# Appunti di Architettura degli Elaboratori

Alessandro Cheli - Prof. Marco Danelutto A.A 2019-2020

# Indice

1	Intr	roduzione al Corso							
2	Rap	Rappresentazioni Numeriche e Testuali							
	2.1	Aritmetica Binaria							
	2.2	Esadecimale							
	2.3	Numeri in virgola mobile							
	2.4	Codifica ASCII							
	2.5	Porte Logiche e Algebra di Boole							
		2.5.1 Algebra di Boole							
		2.5.2 Teoremi dell'Algebra Booleana							
		2.5.3 Mappe di Karnaugh							
		2.5.4 Circuito con più output							
		2.5.5 Operatori a più ingressi							
3	Ret	i Logiche e Combinatorie							
	3.1	Alcuni componenti standard							
	3.2	Reti sequenziali e Automi							
	9	3.2.1 Realizzazione di una rete sequenziale di un Automa di Mealy con un clock							
		e registri							
4	Dot	i Sequenziali, Verilog e RTL							
4									
	4.1	Scrivere e compilare System Verilog							
	4.2	Esercizi							
		4.2.1 Automa che riconosce "abba"							
		4.2.2 Automa di Moore per riconoscere "abba"							
		4.2.3 Mealy con Delay $\equiv$ Moore							

iv INDICE

## Capitolo 1

### Introduzione al Corso

- Logica Booleana
- Aritmetica Binaria
- Reti Logiche
- Microarchitettura e Assembler ARM v7 e v8
- Gestione della memoria
- I/O

Strumenti Software A differenza degli A.A passati utilizzeremo Verilog e Assembler ARM. Utilizzeremo iverilog come compilatore Verilog e gtkwave come tool grafico. Un ambiente di sviluppo Verilog completo che vedremo è Quartus. Per la seconda parte del corso, Assembler ARM, useremo la toolchain GNU, in particolare:

#### Se non hai una macchina ARM:

- cross-compiler per compilare
- QEMU per una macchina virtuale ARM
- gdb per debugging

#### Se hai una macchina ARM come un Raspberry Pi:

- Toolchain GNU per compilare
- Cavo Ethernet
- Server SSH sulla macchina ARM per accesso remoto

Storia degli Elaboratori Nei corsi di Architettura degli Elaboratori negli anni 80 i processori studiati erano: il 6502 (8 bit, processore del computer Apple II, noto per essere stato costruito nel garage di Steve Jobs e Wozniak), Z80, processore a 16 bit del famoso computer ZX80 e l'Intel 8088. Tali processori raggiungevano al massimo una velocità di clock (detto molto a grandi linee, operazioni al secondo) dell'ordine di meno di una decina di MHz (Mega Hertz, milioni). I processori odierni raggiungono cicli di clock sull'ordine dei GHz (Giga Hertz, miliardi). Nel corso degli anni fino ad oggi, l'evoluzione dei processori ha seguito la legge di Moore. La "legge" spiega



Figura 1.1: Sinclair ZX80

che ogni 18 mesi la potenza dei processori in commercio raddoppia, perché la densità dei transistor contenuti all'interno aumenta. Negli ultimi decenni abbiamo miglioramenti architetturali come super pipeline e super scalari, ciò ha permesso di introdurre processori **multicore**, ovvero che contengono più "nuclei" interni (detti core) che elaborano le istruzioni dei processi in esecuzione in parallelo. Ad oggi il numero di core in uno smartphone raggiunge anche gli 8 core, mentre in processori per server sono stati raggiunti numeri di core anche intorno ai 64. I processori odierni utilizzano core a 64 bit, con architettura X86\_64 per Desktop o ARM per dispositivi mobili. Un componente fondamentale dell'evoluzione degli elaboratori è stato anche lo sviluppo dei processori grafici (GPU) con i quali ad oggi è possibile riprodurre grafica su schermo, ambienti tridimensionali molto complessi (videogiochi) o sfruttare la loro capacità di parallelizzazione per l'uso di reti neurali nell'intelligenza artificiale.

Osserveremo i calcolatori a diversi livelli di **astrazione** I livelli di astrazione sono:

- Applicazioni utente
- Sistema Operativo
- Architettura (ASM, ad es. x86 o ARM)
- Microarchitettura
- Logica
- Circuiti digitali
- Device
- Fisica

Ogni livello si appoggia sul livello inferiore, ovvero è costruito sui componenti offerti dal livello inferiore. Dei principi fondamentali sono: **gerarchi, modularità e regolarità** 

La modularità è fondamentale per avere moduli organizzati gerarchicamente, autonomi ed indipendenti.

Set di Istruzioni Distinguiamo due set di istruzioni dei processori, CISC e RISC. Gli acronimi sono rispettivamente Complex Instruction Set Computer e Reduced Instruction Set Computer, RISC contiene i processori ARM, che studieremo in dettaglio, mentre CISC comprende i processori più comuni nei desktop (X86 e X86\_64)

## Capitolo 2

# Rappresentazioni Numeriche e Testuali

#### 2.1 Aritmetica Binaria

I calcolatori utilizzano valori discreti (differenze di potenziale) fra 0 e 1 per rappresentare valori numerici. Viene detta Aritmetica Binaria l'aritmetica con i numeri rappresentati in base 2.

Siamo abituati a ragionare in base 10, ad esempio il numero 413 in base 10 è

$$104 = 10^2 \cdot 1 + 10^1 \cdot 0 + 10^0 \cdot 4$$

Lo stesso numero rappresentato in base 2 (codice binario) è

$$104_{10} = 01101000_2 = 2^7 \cdot 0 + 2^6 \cdot 1 + 2^5 \cdot 1 + 2^4 \cdot 0 + 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 0 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 0$$

Un numero binario di 8 cifre è detto **byte**, un numero di 4 cifre è detto **nibble**. Una **parola** (**word**) è la quantità minima su cui viene rappresentato un intero in un calcolatore. Ad oggi le parole dei calcolatori sono 64 bit, alcuni calcolatori datati hanno parole da 32 bit.

La somma nell'aritmetica binaria è definita normalmente per i numeri positivi. Nei calcolatori i numeri hanno una dimensione finita (numero di bit) che indica il numero di cifre binarie con le quali è possibile rappresentare un numero. I positivi binari rappresentano numeri fino a  $2^N - 1$  dove N è il numero di cifre.

Per rappresentare i numeri negativi si utilizza il metodo **segno-magnitudo** dove il bit più a sinistra rappresenta il segno (0 se il numero è positivo e 1 se è negativo). Il problema del metodo segno-magnitudo è che non rispetta la somma aritmetica. Può rappresentare numeri da  $[-2^{N-1}, +2^{N-1}]$ 

Un metodo migliore per rappresentare i numeri negativi è il **complemento a due**. Nel complemento a due la cifra più a sinistra rappresenta sempre  $2^{N-1}$  ma **negativo**. Il resto delle cifre sono positive e vengono sommate alla prima cifra negativa. Questo metodo rispetta la somma aritmetica. Per moltiplicare un numero per -1 si invertono le cifre binarie e si aggiunge 1 al numero. È possibile anche la sottrazione sommando un numero positivo ad uno negativo.

La somma fra due cifre può essere costruita con reti logiche. Il risultato della somma  $A + B = A \oplus B$  (operatore XOR) mentre il riporto della somma  $A + B = A \oplus B$  (operatore AND)

#### 2.2 Esadecimale

I numeri esadecimali sono numeri in base 16. Siccome non bastano le cifre decimali per rappresentare i numeri maggiori di 9 si usano le prime lettere dell'alfabeto. Una cifra esadecimale rappresenta un nibble (4 bit).

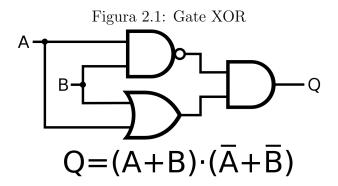
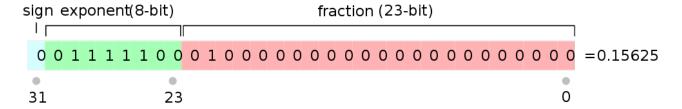


Figura 2.2: Standard IEEE 754 a 32 bit



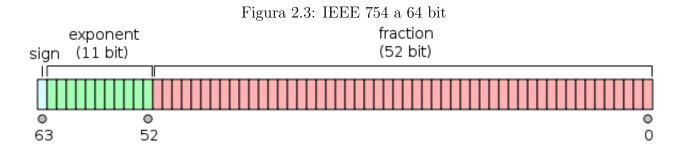
### 2.3 Numeri in virgola mobile

I numeri in virgola mobile si rappresentano con lo standard EEE 754 che definisce come si rappresentano i numeri in virgola mobile a singola precisione e doppia precisione (32 e 64 bit)

I bit del numero vengono divisi in 3 parti. Il primo bit denota il segno, la seconda parte rappresenta l'esponente e la terza parte si denota mantissa. L'esponente esprime dove la virgola verrà posizionata, come nella notazione scientifica di una calcolatrice l'esponente rappresenta  $10^n$  dove n è l'esponente. La mantissa è un numero di base moltiplicato per  $10^0$ , e viene successivamente moltiplicato per l'esponente. L'esponente può essere sia positivo che negativo.

Nello standard a 32 bit la sezione esponente ha 8 bit di lunghezza. Un numero ad 8 bit può rappresentare numeri da 0 a 255, per ottenere gli esponenti negativi nello standard dei numeri a virgola mobile il numero a 8 bit rappresenta invece numeri da -127 a +128

Somma dei numeri a virgola mobile Per sommare i numeri a virgola mobile il primo passo è allineare le mantisse, significa osservare gli esponenti e spostarli fino a che le cifre non sono sommabili in colonna. Il secondo passo consiste nel sommare e il terzo passo nel normalizzare la somma. Nei processori la somma floating point viene eseguita in dei moduli appositi che in input ricevono due o più numeri floating point ed eseguono in dei sotto-moduli i tre passaggi della somma in un tempo 1/3t dove t è il tempo totale per eseguire una somma. I tre passaggi della



2.4. CODIFICA ASCII

Figura 2.4: Tabella ASCII

# **ASCII TABLE**

Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char
0	0	[NULL]	32	20	[SPACE]	64	40	@	96	60	*
1	1	[START OF HEADING]	33	21	1	65	41	Α	97	61	а
2	2	[START OF TEXT]	34	22		66	42	В	98	62	b
3	3	[END OF TEXT]	35	23	#	67	43	С	99	63	c
4	4	[END OF TRANSMISSION]	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	[ENQUIRY]	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	[ACKNOWLEDGE]	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	[BELL]	39	27		71	47	G	103	67	g
8	8	[BACKSPACE]	40	28	(	72	48	н	104	68	h
9	9	[HORIZONTAL TAB]	41	29	)	73	49	1	105	69	i i
10	Α	(LINE FEED)	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	В	[VERTICAL TAB]	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	C	[FORM FEED]	44	2C		76	4C	L	108	6C	1
13	D	[CARRIAGE RETURN]	45	2D	-	77	4D	М	109	6D	m
14	Е	[SHIFT OUT]	46	2E		78	4E	N	110	6E	n
15	F	[SHIFT IN]	47	2F	/	79	4F	0	111	6F	0
16	10	[DATA LINK ESCAPE]	48	30	0	80	50	P	112	70	р
17	11	[DEVICE CONTROL 1]	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	[DEVICE CONTROL 2]	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	[DEVICE CONTROL 3]	51	33	3	83	53	S	115	73	S
20	14	[DEVICE CONTROL 4]	52	34	4	84	54	т	116	74	t
21	15	[NEGATIVE ACKNOWLEDGE]	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	[SYNCHRONOUS IDLE]	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	[ENG OF TRANS. BLOCK]	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	[CANCEL]	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	[END OF MEDIUM]	57	39	9	89	59	Y	121	79	у
26	1A	[SUBSTITUTE]	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	[ESCAPE]	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{
28	1C	[FILE SEPARATOR]	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	[GROUP SEPARATOR]	61	3D	=	93	5D	1	125	7D	}
30	1E	[RECORD SEPARATOR]	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	[UNIT SEPARATOR]	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	[DEL]

somma possono essere sequenzializzati così che una volta che ogni sotto-modulo ha completato il passo, può ricevere subito l'input successivo (la somma di due numeri FP impiegherà t+1/3 invece che 2t)

Estensioni vettoriali Alcuni processori permettono di eseguire operazioni contemporaneamente su un registro dividendolo in sottoregistri più piccoli.

#### 2.4 Codifica ASCII

La codifica ASCII è una tabella di codifica di caratteri testuali con interi da 0 a 255 (8 bit). La codifica ASCII estesa è a 16 bit e comprende diversi caratteri non latini.

### 2.5 Porte Logiche e Algebra di Boole

I circuiti digitali vengono realizzati utilizzando componenti chiamati **porte logiche**. Sono realizzate con componenti fisici come transistor e resistenze, ma nella progettazione dei circuiti digitali le porte logiche vengono schematizzate con i simboli riportati nella Figura 3.1 per semplificare la progettazione **astraendo** il livello di complessità della circuiteria analogica. Solamente con la porta NAND si possono realizzare tutte le altre porte (NAND è funzionalmente completo), ma le porte in generale si costruiscono singolarmente con componenti appositi. Esse implementano la **logica booleana** che conseguentemente permette di realizzare operazioni di **aritmetica binaria** per costruire unità di calcolo in componenti elettronici e processori.

I componenti elettronici molto piccoli sono sensibili al **rumore**, per ovviare al problema i valori discreti (0 e 1) nei circuiti digitali non seguono un cambiamento istantaneo di differenza di potenziale (voltaggio), ma ammettono un margine per ridurre i problemi causati dal rumore.

I componenti (transistor) con cui si costruiscono porte logiche e circuiti sono realizzati con materiali semiconduttori, che possono essere di diversi tipi. Vedremo il tipo NMOS. Un transistor è composto da materiali come gallio e silicio.

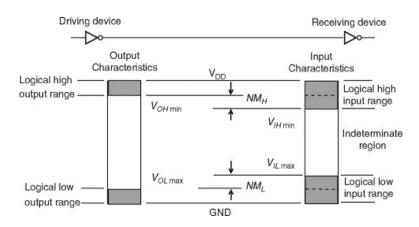


Figura 2.5: Margine di rumore nei circuiti digitali

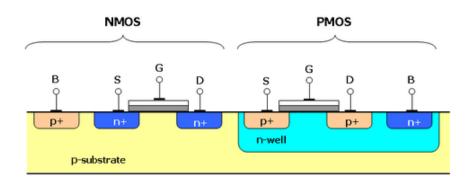


Figura 2.6: Transistor NMOS

Figura 2.7: Tabella delle porte logiche comuni

Logic function	Logic symbol	Truth table	Boolean expression
Buffer	A — Y	A Y 0 0 1 1	Y = A
Inverter (NOT gate)	A — Y	A Y 0 1 1 0	Y = Ā
2-input AND gate	A	A B Y 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1	Y = A•B
2-input NAND gate	А	A B Y 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0	Y = •B
2-input OR gate	A	A B Y 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1	Y = A + B
2-input NOR gate	А	A B Y 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0	Y = A + B
2-input EX-OR gate	^	A B Y 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0	Y = A⊕B
2-input EX-NOR gate	A	A B Y 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1	Y = <del>A ⊕ B</del>

Figura 2.8: Porta NOT con transistor PMOS e NMOS

# Inverter (Not Gate)

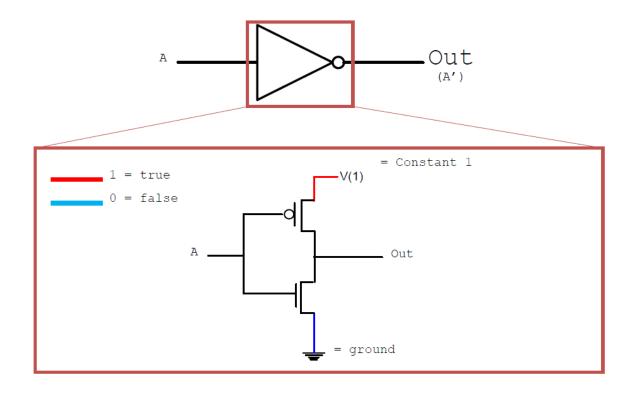
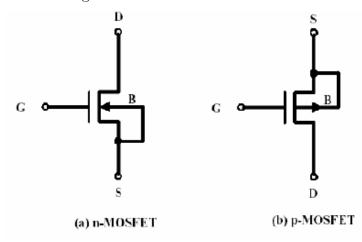


Figura 2.9: Transistor NMOS e PMOS



#### 2.5.1 Algebra di Boole

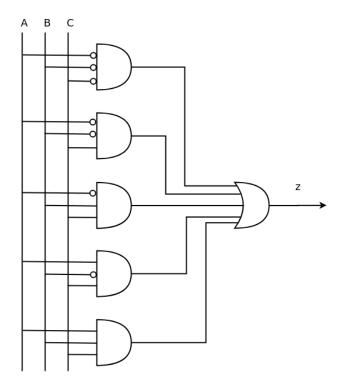


Figura 2.10: Conversione di z da formula booleana a circuito logico

Funzione	Notazione Usata	Notazione Logica
NOT(A)	$\overline{A}$	$\neg A$
AND(A,B)	$A \cdot B$	$A \wedge B$
OR(A,B)	A+B	$A \lor B$

Tabella 2.1: Notazione usata per l'Algebra di Boole

Prendiamo ad esempio un espressione booleana in forma canonica in somma di prodotti:

$$z = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC$$

A	В	С	$\mathbf{Z}$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Tabella 2.2: Tabella di verità di  $\boldsymbol{z}$ 

z si può anche esprimere come prodotto di somme:  $z=(A+\overline{B}+C)(\overline{A}BC)(\overline{A}\overline{B}C)$ 

#### 2.5.2 Teoremi dell'Algebra Booleana

Breve ripasso dei teoremi della Logica Booleana.

#### Elemento Identità di prodotto e somma

$$A \cdot 1 = A \iff A \wedge T \equiv A$$

$$A + 0 = 0 \iff A \vee F \equiv A$$

Elemento assorbente

$$A\cdot 0=0\iff A\wedge F\equiv F$$

$$A+1=1 \iff A \lor T \equiv T$$

Idempotenza

$$A \cdot A = A \iff A \wedge A \equiv A$$

$$A + A = A \iff A \lor A \equiv A$$

Complemento

$$A \cdot \overline{A} = 0 \iff A \wedge \neg A \equiv F$$

$$A + \overline{A} = 1 \iff A \lor \neg A \equiv T$$

Commutatività

$$A + B = B + A$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

Associatività

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

$$(A+B) + C = A + (B+C)$$

Distributività

$$(A \cdot B) + C = (A + C) \cdot (B + C)$$

$$(A+B) \cdot C = AC + BC$$

 ${\bf DeMorgan}$ 

$$\overline{(A+B)} = \overline{A} \cdot \overline{B} \iff \neg (A \lor B) \equiv \neg A \land \neg B$$

$$\overline{(A \cdot B)} = \overline{A} + \overline{B} \iff \neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

**Esempio** Semplifichiamo la formula booleana  $z = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC$ 

$$\begin{cases}
\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C \equiv \overline{A}\overline{B}(\overline{C} + C) \equiv \overline{A}\overline{B} \\
A\overline{B}C + ABC \equiv AC(\overline{B} + B) \equiv AC
\end{cases}$$
(2.1)

$$\implies z = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}BC + AC \tag{2.2}$$

Le leggi della logica Booleana ci permettono di semplificare molto i componenti realizzati con porte logiche.

#### 2.5.3 Mappe di Karnaugh

Una mappa di Karnaugh o K-Map è un metodo di semplificare un espressione booleana. I valori sono trasferiti da una tabella di verità ad una mappa bidimensionale:

Approfondisci su Wikipedia

Prendiamo una formula a quattro variabili f(A, B, C, D), una mappa di Karnaugh può essere:

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	1	1

Tabella 2.3: Tabella di verità della mappa di Karnaugh di f

Facciamo ad esempio la mappa di Karnaugh di z = f(A, B, C) vista nella sezione precedente:

$A\backslash BC$	00	01	11	10
0	1	1	1	0
1	0	1	1	0

Tabella 2.4: Tabella di verità della mappa di Karnaugh di z

Possiamo riconoscere un'implicante nella seconda e terza colonna che corrisponde esattamente a C. Osserviamo un'altra implicante nella prima riga, prima e seconda colonna che corrisponde esattamente a  $\overline{A}\overline{B}$ . Possiamo poi sommare le implicanti per ottenere una formula equivalente a quella di partenza, ciò implica che  $z=\overline{A}\overline{B}+C$ 

#### 2.5.4 Circuito con più output

Se abbiamo una tabella di verità di un circuito con n input e  $2^n$  righe, con più output  $z_1, \ldots, z_k$ , gli output si suddividono in k tabelle con un solo output  $(z_k)$  e  $2^n$  righe di input.

### 2.5.5 Operatori a più ingressi

Gli operatori a più ingressi AND, OR, etc..., se presentano più di due ingressi si rappresentano con una rete logica che sfrutta la proprietà associativa degli operatori logici. Ciò comporta un limite massimo di ingressi perché viene introdotto un ritardo di stabilizzazione determinato e piccolo. Ad esempio, un AND a 4 ingressi sarà rappresentato come  $z = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = (x_1 \cdot x_2) \cdot (x_3 \cdot x_4)$  Perciò gli operatori associativi a più ingressi si rappresentano come un albero k-ario di porte logiche. Il numero di livelli di porte sarà  $log_k(n)$  dove k è l'arietà delle singole porte ed è n il numero di ingressi nel circuito.

# Capitolo 3

# Reti Logiche e Combinatorie

### 3.1 Alcuni componenti standard

Le tabelle di verità che vediamo si convertono in reti logiche. Una tabella di verità con n ingressi ha  $2^n$  righe e corrisponde ad un componente logico di un circuito con n input. Vediamo alcuni oggetti utili. Ricordiamo che i passaggi per definire un componente in forma di rete logica sono:

- 1. Definizione della funzione con tabella di verità
- 2. Conversione della funzione normalizzata in somma di prodotti
- 3. Conversione a circuito con porte AND/OR/NOT

Multiplexer (k commutatore) Un multiplexer o commutatore è un circuito, ad esempio, con due 2 ingressi, con un ingresso aggiuntivo chiamato di *controllo* che permette di alternare quale sarà l'input che verrà copiato in output.

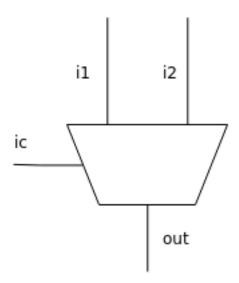


Figura 3.1: Multiplexer 2 vie 1 bit

ictrl	$in_1$	$in_2$	out
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Tabella 3.1: Tabella di verità di un multiplexer a due vie da un bit

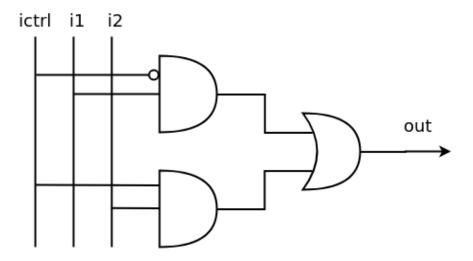


Figura 3.2: Circuito logico di un Multiplexer 2 vie 1 bit

La funzione è definita come  $out = \overline{ic} \cdot in_1 \cdot \overline{in_2} + \overline{ic} \cdot in_1 \cdot in_2 + ic \cdot \overline{in_1} \cdot in_2 + ic \cdot in \cdot in_2$  e si può ridurre in  $out = \overline{ic} \cdot in_1 + ic \cdot in_2$ . Le tabelle di verità semplificate ci permettono di dedurre direttamente la formula ridotta. Ad esempio, la tabella seguente corrisponde a quella antecedente.

ictrl	in1	in2	out
0	0	-	0
0	1	-	1
1	-	0	0
1	-	1	1

Tabella 3.2: Tabella di verità semplificata di un multiplexer a due vie da un bit

Multiplexer a 4 Input Un multiplexer a 4 input ha bisogno di due bit di controllo. Avendo 6 ingressi, con porte da 8 ingressi massimo  $\implies \lceil log_8(6) \rceil$  livelli di porte.

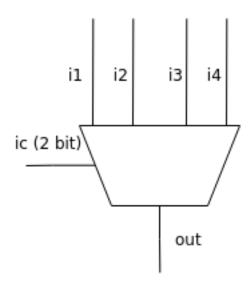


Figura 3.3: Multiplexer 4 vie 1 bit

$ic_1$	$ic_2$	$in_1$	$in_2$	$in_3$	$in_4$	out
0	0	1	-	-	-	1
0	1	-	1	-	-	1
1	0	-	-	1	-	1
1	1	-	-	-	1	1

Tabella 3.3: Tabella di verità semplificata di un multiplexer a quattro vie da un bit

La formula di verità corrispondente sarà

$$out = (\overline{ic_1} \cdot \overline{ic_2} \cdot in_1) + (\overline{ic_1} \cdot ic_2 \cdot in_2) + (ic_1 \cdot \overline{ic_2} \cdot in_3) + (ic_1 \cdot ic_2 \cdot in_4)$$

I livelli delle porte AND saranno  $\log_8(n+1)$ 

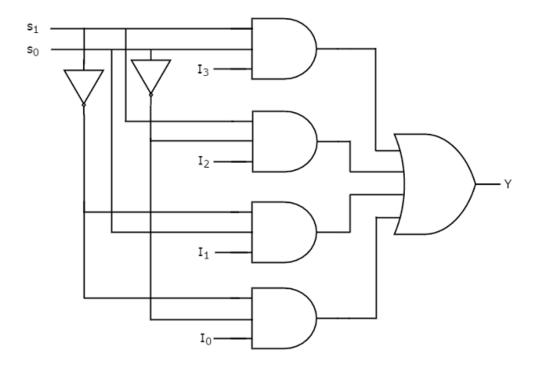


Figura 3.4: Circuito logico di un Multiplexer 4 vie 1 bit

Commutatori (multiplexer) composti Un commutatore multiplo da 1 bit con un numero di vie y, con  $y = 2^x \land x \in \mathbb{N}$  e y > 2 si può costruire a partire da un albero con  $log_2y$  livelli di multiplexer da 2 vie a 1 bit. Dove ogni bit di controllo del multiplexer complessivo controlla un livello singolo dell'albero.

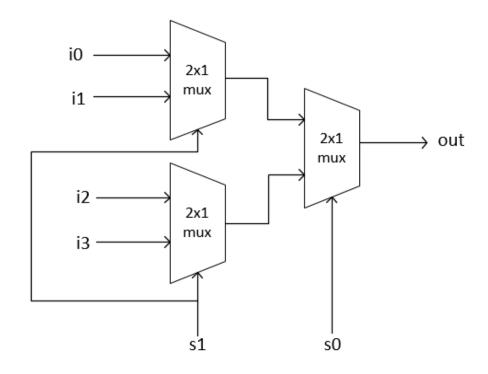


Figura 3.5: Multiplexer 4 vie 1 bit composto da due Multiplexer 2x1

Multiplexer a 2 vie da k bit Un commutatore a 2 vie da k bit si costruisce con k commutatori a 2 vie ad 1 bit. Dove ogni commutatore 2x1 accetta in input le corrispettive vie di ogni bit, gli output saranno i k bit corrispondenti ad ogni Multiplexer.

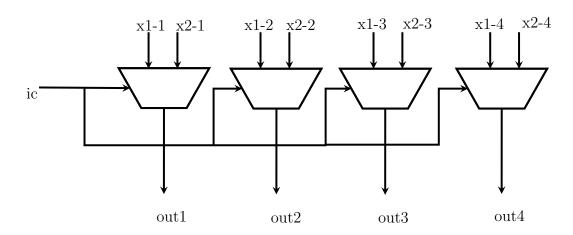


Figura 3.6: Multiplexer 2 vie da 4 bit

Sommatore di numeri Un sommatore è un componente che somma due numeri in input e restituisce in output un risultato ed un riporto.

$x_1$	$x_2$	$r_0$	$z_1$	$r_1$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

Tabella 3.4: Tabella di verità di una somma di due numeri da un bit.

Sommatore di 2 numeri da 2 bit

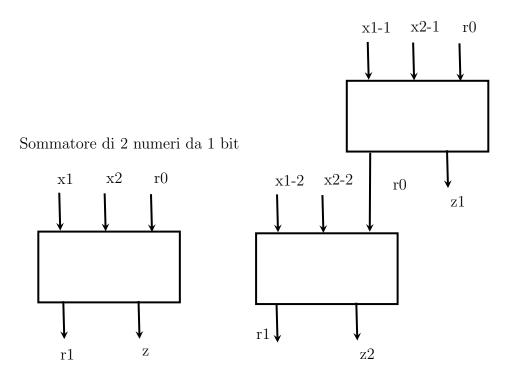


Figura 3.7: Sommatori di due numeri

Analogamente ai commutatori si possono costruire sommatori di 2 numeri a più bit a partire da sommatori di 2 numeri da 1 bit.

Esercizio Realizzare la tabella di verità e circuito di un demultiplexer a 2 vie da 1 bit.

**Encoder** Un encoder è un circuito che converte  $2^n$  linee in input in un codice di n bit.

a	b	$\mathbf{c}$	d	$\mathbf{Z}$	t
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1

Tabella 3.5: Tabella di verità di encoder da 2 bit.

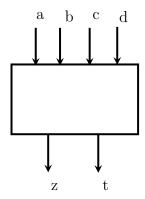


Figura 3.8: Encoder di un numero da 2 bit.

Gli output dell'encoder a 2 bit saranno

$$z = \overline{a}b\overline{c}d + a\overline{b}\overline{c}d = \overline{c}d(\overline{a}b + a\overline{b})$$
$$t = \overline{a}b\overline{c}d + a\overline{b}\overline{c}d$$

Decoder Un decoder esegue l'operazione opposta.

a	b	u	V	Z	t
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

Tabella 3.6: Tabella di verità di un decoder da 2 bit.

Gli output saranno  $u=ab, v=a\bar{b}, z=\bar{a}b, t=\bar{a}b$ 

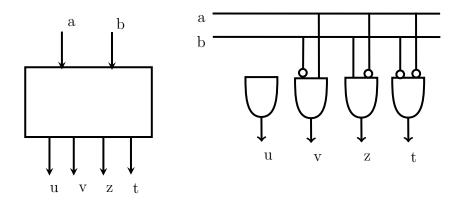


Figura 3.9: Decoder di un numero da 2 bit.

**Confrontatore** Un confrontatore (comparatore) confronta due configurazioni di bit e controlla che siano uguali. Un confrontatore da 1 bit è esattamente un gate NOT XOR.

$$z = ab + \overline{ab}$$

a	b	t
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabella 3.7: Tabella di verità di un confrontatore da 1 bit.

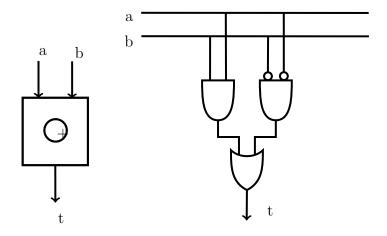


Figura 3.10: Confrontatore da 1 bit

Per realizzare un confrontatore da più bit si mettono in parallelo più confrontatori da un solo bit e si uniscono gli output con un albero di AND.

Un confrontatore a 2 bit impiegherà tempo  $2\Delta t + \Delta t$ 

Per confrontare valori da n bit si impiegherà però un tempo di  $\lceil \log_k n \rceil (\Delta t \cdot \text{ ogni livello AND})$ 

Confronto maggiore In maniera simile ad un confrontatore si può realizzare un componente che controlla se un numero di n bit è maggiore di un altro.

$x_0$	$x_1$	$y_0$	$y_1$	Z
0	0	-	-	0
0	1	0	0	1
1	-	0	-	1
1	1	_	0	1

Tabella 3.8: Tabella di verità di un confronto maggiore da 2 bit.

$y_1y_0\backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

Tabella 3.9: Mappa di Karnaugh di un confrontatore dell'operatore maggiore da 2 bit.

La formula booleana ottenuta è  $z = x_0 \overline{y_1 y_0} + x_1 \overline{y_1} + x_1 x_0 \overline{y_0}$ 

 $\mathbf{ALU}$  Una ALU, ovvero Arithmetic Logic Unit è un componente che in genere, in input accetta due parole x,y entrambe da n bit, e può fare due o più operazioni. L'operazione viene selezionata attraverso uno o più bit di controllo. In output ci sarà un uscita da n bit. Ad esempio, prendiamo una ALU a 4 bit con somma/sottrazione, che accetterà un solo bit di controllo.

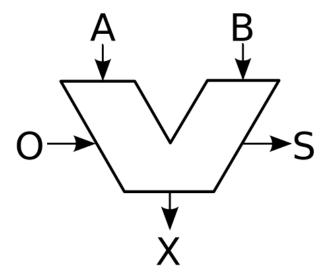


Figura 3.11: Simbolo di una ALU

I livelli di porte AND saranno  $\lceil \log_k 8 \rceil$  che verrano sommati ai livelli di porte OR che saranno  $\log_k(128)$ . Le ALU si distinguono fra intere e a floating point. Per semplicità vedremo le ALU intere con somma e moltiplicazione.

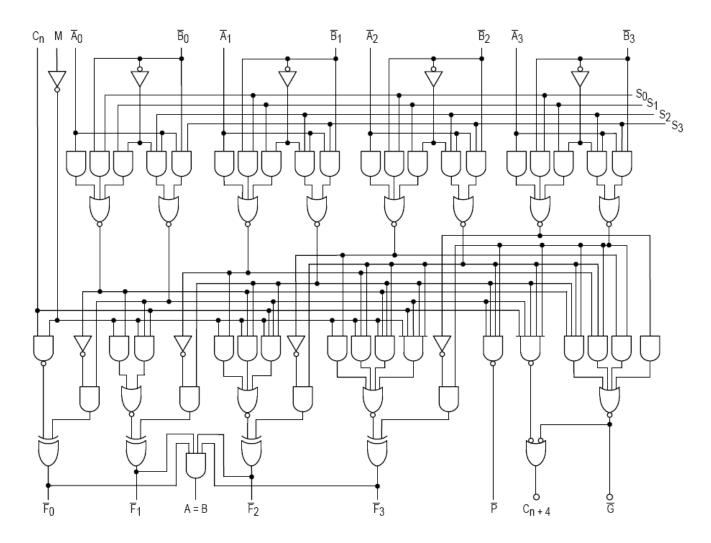


Figura 3.12: Schematica del circuito integrato della ALU 74181, la prima ALU completa su un singolo chip.

Multiply and Add Un componente Multiply and Add (MUL&ADD) è un componente ALU che realizza l'operazione matematica  $\sum_i x_i y_i$ , ovvero prende gli ingressi  $x_i, y_i$ , li moltiplica e li accumula sommando.

Ritardi di propagazione Sappiamo che il cambiamento fra HIGH e LOW (0 e 1) nei circuiti digitali non è istantaneo. A volte, il ritardo di propagazione dei transistor può causare dei glitch (fluttuazioni) che potrebbero causare una lettura incorretta dell'output di un circuito. Per ovviare a questo problema si introduce un componente chiamato **clock**, che scandisce un ciclo preciso per permettere ai valori di propagarsi nei circuiti e leggere l'output preciso alla fine della propagazione  $\Delta t$ .

### 3.2 Reti sequenziali e Automi

Abbiamo visto nel corso di programmazione 1 gli automi a stati finiti (Finite State Machines o FSM). Per ora, abbiamo visto circuiti logici che implementano funzioni senza stato. Per implementare lo stato possiamo utilizzare gli automi a stati finiti. In un automa di Moore gli output sono determinati solo dallo stato corrente, mentre negli automi di Mealy gli output sono determinati sia dallo stato corrente che dagli input correnti.

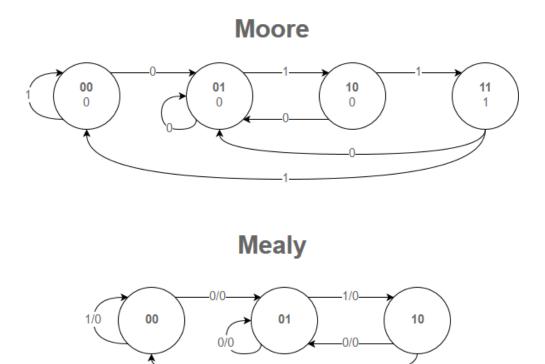
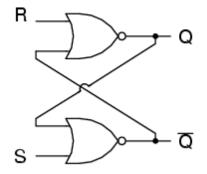


Figura 3.13: Automi di Moore e Automi di Mealy

Per portare un Automa di Mealy ad una rete sequenziale abbiamo bisogno di tre blocchi di una rete combinatoria. Uno che dallo stato precedente s e dall'input x dia in output l'uscita z, e un altro che ricevendo x, s in input restituisca  $s^1$  (lo stato del prossimo nodo del grafo) e un **SR** Latch (o flip-flop). I flip-flop possono essere di tipo SR, D, T e JK.

**SR** Latch o Flip Flop Un componente SR Latch è un componente che implementa un bit di memoria. Impostando l'input S=1 (bit di set) e R=0 (bit di reset) l'output sarà  $Q=1, \overline{Q}=0$  mentre impostando gli input S=0, R=1 l'output è  $Q=0, \overline{Q}=1$ . Il fulcro della funzionalità di un SR Latch è che se entrambi gli input S=0, R=0 allora l'output è in uno stato detto latch, ovvero che "ricorda" lo stato precedente.



S	R	Q	Q
0	0	latch	latch
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

Figura 3.14: Tabella di Verità e circuito di un SR Latch

Clock e D-latch Introduciamo un componente fondamentale, il clock, che introduce una dimensione temporale nelle reti combinatorie scandendo un ciclo. Un ciclo di clock ha lunghezza  $\tau$ . Possiamo così estendere un SR Latch rendendolo un D-Latch, che riceve in input soltanto il

ciclo di clock e un bit D, ovvero il bit che va "ricordato". Per evitare **glitch** possiamo scrivere sul D-Latch soltanto quando il segnale di clock è nello stato HIGH.

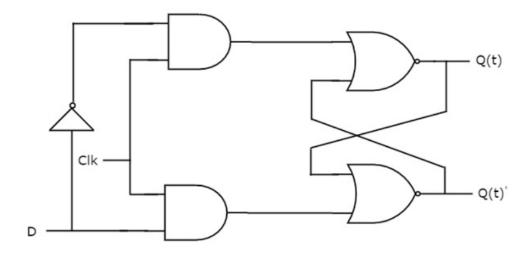


Figura 3.15: Un componente D-latch

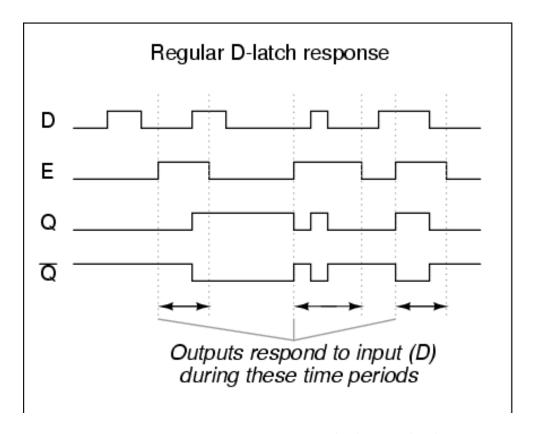
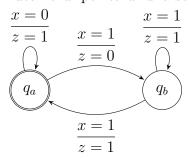


Figura 3.16: Diagramma temporale di un D-latch

# 3.2.1 Realizzazione di una rete sequenziale di un Automa di Mealy con un clock e registri

Consideriamo, ad esempio, un automa che calcola la parità del numero di 1 in una sequenza di bit. Ricevendo in input una sequenza di bit 1,0,0,0,1,0,1 ad esempio restituirebbe in output 0,1,1,1,0,0 (l'output diventa high)

Figura 3.17: Automa di parità di una sequenza di bit



Per trasformare l'automa di Mealy in una rete sequenziale avremo una rete combinatoria che calcola lo stato successivo, un registro che mantiene lo stato e una rete combinatoria che calcola l'uscita. Siccome l'automa di Mealy usa l'input x per decidere le transizioni, l'input x dovrà essere passato ad entrambe le reti combinatorie dei nodi del grafo.

Chiamiamo la prima rete combinatoria  $\sigma$ e la seconda  $\omega$ 

X	S	s'
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Tabella 3.10: Tabella di verità della rete combinatoria  $\sigma$ 

X	$\mathbf{S}$	$\mathbf{Z}$
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Tabella 3.11: Tabella di verità della rete combinatoria  $\omega$ 

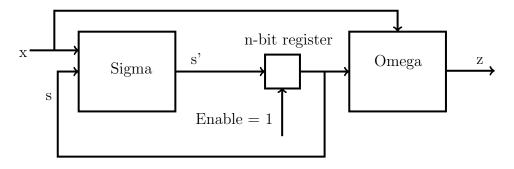


Figura 3.18: Rete sequenziale dell'automa di Mealy in figura precedente

## Capitolo 4

## Reti Sequenziali, Verilog e RTL

Gli RTL, o Register Transfer Language, permettono di descrivere cosa succede a livello di circuito fra registri. Vengono utilizzati per descrivere l'hardware. Vedremo il linguaggio **Verilog**. Gli RTL permettono di descrivere e comporre dei moduli. Il libro di testo propone il dialetto **System Verilog** che mette a disposizione due metodi per descrivere i moduli. Un metodo è il metodo constructive, noi vedremo il metodo behavioral dove ad esempio un Multiplexer da 2 vie 1 bit è descritto da:

$$z = (ic == 0 ? x : y)$$

Verilog è un linguaggio compilato. Un file System Verilog compilato produce una traccia di esecuzione e un eseguibile che simula il comportamento dei moduli. Viene detta **simulazione**.

Un programma Verilog può anche essere dato in input a un programma detto **synthetizer**, che produce una **netlist**, ovvero una lista dei componenti e dei collegamenti per realizzare il modulo fisicamente. Un altro modo per realizzare la sintesi è utilizzare un **FPGA**, o Field-programmable gate array. Un FPGA è un circuito integrato composto da una matrice di celle, e una singola cella può:

- 1. Eseguire una funzione booleana di 3-5 ingressi con 1 uscita
- 2. Implementare un bit di memoria
- 3. Routing

Un FPGA moderno comprende, oltre a delle celle, delle righe che contengono diversi componenti come delle ALU.

#### Listing 4.1: mux.sv

```
1 module mux (output logic z, input logic x, y, ic);
2    assign z = (ic == 0 ? x : y);
3 endmodule
```

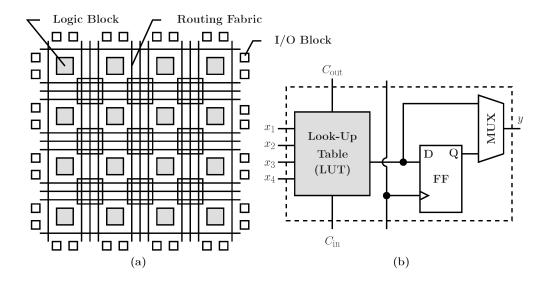


Figura 4.1: Schema FPGA

### 4.1 Scrivere e compilare System Verilog

Creiamo un multiplexer da due bit con System Verilog, compiliamo e visualizziamo con  $\mathbf{GTK}$ -Wave

Per compilare, eseguiamo da terminale

```
iverilog -g2005-sv nome_sorgente.sv -o nome_eseguibile
```

Quindi, per compilare entrambi i file e caricarli in GTKWave:

```
iverilog -g2005-sv test_mux.sv mux.sv -o test_mux
# Eseguiamo la simulazione
./test_mux
# Viene creato il file provamux.vcd, carichiamolo in GTKWave
gtkwave provamux.vcd &
```

Listing 4.2: test\_mux.sv

```
module test_mux();
 2
 3 reg my_x, my_y, my_ic;
 4 wire my_z;
 5
 6
   mux mymux(my_z, my_x, my_y, my_ic);
 7
8
        initial
9
            begin
10
                 // Dump log to a file
11
                 $dumpfile("provamux.vcd");
12
                 $dumpvars;
13
                my_x = 0;
14
                my_y = 0;
15
                my_ic = 1;
16
17
                #10
18
                     my_x = 1;
19
20
                $finish;
21
            end
22
   endmodule // test_mux
                             Listing 4.3: Multiplexer da 4 vie ad 1 bit
   module mux4(output logic z,
 2
        input logic [3:0] x,
 3
        input logic [0:1] ic);
 4
 5
        logic k12k3;
 6
        logic k22k3;
 7
 8
        mux k1(k12k3,x[0],x[1],ic[0]);
9
        mux k2(k22k3,x[2],x[3],ic[0]);
10
        mux k3(z,k12k3,k22k3,ic[1]);
11 endmodule
                           Listing 4.4: Multiplexer di variabili booleane
 1 module mux(output logic z, input logic x, y, ic);
 2
 3
       assign
 4
         z = ((\text{ic}) \& x) | (ic \& y);
```

5 6

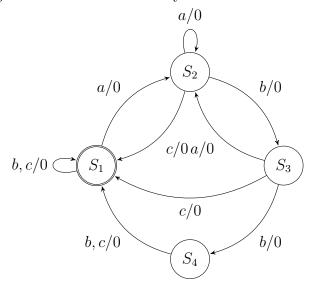
endmodule

#### 4.2 Esercizi

#### 4.2.1 Automa che riconosce "abba"

Realizziamo un automa di Mealy che riconosce le stringhe "abba" da un insieme  $\{a,b,c\}$ . La rete sequenziale dell'automa si realizzerà con i componenti visti in figura 3.18. Consideriamo la rappresentazione binaria dell'alfabeto con a=00,b=01,c=11. Per gli stati usiamo la codifica  $S_1=00,S_2=01,S_3=11,S_4=10$ 

Figura 4.2: Automa di Mealy che riconosce "abba"



	$s_1$	$s_2$	$x_1$	$x_2$	$\mathbf{Z}$
Stato $S_1$	0	0	-	-	0
Stato $S_2$	0	1	-	-	0
Stato $S_3$	1	1	-	-	0
Stato $S_4$	1	0	0	0	1
	1	0	0	1	0
	1	0	1	1	0

Tabella 4.1: Tabella di verità dell'output della rete sequenziale dell'automa "abba" ( $\omega$ )

4.2. ESERCIZI 31

	$s_1$	$s_2$	$x_1$	$x_2$	$s_1'$	$s_2'$
Stato $S_1$	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	1	0	0
	0	0	1	1	0	0
Stato $S_2$	0	1	0	0	0	1
	0	1	0	1	1	1
	0	1	1	1	0	0
Stato $S_3$	1	1	0	0	0	1
	1	1	0	1	1	0
	1	1	1	1	0	0
Stato $S_4$	1	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	0
	1	0	1	1	0	0

Tabella 4.2: Tabella di verità del cambio di stato dell'automa per riconoscere "abba"  $(\sigma)$ 

Avremo che la formula booleana sarà per il primo e secondo bit di stato:

$$s_1' = \overline{s_1} s_2 \overline{x_1} x_2 + s_1 s_2 \overline{x_1} x_2 = s_2 \overline{x_1} x_2$$

 $s_2' = \overline{s_1 s_2} + \overline{s_1} s_2 \overline{x_1} + s_2 \overline{x_2}$ 

La formula per l'uscita sarà  $z=s_1\overline{s_2x_1x_2}$ . Ci rimane da definire il registro da 2 bit per definire tutta la rete sequenziale. Abbiamo supposto che la rete sequenziale funzioni ricevendo un segnale di clock ad intervalli regolari. La rete di output  $\omega$  è definita utilizzando soltanto AND ed impiegherà  $\Delta t$  per eseguire l'operazione. La funzione di cambio di stato  $\sigma$  è definita invece con 1 AND e 1 OR ed impiegherà  $2\Delta t$  per l'operazione. Il ciclo di clock dev'essere almeno  $\tau = \delta + \max\{t_{\sigma}, t_{\omega}\}$  dove  $\delta$  è la durata del segnale HIGH nel clock.

Abbiamo 3 moduli. Uno per il registro, uno per il modulo  $\omega$  e uno per il modulo  $\sigma$ . Scriviamolo in Verilog.

Note La sintassi [a:b] denota un array indicizzato dal numero a al numero b. Utilizziamo gli array per rappresentare valori a più bit. In questo caso, il registro è generalizzato per un parametro N e può ad esempio essere inizializzato con registro #(4) nome(...) dove 4 è il parametro N e corrisponde al numero di bit del registro.

La negazione con ! nega un singolo valore, mentre la notazione ~ viene detta negazione bit wise e nega tutti i valori di una sequenza di bit.

Normalmente, in un blocco assign assegno un valore ad una variabile booleana istantaneamente. Posso invece aggiungere un delay inserendo #x di fronte all'identificatore della variabile, dove x è un numero. Ad esempio:

```
1 assign
2 #1 z = (ic == 0 ? x : y)
```

5

endmodule

Listing 4.5: Registro a N bit

```
module registro(output [1:N]z, input clock, input enable, input [1:N]inval);
 2
 3
       parameter N = 2;
 4
 5
       reg [1:N] stato;
 6
 7
       initial
 8
         begin
9
            stato = 0;
10
11
12
       always @(posedge clock)
13
         begin
            if(enable)
14
15
               stato <= inval;</pre>
16
         end
17
18
       assign
19
         z = stato;
20
21
   endmodule
                       Listing 4.6: Modulo di \sigma o funzione di cambio di stato
   module sigma(output [1:2]news, input [1:2]s, input [1:2]x);
 1
 2
 3
      assign
 4
        news[1] = s[2] & x[1] & x[2];
 5
 6
      assign
 7
        news[2] = \tilde{x}[1] & \tilde{x}[1] & \tilde{x}[2]
 8
                   | s[2] & ~x[1] & ~x[2]
9
                   | ~s[1] & s[2] & ~x[1];
10
11
   endmodule
                                     Listing 4.7: Modulo di \omega
 1 module omega(output z, input [1:2]s, input [1:2]x);
 2
 3
      assign
 4
        z = s[1] \& ~s[2] \& ~x[1] \& ~x[2];
```

4.2. ESERCIZI 33

Listing 4.8: Modulo della rete sequenziale

```
1 module m1(output z, input [1:2]x, input clock);
2
3   wire [1:2]outreg;
4   wire [1:2]inreg;
5
6   registro s(outreg, clock, 1'b1, inreg);
7   sigma sm(inreg, outreg, x);
8   omega om(z, outreg, x);
9
10 endmodule
```

Listing 4.9: Modulo di test della rete sequenziale

```
1 module testm1();
 2
 3
       reg [1:2] x;
 4
                  clock;
       reg
 5
       wire z;
 6
 7
       m1 m(z, x, clock);
8
9
       initial
10
         clock = 0;
11
12
       always
13
         begin
14
            #2 clock = 1;
15
            #1 clock = 0;
16
         end
17
18
       initial
19
         begin
20
            $dumpfile("test-mealy.vcd");
21
            $dumpvars;
22
23
            x = 2,000;
24
            #4 x = 2'b01;
25
            #5 x = 2'b01;
26
            #1 x = 2'b00;
27
28
29
            #10 $finish;
30
         end
31 endmodule // testm1
```

Figura 4.3: Automa di Moore che riconosce "abba"

### 4.2.2 Automa di Moore per riconoscere "abba"

Vediamo adesso un automa di Moore per riconoscere la stringa "abba" nell'alfabeto  $\{a,b,c\}$ . La differenza sta nel fatto che i singoli nodi non hanno accesso all'input x.

4.2. ESERCIZI 35

Listing 4.10: Modulo di  $\sigma$  o funzione di cambio di stato (Moore) module sigma(output [1:3]t, input [1:3]s, input [1:2]x); 1 2 // s[1] & s[2] & s[3] & x[1] & x[2] 3 assign 4 t[1] = x[1] & s[2] & s[3] & x[1] & x[2];5 assign t[2] = ~s[1] & ~s[2] & s[3] & ~x[1] & x[2] | 6 7 ~s[1] & s[2] & ~x[1] & x[2]; 8 assign 9 t[3] = s[1] & s[2] & x[1] & x[2] |10 ~s[1] & s[2] & ~s[3] & ~x[1] s[1] & ~s[2] & ~s[3] & ~x[1] & x[2]; 11 12 endmodule

```
Listing 4.11: Modulo di \omega (Moore)

1 module omega(output z, input [1:3]s, input [1:2]x);

2 // z = 1 solo se ci troviamo nello stato 5 (100)

3 assign

4 z = s[1]& ~s[2] &~s[3];

5

6

7 endmodule
```

```
Listing 4.12: Modulo della rete sequenziale (Moore)
   module m1(output z, input [1:2]x , input clock);
 2
 3
      wire [1:3]sinp;
 4
      wire [1:3]sout;
 5
 6
       sigma sm(sinp, sout, x);
 7
       omega om(z, sout, x);
 8
      registro #(3) rs(sout, clock, 1'b1, sinp);
9
10
11 endmodule
```

Listing 4.13: Modulo di test della rete sequenziale (Moore)

```
module testm1();
 2
 3
       reg [1:2] x;
 4
                  clock;
       reg
 5
       wire z;
 6
 7
       m1 m(z, x, clock);
 8
 9
       initial
10
         clock = 0;
11
12
       always
13
         begin
14
             #2 clock = 1;
15
             #1 clock = 0;
16
         end
17
18
       initial
19
         begin
20
             $dumpfile("test-moore.vcd");
21
             $dumpvars;
22
23
             x = 2,000;
24
             #4 x = 2'b01;
25
             #5 x = 2'b01;
             #1 x = 2'b00;
26
27
28
29
             #10 $finish;
30
         \quad \text{end} \quad
31 endmodule // testm1
```

4.2. ESERCIZI 37

#### 4.2.3 Mealy con Delay $\equiv$ Moore

Per sincronizzare il modulo della rete sequenziale dell'automa di Mealy mettiamo un registro di fra l'input x e le reti sequenziali sigma e omega

5

endmodule

Listing 4.15: Registro a N bit con delay module registro(output [1:N]stato, input clock, input enable, input [1:N]inval); 2 3 parameter N = 2; 4 5 reg [1:N] st; 6 7 initial 8 begin 9 st = 0;10 11 12 always @(posedge clock) 13 begin 14 if(enable) 15 st <= inval;</pre> 16 end 17 18 assign 19 #1 stato = st; 20 21 endmodule Listing 4.16: Modulo di  $\sigma$  o funzione di cambio di stato (Mealy con Delay) module sigma(output [1:2]news, input [1:2]s, input [1:2]x); 1 2 3 assign 4 #1 news[1] = s[2] & x[1] & x[2]; 5 6 assign 7 #2 news[2] = \$s[1] & \$x[1] & \$x[2]8 | s[2] & ~x[1] & ~x[2] 9 | ~s[1] & s[2] & ~x[1]; 10 11 endmodule Listing 4.17: Modulo di  $\omega$  (Mealy con Delay) 1 module omega(output z, input [1:2]s, input [1:2]x); 2 3 assign 4 #1 z = s[1] &  $^{\circ}$ s[2] &  $^{\circ}$ x[1] &  $^{\circ}$ x[2];

4.2. ESERCIZI 39

Listing 4.18: Modulo della rete sequenziale (Mealy con Delay)

```
1 module m1(output z, input [1:2]x, input clock);
2
3   wire [1:2]outreg;
4   wire [1:2]inreg;
5
6   registro s(outreg, clock, 1'b1, inreg);
7   sigma sm(inreg, outreg, x);
8   omega om(z, outreg, x);
9
10 endmodule
```

Listing 4.19: Modulo di test della rete sequenziale (Mealy con Delay)

```
module testm1();
 2
 3
      reg [1:2] x;
 4
                 clock;
      reg
 5
      wire z;
 6
 7
      m1 m(z, x, clock);
 8
9
       initial
10
        clock = 0;
11
12
      // ciclo di clock tau = 4 (leggermente piu' grande del necessario (3))
13
      always
14
        begin
15
            // funz
            #3 clock = 1;
16
17
            // non funz
18
            //#1 clock = 1;
19
20
            #1 clock = 0;
21
         end
22
23
      initial
24
        begin
25
            $dumpfile("test-mealy-delay.vcd");
26
            $dumpvars;
27
28
            x = 2'b00;
29
            #4 x = 2'b01;
30
            //#4 fa aba e non da' mai 1
31
            //#8 fa abba e mi da' l'uno
32
            // se metto il clock a 2 (1+1) non funziona piu'
33
            #8 x = 2'b01;
34
            // col clock a 1+1 non funz
35
            //#5 x = 2'b01;
36
37
            #1 x = 2'b00;
38
39
40
            #10 $finish;
41
         end
42 endmodule // testm1
```

4.2. ESERCIZI 41