

### （一）公交乘务排班优化问题概述

- 公交乘务排班问题属活动资源的优化利用问题。一般是根据给定的乘务任务、乘务规则等条件，考虑一定的优化目标，对乘务员(组)的出乘时间、地点，担当的乘务任务、时刻，退乘时间、地点等做出具体安排，以确保一定周期内的所有乘务任务被执行。

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

公交乘务排班问题的基本元素和各元素的基本属性如下：

- 1) 公交线路：具有出发站、出发时刻、到达站、到达时刻、中途停站等基本属性；
- 2) 乘务员类型（组）：包括司机、售票员等属性；
- 3) 乘务规则：包括间休时间、工作时间、休息时间、乘务周期、月工时等乘务值乘规则。
- 4) 目标函数：乘务成本最小、需要的乘务员数量最少等。
- 5) 约束条件：乘务员的工作时间必须满足乘务规则；每个线路、每个班次都必须有乘务员值乘；乘务员劳动负衡均衡等约束条件。

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

**例1.** 下面是某条线路的基本情况：

1、该线路的开收班时间：

冬令（12月~3月）：6:20~18:10，夏令（4月~11月）：6:15~18:20

2、该线路的司机人数：15人

3、该线路排班间隔：

平时：8~10分钟/班；

上下班高峰（6:00~8:30，11:30~13:30，16:30~18:00）：4~8分钟/班

节假日：5~10分钟/班

4、该线路的运行时间：

正常：80~85分钟/班

高峰：100~120分钟/班

规定：（1）司机每天上班工作时间不超过8小时；（2）司机连续开车不得超过4小时；（3）每名司机至少每月完成120班次。

问题一：针对五月份的节假日和非节假日，分别求出每日最少班次总数；

问题二：阐述你对上述规定的理解，并根据你的理解建立适当的数学模型，合理地设计五月份该线路的司机排班方案。

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

### （二）模型建立与求解

#### 1、问题一：数学模型的建立

（1）假设将非节假日一天的工作时间分为 $n$ 个时段

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum_{i=1}^6 x_i \\ S.T. \left\{ \begin{array}{ll} \sum_{i=1}^k x_i m_i \geq \sum_{i=1}^k Q_i & k = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \\ \sum_{i=1}^k x_i m_i - m_k \leq \sum_{i=1}^k Q_i & k = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \\ 8 \leq m_i \leq 10 & i = 2, 4, 6. \\ 4 \leq m_i \leq 8 & i = 1, 3, 5. \end{array} \right. \end{aligned}$$

$Q_i$  ——第 $i$ 个时段的时长， $i=1, 2, \dots, n$

$m_i$  ——表示发车间隔；

$x_i$  ——表示发车班次用

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

问题一：

### 1、数学模型的建立

（2）若节假日，用 $Q$ 表示节假日一天的工作时长，发车间隔用 $m$ 表示，则例1中节假日最少班次的数学公式为：

$$\min Z = \frac{Q}{m}, \quad 5 \leq m \leq 10.$$

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

问题一的模型文件：

```
{string} Times ={"T1", "T2", "T3", "T4", "T5", "T6"};
```

```
float Q[Times] = [135, 180, 120, 180, 90, 20];
```

```
float m[Times] = [8, 10, 8, 10, 8, 10];
```

```
dvar int+ x[Times] in 0..50;
```

```
minimize
```

```
    sum(o in Times) x[o];
```

```
subject to {
```

```
    (x["T1"]-1)*m["T1"]<=Q["T1"];
```

```
    Q["T1"]<=x["T1"]*m["T1"];
```

```
    x["T1"]*m["T1"]+(x["T2"]-1)*m["T2"]<=Q["T1"]+Q["T2"];
```

```
    Q["T1"]+Q["T2"]<=x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"];
```

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

### 问题一的模型文件（续）：

```
x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"]+(x["T3"]-1)*m["T3"]<=Q["T1"]+Q["T2"]+Q["T3"];
    Q["T1"]+Q["T2"]+Q["T3"]<=x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"]+x["T3"]*m["T3"];
    x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"]+x["T3"]*m["T3"]+(x["T4"]-
1)*m["T4"]<=Q["T1"]+Q["T2"]+Q["T3"]+Q["T4"];

Q["T1"]+Q["T2"]+Q["T3"]+Q["T4"]<=x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"]+x["T3"]*m["T3"]+x["T
4"]*m["T4"];
    x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"]+x["T3"]*m["T3"]+x["T4"]*m["T4"]+(x["T5"]-
1)*m["T5"]<=Q["T1"]+Q["T2"]+Q["T3"]+Q["T4"]+Q["T5"];

Q["T1"]+Q["T2"]+Q["T3"]+Q["T4"]+Q["T5"]<=x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"]+x["T3"]*m["T
3"]+x["T4"]*m["T4"]+x["T5"]*m["T5"];

x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"]+x["T3"]*m["T3"]+x["T4"]*m["T4"]+x["T5"]*m["T5"]+(x["T6"]-
1)*m["T6"]<=Q["T1"]+Q["T2"]+Q["T3"]+Q["T4"]+Q["T5"]+Q["T6"];

Q["T1"]+Q["T2"]+Q["T3"]+Q["T4"]+Q["T5"]+Q["T6"]<=x["T1"]*m["T1"]+x["T2"]*m["T2"]+x["T
3"]*m["T3"]+x["T4"]*m["T4"]+x["T5"]*m["T5"]+x["T6"]*m["T6"];
}
```

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

求解结果：

// solution  
(optimal)  
with  
objective 82  
x = [17 18  
15 18 12 2]

据此，得到该  
线路非节假日  
的最少班次排  
班如右：

高峰期（6:15-8:30）		平时（8:30-11:30）		高峰期（11:30-13:30）		平时（13:30-16:30）		高峰期（16:30-18:00）		平时（18:00-18:20）	
发车时间	班次	发车时间	班次	发车时间	班次	发车时间	班次	发车时间	班次	发车时间	班次
06:15	1	08:31	18	11:31	36	13:31	51	16:31	69	18:07	81
06:23	2	08:41	19	11:39	37	13:41	52	16:39	70	18:17	82
06:31	3	08:51	20	11:47	38	13:51	53	16:47	71		
06:39	4	09:01	21	11:55	39	14:01	54	16:55	72		
06:47	5	09:11	22	12:03	40	14:11	55	17:03	73		
06:55	6	09:21	23	12:11	41	14:21	56	17:11	74		
07:03	7	09:31	24	12:19	42	14:31	57	17:19	75		
07:11	8	09:41	25	12:27	43	14:41	58	17:27	76		
07:19	9	09:51	26	12:35	44	14:51	59	17:35	77		
07:27	10	10:01	27	12:43	45	15:01	60	17:43	78		
07:35	11	10:11	28	12:51	46	15:11	61	17:51	79		
07:43	12	10:21	29	12:59	47	15:21	62	17:59	80		
07:51	13	10:31	30	13:07	48	15:31	63				
07:59	14	10:41	31	13:15	49	15:41	64				
08:07	15	10:51	32	13:23	50	15:51	65				
08:15	16	11:01	33			16:01	66				
08:23	17	11:11	34			16:11	67				
		11:21	35			16:21	68				



## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

求解结果:

节假日的最少班次排班如右：

[illegible]

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

问题二：

### 1、数学模型的建立

(1) 非节假日

目标函数：
$$\min \sum_{j=1}^{19} X_j$$

约束条件：

$$\sum_{j=1}^{19} (a_i \bullet x_j) = 44$$

$$\sum_{j=1}^{19} (b_i \bullet x_j) = 38$$

式中：

$a_i$ ——表示非节假日一天内第*i*个司机工作的高峰班次数

$b_i$ ——表示非节假日一天内第*i*个司机工作的非高峰班次数

$x_j$ ——表示司机排班情况

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

司机排班情况

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19
$a_i$	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4
$b_i$	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	0	1	2	3	0	1	2	0	1

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

模型编码：

```
{string} Categories = {"C1", "C2", "C3", "C4", "C5", "C6", "C7", "C8", "C9", "C10",  
"C11", "C12", "C13", "C14", "C15", "C16", "C17", "C18", "C19"};
```

```
int a[Categories] = [0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4];
```

```
int b[Categories] = [1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 0, 1];
```

```
dvar int+ x[Categories] in 0..50;
```

```
minimize
```

```
    sum(o in Categories) x[o];
```

```
subject to {
```

```
    sum( o in Categories )
```

```
        a[o]*x[o] == 44;
```

```
    sum( o in Categories )
```

```
        b[o]*x[o] == 38;
```

```
}
```

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

求解结果：

```
// solution (optimal) with objective 17
```

```
x = [0 1 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 11]
```

该结果给出了一天需要的最少司机人数为**17**人，同时给出了一个可行的排班方案，即**17**位司机中，有**1**位采用第**2**种排班情况，有**5**位采用第**5**种排班情况，有**11**位采用第**19**种排班情况。

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

### 问题二：

#### 1、数学模型的建立

##### (1) 节假日

对于节假日，通过问题一可以求解出一天内总班次为73；

$$\sum_{i=1}^{R_2} c_i = 73 ;$$

$$80c_i \leq 480 ;$$

$$T_2 = 73 \times 80 ;$$

$$R_2 = 13$$

式中：

$c_i$ ——节假日一天内第*i*个司机工作的班次  
数

$T_2$ ——节假日所有汽车运行时间之和

$R_2$ ——节假日一天内需要的最少司机人数

因为  $R_2 \geq T_2 / 480$  所以  $R_2 = 13$

## 第七章：IBM ILOG CPLEX在公交乘务排班优化问题中的应用

节假日一天的司机安排表：

一天中每位司机被安排的班次						
1号司机	1	14	27	40	53	66
2号司机	2	15	28	41	54	67
3号司机	3	16	29	42	55	68
4号司机	4	17	30	43	56	69
5号司机	5	18	31	44	57	70
6号司机	6	19	32	45	58	71
7号司机	7	20	33	46	59	72
8号司机	8	21	34	47	60	73
9号司机	9	22	35	48	61	
10号司机	10	23	36	49	62	
11号司机	11	24	37	50	63	
12号司机	12	25	38	51	64	
13号司机	13	26	39	52	65	