1 T1 废墟

考虑将 1 到 n 从大到小插入这个排列，我们不妨设 $k=m-n$，那么此时 $1,2,\cdots,k$ 可以与任何数相邻。记此时的方案数为 $F(n,k)$，可以发现当 $n=k$ 或 $n=k+1$ 时 $F(n,k)=n!$。

对于剩余的情况，有 $k\leq n-2$。如果此时 n 在整个序列的最左边或者最右边，不妨假设在最左边，那么与它相邻的数一共有 k 种填法，剩下 $n-2$ 个数未选择。此时我们随便从这 $n-2$ 个数中拿出一个数出来填入第三个位置都是合法的。最大的数变为了 $n-1$，因此此时剩下的可以与任何数相邻的数的个数没有变化，方案数为 $2kF(n-2,k)$

如果 n 在序列的中间，那么它左右的邻居共有 $k(k-1)$ 种选法。此时我们将这三个位置缩在一起作为一个整体参与接下来的排列。同样，此时剩下了 $n-2$ 个数，最大的数减少了 1，而这三个数缩在一起之后产生的新的元素可以与任何数相邻，剩下的可以与任何数相邻的数的个数没有变化，因此方案数为 $k(k-1)F(n-2,k)$

综合以上两种情况，可以得到最终的转移：

$$\begin{aligned}F(n,k)&=2kF(n-2,k)+k(k-1)F(n-2,k)\\&=k(k+1)F(n-2,k)\end{aligned}$$

事实上，直接打表也可以很容易地得到这个转移。

2 T2 魔法

树上的简单路径 (u,v) 只有两种：要么 (u,v) 中其中一个是祖先，要么它们跨过了它们的 lca。考虑对于这两种路径分别计数。

对于第一种路径，可以发现路径上的点数减去每个点在路径上的儿子数量恰好为 1。假如我们现在要判断所有 $\leq L$ 的点是否形成了一条简单路径，可以利用这个性质，统计有多少个点满足这个点的权值 $\leq L$，且存在某个儿子的权值 $\leq L$，我们将这种点称为 A 类点。记 c 为 A 类点的数量，那么当且仅当 $L-c=1$ 时这 L 个点才能构成这种路径。

对于第二种路径，沿用统计第一种路径的思路，相当于存在一个点，满足这个点 $\leq L$，存在两个儿子 $\leq L$，且这个点的父亲 $> L$，我们将这种点称为 B 类点。此时若简单路径存在，则必须满足 $L-c=2$，且存在 B 类点。需要注意的是 B 类点同时也是一种特殊的 A 类点。

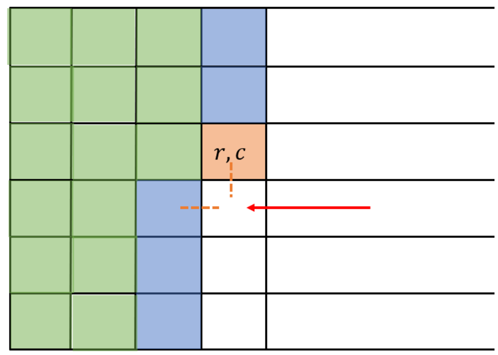
使用线段树维护每个 L 减去 c 之后的值，同时维护区间最小值以及最小值的出现次数，一开始线段树上位置 i 的值为 i。对于一个非叶子节点 u，假设它的权值为 p_u，它的权值最小的儿子的权值为 q_u，那么当 $L \geq \max(p_u,q_u)$ 时，这个点将作为一个 A 类点出现；如果它的次小儿子的权值为 q'_u，那么当 $L \in [\max(p_u,q'_u),p_{fa_u}]$ 时，这个点将会作为一个 B 类点出现。

维护所有的 A 类点的同时，开一个全局 set 维护所有的 B 类点。查询的时候拿出权值最小的 B 类点，假设它的出现区间为 $[l,r]$，那么就在线段树上将区间 $[l,r]$ 全部 -1，然后查询全局最小值的个数即可。

修改仅会影响到至多 4 个点：u，v，u 的父亲以及 v 的父亲，对于这 4 个点重新统计即可，更多的细节可以参考标程。

3 T3 风暴

我们新建第 0 行，然后假设 $(0,1)$ 与 $(1,1)$ 的连边必定不会断开，$(0,x)$ 与 $(1,x)$ 的连边必定断开，接下来考虑轮廓线 dp。考虑按列计算，计算到 (r,c) 时，我们存下 $(r,c),(r-1,c),\cdots,(0,c),(r+1,c-1),(r+1,c-1),\cdots,(n,c-1)$ 的连通状态。



在某个状态中，我们给每个格子分配一个数，如果两个格子的数相同则说明这两个格子处于同一个连通块。当 $n=8$ 时状态总数为 3432。

从 (r,c) 转移到 $(r+1,c)$ 时，枚举图中两条边的连接状态，可以计算出接下来的状态。注意转移的时候需要保证当前维护的格子中，至少有一个格子与 $(0,c)$ 连通。

当 m 比较小 (≤ 50) 的时候可以直接暴力转移，同时我们可以发现这样一个性质：设 $m=k$ 时的答案为 ans_k，那么当 k 很大时 $\frac{ans_{k+1}}{ans_k}$ 将趋近于一个定值，并且这个值收敛得很快。因此此时对于前 50 列我们暴力转移，然后直接 pow 算出最终的答案。