Solution

1 T1

先考虑给定二叉树的情况,那么最少步数一定是n减去最长链长度。因为每次旋转最多会让最长链增加1

然后就可以直接 dp 了,统计有多少棵树的最长链长度为 i

直接 dp 是 n^3 的,有两种优化方法。第一种是直接再开一个数组存 dp 的前缀和,另一种是统计最长链 $\leq i$ 的方案数

这样,最长链长度为 1 的就被算了 n 遍,长度为 2 的被算了 n-1 遍,以此类推,可以直接得出答案

2 T2

设 dp[u][i] 表示只考虑 u 的子树,并且只能选 $a \ge i$ 的点,能得到的最大权值和

直接 dp 是 n^2 的,而且还会 MLE

注意到 *dp* 数组是单调不升的,是一个分段函数,我们可以维护这个函数的所有拐点,比如开一个 set 维护函数的差分数组

合并两棵子树可以直接启发式合并,合并结束之后再插入节点u,弹掉前面不优秀的拐点就可以了

时间复杂度 $n \log^2 n$

3 T3

考虑最后所有的树构成的序列,容易发现每次修改影响到的树在这个 序列上一定构成一段连续的区间

具体来讲,如果将复制操作也看成一棵树状结构,那么一个在 t 时刻的修改 [l,r] 影响到的区间的左端点是 l 这棵树,右端点是操作树上 r 这个点的最后一个出现时间大于 t 的儿子的子树中,最靠右的那棵树

现在考虑如何处理询问

前面的若干个复制操作将 1 到 u 的链分成了若干段,我们现在考虑这样一种情况: 树 b 是由树 a 复制出来的,并且 b 的根是 u 。那么在复制的那个时刻,所有影响到 u 的点一定也会影响到 b 的全树

因此我们可以使用一种类似树形 dp 的方法,将每一段分开考虑,当复制出一棵树时,我们可以处理出这棵树的点权需要额外加上多少。假如复制出的树的根节点是 u,那么它额外加上的权值就是复制时刻时 u 节点的值

询问时,我们只需要考虑那些落在当前树的询问,即询问点到当前树根的那一条链。在一开始的树上树剖,我们将每个修改 [l,r] 放在对应的节点上,问题转化为统计一条链上,包含i 的修改个数,可以树套树解决

时间复杂度 $n \log^3 n$