绰绰有余的题解

Subtask 1

暴力。

Subtask 2

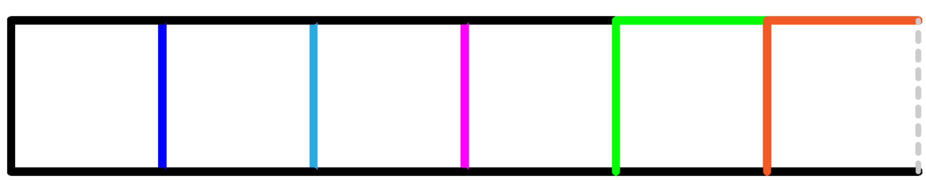
分析一下什么情况是有解的。

- 一个显然的必要条件是 $3n=\sum_{i=1}^{m}a_i$。
- 一条链构成的图中至多有 2 个奇度数的点，而原图中有 $2n$ 个奇度点，因此一个必要条件是 $m\geq n$。

事实上这是充要的，下面给出构造。

令长度为 1 的链的集合为 S_1，长度为 2 的链的集合为 S_2，长度 ≥ 3 的链的集合为 S_3。

当 $|S_1|+|S_2|\geq n-1$ 时，有如下构造。



这个条件在 $|S_3|=0$ 时显然满足。

Subtask 3

由于 $m \geq n$，所以链的平均长度至多为 3。任取 S_3 中一条长度为 k $(k \geq 3)$ 的链，但

$$\frac{k+|S_1|+2|S_2|}{1+|S_1|+|S_2|} \leq 3$$

我们希望找到 $0 \leq a \leq |S_1|, 0 \leq b \leq |S_2|$，满足

$$\frac{k+a+2b}{1+a+b} = 3$$

这在 k 是奇数或 $|S_2| \geq 1$ 时都是可行的。k 和 a 条长度为 1 的链和 b 条长度为 2 的链的构造同上。

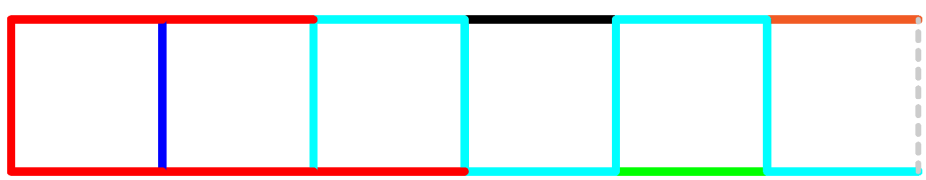
Subtask 4

情况只剩下 $|S_2| = 0$，S_3 中的链长度都是偶数且 $|S_3| \geq 2$。

取 S_3 中两条链，设长度分别为 $2j, 2k$，我们希望找到 $0 \leq a \leq |S_1|$，满足

$$\frac{2j+2k+a}{1+1+a} = 3$$

显然 $a = j+k-3$ 是可行的。构造可以将长为 $2j$ 的链绕在左端，$2k$ 的链上下跳跃，中间填 1 即可。下面是一个例子。



任何情况下我们都可以使 n 减小，所以开始的两个条件是正确的。