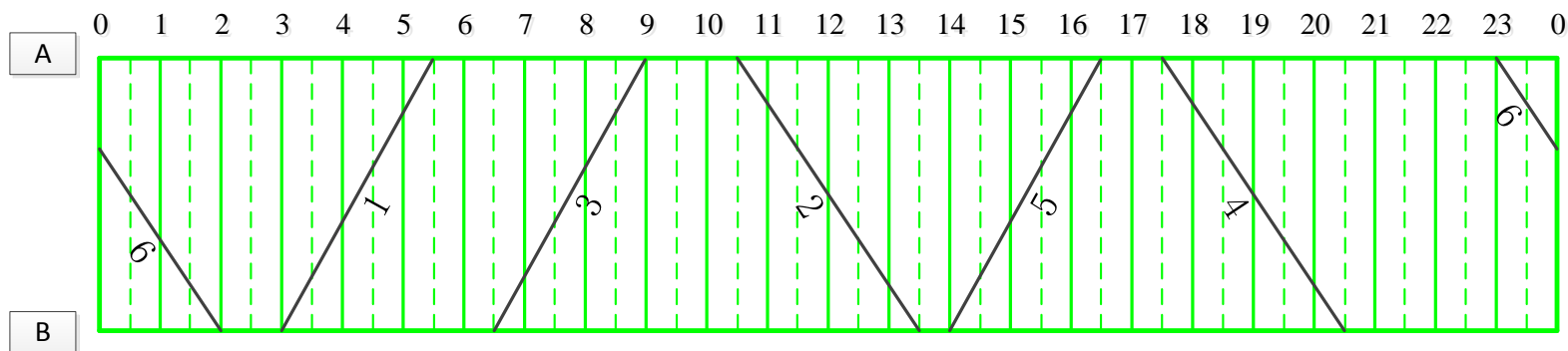


(一) 机车周转图问题的描述

- 标准的机车周转图问题：机车周转图，指的是在运行图已知的情况下，确定机车牵引列车次序的技术图表文件。一般来说，这一类问题的已知条件包括列车时刻表（也即运行图）、机务段和折返段的最短在站停留时间等。

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

例1.某一列车运输图，如下图所示，上下行列车数相等，均为3列：



其中**B**站为机务段所在站；停留时间标准为3小时；**A**站为折返段所在站，停留时间标准为1.5小时。

问如何设定机车牵引列车的次序，使得使用的机车最少，在站非标准停留的时间最短？

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

有时上述的机车周转问题根据区段和线路实际情况的不同，需要考虑如下的因素：

1. 运行图中上下行列车数是否相等。
2. 牵引区段是否固定。
3. 机车的牵引定数是否都相同。
4. 是否考虑单机走行。

这些因素要根据实际情况添加相应的约束，相应的模型的复杂程度会有所增加。

(二) 机车周转问题的数学模型:

- 上下行列车数相等，牵引区段固定且不考虑单机走行情况下，0/1决策变量 代表列车运行线 与列车运行线 之间的机车牵引关系，取1表示机车牵引完运行线 后接着牵引运行线 。定义 表示如果机车牵引完运行线 ，再牵引运行线 所需要的间隔时间；定义0/1参数 表示机车牵引完运行线 后接着牵引运行线 是否跨0点，跨0点取1，不跨取0。首先应根据运行图计算所有 和 的值（由于运行图是一个以24小时为周期的周期图，因此在计算时注意保证 满足停站时间标准）。

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

例1中的数学模型为：

目标函数：

$$\begin{aligned}\min n = & x_{12}\lambda_{12} + x_{14}\lambda_{14} + x_{16}\lambda_{16} + x_{32}\lambda_{32} + x_{34}\lambda_{34} + x_{36}\lambda_{36} + x_{52}\lambda_{52} + x_{54}\lambda_{54} + x_{56}\lambda_{56} \\ & + x_{21}\lambda_{21} + x_{23}\lambda_{23} + x_{25}\lambda_{25} + x_{41}\lambda_{41} + x_{43}\lambda_{43} + x_{45}\lambda_{45} + x_{61}\lambda_{61} + x_{63}\lambda_{63} + x_{65}\lambda_{65}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\min T = & (x_{12}d_{12} + x_{14}d_{14} + x_{16}d_{16}) + (x_{32}d_{32} + x_{34}d_{34} + x_{36}d_{36}) + (x_{52}d_{52} + x_{54}d_{54} + x_{56}d_{56}) \\ & + (x_{21}d_{21} + x_{41}d_{41} + x_{61}d_{61}) + (x_{23}d_{23} + x_{43}d_{43} + x_{63}d_{63}) + (x_{25}d_{25} + x_{45}d_{45} + x_{65}d_{65})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\min \Delta^2 = & (x_{12}d_{12} + x_{14}d_{14} + x_{16}d_{16} - 90)^2 + (x_{32}d_{32} + x_{34}d_{34} + x_{36}d_{36} - 90)^2 + (x_{52}d_{52} + x_{54}d_{54} + x_{56}d_{56} - 90)^2 \\ & + (x_{21}d_{21} + x_{41}d_{41} + x_{61}d_{61} - 180)^2 + (x_{23}d_{23} + x_{43}d_{43} + x_{63}d_{63} - 180)^2 + (x_{25}d_{25} + x_{45}d_{45} + x_{65}d_{65} - 180)^2\end{aligned}$$

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

约束条件：（每条运行线由且只由一台机车牵引）

$$x_{12} + x_{14} + x_{16} = 1$$

$$x_{32} + x_{34} + x_{36} = 1$$

$$x_{52} + x_{54} + x_{56} = 1$$

$$x_{21} + x_{23} + x_{25} = 1$$

$$x_{41} + x_{43} + x_{45} = 1$$

$$x_{61} + x_{63} + x_{65} = 1$$

$$x_{21} + x_{41} + x_{61} = 1$$

$$x_{23} + x_{43} + x_{63} = 1$$

$$x_{25} + x_{45} + x_{65} = 1$$

$$x_{12} + x_{32} + x_{52} = 1$$

$$x_{14} + x_{34} + x_{54} = 1$$

$$x_{16} + x_{36} + x_{56} = 1$$

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

这是一个多目标规划模型，第一个目标是使用的机车数最小；第二个目标是机车在站的停留时间最短；第三个目标是机车的运用最均衡。第一个目标的优先级别高于第二个高于第三个，在求解中可先利用**CPLEX**对第一个目标进行求解，然后将第一个目标作为约束，对第二个目标进行求解，然后将第二个目标作为约束，对第三个目标求解。得出的结果，即为机车周转图的优化结果。

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

（三）计算机模型的**OPL**语言：

模型文件编码：

```
{string} STrain =...; //上行列车
{string} XTrain =...; //下行列车
float ADistance[STrain][XTrain]=...; //机车牵引完上行列车再去牵引下行列车所间隔的时间
float BDistance[XTrain][STrain]=...; //机车牵引完下行列车再去牵引上行列车所间隔的时间
int Ak[STrain][XTrain]=...; //机车牵引完上行列车再去牵引下行列车时是否跨0点
int Bk[XTrain][STrain]=...; //机车牵引完下行列车再去牵引上行列车时是否跨0点
```


第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

模型文件编码（续）：

```
dvar int+ AX[STrain][XTrain];
dvar int+ BX[XTrain][STrain];
minimize (sum(i in STrain, j in XTrain) Ak[i][j]*AX[i][j] + sum(i in STrain, j
in XTrain) Bk[j][i]*BX[j][i]); //所用机车数最小
subject to{
    forall(i in STrain)
        {sum(j in XTrain) AX[i][j]==1;}
    forall(i in STrain)
        {sum(j in XTrain) BX[j][i]==1;}
    forall(i in XTrain)
        {sum(j in STrain) AX[j][i]==1;}
    forall(i in XTrain)
        {sum(j in STrain) BX[i][j]==1;}
}
```

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

数据文件编码:

$S_{Train} = \{ "1", "3", "5" \};$

$X_{Train} = \{ "2", "4", "6" \};$

$A_{Distance} = [[300, 720, 1050], [90, 510, 840], [1080, 1500, 390]];$

$B_{Distance} = [[810, 1020, 1470], [390, 600, 1050], [1500, 270, 720]];$

$A_k = [[0, 0, 0], [0, 0, 0], [1, 1, 0]];$

$B_k = [[1, 1, 1], [1, 1, 1], [1, 0, 0]];$

（四）运行求解：

运行配置文件后，求解结果如下：

// solution (optimal) with objective 2

AX = [[1
0 0]
[0 1 0]
[0 0 1]];

BX = [[1 0 0]
[0 1 0]
[0 0 1]];

这说明该运行图最少需要模型求解的2台加上牵引跨0点运行线6的1台总共3台机车进行牵引。

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

在求解出第一个目标的解后，可将第一个目标作为约束，也即此时可将

$$\text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}, j \text{ in } X\text{Train}) Ak[i][j]*AX[i][j] + \text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}, j \text{ in } X\text{Train}) Bk[j][i]*BX[j][i] == 2;$$

加入约束式中，将目标改为：

$$\begin{aligned} &\text{minimize } (\text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}) (\text{sum}(j \text{ in } X\text{Train}) \\ &A\text{Distance}[i][j]*AX[i][j]-90) + \text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}) (\text{sum}(j \text{ in } X\text{Train}) \\ &B\text{Distance}[j][i]*BX[j][i]-180)); \end{aligned}$$

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

在求解出第一个目标的解后，可将第一个目标作为约束，也即此时可将

$$\text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}, j \text{ in } X\text{Train}) Ak[i][j]*AX[i][j] + \text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}, j \text{ in } X\text{Train}) Bk[j][i]*BX[j][i] == 2;$$

加入约束式中，将目标改为：

$$\begin{aligned} &\text{minimize } (\text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}) (\text{sum}(j \text{ in } X\text{Train}) \\ &A\text{Distance}[i][j]*AX[i][j]-90) + \text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}) (\text{sum}(j \text{ in } X\text{Train}) \\ &B\text{Distance}[j][i]*BX[j][i]-180)); \end{aligned}$$

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

运行配置文件，结果为：

// solution (optimal) with objective 2520

$AX = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$

$BX = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

再将

$$\begin{aligned} & \text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}) (\text{sum}(j \text{ in } X\text{Train}) A\text{Distance}[i][j] * AX[i][j] - 90) + \\ & \text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}) (\text{sum}(j \text{ in } X\text{Train}) B\text{Distance}[j][i] * BX[j][i] - \\ & 180) == 2520; \end{aligned}$$

加入约束，将目标改为

$$\begin{aligned} & \text{minimize} (\text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}) \text{pow}(\text{sum}(j \text{ in } X\text{Train}) \\ & A\text{Distance}[i][j] * AX[i][j] - 90, 2) + \text{sum}(i \text{ in } S\text{Train}) \text{pow}(\text{sum}(j \text{ in } \\ & X\text{Train}) B\text{Distance}[j][i] * BX[j][i] - 180, 2)); \end{aligned}$$

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

运行配置文件后，求解结果为：

// solution (optimal) with objective 1175400

AX = [[1
0 0]
[0 1 0]
[0 0 1]];

BX = [[1 0 0]
[0 1 0]
[0 0 1]];

第六章 IBM ILOG CPLEX在动车组运用优化中的应用

由这一结果，可知例1的机车周转图如下所示：

