数据结构

diamond_duke

2020 年 7 月 24 日

热身小练习

给定序列 $S = a_1, a_2, \cdots, a_n$，建立一张 n 个点的空图。对于平方串 $S[i : i + L - 1] = S[i + L : i + 2L - 1]$，我们会给图中 $i + j - 1$ 和 $i + j + L - 1$ 连一条边，边权为 w_L，其中 $j = 1, 2, \cdots, L$。求该图的最小生成树。

$n \le 3 \times 10^5$，$1 \le w_i \le 10^9$。

LOJ 2092 「ZJOI2016」大森林

有 n 棵树，初始时都仅有根节点。每棵树有一个生长节点，初始时为根节点。三种操作：

1. 将第 $[l, r]$ 棵树在生长节点下面长一个孩子，新节点编号是这次操作的编号；
2. 将第 $[l, r]$ 棵树的生长节点改为 x；若 x 不在其中某棵树里，则操作没有影响；
3. 询问第 x 棵树中，节点 u, v 的距离。

$n \le 10^5$，$q \le 2 \times 10^5$。

BZOJ 2959 长跑

给定一张 n 个点的无向图，初始为空。三种操作：

1. 连接一条 u 到 v 的无向边；
2. 修改 u 的权值为 w（非负）；
3. 一次询问，给出 u, v，你需要把所有边定向，然后最大化从 u 到 v 的所有路径中，经过的点权值和的最大值（经过多次权值也只计算一次），输出该最大值。

$n \le 1.5 \times 10^5$，$q \le 5n$。

一道例题

对于一棵 BST 而言，我们定义查找一个值的代价为：查询过程中，经过的所有节点上的值之和。维护 n 棵 BST，初始为空，两种操作：

1. 将第 $[l, r]$ 的 BST 中，全部插入一个值 w；
2. 求出在第 x 棵 BST 中，查询 w 的代价。

$n, q \leq 2 \times 10^5$，$1 \leq w \leq 10^9$，插入的值两两不同。

LOJ 2472 「九省联考 2018」IIIDX

给出长度为 n 的序列 $d_1, d_2, \cdots, d_n$，重新排列使得 $d_i \geq d_{\lfloor \frac{i}{k} \rfloor}$，最大化得到序列的字典序。
$n \leq 5 \times 10^5$，k 给定。

另一道例题

给定一棵有根树，边只能从下向上走，第 i 个节点会产出第 a_i 种物品。q 次询问，每次给出 c 个点，所有人会从各自的位置出发走到这些点的 LCA，可以带走路过的点产出的物品。要求每个人带的物品数目一样，且所有人带的物品中没有重复的。最大化带的总物品个数。
$n \le 3 \times 10^5$，$q \le 5 \times 10^4$，$c \le 5$，特产种类 ≤ 1000。

又一道例题

给定 n 个节点的树，将每个节点染上 $[1, m]$ 之间的颜色，求使得所有同色点对距离的最小值介于 $[L, R]$ 之间的方案数。
$n \le 10^5$，$m \le 10^9$，$1 \le L \le R < n$。

HDU 6368 Variance-MST

给定一个图，求最小方差生成树。
$n, m \leq 2 \times 10^5$，$\sum n \leq 4 \times 10^5$，$\sum m \leq 6 \times 10^5$。

双一道例题

平面上有 n 个大小为 1 的正方形，右上角坐标为 (x_i, y_i)。依次进行 m 次操作，每次会从某个点开始，从这个位置开始向下和向左一直修建栅栏，直到撞到已有的栅栏或者坐标轴。栅栏围起来的部分就归这个人所有，求每个人（在他的操作后而非最终）拥有的部分中，正方形的个数。$n, m \leq 3 \times 10^5$，坐标范围 $[1, 10^9]$，保证所有人选择的点横纵坐标都不同。

叒一道例题

给出 n 个区间 $[l_i, r_i]$，定义 $w(L,R) = \left|\bigcup_{i=L}^{R}[l_i, r_i]\right|$。$q$ 次询问，每次给出 $[L', R']$，求从中等概率选择 $L' \le L \le R \le R'$ 得到的 $w(L,R)$ 的期望。$n, m \le 5 \times 10^5$。

叕一道例题

有一棵树，初始时仅由一个节点。两种操作：

1. 在某个点下面新增一个孩子；
2. 求某个子树的自同构变换个数。对于一个根为 r，节点集合为 S 的子树，一个自同构变换定义为双射 $f: S \mapsto S$ 的个数，使得 $\forall u, v \in S$，$f(u)$ 是 $f(v)$ 的父亲当且仅当 u 是 v 的父亲，且 $f(r) = r$。

强制在线。$q \leq 3 \times 10^5$。

LOJ 2722 「NOI2018」情报中心

给定一棵 n 个点的树，每条边有一个权值。给出 m 条路径，每条路径有一个代价。你可以选择其中有公共边的两条，其收益是被覆盖到的边权之和。最大化总收益减去总代价。
$n \le 5 \times 10^4$，$m \le 10^5$，$0 \le w \le 10^9$，$0 \le v \le 10^{10} \times n$，$\sum n \le 10^6$，$\sum m \le 2 \times 10^6$。

UOJ 418 【集训队作业 2018】三角形

给定一个 n 个点的有根树，每个点有权值 w_i，初始时每个节点都没有石子。我们在任何时候可以做如下两种操作之一：

1. 从手里拿 w_i 个石子放在节点 i 上，进行此操作要求 i 的所有孩子 j 均有 w_j 个石子；
2. 将某个节点上的石子收回手中。

对于每个 i，求出若想要将第 i 个节点放上 w_i 个石子，至少初始时手上得要有多少个石子。

$n \leq 2 \times 10^5$，$1 \leq w_i \leq 10^9$。

CREC 2017 I Intrinsic Interval

给定 $1 \sim n$ 的排列 A，其子序列 $A[l:r]$ 被称为一个**区间**，当且仅当将其排序后成为一个连续整数序列。每次询问给出一个子序列 $A[l:r]$，询问所有包含 $A[l:r]$ 的区间中，长度最小的那个。
强制在线。$n, q \leq 10^5$。

UOJ 431 【集训队作业 2018】time map

给出一棵广义线段树（即每个区间的分界点不一定是中点，而是给定的点），其维护序列 $a_1, a_2, \cdots, a_n$，每个节点维护的是区间中所有数的 and。四种操作：

1. 区间 $[l, r]$ 中的所有数都和 x 做 and；
2. 区间 $[l, r]$ 中的所有数都和 x 做 or；
3. 区间 $[l, r]$ 中的所有数都和 x 做 xor；
4. 从代表节点 $[l, r]$ 的区间开始走，若当前节点的值的 pop count 是奇数，则向左孩子走，否则向右孩子走，直到走不了为止；输出走过的节点个数。

$n \leq 10^6$，$q \leq 10^5$，$0 \leq a_i, x \leq 10^9$，保证所有给出的 $[l, r]$ 都是线段树上某个节点代表的区间。

一道经典题

给出长度为 n 的序列，多次询问区间 mex。
要求时间复杂度 $\Theta(n\log_2 n)$，空间复杂度 $\Theta(n)$。

给出一个 n 个点的竞赛图，如果 x, y, z 位于一个三元环内，则它们会形成一个联盟。如果两个联盟之间有公共点，那么它们会合成一个联盟。

按照顺序给出 $1 \sim n$ 与之前点的连边情况，方式是对每个 i 给出一堆区间，如果 j 在其中某个区间内，则边为 $j \to i$，否则为 $i \to j$。输出加入每个点后的联盟数量。

强制在线。$n \leq 2 \times 10^5$，区间总个数不超过 2×10^6，空间限制 16 MB。

Thank You!