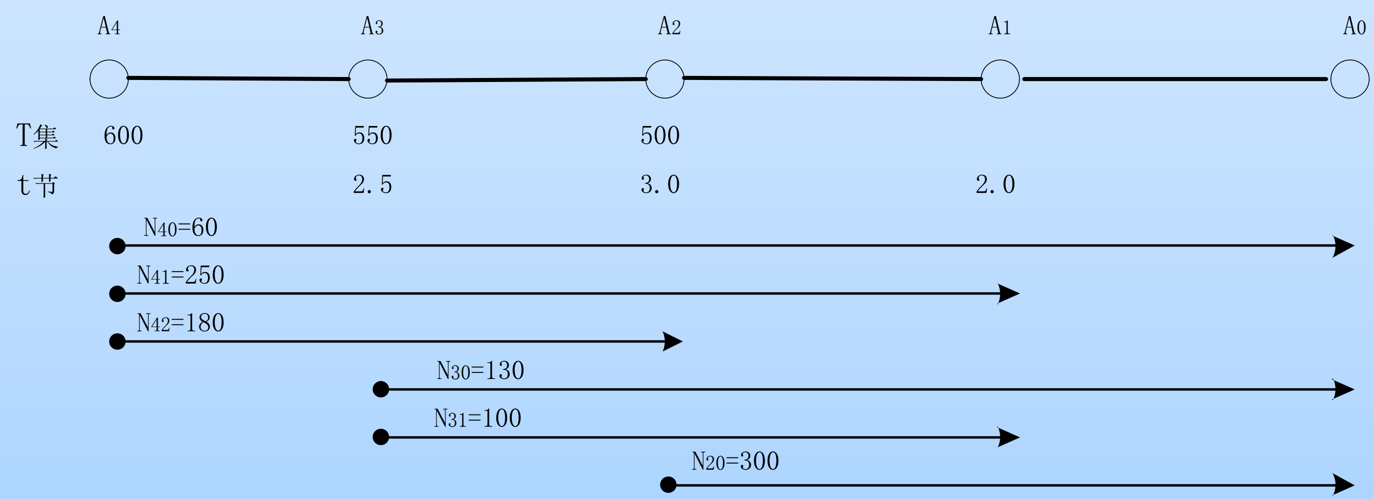
（一）货物列车编组计划的数学描述

方向上各技术站所产生的车流应以不同的组合方式编入适当的列车而将其送往各自的目的地，这些车流的每一种组合方式为一个编组计划方案。满足划为单独编组到达站基本条件的车流在一定条件下与其他车流合并编组可能会得到更多的车小时节省。列车编组计划方案一方面要保证有尽可能大的经济效果，使方案车小时消耗总额最小或节省最大；另一方面，方案的选择还必须考虑实际执行的可能性。

例1：如图这是一个具有5个支点站方向的单组列车编组计划，表示5个支点方向的直达车流，$T_{集}$ 表示从某站开行直达列车的集结车小时，$t_{节}$表示车流在某站改编时所消耗的车小时。问在不考虑各个站改编能力的情况下，如何编制一个单组列车编组计划，使得总消耗的车小时最小？



5个支点方向的直达车流图

（二） 货物列车编组计划的整数规划模型

变量定义：

（1）x_{ij}^{k}——表示车流（i, j）（含A_i后方站发往A_j站改编中转的车流）在A_k站改编的车流量，这里i>j>k，x_{ij}^{k}为非负整数；

（2）x_{ij}——0-1变量，表示是否开行列流，若开行，则$x_{ij}=1$，反之$x_{ij}=0$，这里i>j。

（3）$F_{集}$——所有直达列流在始发站产生的集结车小时总消耗；

（4）$F_{改}$——所有直达车流在图中支点站的改编车小时总消耗；

目标函数表达式为：

$$
\begin{aligned}
\min F_{耗} &= F_{集} + F_{改} \\
&= (x_{40} + x_{41} + x_{42})T_{集}^{4} + (x_{30} + x_{31})T_{集}^{3} \\
&+ x_{20}T_{集}^{2} + (x_{40}^{3} + x_{41}^{3} + x_{42}^{3})t_{节}^{3} \\
&+ (x_{40}^{2} + x_{41}^{2} + x_{30}^{2} + x_{31}^{2})t_{节}^{2} \\
&+ (x_{40}^{1} + x_{30}^{1} + x_{20}^{1})t_{节}^{1}
\end{aligned}
$$

约束条件：

第1组 考虑A_4站发出的车流有：

$$x_{40}^{3} + x_{40}^{2} + x_{40}^{1} + x_{40}N_{40} = N_{40} \quad (2)$$

$$x_{41}^{3} + x_{41}^{2} + x_{41}N_{41} = N_{41} \quad (3)$$

$$x_{42}^{3} + x_{42}N_{42} = N_{42} \quad (4)$$

约束条件：

第2组 考虑中间各支点站发出的车流

$$x_{30}^{2} - x_{30}^{1} + (N_{40} + N_{30})\,x_{30} - x_{40}^{3} \geq N_{30} \quad (5)$$

$$x_{31}^{2} + (N_{41} + N_{31})\,x_{31} - x_{41}^{3} \geq N_{31} \quad (6)$$

$$x_{20}^{1} + (N_{40} + N_{30} + N_{20})\,x_{20} - x_{40}^{2} - x_{30}^{2} \geq N_{20} \quad (7)$$

约束条件：

第3组 考虑远程车流压缩到站与较短车流合并的情况

$N_{40}x_{41} - x_{40}^{1} \geq 0$（8）

（$N_{40} + N_{41}$）$x_{42} - x_{40}^{2} - x_{41}^{2} \geq 0$（9）

（$N_{40} + N_{30}$）$x_{31} - x_{30}^{1} \geq 0$（10）

（三）运用CPLEX求解

模型文件编码

```
dvar int+ X402 in 0..60;
dvar int+ X401 in 0..60;
dvar int+ X403 in 0..60;
dvar int+ X413 in 0..250;
dvar int+ X412 in 0..250;
dvar int+ X423 in 0..180;
dvar int+ X302 in 0..720;
dvar int+ X301 in 0..720;
dvar int+ X312 in 0..720;
dvar int+ X201 in 0..300; //定义决策变量中的整数变量
dvar boolean x40;
dvar boolean x41;
dvar boolean x42;
dvar boolean x30;
dvar boolean x31;
dvar boolean x20; //定义决策变量中的0-1变量（布尔型变量）
```

模型文件编码（续）：

```
minimize
600*(x40+x41+x42)+550*(x30+x31)+500*x20+2.5*(X403+X413+X423)+3*(X402+X412+X302+X312) +2*(X401+X301+X201); //目标函数
subject to {
X403+X402+X401+60*x40 ==60;//①
X413+X412+250*x41==250;  //②
X423+180*x42==180;//③
X302-X301+190*x30 -X403>=130;//④
X312+350*x31 -X413>=100;//⑤
X201+490*x20 -X402-X302>=300;//⑥
60*x41 -X401<=0;//⑦
310*x42 -X402-X412>=0;//⑧
190*x31 -X301>=0;//⑨  ①~⑨是第二节中约束条件（3）~（11）
```

（四）求解结果：

/ solution (optimal) with objective 2360

x40 = 0;	X423 = 180;
x41 = 1;	X402 = 0;
x42 = 0;	X412 = 0;
x30 = 0;	X302 = 130;
x31 = 0;	X312 = 100;
x20 = 1;	X401 = 60;
X403 = 0;	X301 = 0;
X413 = 0;	X201 = 0;

求解结果：

即：$\min F_{耗} = 2360车 \cdot h$，根据运行结果可得出最优货物列车编组计划图：