PiE: BA

X
8,6

X en examen

P1

P2

e-status

PS1 => dj 19/9

PS2 => dv 27/9

} mejoran las notas

Hacen e-status

7
5
7
8

$\frac{20}{3} \sim 7.10$

$\Downarrow$

$7 \cdot 1.10 = [7,7]$

$$N.A.C = \frac{3 \cdot A + 3 \cdot B + 3 \cdot C + 3 \cdot D + 2 \cdot T}{14}$$

B.A:

1. Experiència aleatòria. Probabilitat:

- Conjunt resultats possibles $\equiv \Omega$. Ex dau: $\Omega = \{ \cdot, \cdot\cdot, \cdot\cdot\cdot, \cdot\cdot\cdot\cdot, \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot, \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \}$
- Partició: Conjunt de possibilitats, i Ω (segur) i $\emptyset$ (impossible)

i les Particions, la seva unió $\Leftrightarrow \Omega$

A_1 = parell. A_2 = senar $A_1 \cup A_2 = \Omega$ i $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

Propiedades:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(\neg A) = 1 - P(A)$

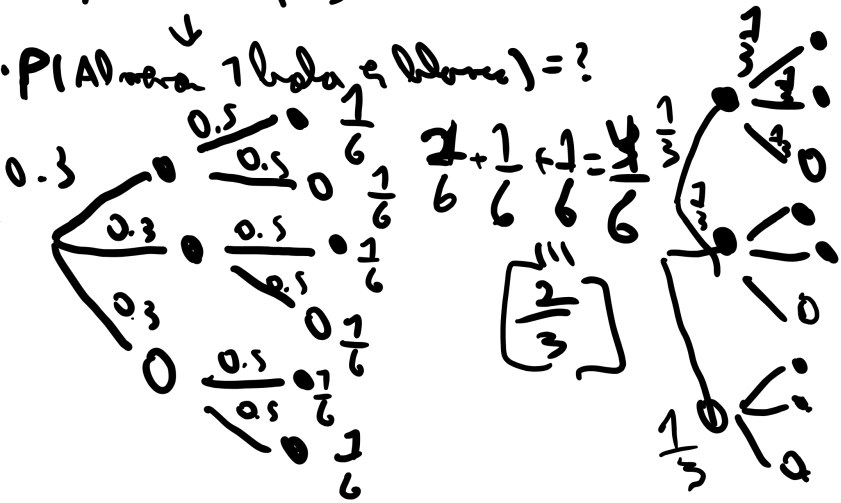
Ejercicio urna bolas:

Urna 2 bolas negras, 1 blanca, metemos prob random, extraemos 2 bolas

a) Sin reemplazo

b) Con reemplazo

- $P(\text{Ahora 1 bola y 1 blanca}) = ?$



$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$

$\boxed{\frac{2}{3}}$

$\boxed{\frac{5}{9}}$

- Probabilidad conjunta: ocurre esto y lo otro
- Probabilidad condicionada: la probabilidad que pase esto si pasó una bola blanca antes
- Probabilidad marginal: que pase una cosa solo, al principio

Calcular prob condicionada: ($A \cap B$ llegar final ambos)

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

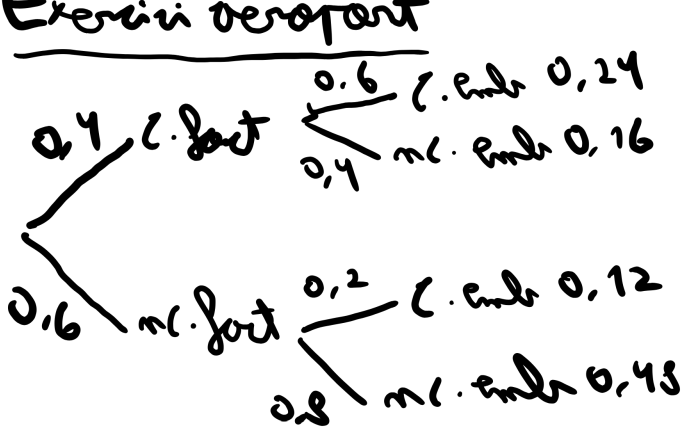
$P(\boxed{\cdot\cdot} \mid par) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{1}{3}}$

(probabilitat d'observar A sabent que ha succeït B)

- $P(\neg A|B) = 1 - P(A|B)$
- $P(A|\neg B) \neq 1 - P(A|B)$
- $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$

⚠ IMPORTANT ⚠

Exercici aeroport



a) c. fort i c. endr 24%

b) c. endrar 36%

c) c. endr si c. fort 60%

d) c. fort si nc. endr 25%

A = trobar c. fort

B = no c endr

$$P(A|B) = \frac{0,16}{0,64}$$

2 eventos son independientes $\iff P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

o

$P(A|B) = P(A)$

$P(B|A) = P(B)$

Si $A \cap B = \emptyset$, $P(A), P(B) \geq 0$

$P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0 \neq P(A)$

No son independientes

Exercici 1 Exam. prim. 2021

	V	$\neg V$	
C	0,15	0,2	0,35
$\neg C$	0,25	0,4	0,65
	0,4	0,6	1

$0{,}35 = 0{,}2 + 0{,}15$

$0{,}65 = 0{,}25 + 0{,}4$

$P(V|\neg C) = \dfrac{0{,}25}{0{,}65} = 0{,}38$

Exercici I = Archivo Infectado Z = Código Zeta

$P(Z|I) = 0{,}95$ $\quad P(I|Z) = ?$

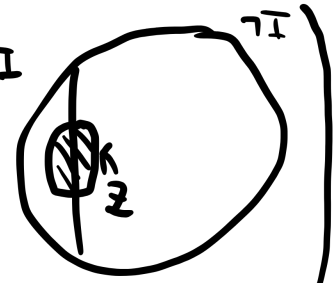
$P(Z|\neg I) = 0{,}1$ $\quad P(I|Z) = \dfrac{P(I \cap Z)}{P(Z)} = \boxed{0{,}088}$

$P(I) = 0{,}01$

$P(I \cap Z) = P(Z|I) \cdot P(I) = 0{,}0095$

$P(Z) = P(Z \cap I) + P(Z \cap \neg I)$

$P(Z) = 0{,}0095 + 0{,}1 \cdot 0{,}99 = 0{,}1085$



→ Teorema probabilidad total

(en este caso hay 2 part, pero puede haber más)

⚠

Fórmula de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

VAD: Cantidad numérica que no modifica el número valor

Ej: 3 monedas

K	$P_x(K)$
0	$(\frac{1}{2})^3 = 0{,}125$
1	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{3}{8}$
3	$(\frac{1}{2})^3 = 0{,}125$

(Error) X: # Cara

Función de probabilidad:

$P(X=k) = P_x(K)$, $K \in \Omega$

K: es un valor que puede variar (ej: dado, $K \{1,2,3,4,5,6\}$)

La suma = 1 ⚠

Exercici 2 (examen)

$$P(X=m) = \frac{k}{m}, \quad m = 1, 2, 3, 6$$

k	$P_X(m)$
1	k
2	$\frac{k}{2}$
3	$\frac{k}{3}$
6	$\frac{k}{6}$

$$k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{6} = 1$$

$$\frac{6k + 3k + 2k + k}{6} = 1$$

• Próximo jueves lab !!

$$12k = 6$$

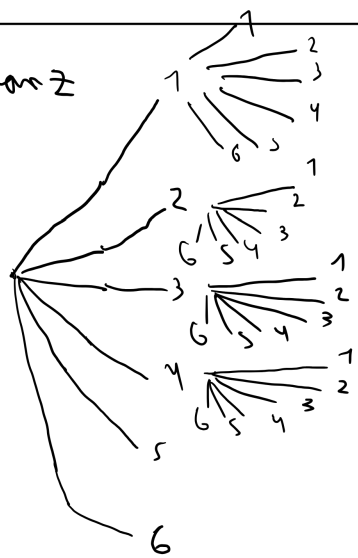
$$k = \frac{1}{2}$$

VAD: textos (22 alumnos)

VAC: medir (mm, m-2, m2 ...)

X: #6 en un dado en 2 lanz

k	$P_X(k)$
0	$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36} = 0{,}694$
1	$5 \cdot \left(\frac{1}{36}\right) + \frac{5}{36} = \frac{10}{36}$
2	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 0{,}027$
	1



Función de distribución:

$$F_X(k) = P(X \leq k) = \sum_{\forall l \leq k} P_X(l)$$

Si X es discreta

X: número de 1 dado

$F_X(3,3) = \frac{3}{6}$

$$F_X(k) = \begin{cases} \frac{1}{6} & k < 1 \\ \frac{2}{6} & 2 \leq k < 3 \\ \frac{3}{6} & 3 \leq k < 4 \\ \frac{4}{6} & 4 \leq k < 5 \\ \frac{5}{6} & 5 \leq k < 6 \\ \frac{6}{6} = 1 & 6 \leq k \end{cases}$$

Histograma

- Intervalos i, $i = 1, \dots, n$
- n_i: # observaciones en i ("frec absoluta")

$\sum n_i = n$

- D_i: Anchura de intervalo i

Frec relativa

- $f_i = \frac{n_i}{n}$

Densidad

- $h_i = \frac{f_i}{D_i}$

X: "Dado truncado"

k	$P_X(k)$	$F_X(k)$
1	0,1	0,1
2	0,1	0,2
3	0,1	0,3
4	0,2	0,5
5	0,2	0,7
6	0,3	0,1

- $P(X<5)? = P_X(1) + P_X(2) + P_X(3) + P_X(4) = 0,5$
- $P(X>2)? = P_X(3) + P_X(4) + P_X(5) + P_X(6) = 0,8$
- $P(1 < X \leq 5)? = P_X(5) + P_X(4) + P_X(3) + P_X(2) = 0,6$
- $P(2 \leq X \leq 7) =$

VAC (temps, número, etc...)

Funció de distribució:

$$F_X(k) = P(X \leq k) = \int_{-\infty}^{k} f_X(x)\,dx$$

Funció de densitat

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\,dx = 1$$

Probabilitat de just esperar 7 min?

$$\left(P(X=x) = 0 \;\; ! \equiv F_X(7_{min}) - F_X(7_{min}) = 0 \right)$$

Important

- $P(X \leq x) \equiv P(X < x)$

$f(x_1) > f(x_2)$

+ dens

− dens

$$\frac{4\ \text{prod.}}{1\ \text{h}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{60\ \text{min}} = 0{,}06667$$

Exercicio transparencies 19 VAC :)

$f_X(k) = 0{,}2 \cdot e^{-0{,}2k}$ per $x > 0$ Minuts en una enfilament:

$P(x=7) = 0$:)

$$P(x<7) = \int_0^7 f(x)\,dx = 0{,}7534$$

(temps 7 min)

$P(7<x)$ $\quad P(x>360)$

$\equiv$

$1 - P(x \leq 359)$

$$P(7<x<8) = \int_7^8 f(x)\,dx = 0{,}045$$

S = esperanza

$6 \equiv 1 - P(x \leq 30{,}630)$

128,037

Esperanza de X

Ej: X Dado

VAD $\rightarrow E(X) = \mu_X = \sum_{\forall k} (k \cdot p_X(k))$

$E(X) = \mu_X = \sum_{i=1}^{6} P(X=i) \cdot i = 3,5$

$\left(1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} \right)$

(Lanzamos muchas veces el dado, lo multiplicado será cerca de eso)

VAC $\rightarrow E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$

Ej: ocupant, trump 79

En multiplicamos refiere a esperanza. 79 se refiere a la variable

$f(x) = 0.2 \cdot e^{-0,2 \cdot x}, \; x > 0$

Calculadora :)

$E(X) = \int_0^{\infty} x \cdot f(x)\, dx = \int_0^{\infty} x \cdot 0,2 \cdot e^{-0,2x}\, dx = 5$ min ✓

0r3450970535

Varianza de X

VAD $\rightarrow V(X) = \sigma_X^2 = \sum \left[(k - E(X))^2 \cdot p_X(k) \right] \rightarrow \sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{V(X)}$

VAC $\rightarrow V(X) = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 \cdot f_X(x)\, dx \rightarrow \sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{V(X)}$

$\left[\cdot V(X) = E\left[X - E(X)\right]^2 = E(X^2) - (E(X))^2 \right]$ ← True

$E(X^2) = \sum k^2 \cdot p_X(k)$

$V(X) = 48,308 - (6,332)^2 = 8,213776$

Ej acreditar transp 18:

$E(X) = 6,52$ $\quad V(X) = 43,16 - 6,52^2 = 0,65$

$E(X^2) = 43,16$ $\quad \sigma_X = \sqrt{0,65} = 0,8$

VA X con μ_X, σ_X^2

$Y = a + b \cdot X$

$$\boxed{\begin{aligned} E(Y) &= \mu_Y = a + b\,E(X) \\ V(Y) &= \sigma_Y^2 = b^2 \cdot V(X) \end{aligned}}$$

Ej: X := 'Dado' $\quad Y = 100 + X \quad Z = 100 \cdot X$

$E(X) = 3,5$ $\quad E(Y) = 103,5$ $\quad E(Z) = 350$

$V(X) = 2,92$ $\quad V(Y) = 2,92$ $\quad V(Z) = 100^2 \cdot 2,92 = 29200$

Quantil

$p = F_X(x) = P(X \leq x)$

$\boxed{x = F_X^{-1}(p)}$ Fer la inversa ⚠ o mirar gràfic ⚠

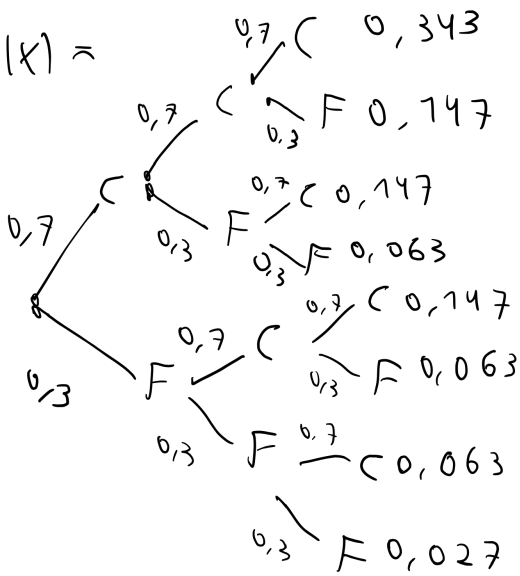
$F(x) = \int_0^x f(x)\,dx$ (exemple acreditar)

$F(x) = 1 - e^{-0,2x}$ $\quad 630 = -e^{-3,09x}$

$F^{-1}(p) = -\frac{1}{0,2} \cdot \log(p)$ $\quad \ln 630 = 3,09x$

$E(x^2) = 12 \qquad V(x) = 12 - 9 = 3$

$f(x) =$



$X \in [0,4]$

$f(x) = 0$ impossible

$f(x) = a$

$$\int_0^4 a = 1$$

e^{-t}

Parell de variables

Funció de probabilitat de X condicionada per Y.

- $P_{X/Y=y}(k) = \dfrac{P(X=x \cap Y=y)}{P(y)}$

- $E(X|Y=y) = \sum_{\forall k} k \cdot P(X=k|Y=y)$

Ej diapo:

$$P_{B|M=6}(k) = \begin{cases} \frac{0,1}{0,205} = 0,49 \rightarrow k=0 \\ \frac{0,075}{0,20} = 0,36 \rightarrow k=1 \\ 0,15 \longrightarrow k=2 \\ 0,00 \longrightarrow k=3 \\ 0,00 \longrightarrow k=4 \\ 0,00 \longrightarrow k=5 \end{cases}$$

1

$$\frac{P(B=k \cap M=6)}{P(M=6)}$$

$E(B) = 2,41$

$E(B|M=6) = 0,66 = 0 \cdot 0,49 + 1 \cdot 0,36 + 2 \cdot 0,15$

Como $E(B) \neq E(B|M=6) \Rightarrow$ NO SÓN INDEPENDENTS

No són independents, perquè $0,18 \cdot 0,24 \neq 0$

X i Y són INDEPENDENTS si:

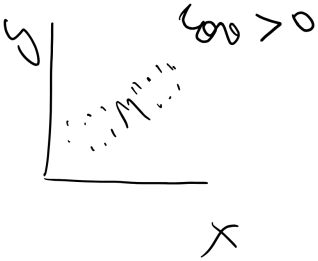
$$\left[P_{X,Y}(x,y) = P_X(x) \cdot P_Y(y) \iff P_{X/Y=y}(x) = P_X(x) \iff P_{Y/X=x}(y) = P_Y(y) \right]$$

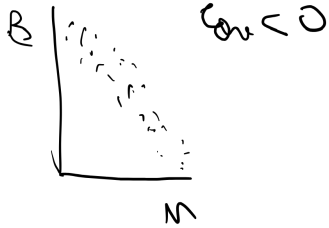
Covariància i correlació:

VAD

$$\mathrm{Cov}(X,Y) = \sum_{V_x} \sum_{V_y} (x - E(X))(y - E(Y)) \cdot P_{XY}(x,y)$$

- $\mathrm{Cov} \in \mathbb{R}$
- X, Y indep $\Rightarrow \mathrm{Cov}(X,Y) = 0$
- $\mathrm{Cov}(X,Y) > 0$ quando $(X - E(X))$ i $(Y - E(Y))$ són semblants





- Corr està $\in [-1, 1]$
- $\mathrm{Corr}(X,Y) = \rho_{XY} = \rho = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\Downarrow$

Ej dirapo un altro cap:

$$Cov(M,B) = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y)$$

$E(M) = 3,21$ GB

$E(B) = 2,41$

$$E(M \cdot B) = \sum_{\forall m} \sum_{\forall b} m \cdot b \cdot P(M=m \cap B=b)$$

	0	1	2	3
0	x			
1	y			
2	z			
3				

$0 \cdot 0 \cdot x + 0 \cdot 1 \cdot y + 0 \cdot 2 \cdot z + \dots$

$E(M \cdot B) = 5,75$

$Cov(M,B) = 5,75 - (3,21 \cdot 2,41) = \boxed{-1,97}$

$$Cov(M,B) = \frac{Cov(M,B)}{\sqrt{V(M)} \cdot \sqrt{V(B)}} = \boxed{-0,67}$$

$2(1-m) + 4m \leq 5,8$

$2 - 2m + 4m \leq 5,8$

$2m \leq 5,8 - 2$

$m \leq 1,9$

$m + n = 1 \Rightarrow n = 1 - m$

$2m + 4 \cdot n = 5,8$

FIN

$E(X^2) = 39,2$

$E(X) = 5,84$

$V(X) = 5,0944$

$\sigma = 2,257077257$

$\leq 5,84$

k	$P_X(X=k)$
2	0,5
4	0,5
6	0
8	0
10	0

k	$p_X(X=k)$
2	0,2
4	0,17
6	0,3
8	0,17
10	0,16

$E(X) = 5,84$

41,2