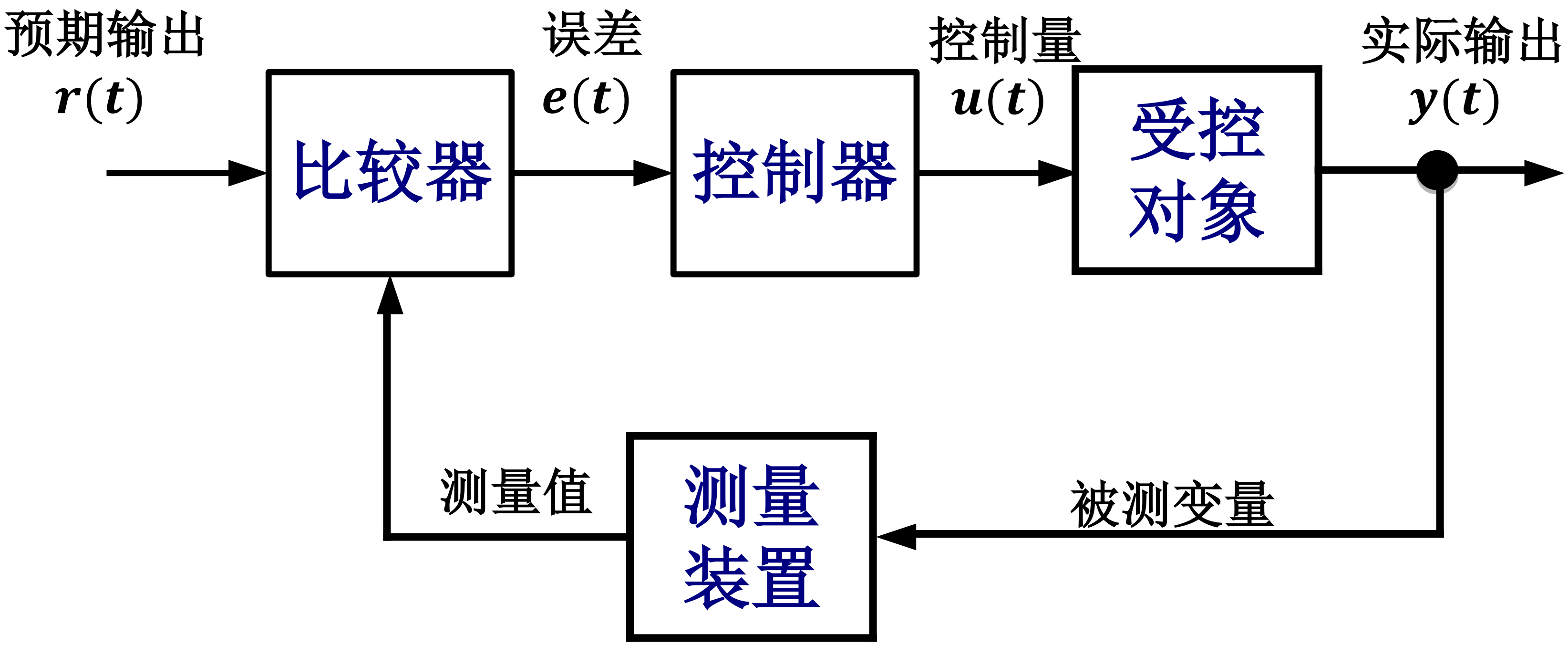
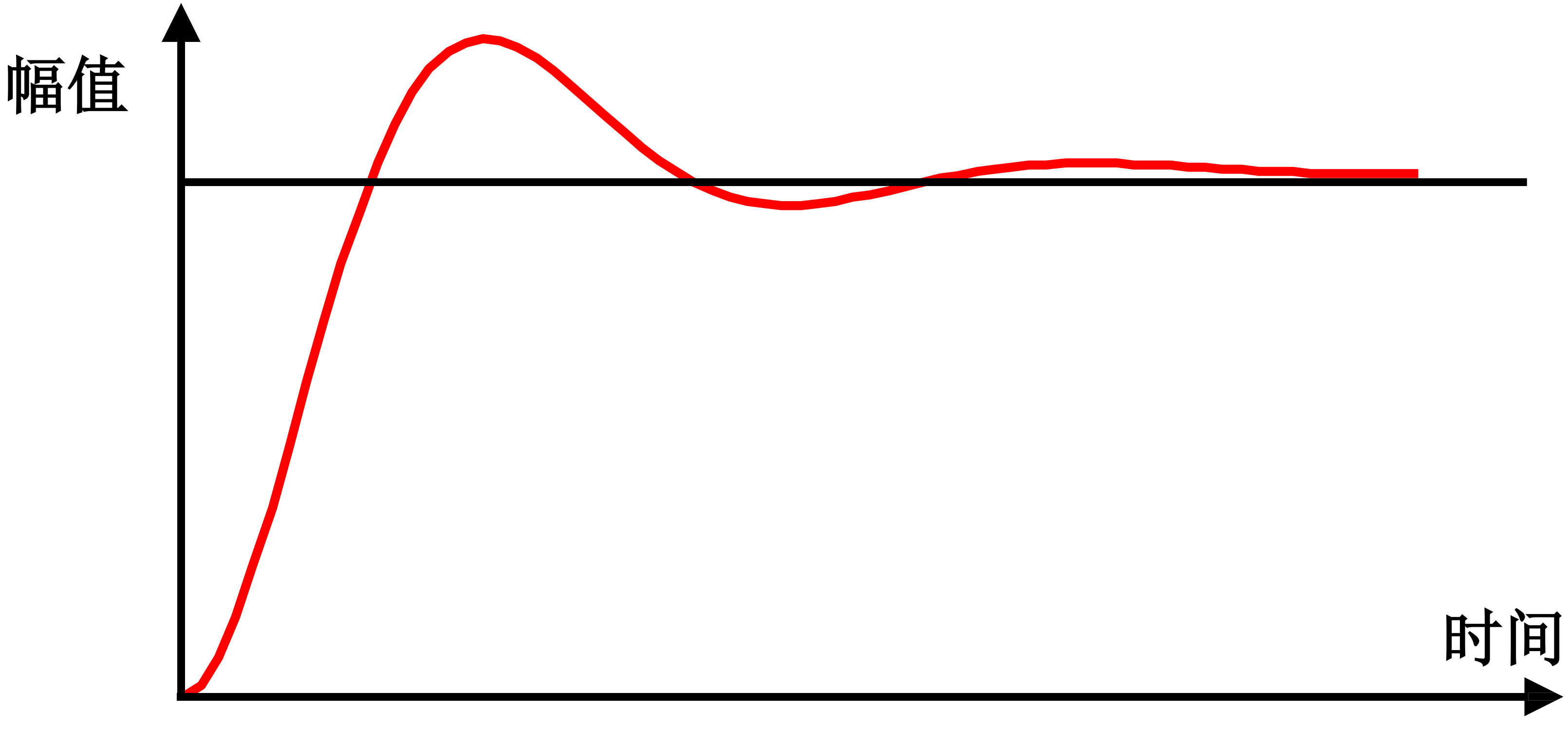


图5.1 闭环控制随动系统框图—稳压器等

控制目的：$y(t) = r(t)$

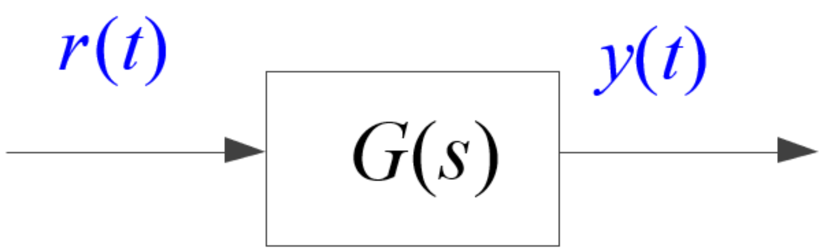
如何衡量输出信号对输入信号的跟踪品质？

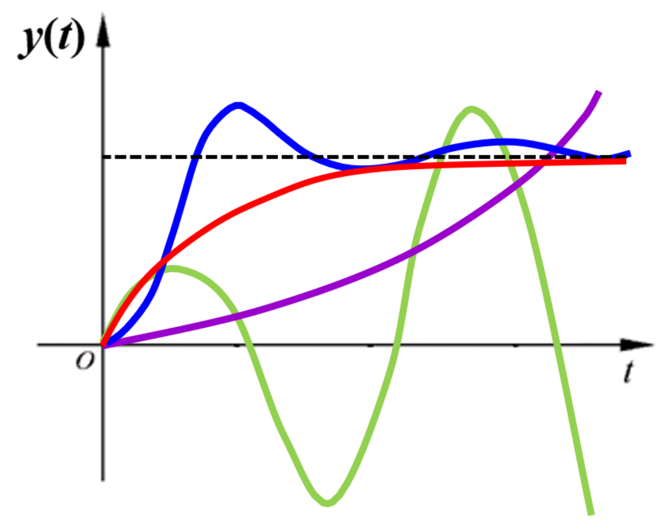
-------性能指标与分析



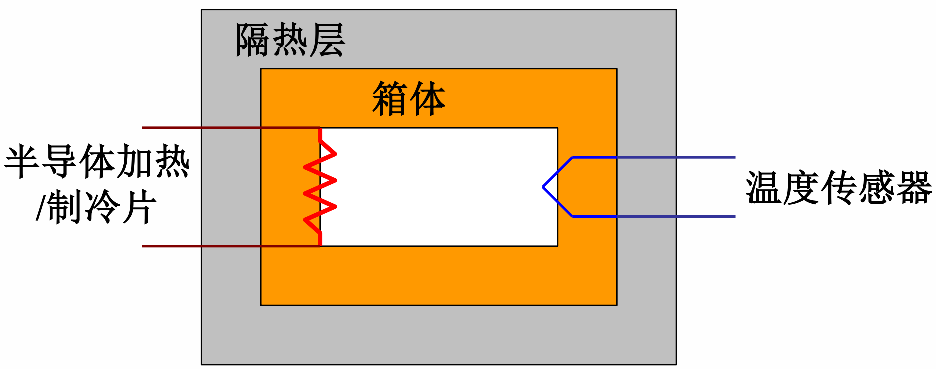
时域响应：系统在输入信号作用下，输出随时间的变化过程

又称时间响应

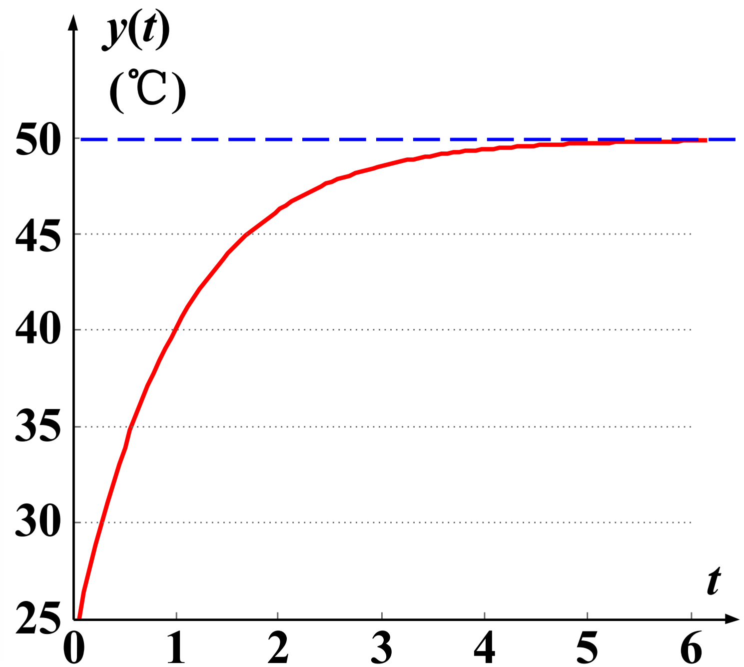




温控箱的时域响应

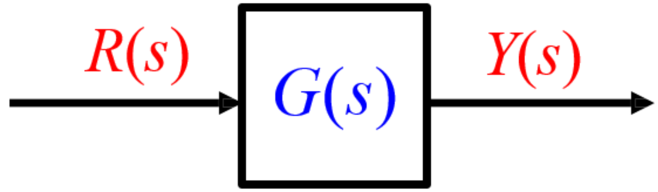


温控箱 $G(s)=\dfrac{1}{mCs+K_{\mathrm{D}}}$



时域响应能直观地反映系统性能

时域响应的求取：



$$Y(s)=G(s)R(s)$$

$$y(t)=L^{-1}[Y(s)]=L^{-1}[G(s)R(s)]$$

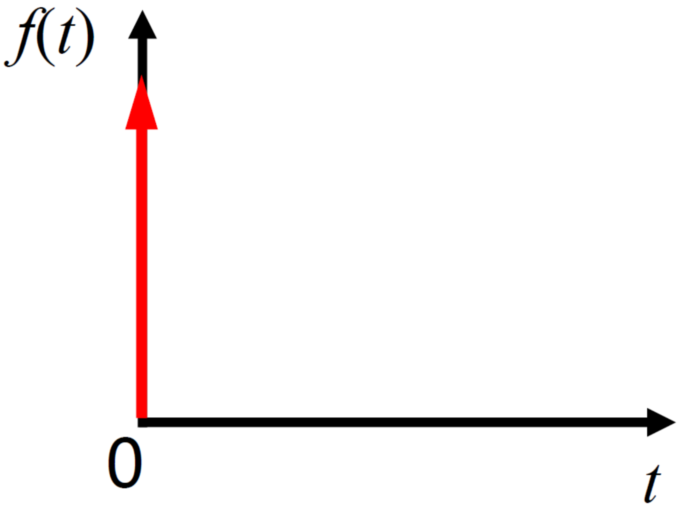
时域响应（函数）等于系统传递函数与输入信号的象函数之积取拉普拉斯反变换。

典型系统在典型输入信号下的时域响应

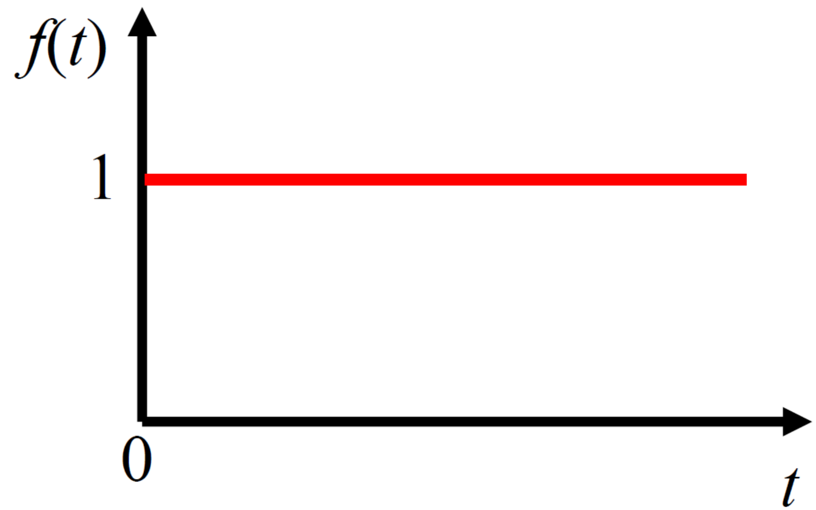
典型系统	典型输入信号
一阶系统 $G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$	单位脉冲信号 1
	单位阶跃信号 $\dfrac{1}{s}$
二阶系统 $G(s)=\dfrac{\omega_{\mathrm{n}}^2}{s^2+2\zeta\omega_{\mathrm{n}}s+\omega_{\mathrm{n}}^2}$	单位斜坡信号 $\dfrac{1}{s^2}$
	单位加速度信号 $\dfrac{1}{s^3}$
	正弦信号 $\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$

❑ 单位脉冲信号 $\delta(t)$

❑ 单位阶跃信号 $1(t)$



单位脉冲信号

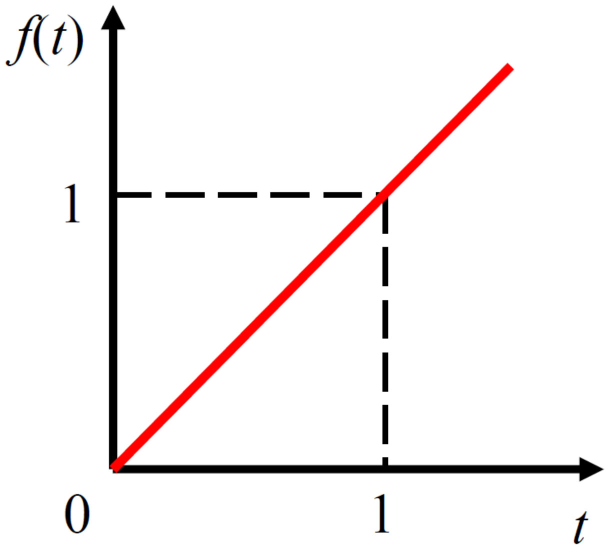


单位阶跃信号

$$L\left[\delta(t)\right]=1$$

$$L[1(t)]=\frac{1}{s}$$

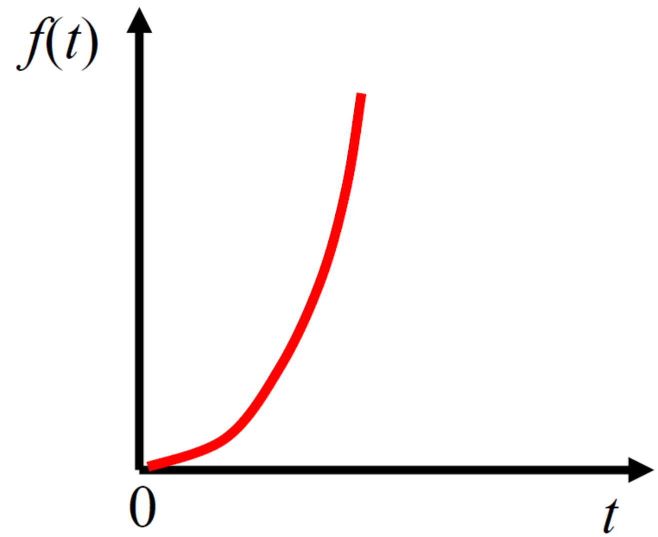
- 单位速度(斜坡)信号



单位速度信号

$$L\left[t\cdot 1(t)\right]=\frac{1}{s^2}$$

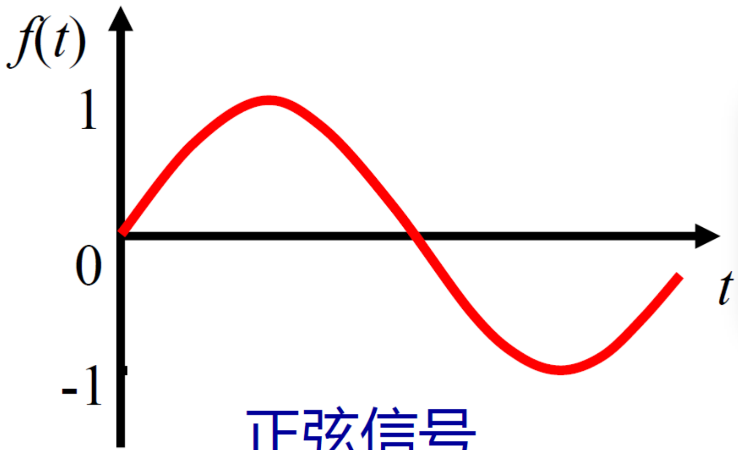
- 单位加速度信号



单位加速度信号

$$L\left[\frac{1}{2}t^2\cdot 1(t)\right]=\frac{1}{s^3}$$

❑ 正弦信号



正弦信号

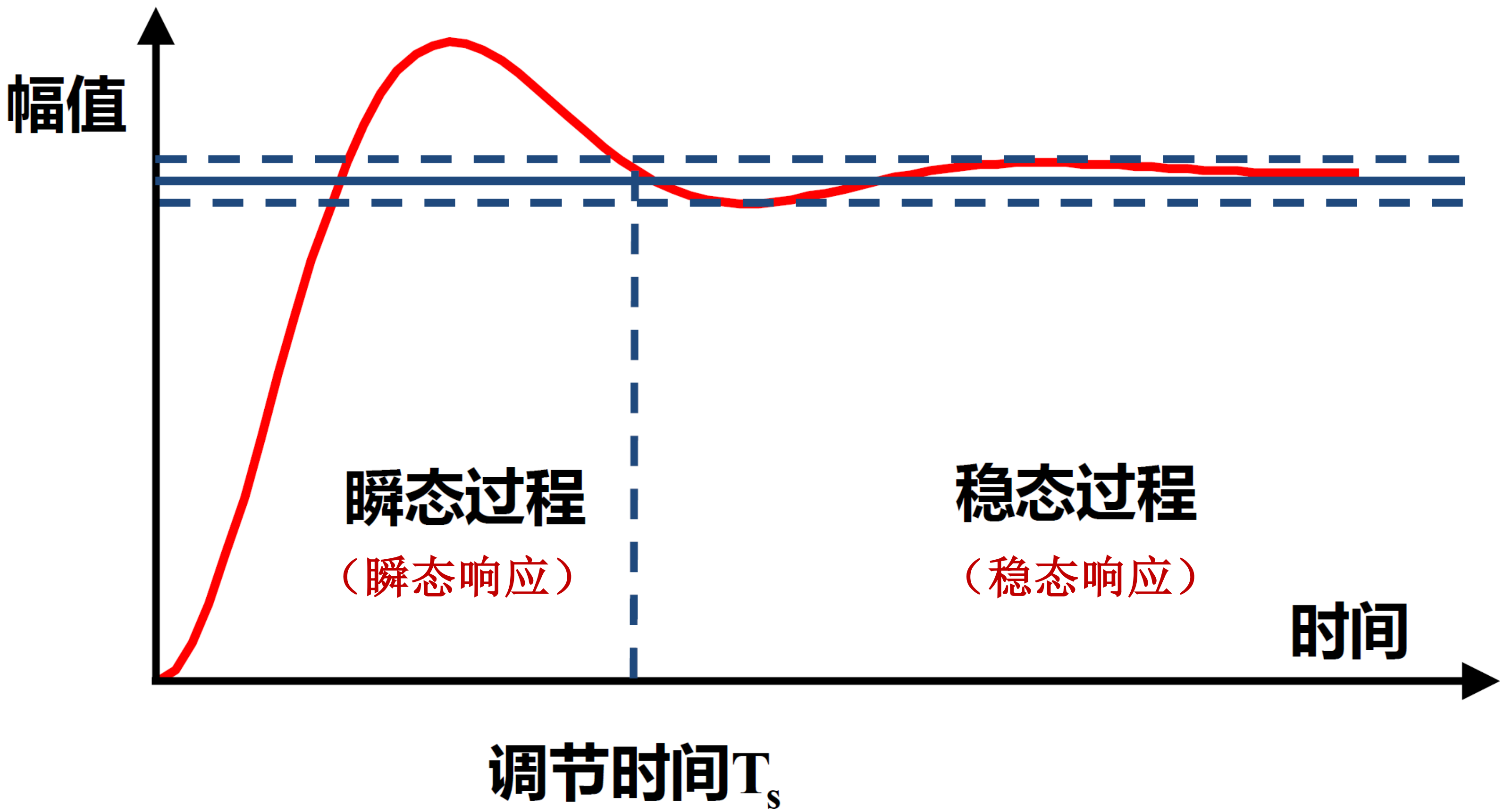
$$L\left[\sin(\omega t)\cdot 1(t)\right]=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

脉冲信号、阶跃信号、斜坡信号和加速度信号常用于分析系统的时域瞬态响应；

正弦输入信号常用于分析系统的频率响应特性。

内容安排

时域分析法：在时间域内研究控制系统**性能**的方法。



时域响应由两部分组成：

瞬态响应： 系统在输入信号的作用下，输出量从初始状态到稳定状态的响应过程。

也称瞬态过程、过渡过程。

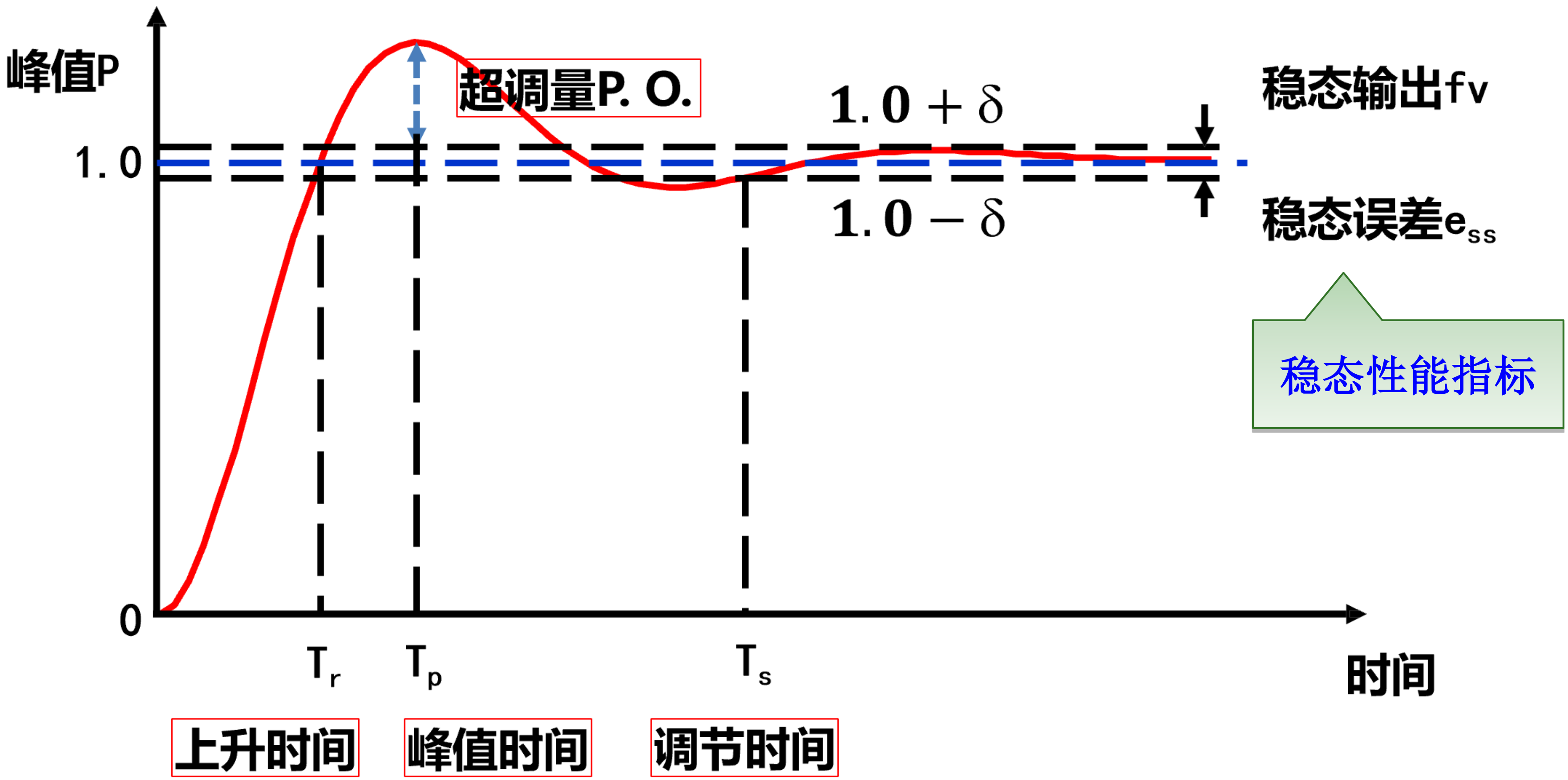
能反映系统的稳定性、快速性。

稳态响应： 系统在输入信号作用下，当时间t趋于无穷大时，系统输出量的表现方式。

表征输出量最终复现输入量的程度。

也称稳态过程，能反映系统的准确性。

瞬态性能指标：一组刻画瞬态过程快速、平稳等动态特性的定量指标。



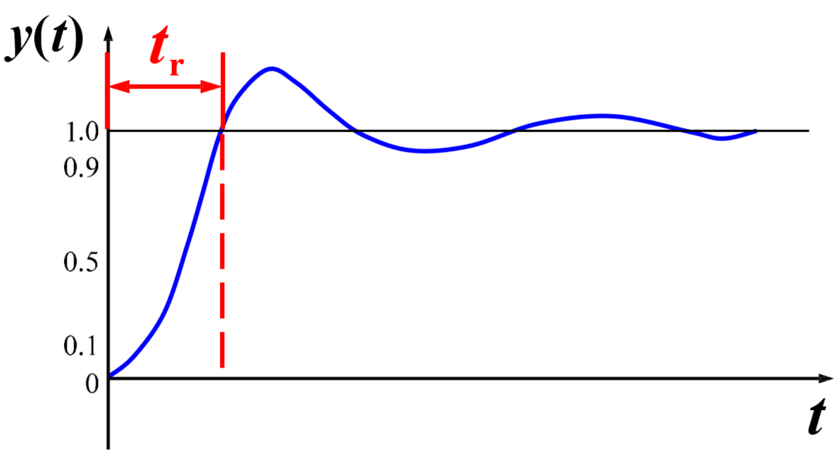
1. 上升时间（Rise Time） t_r

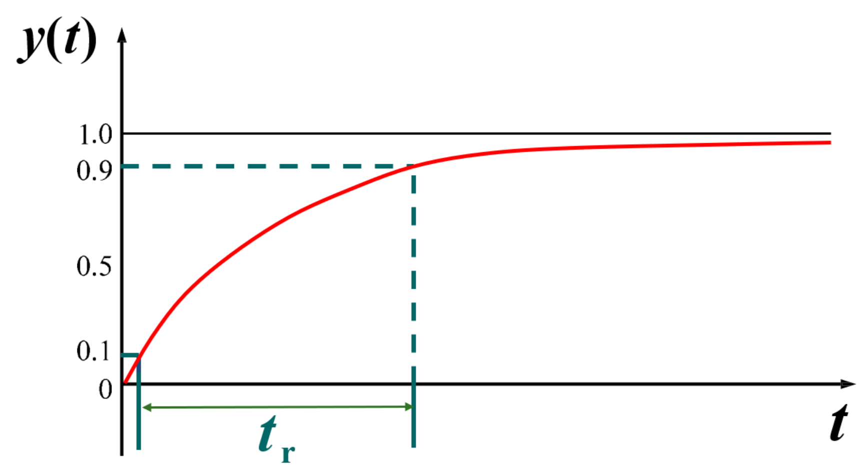
有超调的系统

响应曲线从零时刻首次到达稳态值的时间。

或从稳态值的10%上升到稳态值的90％所需的时间。

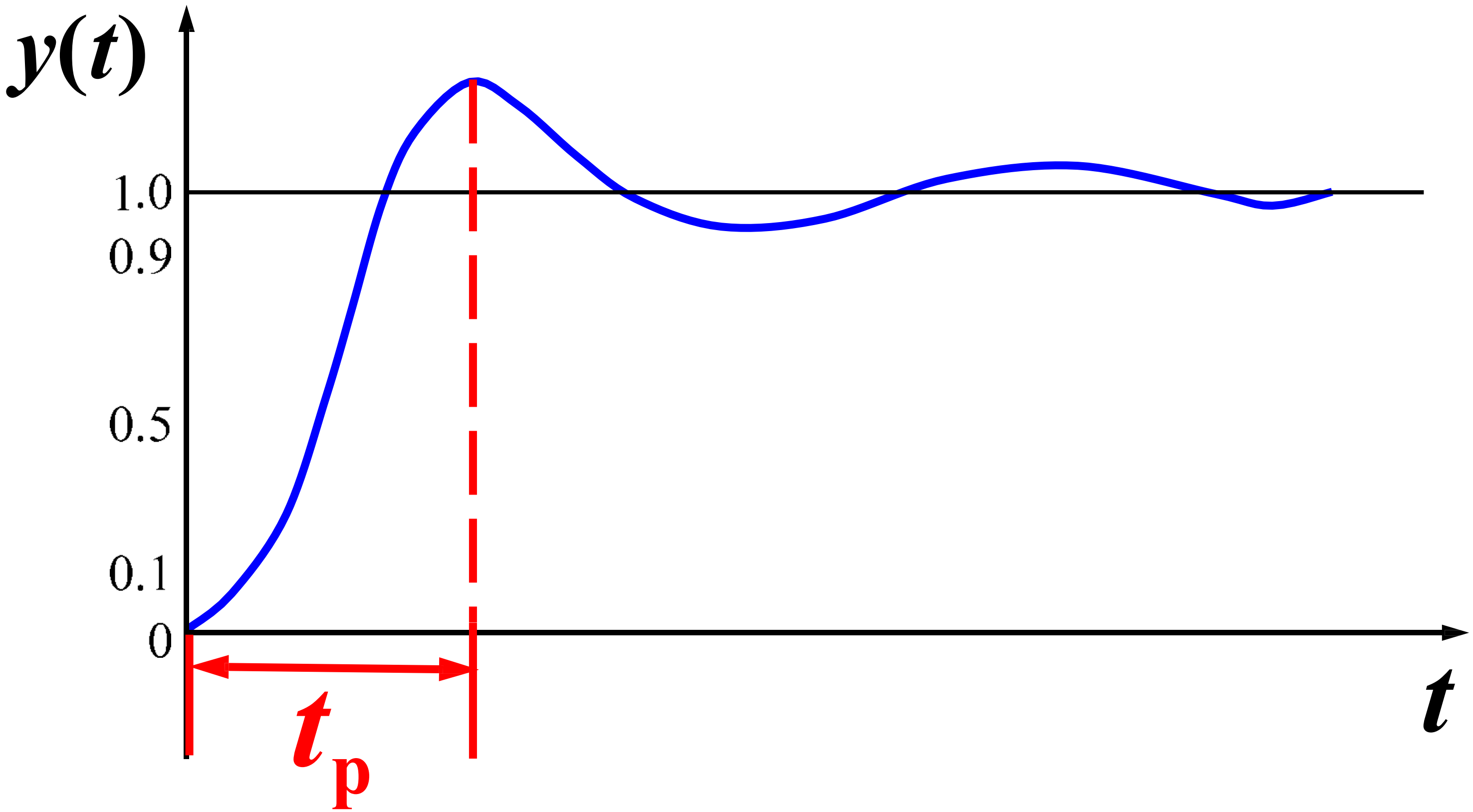
无超调的系统





2. 峰值时间（Peak Time） t_p

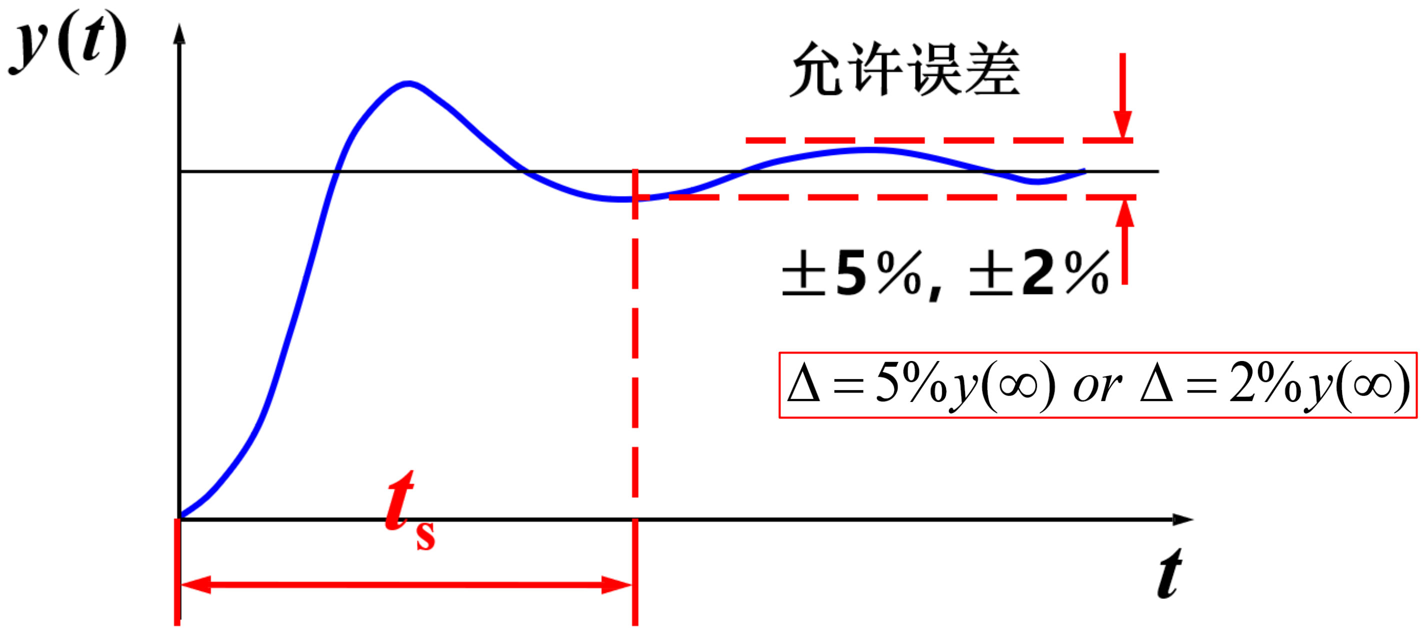
响应曲线从零时刻上升到第一个峰值点所需要的时间。



上升时间和峰值时间：主要衡量了系统响应的敏捷性。

3. 调节时间（Settling Time） t_s

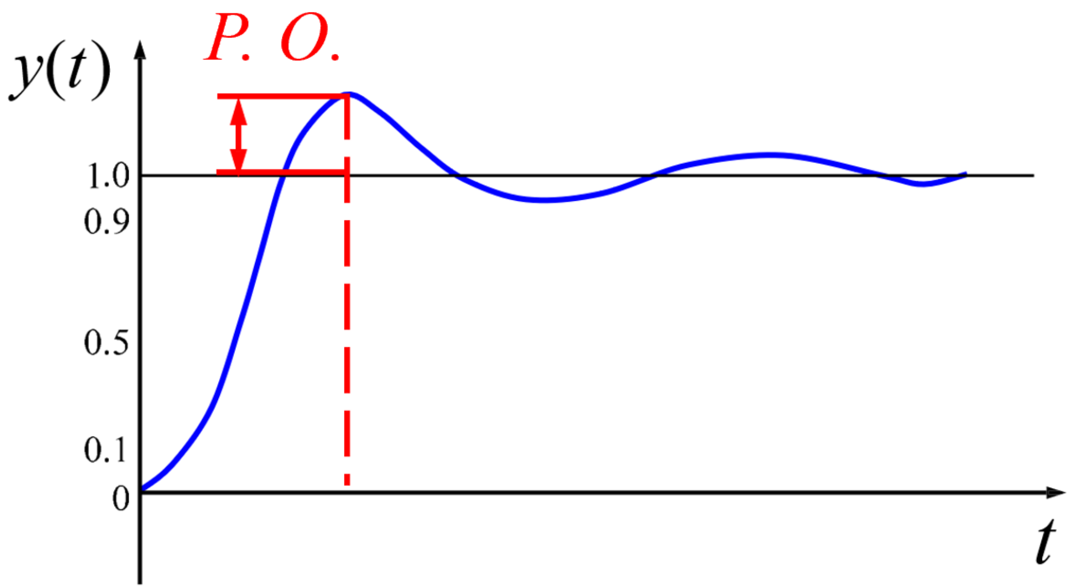
响应曲线达到并一直保持在允许误差范围内的最短时间。



该指标标志着过渡过程的结束，衡量了系统响应的快速性。

4. 超调量（Percent Overshoot） P. O.

响应曲线的最大峰值与稳态值 1 的差。



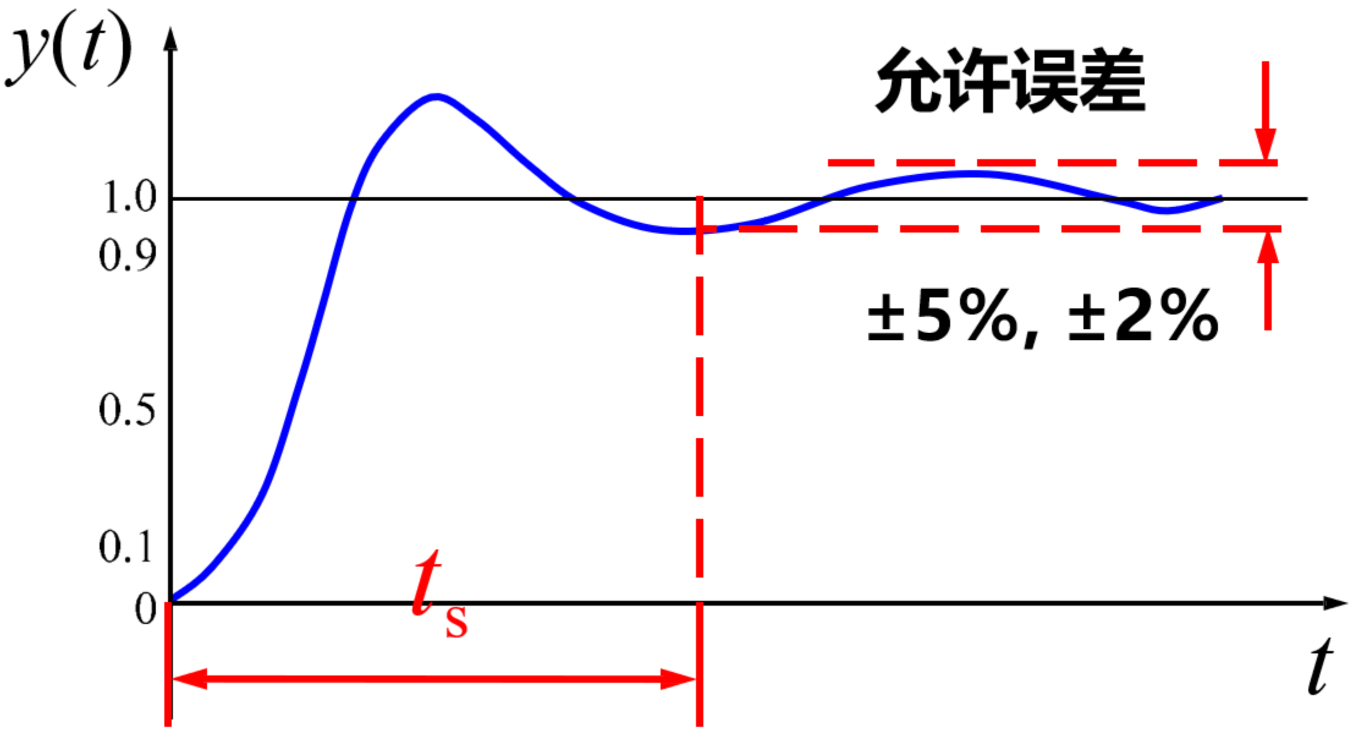
注：超调量为相对值，用百分比表示。

$$P.\ O. = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100\%$$

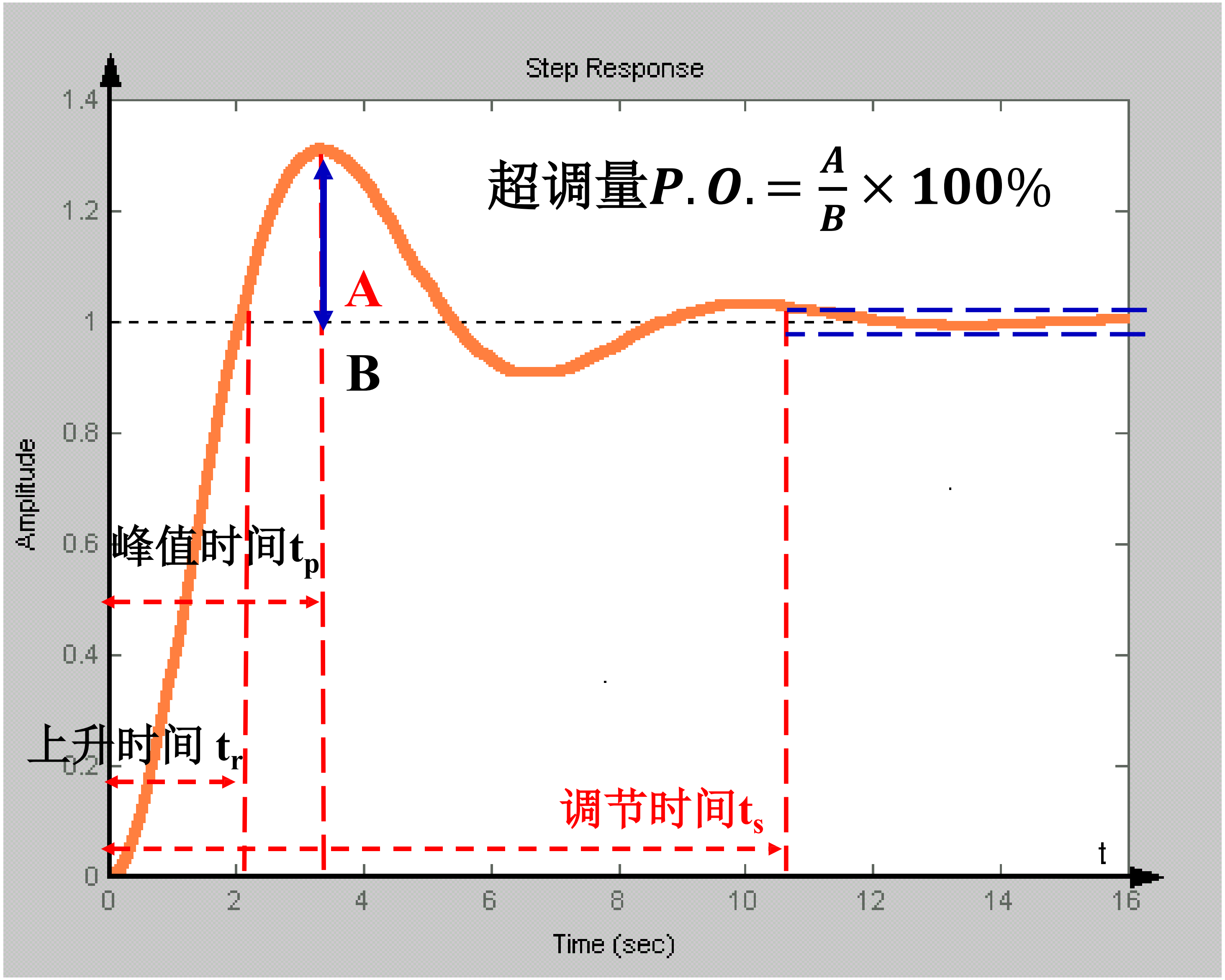
该指标衡量了系统响应的平稳性。

5. 振荡次数（Oscillation Number）

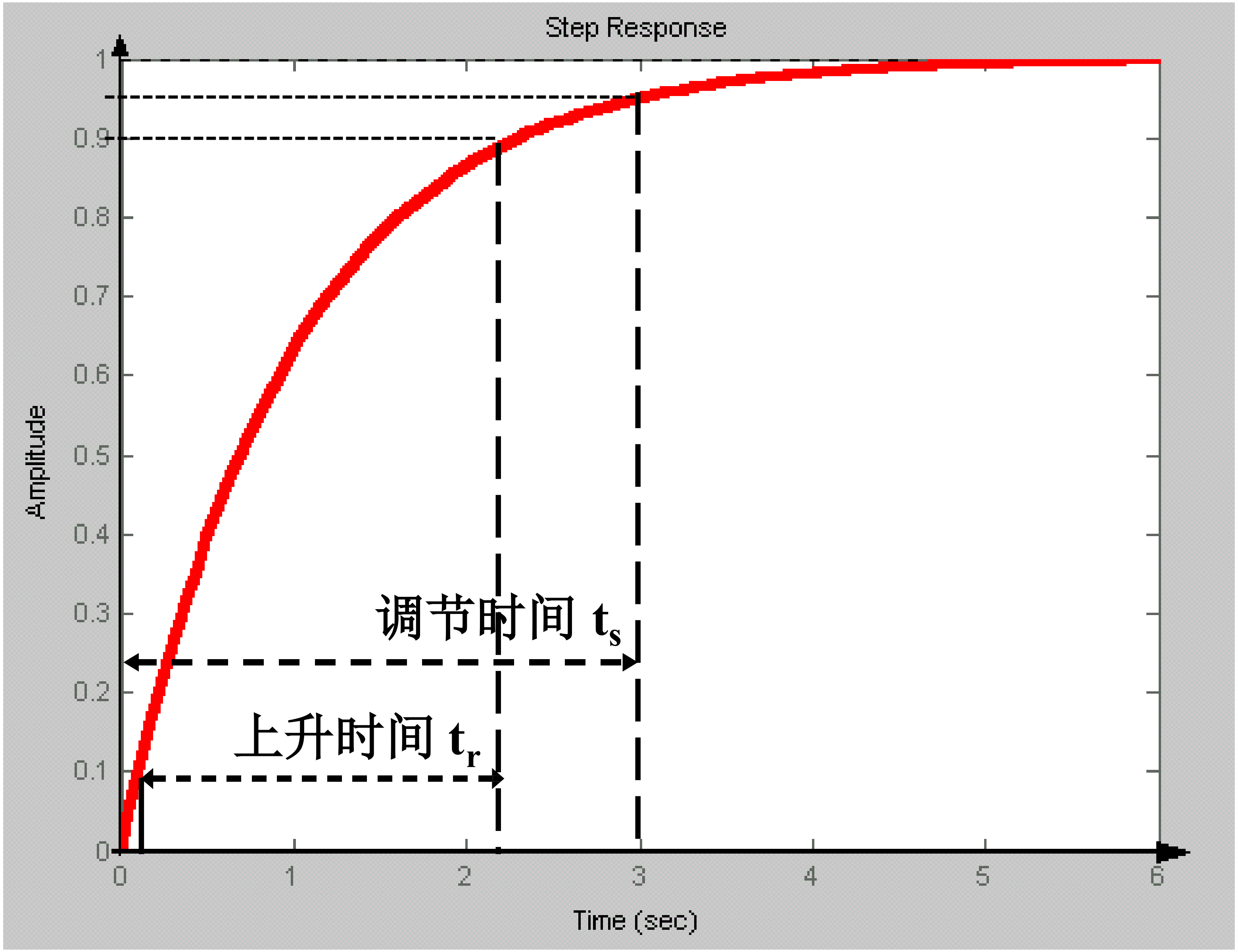
在调节时间t_s内响应曲线振荡的次数。



瞬态性能指标(欠阻尼)

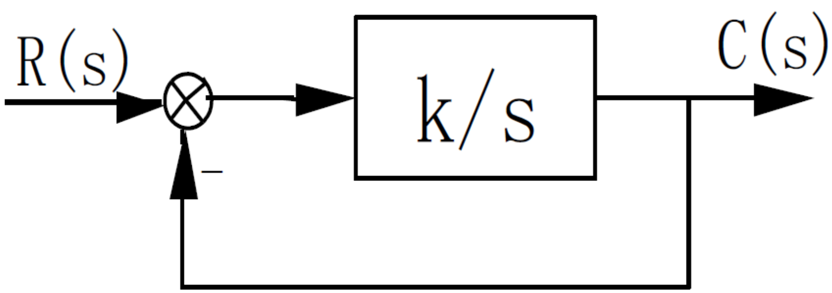

Step Response
超调量$P.O. = \frac{A}{B} \times 100\%$
A
B
峰值时间t_p
上升时间 t_r
调节时间t_s
Amplitude
Time (sec)
t
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16

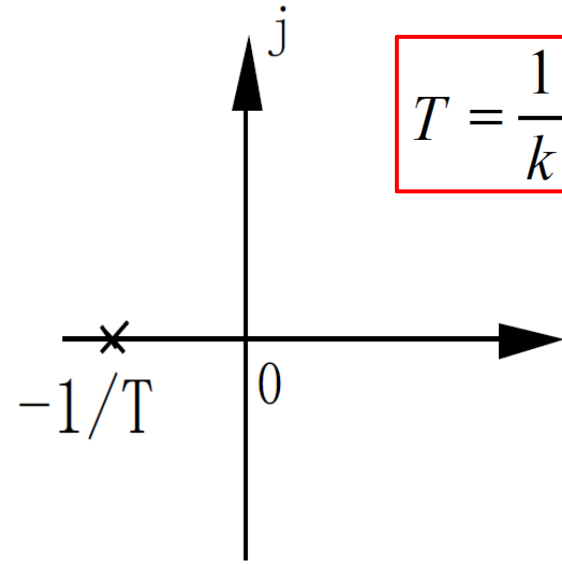
瞬态性能指标(过阻尼)


Step Response
Amplitude
Time (sec)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0
1
2
3
4
5
6
调节时间 t_s
上升时间 t_r

内容安排

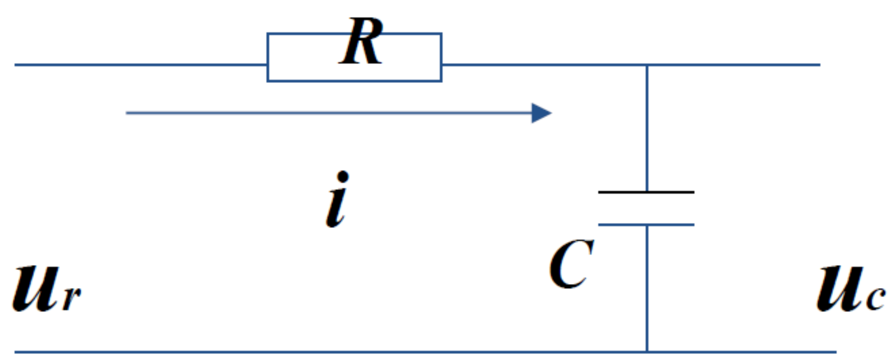
典型一阶系统框图与零极点图





$$\boxed{T = \frac{1}{k}}$$

典型的例子是RC低通滤波器



一阶系统的数学模型

微分方程模型： $$T\frac{dc(t)}{dt}+c(t)=r(t)$$

开环传递函数： $$G(s)=\frac{1}{Ts}=\frac{k}{s},k=\frac{1}{T}$$

闭环传递函数： $$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{Ts+1}$$

其中，T称为时间常数，是一阶系统唯一的性能参数。

一阶系统的单位脉冲响应

单位脉冲输入 $r(t)=\delta(t)$　　其象函数 $R(s)=1$

输出信号的拉普拉斯变换:

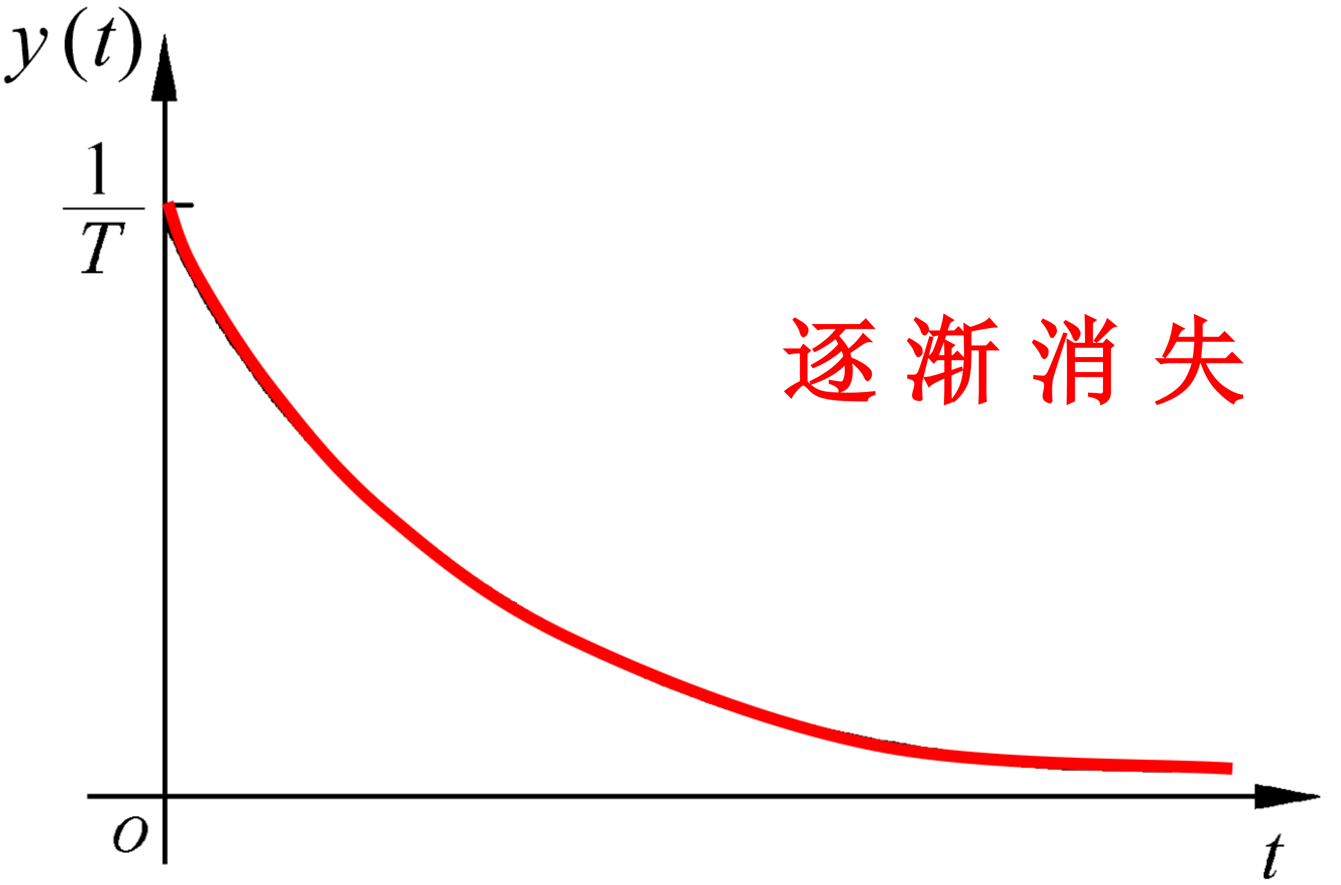
$$Y(s)=\Phi(s)R(s)=\frac{1}{Ts+1}\cdot 1=\frac{\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T}}$$

时域响应函数(脉冲响应函数):

$$y(t)=L^{-1}[Y(s)]=\left(\frac{1}{T}e^{-\frac{1}{T}t}\right)\cdot 1(t)$$

$$y(t)=\left(\frac{1}{T}e^{-\frac{1}{T}t}\right)1(t)$$

一阶系统的单位脉冲响应



一阶系统的单位阶跃响应

单位阶跃输入 $r(t)=1(t)$ 其象函数为 $R(s)=\dfrac{1}{s}$

输出信号的拉普拉斯变换:

$$Y(s)=\Phi(s)\cdot R(s)=\frac{1}{Ts+1}\cdot\frac{1}{s}$$

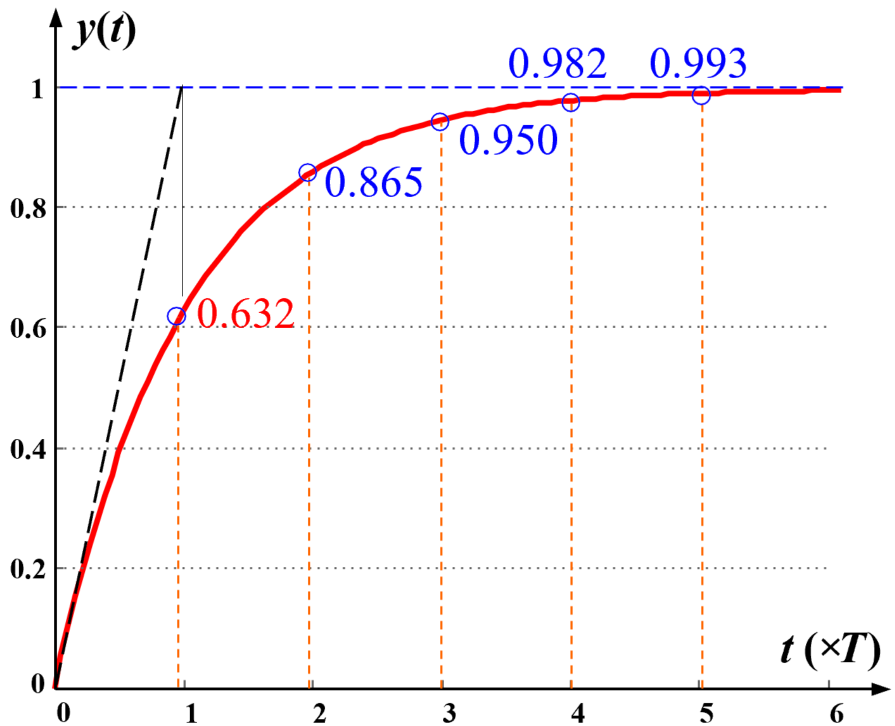
$$=\frac{1}{s}-\frac{T}{Ts+1}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\dfrac{1}{T}}$$

单位阶跃的时域响应函数:

$$y(t)=L^{-1}[Y(s)]=\left(1-e^{-\frac{1}{T}t}\right)\cdot 1(t)$$

$$y(t)=\left(1-e^{-\frac{1}{T}t}\right)1(t)$$

一阶系统的单位阶跃响应



$$y(0)=0$$

$$y(\infty)=1$$

$$y(T)=1-e^{-1}=0.632$$

$$y(3T)=1-e^{-3}=0.950$$

$$y(4T)=1-e^{-4}=0.982$$

$$\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0}=\frac{1}{T}$$

特点：

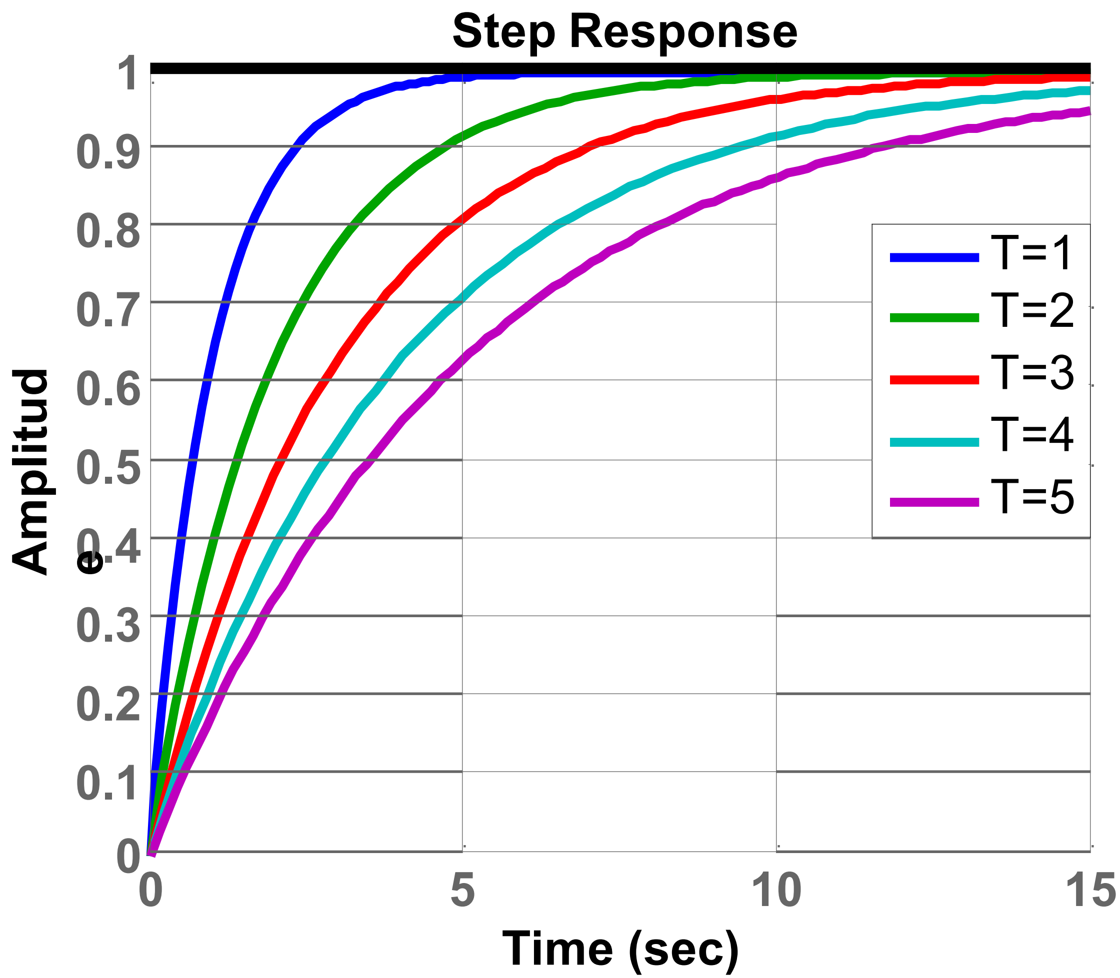
(1) 单调的指数曲线，稳定，无振荡，稳态误差为 0；

(2) 经过时间 T，曲线上升到稳态值的 63.2%；

(3) 调节时间为 $(3\sim4)T$；

(4) 在 $t=0$ 处，响应曲线的切线斜率为 $1/T$；

(5) T 越小，过渡过程持续时间越短，表明系统惯性越小，系统的快速性能越好。



T越小，系统的快速性能越好

一阶系统的单位斜坡响应

单位斜坡输入 $r(t)=t\cdot 1(t)$ 其象函数为 $R(s)=\dfrac{1}{s^2}$

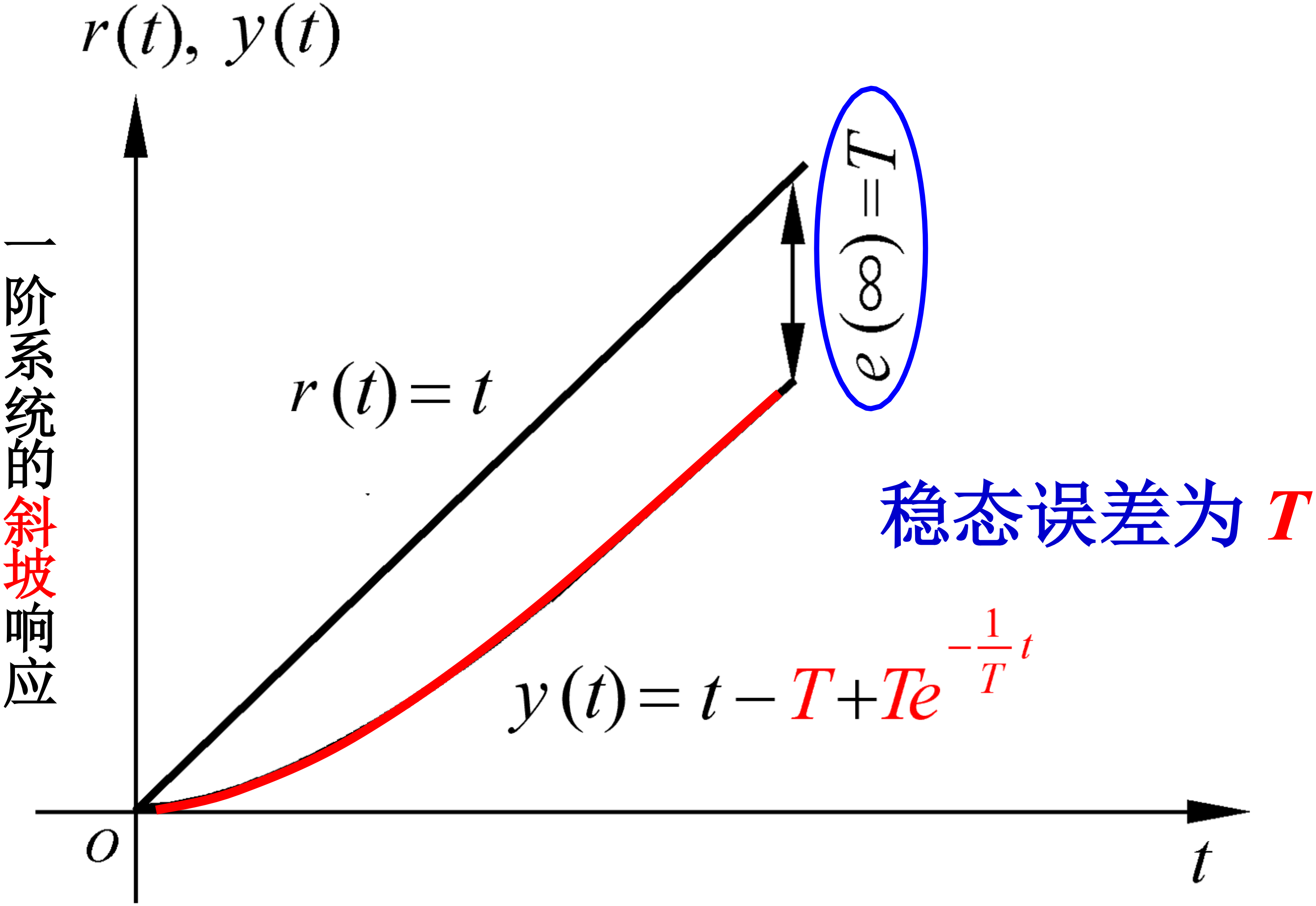
输出信号的拉普拉斯变换:

$$Y(s)=\Phi(s)R(s)=\frac{1}{Ts+1}\cdot\frac{1}{s^2}$$

$$=\frac{1}{s^2}-\frac{T}{s}+\frac{T}{s+\dfrac{1}{T}}$$

单位斜坡的时域响应函数:

$$y(t)=L^{-1}[Y(s)]=\left(t-T+Te^{-\frac{1}{T}t}\right)\cdot 1(t)$$



$r(t),\ y(t)$
一阶系统的斜坡响应
$r(t)=t$
$e(\infty)=T$
稳态误差为 T
$y(t)=t-T+Te^{-\frac{1}{T}t}$
O
t

一阶系统的单位加速度响应

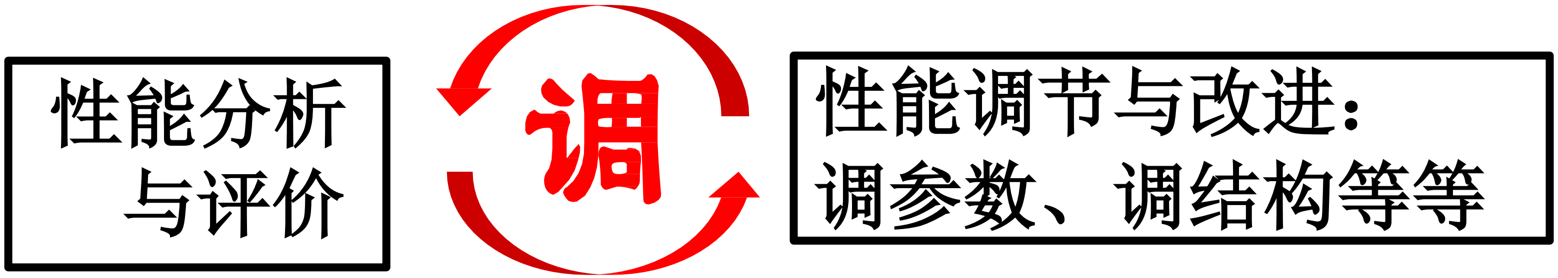
任务复杂时，有更恶劣的性能。

$$R(s)=\frac{1}{s^3},$$

$$Y(s)=\Phi(s)R(s)=\frac{1}{Ts+1}\bullet\frac{1}{s^3}=\frac{1}{s^3}-\frac{T}{s^2}+\frac{T^2}{s}-\frac{T^2}{s+1/T}$$

$$\boxed{y(t)=\frac{1}{2}t^2-Tt+T^2(1-e^{-t/T}),\quad t\geq 0}$$

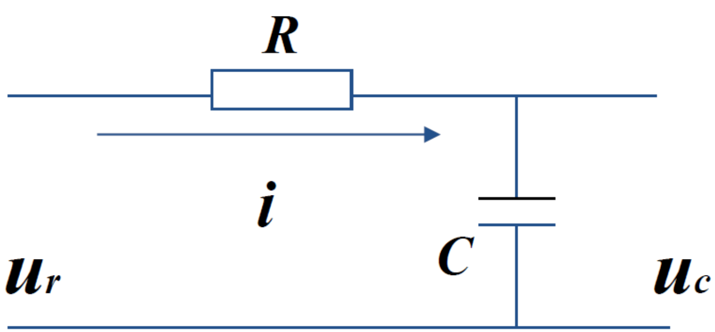
无限偏差！



控制工程的循环主题

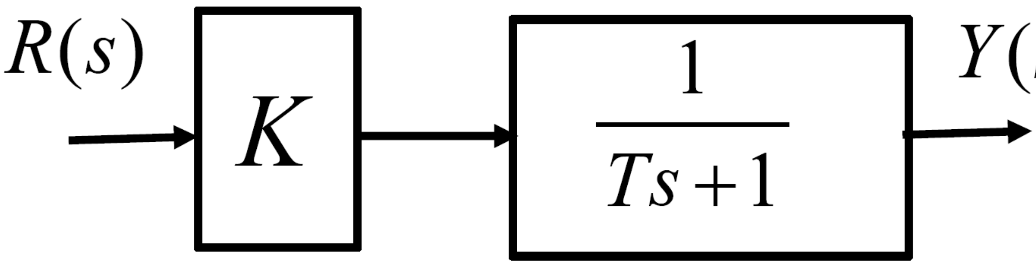
一阶系统功能简单，改善性能的空间和手段有限：

1、选择元器件，以减小时间常数

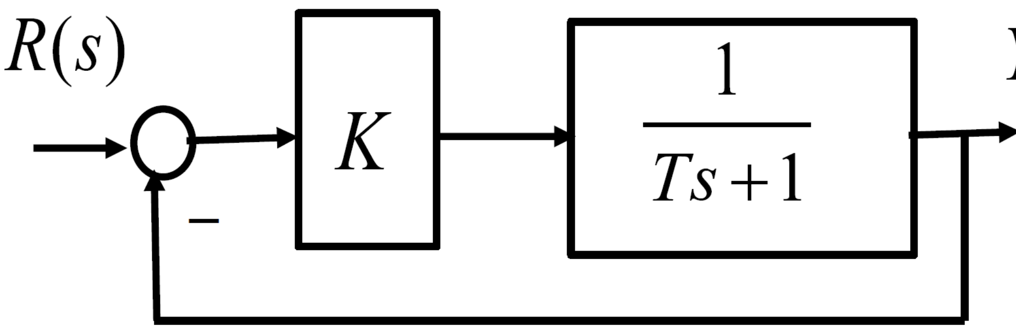


$$\Phi(s)=\frac{1}{RCs+1} \qquad T=RC$$

2、 引入反馈，以减小时间常数。



$$\Phi(s)=\frac{K}{Ts+1}$$



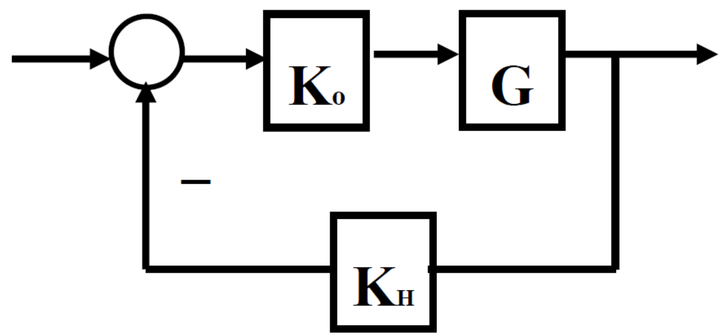
$$\Phi(s)=\frac{K/(K+1)}{(T/(K+1))s+1}$$

注意：反馈有**功率损失**的副作用。

例 5.1 系统原有的传递函数为:

$$G(s) = 10/(0.2s+1)$$

为了加速过渡过程，需要将时间常数降低为原有值的10%，同时保持系统稳态输出不变。试设计确定合适的放大器K_o和反馈放大器K_H。



解:

例 5.2（复习，系统辨识）系统对输入信号

$$r(t) = (1 + t)1(t)$$

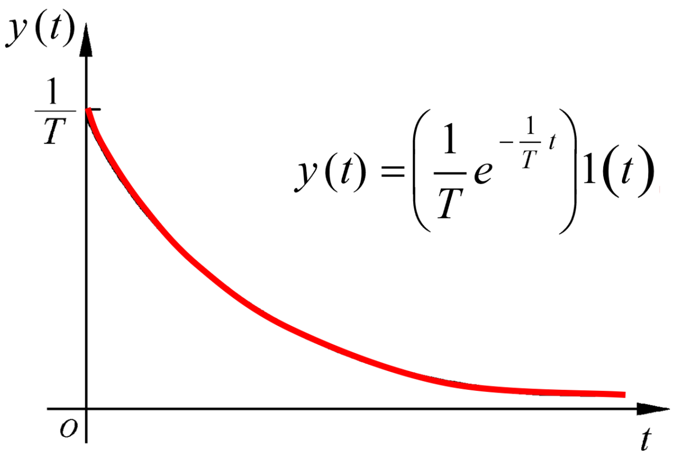
的零初始响应为：

$$y(t) = (t + 0.9) - 0.9e^{-10t}, \quad t \geq 0$$

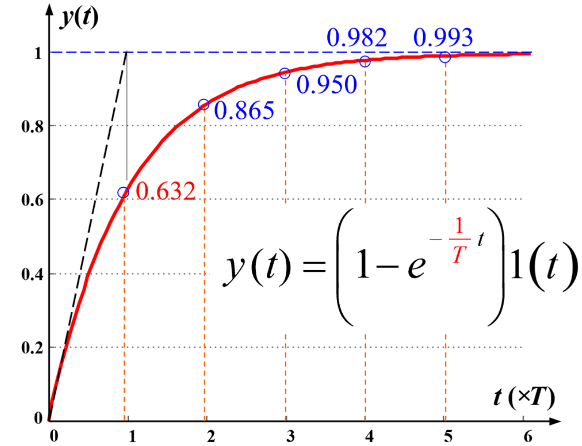
试确定系统的传递函数。

解：

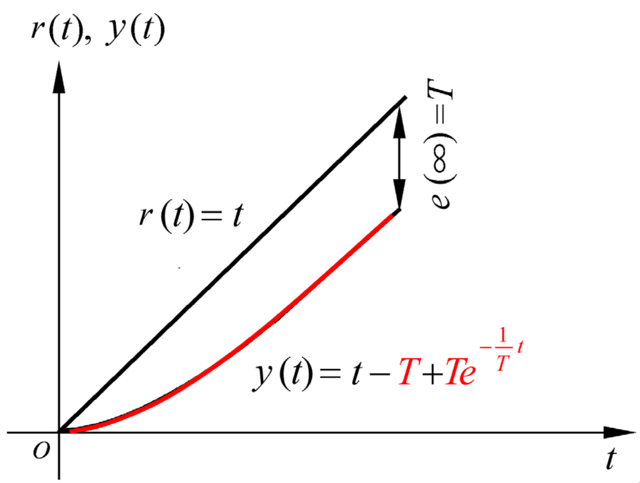
小结



1. 单位脉冲响应



2. 单位阶跃响应



3. 单位斜坡响应

稳定性、快速性和准确性均与系统固有特性有关。稳定性、快速性与输入信号的形式无关；**而准确性与输入信号的形式有关。**

小结

性能分析与评价

性能调节与改进：调参数、调结构等等

控制工程的循环主题

- 一阶系统功能简单，性能改善的空间和手段有限：

  1、选择元器件以减小时间常数，

  2、引入反馈以减小时间常数。