

## 套路题

这是个比**小水题**还水的大暴力套路大水题。——杨骏昭

### 算法一

$O(n^2)$  暴力，期望得分 10 分。

### 算法二

对于等概率随机的情况，每个点的期望影响范围是  $O(\log n)$ ，可以直接往上暴力更新，可能要在每个节点处保存一个堆或set，期望得分 20 分。

### 算法三

对时间建线段树，由于总修改次数是  $q$  次，那么把每个叶子连续相等的值合并，就变成了  $O(n + q)$  次区间赋值操作。考虑对原树进行启发式合并，那么就变成区间取max、区间加，单点查询历史最小值，套上segment tree beats即可，直接套用 sgtbeats 的复杂度分析，可以得到复杂度是  $O(n \log^3 n)$ ，如果不加空间回收，空间复杂度也是  $O(n \log^3 n)$ 。不过众所周知sgtbeats自带的一个  $\log$  常数很小，期望得分 70 分。

### 算法四

把启发式合并改成线段树合并，此处虽然复杂度一定不劣于启发式合并，但是仔细分析sgtbeats的势能函数：父节点和子节点区间取min标记不同的关键点个数，由于是线段树合并，对于不在当前线段树内的点都是非关键点，其他都是关键点，而当两个非关键点合并仍然是非关键点，所以两个线段树合并势能至多相加。这样就直接得到线段树合并的复杂度是  $O(n \log^2 n)$ ，外加sgtbeats的小常数，期望得分 100 分。