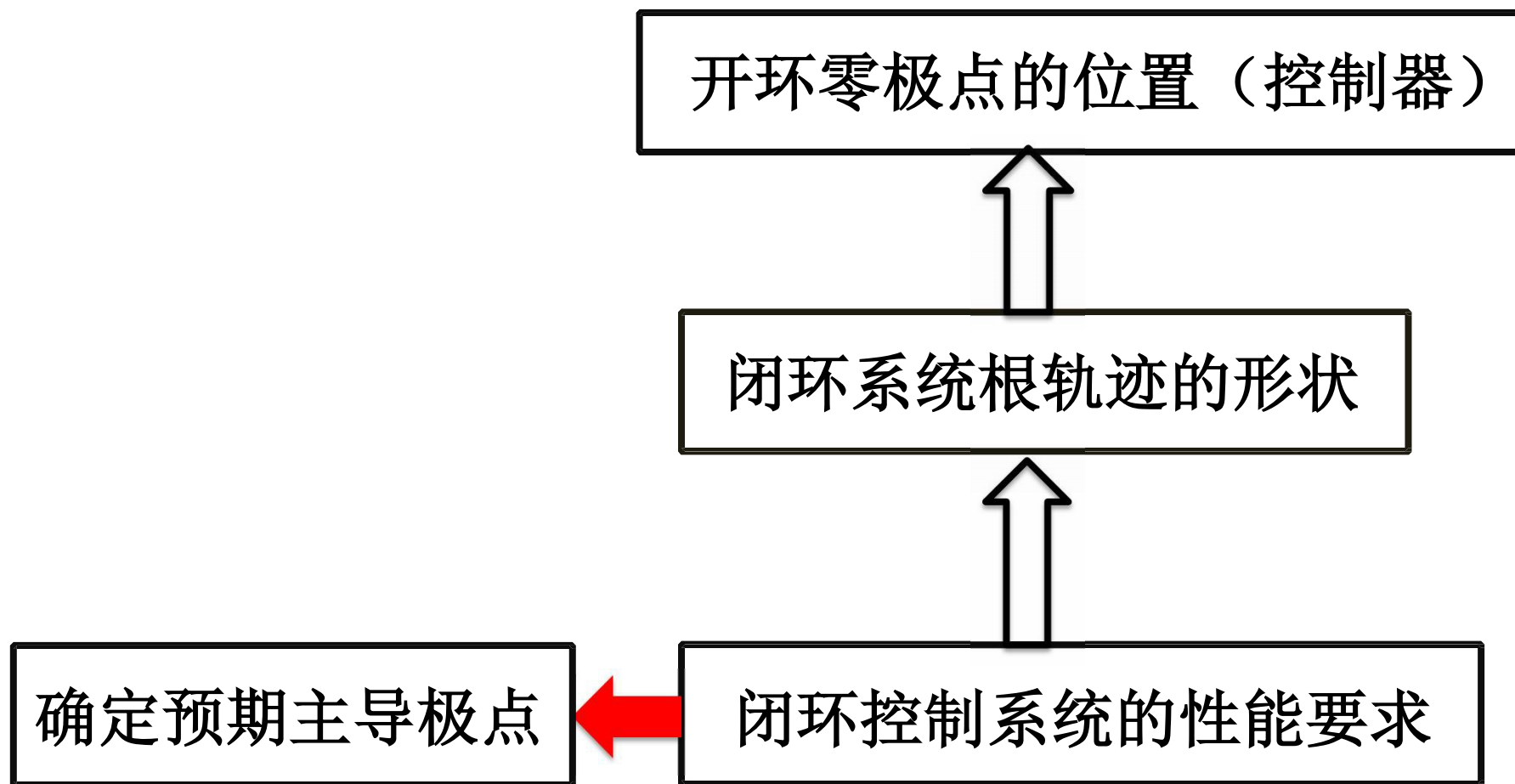


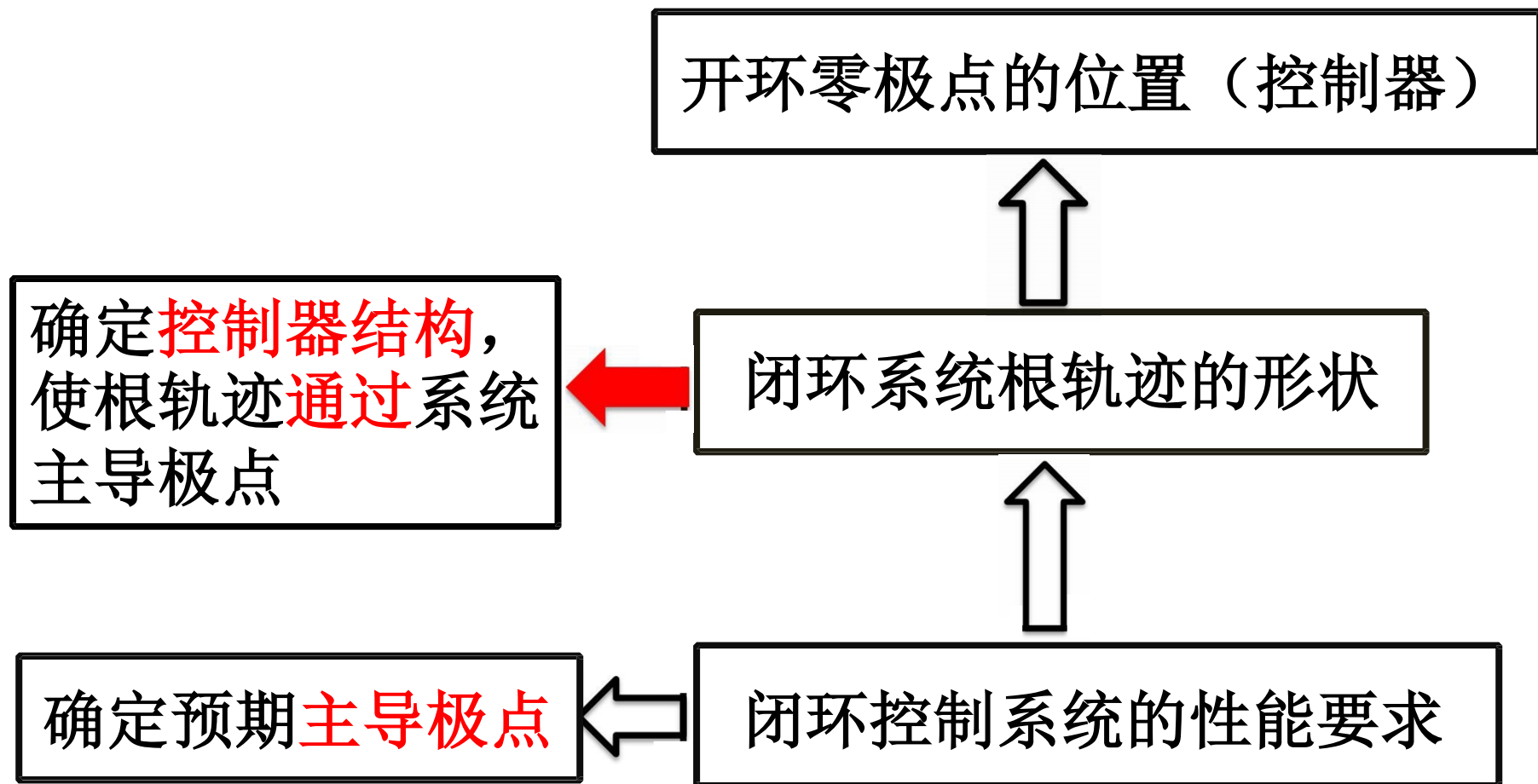
第七章：根轨迹法

2022年12月2日

根轨迹控制器设计的基本思想



控制器根轨迹设计的基本思想



控制器根轨迹设计的基本思想

确定控制器**参数**，
使主导极点配置在
预期主导极点上，
验证其他设计要求

开环零极点的位置（控制器）

确定**控制器结构**，
使根轨迹**通过**系统
主导极点

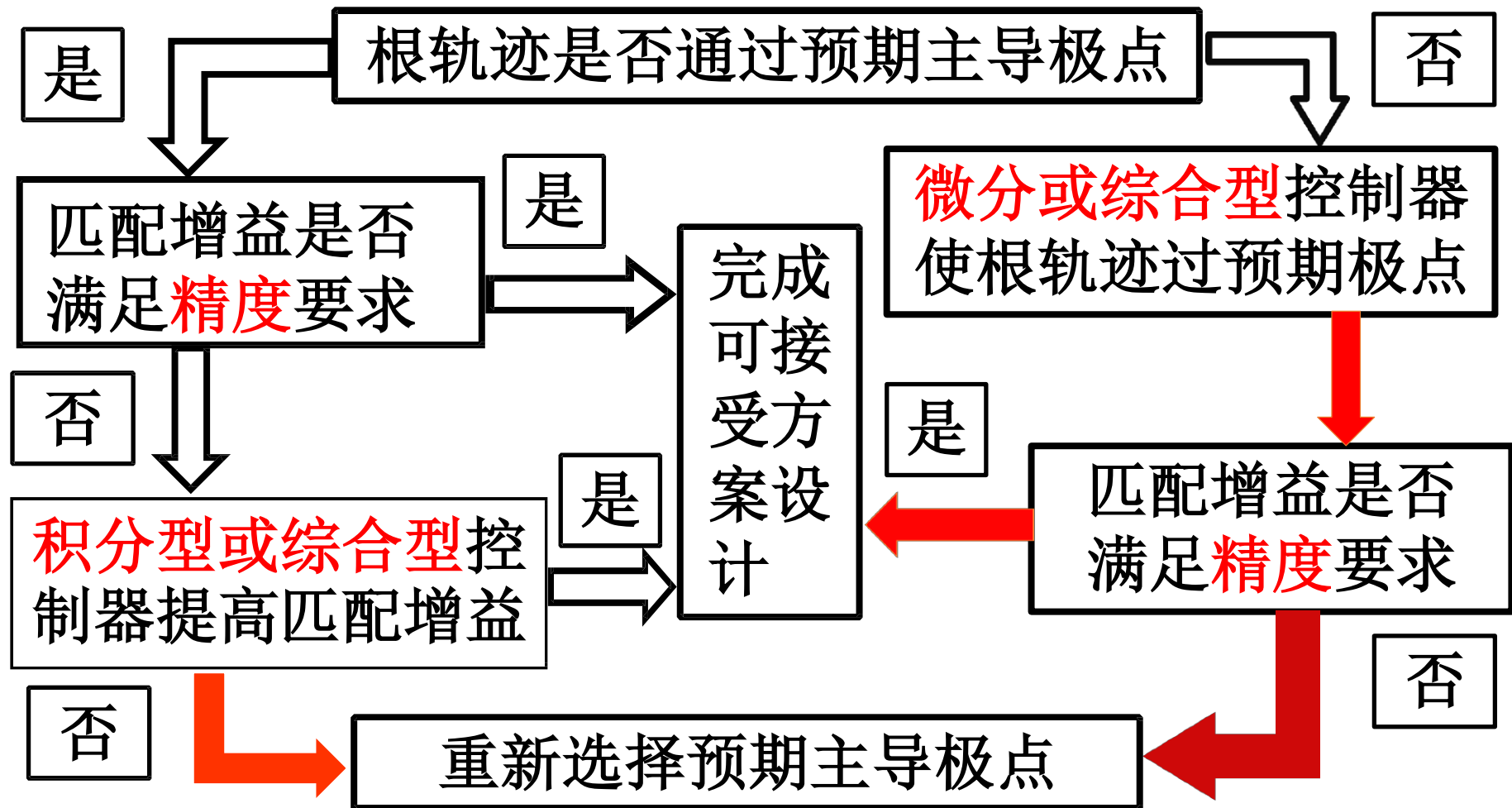
闭环系统根轨迹的形状

确定预期**主导极点**

闭环控制系统的性能要求



控制器根轨迹设计的基本思路



内容安排

7.1

根轨迹的基本概念

7.2

根轨迹绘制的基本方法

7.3

基于根轨迹的控制系统分析

7.4

基于根轨迹的控制系统设计

7.5

MATLAB在根轨迹中的应用

1. 绘制根轨迹

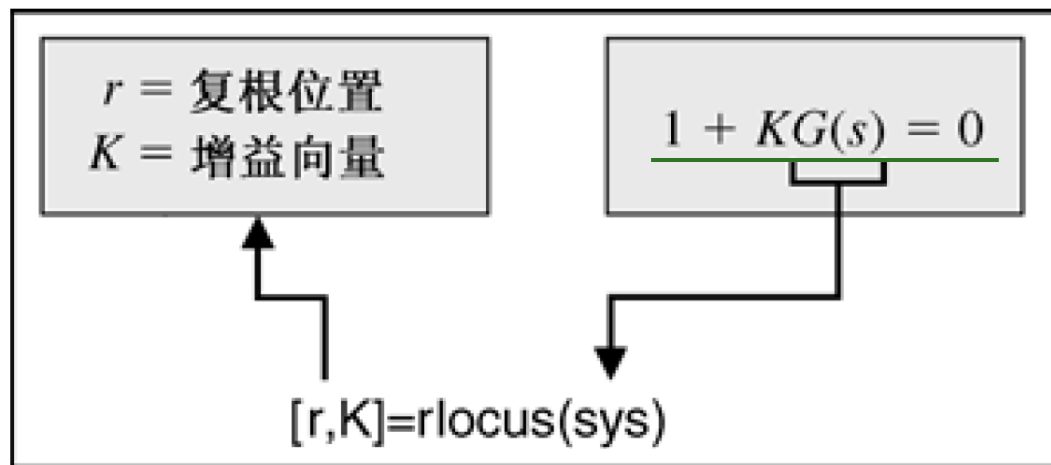
1. rlocus (sys)

绘制系统的根轨迹。

其中sys定义了系统的开环传递函数对象 $G(s)$ 。

2. [r, K] = rlocus (sys)

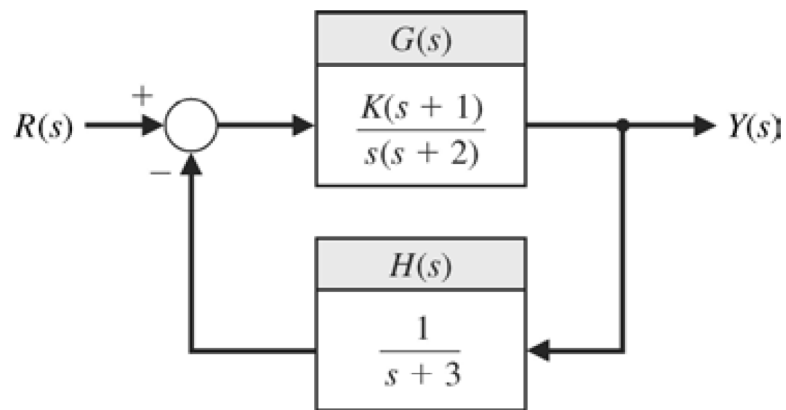
返回闭环根的位置矩阵及相应的增益向量。



特征方程的
标准格式

例

考虑下图所示的闭环控制系统



其闭环传递函数为

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+3) + K(s+1)}$$

其特征方程为

$$1 + K \frac{s+1}{s(s+2)(s+3)} = 0$$

特征方程的标准格式: $1 + KG(s) = 1 + K \frac{p(s)}{q(s)} = 0$

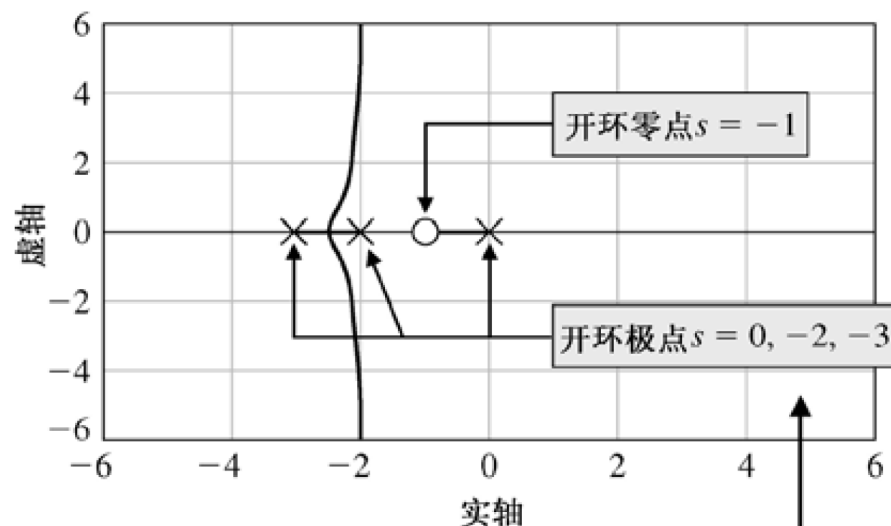
$$1 + K \frac{s + 1}{s(s + 2)(s + 3)} = 0$$



$$p(s) = s + 1$$
$$q(s) = s^3 + 5s^2 + 6s$$

利用计算机绘制根轨迹的步骤:

1. 将系统的特征方程改写为标准格式
2. 调用函数`rlocus`绘制根轨迹



```
>>p=[1 1]; q=[1 5 6 0]; sys=tf(p,q); rlocus(sys)
```

生成根轨迹

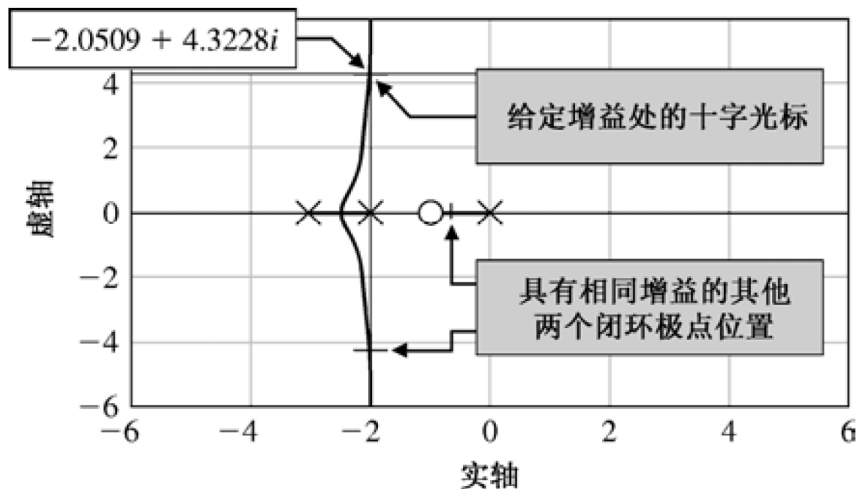
```
>>p=[1 1]; q=[1 5 6 0]; sys=tf(p,q); [r,K]=rlocus(sys);
```

生成闭环根位置向量 r 及对应的增益 K 的不同取值

2. 分析根轨迹

rlocfind (sys)

确定与特定的复根对应的增益 K 的取值



```
>>p=[1 1]; q=[1 5 6 0]; sys=tf(p,q); rlocus(sys)
```

```
>>rlocfind(sys)
```

在函数rlocus后调用函数rlocfind

Select a point in the graphics window

```
selected_point =  
-2.0509 + 4.3228i
```

```
ans =  
20.5775
```

选定点处的增益 K

3. 基于Matlab/Sisotool的控制器设计

Step 1: 启动sisotool窗口，选择控制系统的结构，输入开环传递函数。

```
>> G = tf([1], [1 2 0]);
```

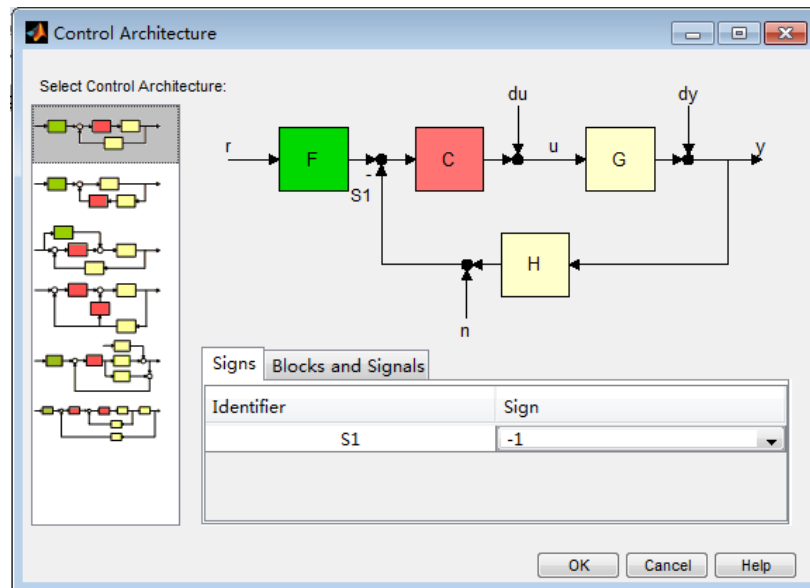
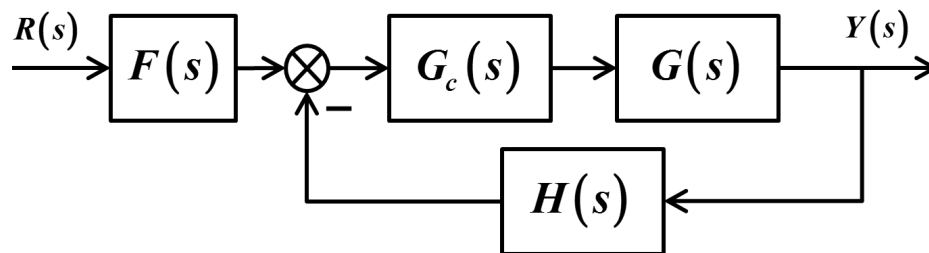
```
>> sisotool(G);
```

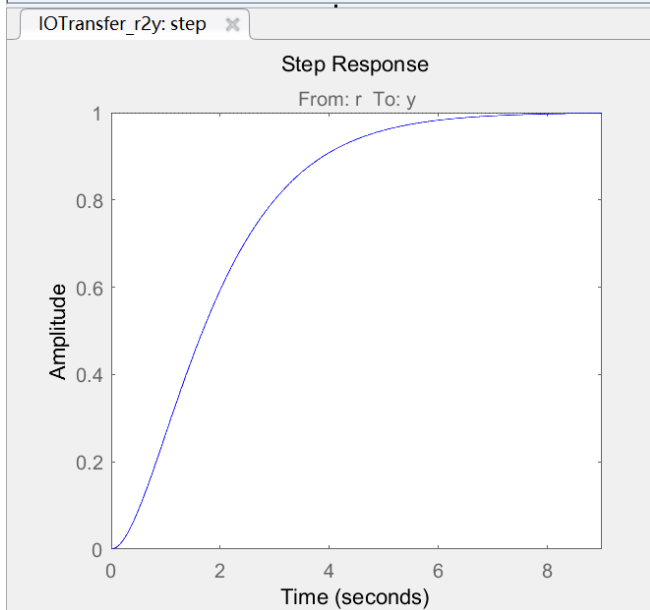
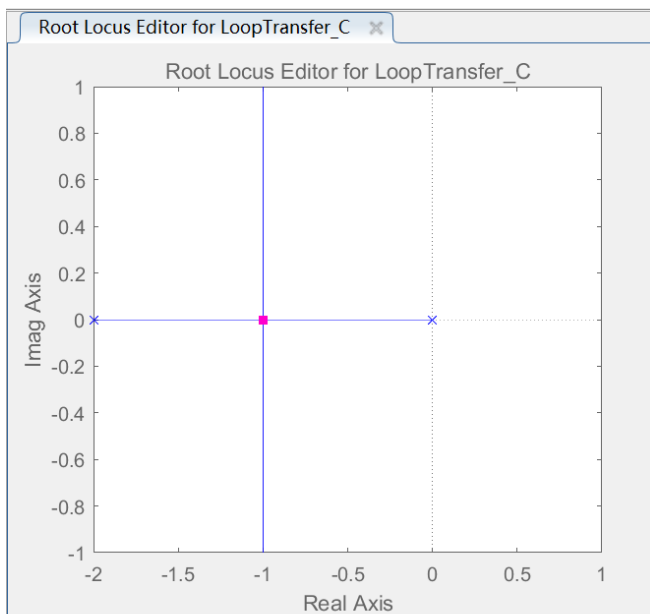
$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

$$F(s) = 1$$

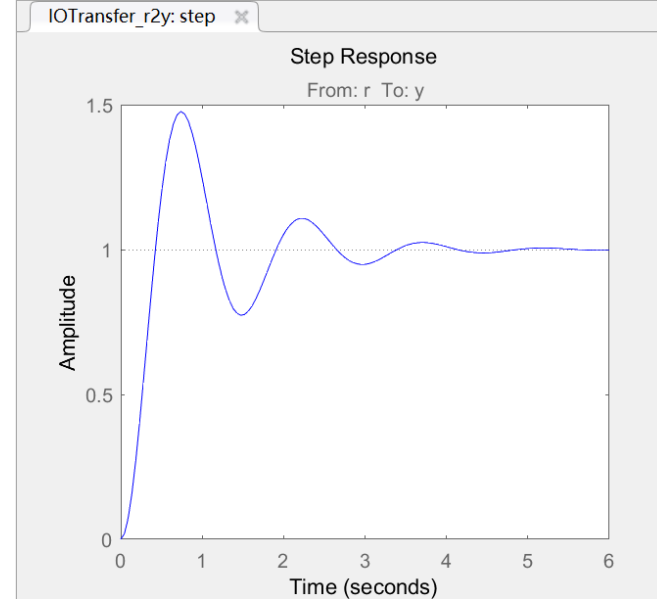
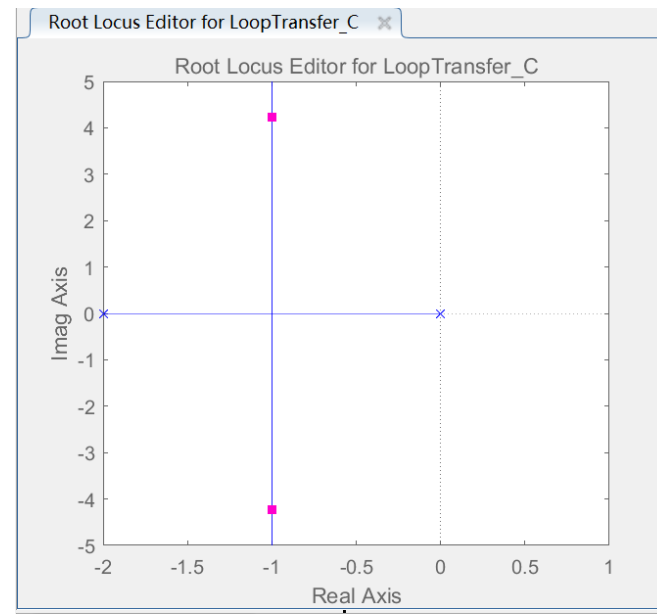
$$G_c(s) = 1$$

$$H(s) = 1$$

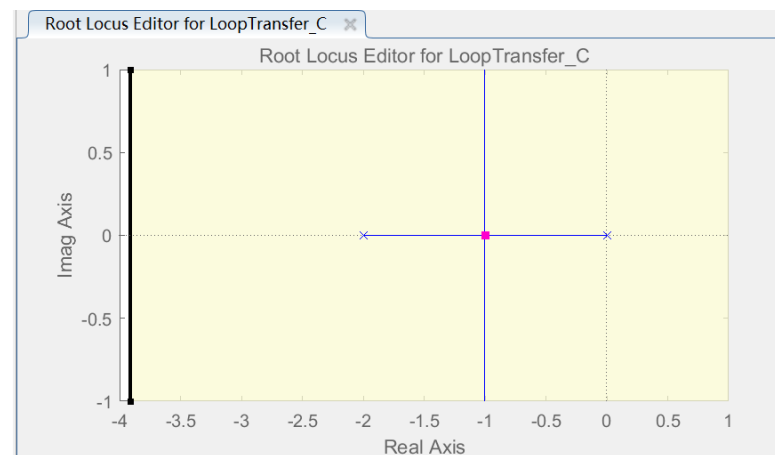
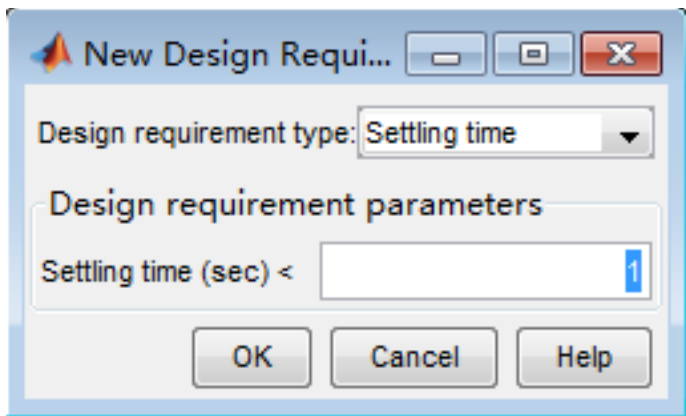
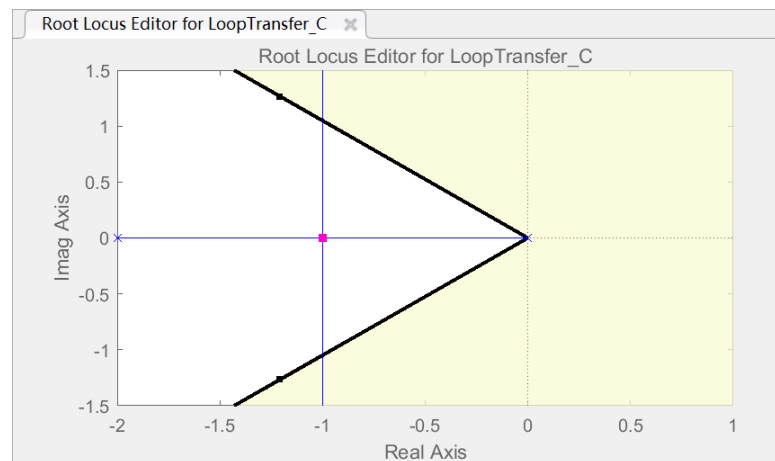
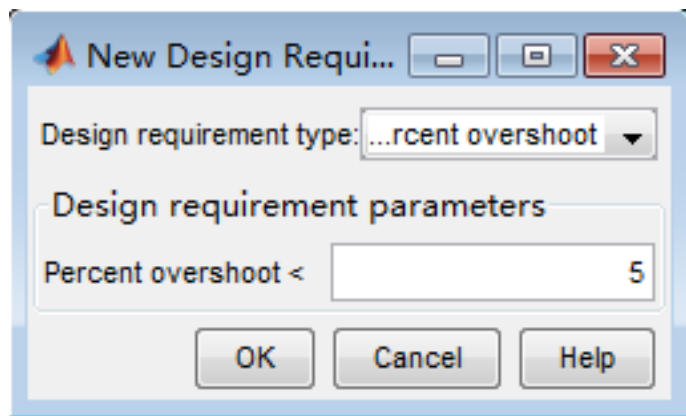




极点位置不同，阶跃响应也不同



Step 2: 在根轨迹图上增加控制系统指标约束条件，确定预期主导极点的可行域，选择预期极点。



New Design Requi... [Min] [Max] [X]

Design requirement type: ▼

Design requirement parameters

Percent overshoot <

[OK] [Cancel] [Help]

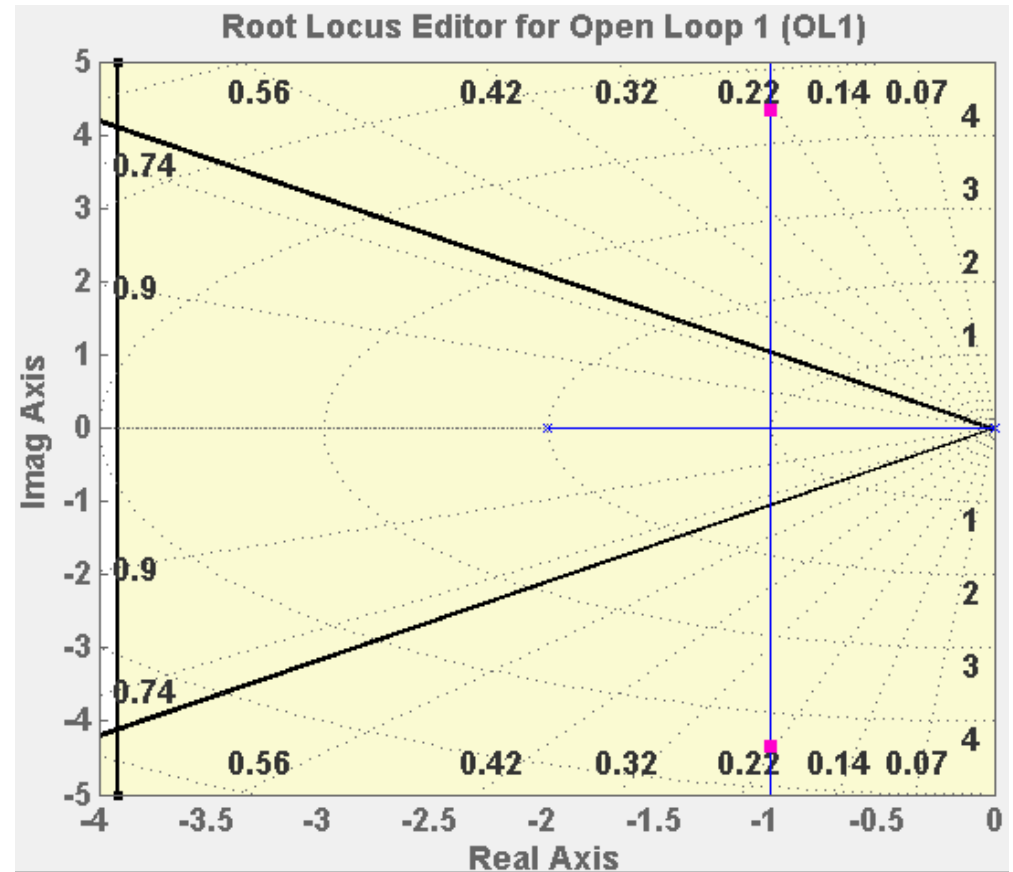
New Design Requi... [Min] [Max] [X]

Design requirement type: ▼

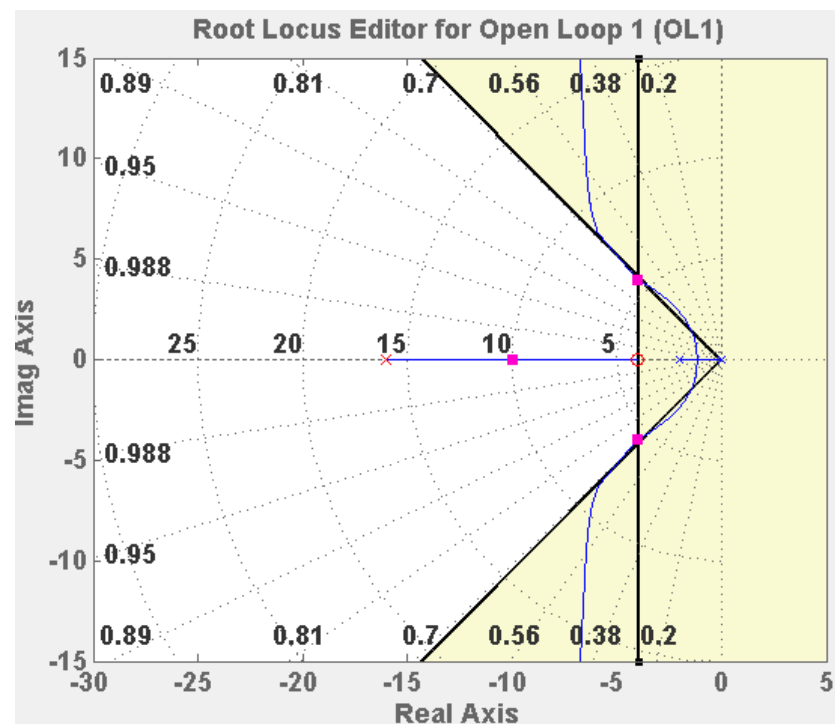
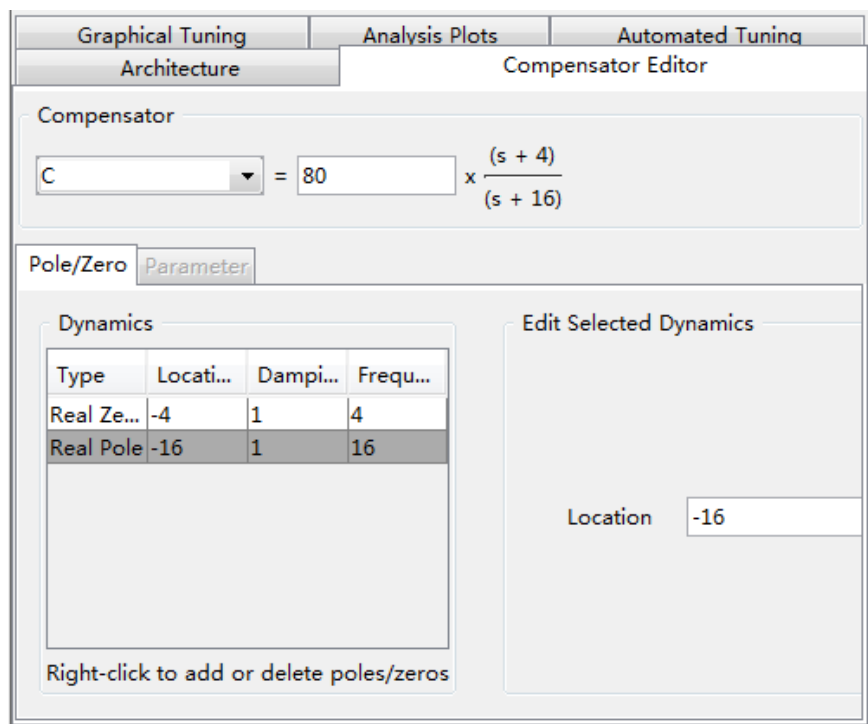
Design requirement parameters

Settling time (sec) <

[OK] [Cancel] [Help]

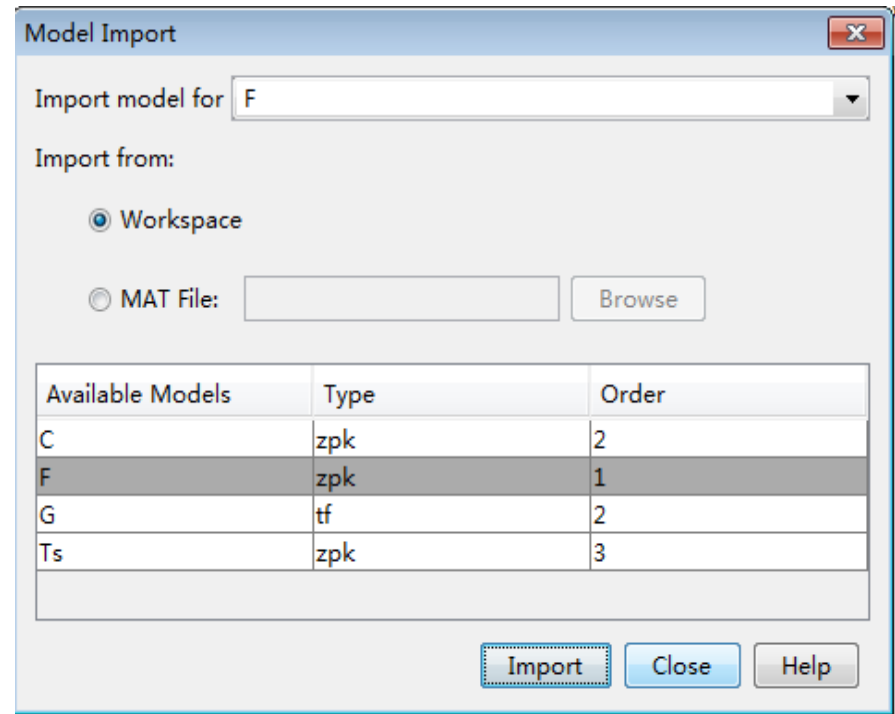
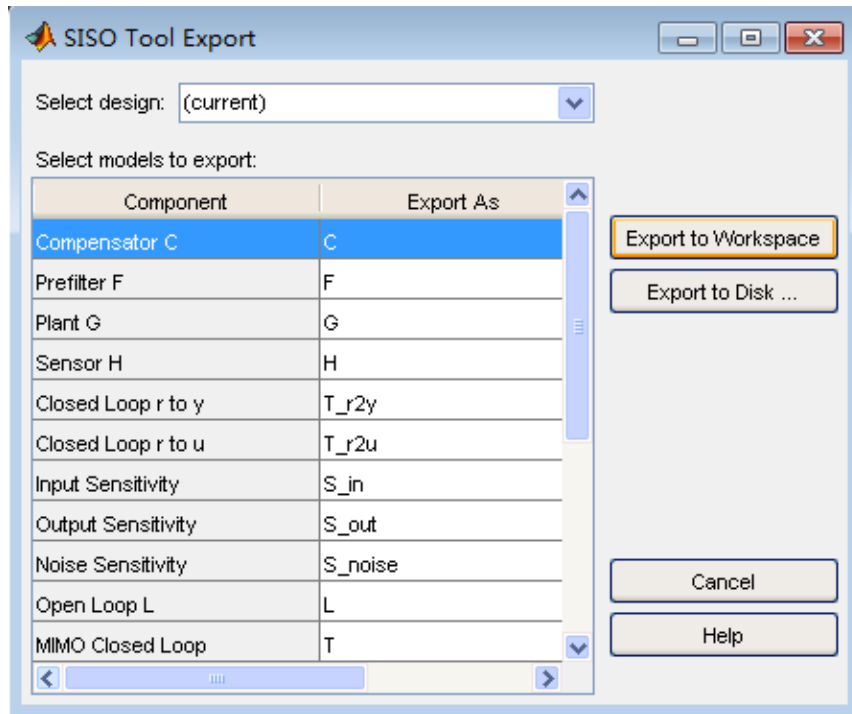


Step 3: 增加一对零极点，使得根轨迹通过期望的主导极点，调整增益系数的值，将主导极点配置到期望的位置。

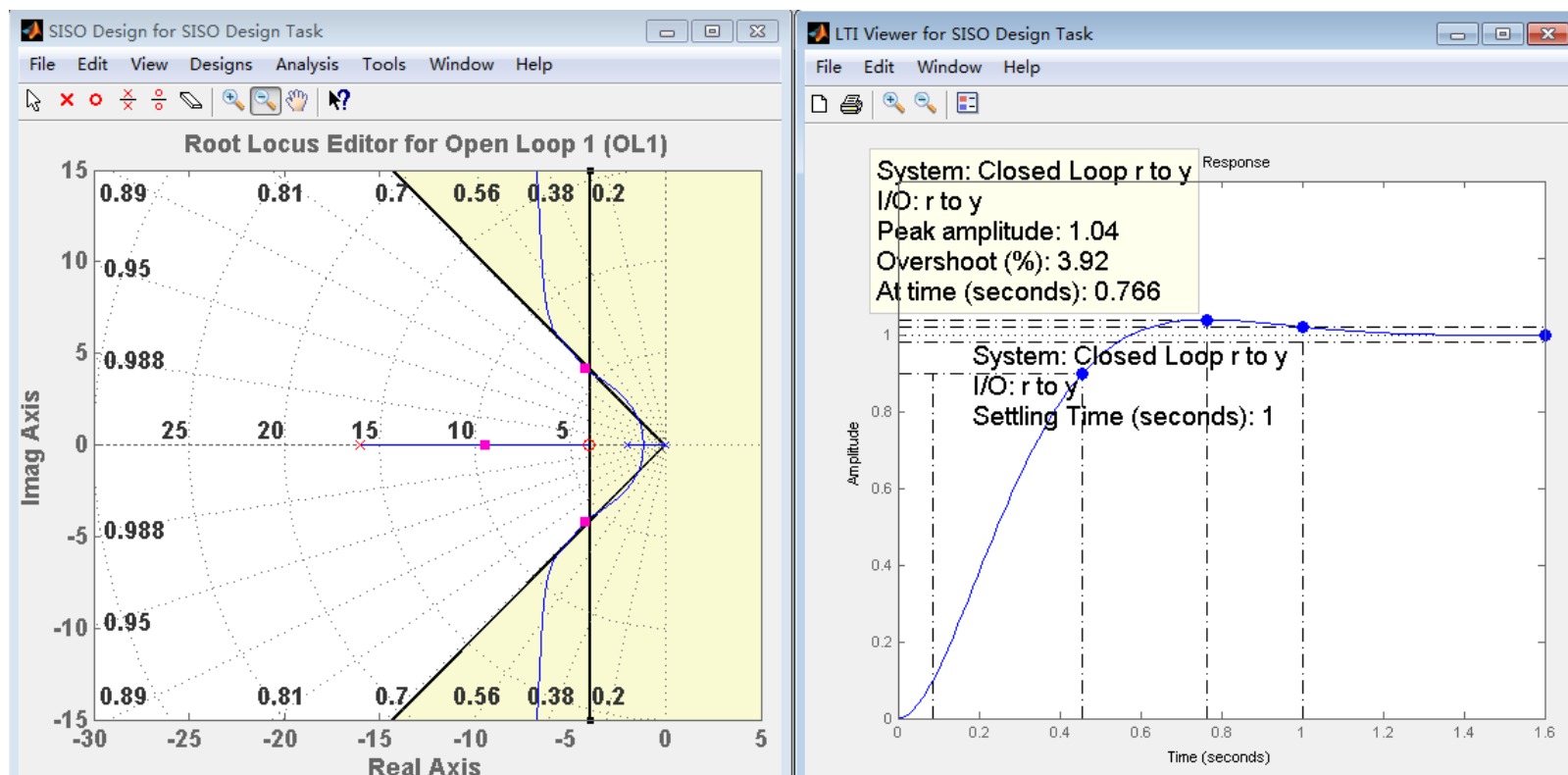


Step 4: 将控制器参数输出到Matlab工作空间，得到闭环传递函数，根据第三个零点和极点构造前置滤波器F，然后将F导入到sisotool模型。

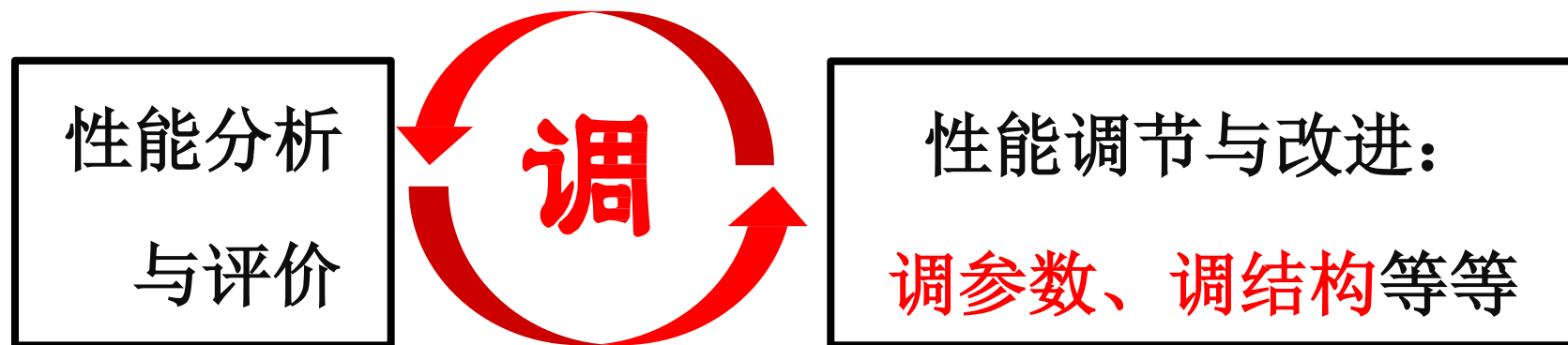
$\gg F = tf([4 \ 64], [16 \ 64]);$



Step 5: 分析闭环系统的阶跃响应曲线，根据性能指标调整主导极点位置，直至满足设计要求，最后将控制器参数输出到Matlab工作空间，完成控制器设计。



小结



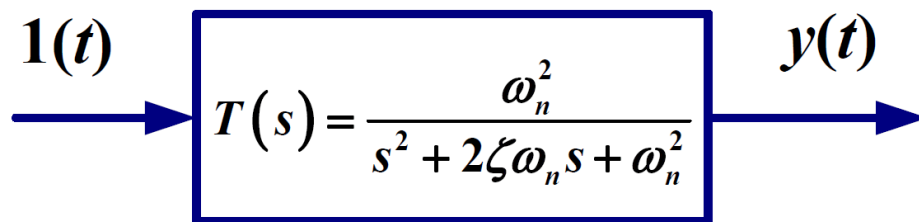
控制工程的循环主题

规范的对象动态机理的**描述能力**：微分方程、传递函数、框图、信号流图；

按程式（三部曲）求解微分方程，求取受控量的动态行为的**数学解析能力**；

系统**性能分析与评价能力**：稳、快、准！

小结



(ζ, ω_n)



极点位置

核心技能！

性能要求

$$P.O. = e^{-\pi\zeta / \sqrt{1-\zeta^2}} \cdot 100\%$$

$$T_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} (2\%)$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

小结

集大成者：根轨迹！

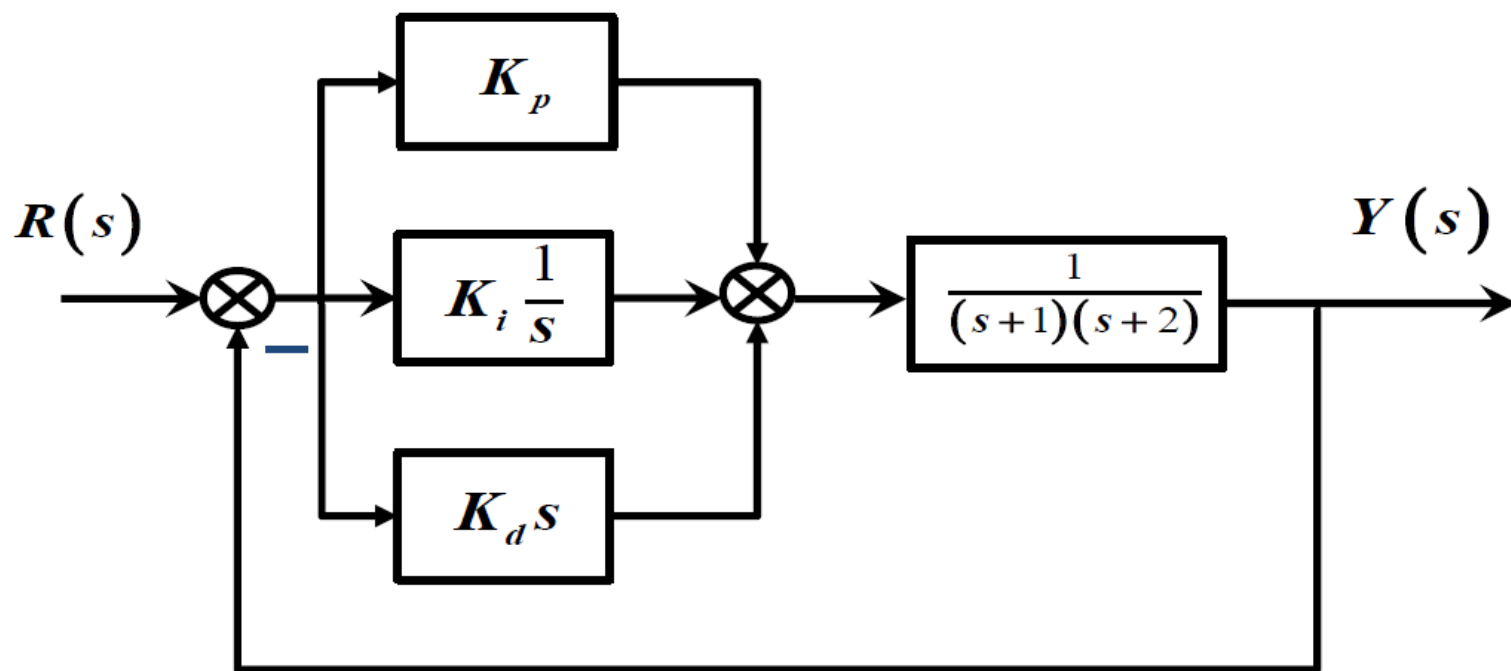
根轨迹是有效的分析工具！

- 1、调参数时，系统极点和性能如何变化
- 2、调典型结构时，系统极点和性能如何变化

根轨迹也是有效的设计工具！

小结

PID控制器：聪明的选择



PID控制器

小结

$$G_c(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$$

PID控制器参数对系统阶跃响应性能的影响效果

PID增益系数	超调量	调节时间	稳态误差
增大 K_P	增大	影响小	减小
增大 K_D (强化微分)	减小	减小	无影响
增大 K_I (强化积分)	增大	增大	减小 直至零

小结

确定控制目标、辨识受控变量、确定设计要求



系统结构、参数配置（方案）



建立数学模型与模型求解（数学解析）



动态行为性能分析（工程解析、仿真评价）

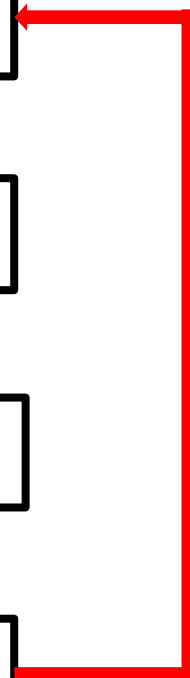


满足要求，可接受方案



不满足要求

调



小结

以线性二阶对象为蓝本，

对二阶系统了如指掌，调控自如。

不可接受的二阶系统  可接受的二阶系统

编程作业7-1

CP7.1 考虑图 CP7.1 所示的系统，其开环传递函数为

$$(a) \quad G(s) = \frac{10}{s^3 + 14s^2 + 43s + 30}$$

$$(b) \quad G(s) = \frac{s + 20}{s^2 + 4s + 20}$$

$$(c) \quad G(s) = \frac{s^2 + s + 2}{s(s^2 + 6s + 10)}$$

$$(d) \quad G(s) = \frac{s^5 + 4s^4 + 6s^3 + 10s^2 + 6s + 4}{s^6 + 4s^5 + 4s^4 + s^3 + s^2 + 10s + 1}$$

试利用函数 `rlocus`，当 K 在 0 到 $+\infty$ 之间变化时，分别绘制各系统的根轨迹。

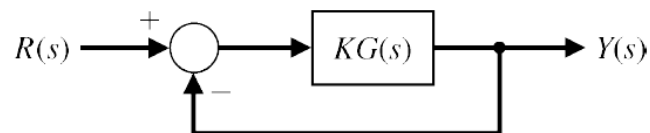


图 CP7.1 含有参数 K 的单回路控制系统

编程作业7-2

CP7.4 某单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_c(s)G(s) = \frac{(1 + p)s - p}{s^2 + 4s + 10}$$

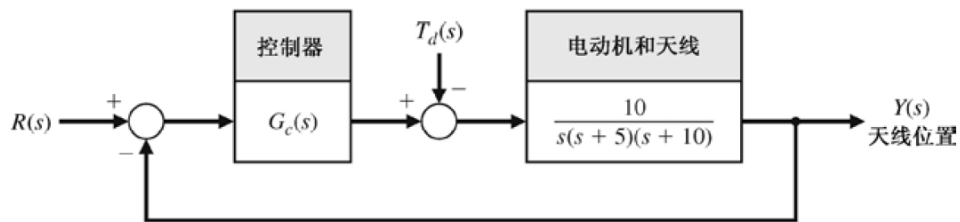
编写 m 脚本程序, 绘制 p 变化时($0 < p < +\infty$) 系统的根轨迹, 并确定使闭环系统稳定的 p 的取值范围。

编程作业7-3

- CP7.6 图 CP7.6(a)所示的大型天线用于接收卫星信号，为此，它必须能够对太空中运行的卫星进行精确跟踪。如图 CP7.6(b)所示，天线的控制系统中包括一个电枢控制式电机和一个控制器 $G_c(s)$ 。系统性能设计指标要求为：(1) 对斜坡输入信号 $r(t) = Bt$ 的稳态误差小于等于 $0.01B$ (B 为常数)；(2) 针对阶跃输入信号的超调量 P. O. $\leq 5\%$ ，调节时间 $T_s \leq 2$ s。
- (a) 利用根轨迹法，编写 m 脚本程序，为控制器 $G_c(s)$ 选择合适的参数；
- (b) 针对设计的控制器，绘制系统的单位阶跃响应曲线，计算超调量和调节时间，并在图上标注出来；
- (c) 分析扰动 $T_d(s) = Q/s$ (Q 为常数) 对于输出 $Y(s)$ 的影响。



(a)



(b)

图 CP7.6 天线位置控制系统

编程作业7-4

CP7.7 考虑图 CP7.7 所示的反馈系统，并考虑下面三个可选的控制器：

- (1) $G_c(s) = K$ (比例控制器)；
- (2) $G_c(s) = K/s$ (积分控制器)；
- (3) $G_c(s) = K(1 + 1/s)$ (比例积分控制器，即 PI 控制器)。

设系统的设计指标是：单位阶跃响应的调节时间 $T_s \leq 10$ s，超调量 P. O. $\leq 10\%$ 。

- (a) 当采用比例控制器时，编写 m 脚本程序，绘制 $0 < K < +\infty$ 时的根轨迹，并确定 K 的取值，使系统能满足指标设计要求。
- (b) 当采用积分控制器时，重复(a)的问题。
- (c) 当采用 PI 控制器时，重复(a)的问题。
- (d) 考虑(a) ~ (c)中所设计的闭环系统，在同一张图中绘制它们的单位阶跃响应曲线。
- (e) 以稳态误差和瞬态性能为重点，讨论比较(a) ~ (c)所得的结果。

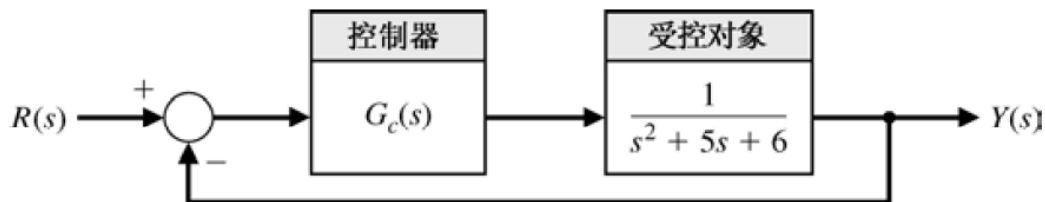


图 CP7.7 带有控制器 $G_c(s)$ 的单回路反馈控制系统

编程作业7-5

CP7.8 考虑图 CP7.8 所示的飞行器单轴姿态控制系统，其中比例微分控制器的 $K_P/K_D = 5$ 。编写 m 脚本程序绘制根轨迹，并求出 K_D/J 和 K_P/J 的值，使系统单位阶跃响应的调节时间 $T_s \leq 4$ s(按 2% 准则)，超调量 P. O. $\leq 10\%$ 。

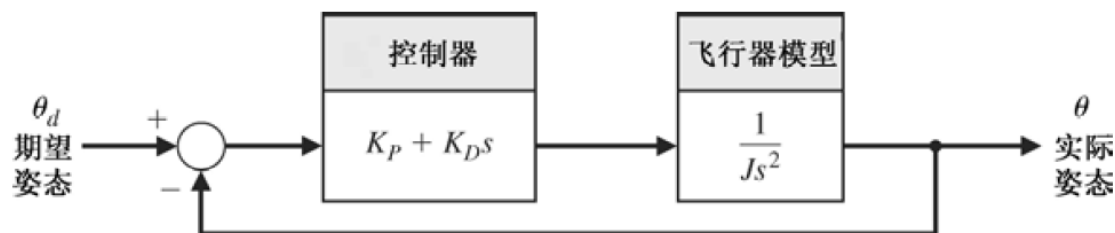


图 CP7.8 带有 PD 控制器的飞行器姿态控制系统

编程作业7-6

CP7.9 考虑图 CP7.9 所示的控制系统，编写 m 脚本程序，当 $0 < K < +\infty$ 时，绘制系统的根轨迹，当闭环根的阻尼比为 0.707 时，确定 K 的取值。

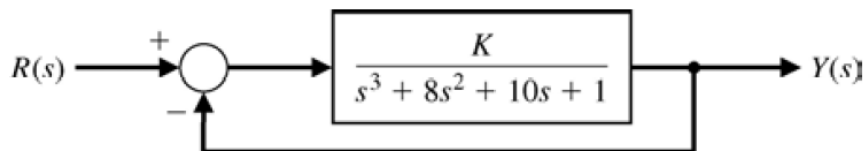


图 CP7.9 含有参数 K 的单位负反馈系统