T2. Corrent altern

q circuit $= 0$ C

q en un punt $= x$

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{q(t+\Delta t) - q(t)}{\Delta t}$$ (intensitat instantània)

$$\boxed{I_{inst} = \frac{dq}{dt}}$$

Regla derivades

- $(f(t) + g(t)) = f'(t) + g'(t)$
- $(c \cdot f(t)) = c \cdot f'(t)$
- $[f(g(t))] = f'(g(t)) \cdot g'(t)$

Taula derivades:

$[a]' = 0$

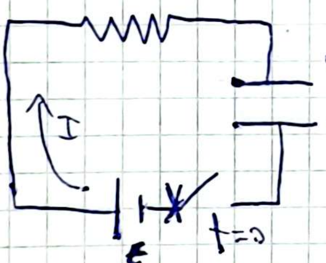
$[t^n]' = n \cdot t^{n-1}$

$[e^t]' = e^t$

$[\sin(t)]' = \cos(t)$

$[\cos(t)]' = -\sin(t)$

- Càrrega / descàrrega d'un condensador $\equiv$ **Circuits RC**



$$\left.\begin{aligned} 0 &= \varepsilon - RI - \frac{q}{C} \\ I &= \frac{dq}{dt} \end{aligned}\right\}$$ 2 incògnites! i són funcions!

$$R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = \varepsilon$$ (eq. diferencial 1r ordre, lineal)

1r ordre = 1a derivada

lineal = tot el que multi. són constants

$$q(t) = \underbrace{q(t)}_{\text{transitòria}} + \underbrace{q(t)}_{\text{estacionària}}$$

transitòria: per un cert temps desapareix, és la solució de la eq. homogènia

estacionària: $(C \cdot \varepsilon)$

no homogènia $(\neq 0)$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = 0$$

$\frac{dq}{dt}$ i q han de tenir mateixa forma (e^{ct})

② $\frac{q}{C}$ funciona igual que piles

$\frac{dq}{dt}$ — $q(t) = A \cdot e^{Bt}$ hipòtesi

→ $A \cdot e^{Bt} \cdot B$

$$R \cdot \cancel{A} \cdot B \cdot \cancel{e^{Bt}} + \frac{1}{C} \cancel{A} \cancel{e^{Bt}} = 0$$

$$R \cdot B + \frac{1}{C} = 0$$

$$B = -\frac{1}{RC}$$

$C \cdot \mathcal{E}$ constant

$$q(t) = \underbrace{q(t)}_{\text{transitòria}} + \underbrace{q(t)}_{\substack{\text{estacionària} \\ \text{(solució no homogènia)}}} \rightarrow \text{hipòtesi}$$

transitòria: $A e^{-\frac{t}{RC}}$

$$q_{est}(t) = \text{constant} = B \rightarrow \frac{dq}{dt} = 0$$

$$R \cdot 0 + \frac{1}{C} \cdot B = \mathcal{E} \Rightarrow \boxed{B = C \cdot \mathcal{E}}$$

$$R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = \mathcal{E} \rightarrow \boxed{q(t) = A e^{-\frac{t}{RC}} + C\mathcal{E}} + \text{Condicions inicials}$$

$q(0) = 0\ C$

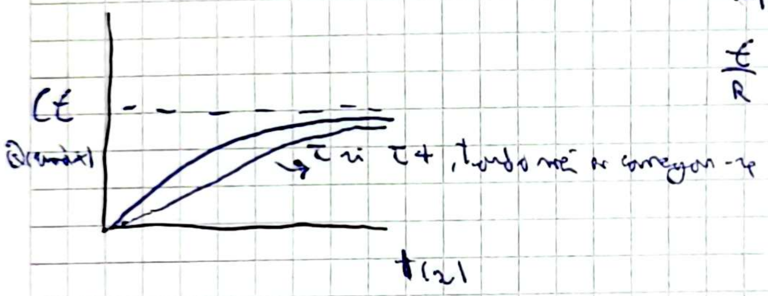
$0 = A \cdot e^{0} + C\mathcal{E}$

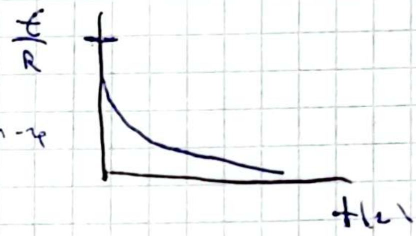
$A = -C\mathcal{E}$

$$\boxed{q(t) = C \cdot \mathcal{E} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right]}$$

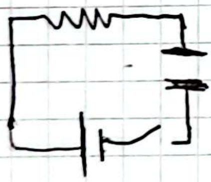
$RC = \tau$ (constant de temps en el RC)

$I(t)$





Càrrega



$$\boxed{q(t) = C \cdot \mathcal{E} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right] = Q_{màx}\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}$$

$$C \cdot \mathcal{E} - C\mathcal{E} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = 0 - C\mathcal{E} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) = \boxed{\frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}}$$

~~$I_{màx}$~~

$$I_{màx} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$I(t) = I_{màx} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U_{cond} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2(t)}{C}$$

Q2 Per a quin cas, el condensador trigarà menys per arribar al 90% de la càrrega màxima

a)	$\mathcal{E} = 10\,V$	$R = 5\,k\Omega$	$C = 1\,pC$
b)	$10\,V$	$5\,k\Omega$	$1\,\mu C$
c)	$20\,V$	$5\,\Omega$	$1\,\mu C$
d)	$20\,V$	$5\,\Omega$	$1\,pC$

$Q_{màx} = \mathcal{E} \cdot C = 10 \cdot 10^{-12}$

$RC_1 = 5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-12} = 5 \cdot 10^{-9}$

$RC_2 = 5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^{-3}$

$RC_3 = 5 \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^{-6}$

$RC_4 = 5 \cdot 10^{-12} = \boxed{5 \cdot 10^{-12}}$

Q3 $\mathcal{E} = 10\,V$, $R = 500\,\Omega$, $C = 2\,\mu F$

Quan tanquem l'interruptor, quina és la I_0

$I_0 = I_{màx} = \frac{\mathcal{E}}{R} = 0{,}02\,A$

P1 Quantes cops hem de transcorre la constant de temps (en la càrrega d'un C) per tal que arribi al 99% de la seva càrrega "en equilibri"

"equivalent = màxima"

$\frac{99}{100} Q_{màx}$ $\quad t? = n \cdot \tau?$

$\frac{99}{100} \cdot \mathcal{E} \cdot C$

$q(t) = \cancel{Q_{màx}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right] = \frac{99}{100} \cancel{Q_{màx}}$

$1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}99$

$1 - 0{,}99 = e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\ln 0{,}01 = -\frac{t}{\tau} \cdot \ln e$

$\boxed{4{,}6\,\tau = t}$

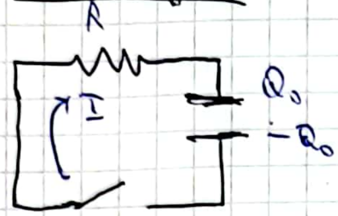
$i(4{,}6\tau) = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

$i(4{,}6\tau) = I_0\, e^{\frac{-4{,}6\tau}{\tau}}$

$i(4{,}6\tau) = I_0\, e^{-4{,}6}\ A$

Escaneado con CamScanner

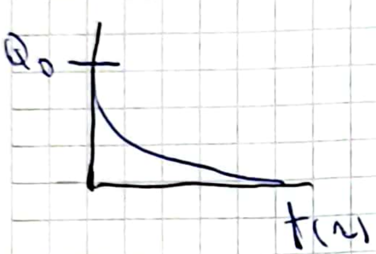
Descàrrega



No hi ha pila!

$$\begin{cases} q(t) = A\, e^{-\frac{t}{RC}} = \boxed{Q_0\, e^{-\frac{t}{RC}}} \\ Q_{eq} = 0\ C \\ Q(0) = \boxed{A}\, e^0 \end{cases}$$

$RC = \tau$



$$i(t) = \frac{dq}{dt} = Q_0\, e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) = -\frac{Q_0}{\tau}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$ (mòdul)

Q7 - $\tau = 1$ ms. Si el condensador està carregat, el temps que triga a descarregar-se al 50% val

a) 0,5 ms
b) 0,693 ms
c) 1 ms
d) 1,4 ms

$$q(t) = Q_0\, e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{Q_0}{2}$$

$$e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{t}{\tau} \ln e = \ln \frac{1}{2}$$

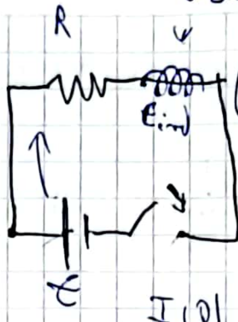
$$-t = \ln \frac{1}{2} \cdot \tau = 0{,}693\ \text{ms}$$

- Transició instantània si eliminem condensadors? No, autoinducció magnètica
- Autoinducció magnètica => corrents d'obertura i tancament del circuit

"Circuits RL"

Circuits RL

- $I \Rightarrow$ Camp magnètic B
- Camp B variant $\Rightarrow I_{induïda}$



$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt}$$

ϕ (flux magnètic)

$$\phi = B \cdot S \leftarrow \text{sup. corrent}$$
$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt}$$

L (coeficient autoinducció)

$$\phi = L \cdot I$$

La circulació de I implica un B induït, $\phi = B \cdot S$, i B varia quan obrim i tanquem el circuit.

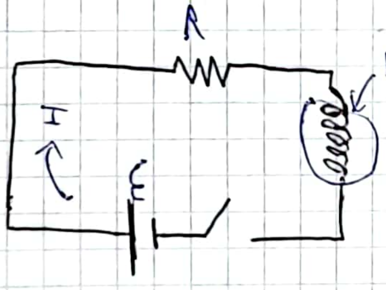
$$\varepsilon_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

depèn de cada circuit (H, Henry)

- Llei de Faraday-Lenz

- Hi ha ε_{ind} si la I varia
- $-$ indica que s'oposa a l'intensitat
- Com s'oposa, hi ha delay per carregar el circuit, igual que els RC

② Corrent creixent



- $\varepsilon - RI - L\frac{di}{dt} = 0$
- $i(0) = 0\,A$

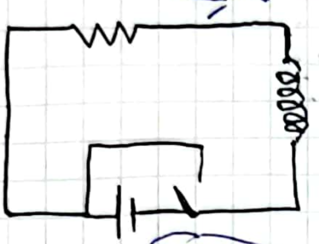
$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{L/c}}\right)$$

$$i(t) = i_{max}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\frac{L}{c} = \tau$$

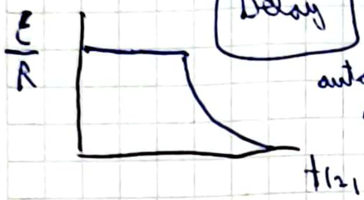
$$u = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

③ Corrent obertura (intensitat constant, no ϕ, valor treure pila)



$$i(t) = I_{max}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R_{Total}}$$



Delay per autoinducció magnètica

Problema 3

a) I al 100 μs

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad \tau = \frac{L}{15+1}$$

$$i(100\mu s) = \frac{12}{15}\left(1 - e^{-\frac{100\cdot 10^{-6}}{\frac{5\cdot 10^{-3}}{16}}}\right) = 0,2054\ A$$

b) Règim estacionari → tallem la pila al cap de 20 μs? $\tau = \frac{L}{R}$ (treiem la pila)

$$i(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

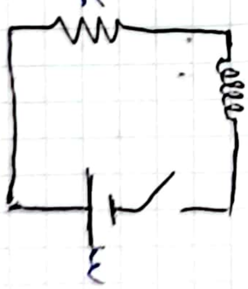
$$i(20\mu s) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(e^{-\frac{20\cdot 10^{-6}}{\frac{5\cdot 10^{-3}}{15}}}\right) = 0,706\ A$$

$$I_{max} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$$

e tanca un circuit

Q4 LR connectat a un generador de C.C

→ temps que triga en arribar el 80% del corrent final (en funció de τ)



$$0,8\cdot\frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\frac{\frac{0,8\,\mathcal{E}}{R}}{\frac{\mathcal{E}}{R}} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

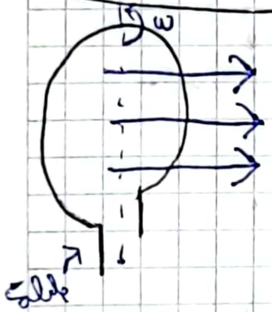
$$0,8 - 1 = -e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\ln(-0,2) = -\frac{t}{\tau}\ln(-e)$$

$$-1,61\,\tau = t$$

Q5 - Fer a casa

Corrent Altern

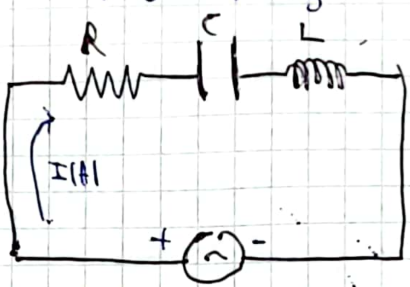


$\Phi = B \cdot S$

(Variació de flux) ↘ per Faraday-Lenz

$$\mathcal{E}_{ind} = V_0 \cos(\omega t + \theta) \; V$$

A — pulsació — fase inicial



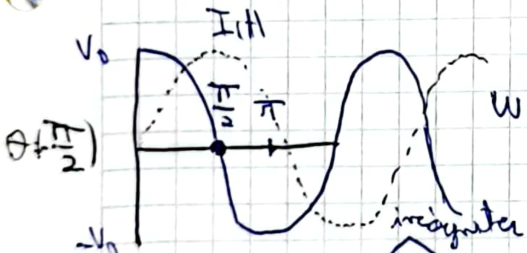
$$-RI - \frac{1}{C}q - L\frac{di}{dt} + v(t) = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left[L\frac{di}{dt} + RI + \frac{1}{C}q = v(t)\right]$$

$$\boxed{L\frac{d^2 i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = \frac{dv}{dt}}$$

—(~) (Generador)



$\omega = \frac{2\pi}{T}$ — Controla el desplaçament horitzontal

θ: desplaça diferència temporal

$$i_{ef}(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) \; A$$

incògnites

Els primers intents van ser complexos

③ Utilitzarem nombres complexos !! per fer-ho més fàcil !!, transformarem

sin i cos en e^x, per e^x complexes

Nombres complexos

$x^2 = -1 \rightarrow x = \boxed{\sqrt{-1} \equiv j}$

$a \cdot j$ → Nombre imaginari

real

- Si el combinem amb el real:

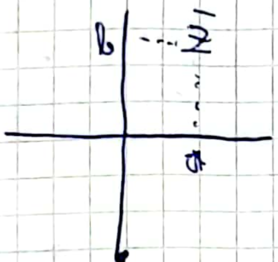
$z = \underset{\text{real}}{a} + \underset{\text{imaginari}}{bj}$

Complex

ℝ → representa punts en la recta

-3 -2 -1 0 1 2 3

Complexos

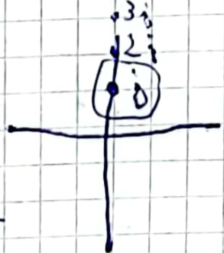


③ Totes les solucions d'equacions polinòmiques són complexes

Complexos

→ formen els nombres reals

→ es poden multiplicar



$z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1 j) \cdot (a_2 + b_2 j) =$

$= a_1 a_2 + a_1 \cdot b_2 j + b_1 j \cdot a_2 + b_1 b_2 j^2$

$= [a_1 a_2 - b_1 b_2] + j\,[a_1 b_2 + b_1 a_2]$

regla del producte

- Poden fer una igual que sempre

-

$(1+2j)(3-j) = 3 - j + 6j + 2 = 5 + 5j$

- Divisió

$\frac{1+2j}{3-j} \cdot \frac{3+j}{3+j} = 1$ complexe conjugat

↓

$\overline{\qquad\qquad}$

$9+1$

Fer:

$\bar{Z}_1 = 5+j$

$\bar{Z}_2 = -1+3j$

$\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = 4+4j$

$\bar{Z}_1 - \bar{Z}_2 = 6-2j$

$\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 = -8+14j$

$\dfrac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = -0{,}2-1{,}6j$

T5) a ✓

2) 18C

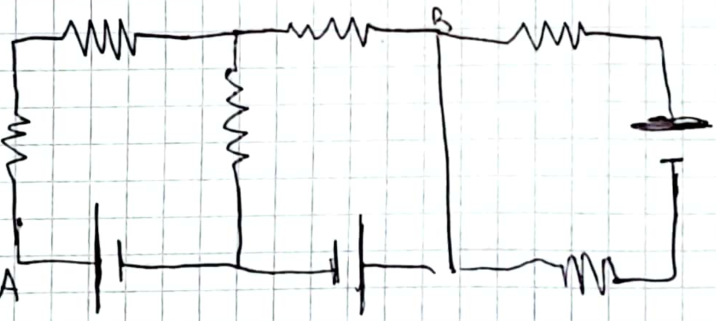
$\Delta V = 100 \cdot 10^6 V$

$W = q(\Delta V) = 18(100 \cdot 10^6) = 1{,}8 \cdot 10^9 J$

$\dfrac{1{,}8 \cdot 10^9 J}{10^3} = \dfrac{1{,}8 \cdot 10^9 kW}{3600} = 500 \frac{kW}{h} \cdot 0{,}1 = 50€$

$1 kW \cdot h \cdot \dfrac{10^3}{1k} \cdot \dfrac{3600 s}{1h} = 3{,}6 \cdot 10^6 J$

T5)



$V_A - V_B = -2 + 10 = 8V$

T4) $W_{cond} = \dfrac{Q^2}{2C}$ $\Delta V = \dfrac{Q}{C}$ $Q = 30 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-4} C$

$W_{cond} = \dfrac{(3 \cdot 10^{-4})^2}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} =$

$0 = -10I + 15$ $I = \dfrac{-15}{10} = -1{,}5$

$V_A - V_B = -10 \cdot -1{,}5 + 15 = 30V$

$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 5^2 = 125 \mu J$

Tal corrent $I = \dfrac{15+5}{20} = 1 A$

T3) $I_1 = 10\,mA$

$I_2 = 10\,mA$

$I_2 + I_1 = I_3$ $\qquad 0 = 10 + 20\,mA \cdot 1k\Omega$

$I_3 = 20\,mA$

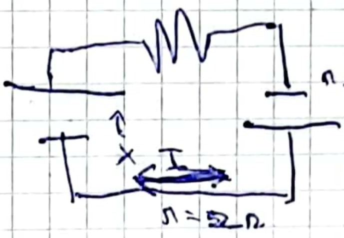
$V_C = 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-3} - 10 \mid 10^3\, 10 \cdot 10^{-3} + 5 = 25V$

$V_B = -10V$

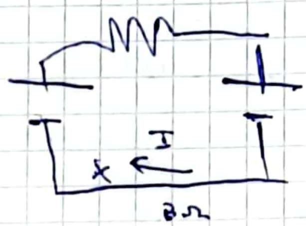
T2)

$r_A = 2\Omega$

$I = 1A$



–



$0 = 20 - 3 \cdot 1 - 26 + \varepsilon_x - r_x - 2$ $\qquad 0 = 20 - 26 \cdot 0{,}25 - \varepsilon_x ~~0{,}25 r_x~~ - 2$

$\begin{cases} 11 = +\varepsilon_x - r_x \\ -12{,}25 = \varepsilon_x - r_x \end{cases}$ $\qquad ~~11 = +12{,}25 \cdot r_x - r_x~~$ $\quad \frac{-1{,}25}{-2} =$

$0 = -3 \cdot 0{,}25 + 20 - 26 \cdot 0{,}25 - \varepsilon_x - 0{,}25 r_x - 2 \cdot 0{,}25$

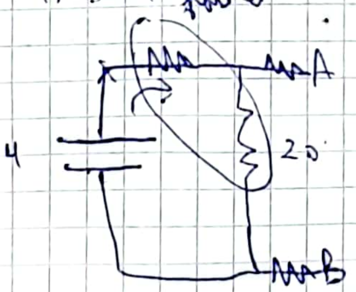
~~$\varepsilon_x = +12{,}25 \cdot R_x$~~

1Ω $\qquad \varepsilon_x = 12{,}25 - 0{,}25\, r_x$

$12V$ $\qquad 10 = 12{,}25 - 1{,}25\, r_x$

T5) $\varepsilon_{TH} = 4V$

$r_{TH} = 20\Omega$



$0 = -20I + 4$

$\frac{-4}{-20} = I$

$0{,}2\,A = I$

~~$\frac{(R_1 + R_1 + R_2) \cdot R_2}{R_1 + R_2}$~~ $= 20$ $\qquad \varepsilon_{TH} = V_A - V_B = I \cdot R_2$

$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$ $\qquad 4 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \cdot R_2$

$R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_1$

$2R_2 = R_1$

4-

$P = R I^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$ $\quad P_1 = \frac{\Delta V^2}{3R} \quad P_2 =$

$\Delta V = R \cdot I$

$I = \frac{\Delta V}{R}$

$\frac{R \cdot R}{2R} \qquad \frac{R \cdot \frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = \frac{\frac{R^2}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{2R^2}{6R} = \frac{R}{3}$

$P_2 = \frac{\Delta V}{\frac{R}{3}} \qquad P_2 \cdot \frac{R}{3} = \Delta V^2 \qquad \Delta V^2 = P_1 3R$

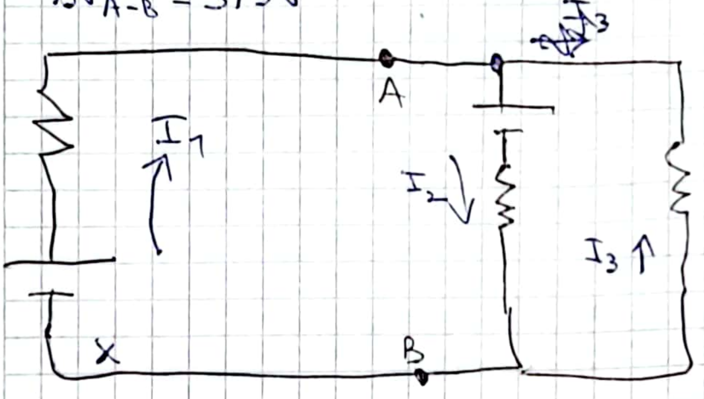
$P_2 \frac{R}{3} = P_1 3R$

$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\Delta V^2 \cdot 3}{R}}{\frac{\Delta V^2}{3R}} = 9 \qquad P_2 = \frac{\frac{P_1 3R}{1}}{\frac{R}{3}} = \frac{3P_1 9R}{R\,3} = 3P_1$

$P_2 = P_1 \cdot 9$

$I_1 = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ A \qquad I_2 = ? \qquad \varepsilon_1 = ?$

$\Delta V_{A-B} = 5{,}3\ V \qquad I_3 = ? \qquad \varepsilon_2 = ?$



$0 = \varepsilon_1 + 800 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-3} - \varepsilon_2 - 420 I_2$

$5{,}3 = \varepsilon_1 - 800 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-3}$

$5{,}3 = \varepsilon_1 - 5{,}76$

$\varepsilon_1 = 11\ V$

$I_1 = I_2 + I_3$

$0{,}0353\ A = \frac{5{,}3}{150} = I_3$

$5{,}3 = 150 I_3 \qquad I \cdot 5{,}3 = -R_3 \cdot I_3$

$-0{,}0353\ A = I_3 \qquad I_3 = -35{,}3\ mA$

$I_2 = 0{,}0125$

$I_1 + I_3 = I_2$

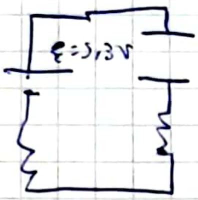
$-28{,}1\ mA = I_2$

Escaneado con CamScanner

$\mathcal{E}_{TH} = 5,3\,V$ Màxima P, R_{TH} $P_{max} = I \cdot R_{TH}^2$

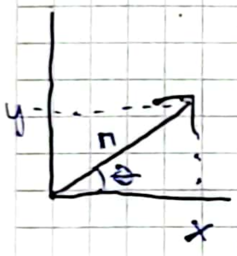
$$\frac{1}{R_{TH}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = R_T = 97\,\Omega$$

c)



$\Delta V = 0$, règim estacionari

Seguim complexes



$\{r, \theta\}$ coordenades polars

$$\left.\begin{aligned} x &= r \cdot \cos(\theta) \\ y &= r \cdot \sin(\theta) \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 \\ tg(\theta) &= \frac{x}{y} \end{aligned}$$

producte / divisions

$$\bar{Z} = (x,y) = \overbrace{x + jy}^{\text{nombres reals}} = r\cos(\theta) + j\,r \cdot \sin(\theta) = r\,[\underbrace{\cos\theta + j\sin\theta}_{\text{euler}}] = \boxed{r\,e^{j\theta}}$$

Fórmula d'Euler

$$\boxed{e^{j\theta} = \cos\theta + \sin\theta}$$

$$\bar{Z} = (x,y) = r\,e^{j\theta} \equiv r\,\angle\theta$$

1) $\bar{Z} = (x,y) = x + jy$ (sumes i restes)

2) $\bar{Z} = (x,y) = r\,e^{j\theta}$ (prod i divis)

→ $r_1\angle\theta \cdot r_2\angle\theta = r_1 \cdot r_2\ \angle\theta_1+\theta_2$

→ $\frac{r_1}{r_2}\ \angle\theta_1-\theta_2$

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos(\theta) \\ y &= r \cdot \sin(\theta) \\ r^2 &= x^2 + y^2 \\ tg\,\theta &= \frac{x}{y} \end{aligned}$$

Exercici:

$\bar{Z}_1 = 4+3j = 5 \angle 36{,}8$

$\bar{Z}_2 = 1-j = \sqrt{2} \angle -45$

$\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = 5-2j$

$\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 = 5\sqrt{2} \angle -8{,}2$

Transformem

$v(t) = V_0 \cos(wt+\theta)$

$\bar{v}(t) = v_0 \cos(wt+\theta) + j\, v_0 \sin(wt+\theta)$

(tensió complexa) $\bar{v}(t) = V_0\, e^{j(wt+\theta)}$

$\bar{V}(t) = \underbrace{\overbrace{\left(V_0\, e^{j\theta}\right)}^{\bar{V}}}_{\text{fasor de tensió}} e^{jwt}$

$\boxed{\bar{V}(t) = \bar{V}\, e^{jwt}}$

$V_0\, e^{j\theta} = V_0 \angle \theta$

$\bar{I}(t) = \underbrace{I_0\, e^{j\alpha}}_{\text{fasor } \bar{I}} \cdot e^{jwt}$

$\boxed{\bar{I}(t) = \bar{I} \cdot e^{jwt}}$

$I_0\, e^{j\alpha} = I_0 \angle \alpha$

$\downarrow$

$L \frac{d^2 I}{d^2 t} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = \frac{d}{dt} v(t)$

$\downarrow$

$\bar{I} = \frac{\bar{V} \cdot jw}{-Lw^2 + wR + \frac{1}{C}}$ (Dividim per $\frac{1}{jw}$ i fem canvi) $= \frac{\bar{V}}{R + j\left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)} = \frac{\bar{V}}{Z}$

$\boxed{\bar{I} = \frac{\bar{V}}{Z}}$

impedància

$\bar{Z} = R + j\left(\overbrace{Lw}^{X_L} - \overbrace{\frac{1}{Cw}}^{X_C}\right) \longrightarrow \bar{Z} = R + \underset{\text{reactància}}{X}$

Llei d'Ohm complexa

$X_L =$ " inductiva

$X_C =$ " capacitiva

c) Fasorials

$\bar{V} = V_0 \angle\theta$
$\bar{I} = I_0 \angle\alpha$ } $\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}}$

* Per aquest circuit:

$\bar{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$

$\bar{Z} = R + X = Z \angle\varphi = \sqrt{R^2 + X^2} \angle \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$

$\bar{I} = \frac{V_0}{Z} \angle\theta - \varphi$

Z: mòdul impedància

Problema $v(t) = 100\cos(100\pi t + 20°)\ V$ Valor instantani $I = I(t) = \ldots$

$R = 20\ \Omega$, $L = 10\ mH$, $C = 500\ \mu F$,

$i(t) = I_0 \cos(100\pi t + \alpha)$

$\bar{V} = 100 \angle 20°$

$\bar{Z} = 20 + j\left(10 \cdot 10^{-3} \cdot 100\pi - \frac{1}{500 \cdot 10^{-6} \cdot 100\pi}\right) = 20 + j(\pi - 6{,}37)$

$= 20 - j\,3{,}23\ \Omega$

$= 20{,}2 \angle -9{,}1°$

$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{100}{20{,}2} \angle 20-(-9{,}1) = 4{,}9 \angle 29{,}1°\ A$

$i(t) = 4{,}9\cos(100\pi t + 29)\ A$

P6 $R = 80\ \Omega$ $C = 40\ \mu F$ I max intensitat?

$v(t) = 500\cos\left(2500t - \frac{\pi}{9}\right)$

$\bar{V} = 500 \angle -\frac{\pi}{9}$

$\bar{Z} = 80 + j\left(-\frac{1}{40 \cdot 10^{-6} \cdot \cancel{\frac{\pi}{9}}\,2500}\right) = 80 + j(\cancel{\ldots}\ -10) = \cancel{71649{,}76}\ 10\sqrt{65} \angle \cancel{89{,}93}\ -0{,}125\ -0{,}124$

$\cancel{\bar{I} = \frac{500}{71635{,}76} \angle -\frac{\pi}{9} - 89{,}93 = 6{,}98 \cdot 10^{-3} \angle 89{,}58°}$

$\bar{I} = \frac{500}{10\sqrt{65}} \angle -\frac{\pi}{9} + 0{,}124 = \boxed{6{,}2 \angle -0{,}23\ A}$

P7 $v(t) = 300 \sin(1500t + \frac{\pi}{3})$
$i(t) = 4 \cos(1000t + \frac{\pi}{6})$ } $\xrightarrow[\text{2 elem "pure"}]{}$ Quin component? R reguin

R, L, C (de l'esquerra)

$\bar{V} = 300 \angle \frac{\pi}{3}$

$I = 4 \angle \frac{\pi}{6}$

$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} \Rightarrow \bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{300}{4} \angle -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = 75 \angle -\frac{\pi}{3}$

* Tot sin(x) o cos(x)

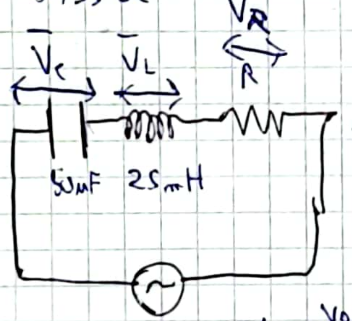
* $\sin(x) = \cos x - \frac{\pi}{2} \Rightarrow v(t) = 300 \cos(1000\pi t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) = 300 \cos(1500t - \frac{\pi}{6}$

~~$\bar{Z} = 75 + j(\ldots \frac{\pi}{3}) \Omega$~~

$\bar{Z} = r\cos(\theta) + r\sin(\theta)$

$\bar{Z} = \underbrace{75\cos(-\frac{\pi}{3})}_{R = 37{,}5\ \Omega} + j\,\underbrace{75\sin(\frac{\pi}{3})}_{<0}$ — per tant — condensador: $C = 15{,}4\ \mu F$

P6



→ intensitat avança 65° a la tensió

R, fora tensió?

$I_0 \angle 65°$

$Z \angle -65°$

Si no diuen res $\theta = 0°$

$V_{ef} = 120V = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2}$ V

pulsació $= 400 \frac{rad}{s} = \omega$

$\theta = 0°$

$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$

$v(t) = 60\sqrt{2} \cos(400t)$ V

$R = 44{,}7 \cdot \cos -63{,}5 = 19{,}94\ \Omega$

$\bar{V} = 60\sqrt{2} \angle 0°$ V

$\bar{Z} = Z\cos\varphi - i\,40\ \Omega$

$\bar{I} = I_0 \angle 63{,}5°$ A

$-40 = Z \sin -63{,}5$

$\frac{60\sqrt{2} \angle -63{,}5}{I_0}$

$\bar{Z} = R - j40\ \Omega$

$Z = \arcsin \frac{-40}{-63{,}5} = 44{,}7\ \Omega$

$\bar{Z} = Z\angle\varphi = Z\angle -63{,}5°$

Per cada element: $\bar{I} = \dfrac{\bar{V}}{\bar{Z}}$

$$Z = \sqrt{x^2 + R^2}$$

Condensador: $\bar{V}_C = \bar{I} \cdot \bar{Z}_C$

Resistència: $\bar{V}_R = \bar{I} \cdot \bar{Z}_C$

$\bar{V}_L = \bar{I} \cdot \bar{Z}_L$

$$Z\angle\varphi = \underset{R}{Z\cos\varphi} + j\,\underset{X}{Z\sin\varphi}$$

$\boxed{\text{* si no hi ha un element, traiem la seva lletra}}$

$$\bar{I} = \frac{60\sqrt{2}}{44{,}7}\angle 0-63{,}5 = 3{,}8\angle +63{,}5^\circ \ \text{A}$$

$$x = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

$\bar{Z}_C = -50j$ $\qquad \bar{V}_C = 120\sqrt{2}\ \text{V}$

$Z = \sqrt{x^2 + R^2} = \sqrt{50^2} = 50$ $\qquad V_L =$

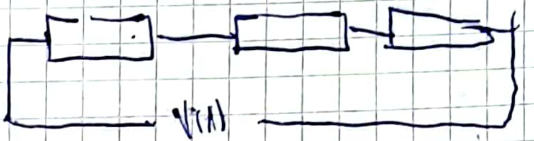
$V_R =$

Associació d'impedàncies ≡ associació resistències en C.C.:

Sèrie → Poden haver R, L, C

$\downarrow$

$\bar{Z}_i = R_i + jX_i$



$v(t) = v_1(t) + v_2(t) \ldots \xrightarrow[\text{Complexe}]{} Re\{\bar{V}(t) + \bar{V}_1(t) + \bar{V}_2(t) \ldots\} = 0$

$$\boxed{\bar{V} + \bar{V}_1 - \bar{V}_2 - \bar{V}_3 = 0}$$

$$\bar{Z}_1 \cdot I + \bar{Z}_2 \cdot I + \bar{Z}_3 \cdot \bar{I} = \bar{V}$$

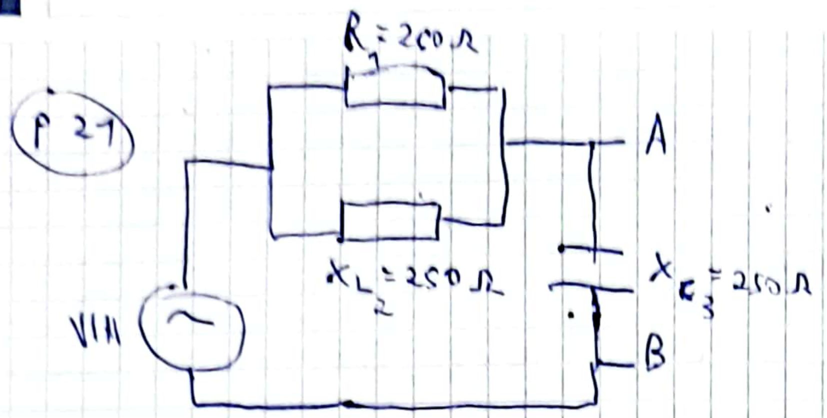
Sèrie

$$\boxed{\underbrace{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)}_{\bar{Z}_{eq}} \cdot \bar{I} = \bar{V}} \qquad \bar{V} = \sum \bar{V}_i$$

Paral·lel

$$\boxed{\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3} \ldots} \qquad \bar{I} = \sum(\bar{I}_i)$$

P 27



a) Intensidad [illegible] por cada elemento.

b) Circuito equivalente entre A y B

$V(t) = 125\sqrt{2}\cos(100\pi t)\ V$

$Z_{12} = \frac{250 \cdot 250}{250+250} = 125\,\Omega$

$Z_{eq} = 375\,\Omega$

- $\bar{Z}_R = R\,\underline{|0^\circ}$
- $\bar{Z}_C = X_C\,\underline{|-90^\circ}$
- $\bar{Z}_L = X_L\,\underline{|90^\circ}$

$\bar{Z}_1 = 250 + j0\,\Omega = Z\,\underline{|\theta} = 250\,\underline{|0^\circ}$

$\bar{Z}_1 = \sqrt{(250)^2} = 250\,\Omega$

$\bar{Z}_2 = 0 + j\,250\,\Omega$

$\bar{Z}_2 = \sqrt{0^2 + 250^2} = 250\,\underline{|0^\circ}\,\Omega$

$\bar{Z}_3 = 0 + j\,250 = 250\,\Omega$

$\bar{Z}_3 = 250\,\underline{|0^\circ - \frac{\pi}{2}}$

$Z_{eq} =$

$\bar{Z}_{12} = \frac{250\,\underline{|0^\circ} \cdot 250\,\underline{|90^\circ}}{(250) + (j250)} = \frac{62500\,\underline{|90}}{354\,\underline{|45}} = 177\,\underline{|45^\circ}$

$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{C_3} = (125 + j125) + (-j250) = 125 - j125 = 177\,\underline{|-45^\circ}$

$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{125\sqrt{2}\,\underline{|0^\circ}}{177\,\underline{|45^\circ}} = 1\,\underline{|+45^\circ}$

$i(t) = 1\cos(100\pi t + 45^\circ)$

$i(t) = i_c(t)$

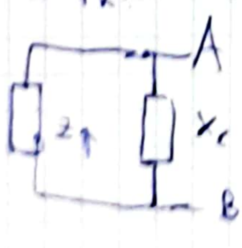
- $\bar{V}_{par} = \bar{I} \cdot \bar{Z}_{par} = 125\sqrt{2}\,\underline{|90^\circ}$

- $I_R = \frac{V_{par}}{Z_R}$

- $I_L = \frac{V_{par}}{Z_L}$

b) $\bar{V}_{AB} = \bar{V}_C - 250\,\underline{|-45^\circ}$

$\bar{Z}_{T27} = 250\,\Omega\,\underline{|0^\circ}$



(Avança / endarrereix) $\underset{I}{\alpha} = \underset{V}{\theta} - \underset{Z}{\varphi}$

* Elements simples

→ R: $\bar{Z}_R = R = R\angle 0°$, intensitat i tensió (el mateix angle, $\alpha = \theta$) EN FASE

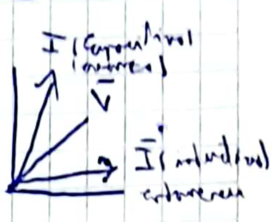
→ L: $\bar{Z}_L = jX_L = X_L\angle 90°$, $\alpha = \theta - 90$, llavors ENDARRERIX

→ C: $\bar{Z}_C = -jX_C = X_C\angle -90°$, $\alpha = \theta + 90$, llavors AVANÇA

a la tensió

* Element qualsevol

$$\bar{Z} = Z\angle\varphi \begin{cases} \varphi > 0 \Rightarrow \text{impedància inductiva, ENDARRERIX} \\ \varphi < 0 \Rightarrow \text{impedància capacitiva, AVANÇA} \end{cases}$$



Q (13, 14, 15)

Potència en C.A

$$\varphi = \theta - \alpha$$

$$P(t) = V_0 \cos(\omega t + \theta) \cdot I_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$P(t) = \frac{V_0 I_0}{2}\left[\cos(\theta - \alpha) + \cos(2\omega t + \theta + \alpha)\right]$$

$$P(t) = \frac{V_0 I_0}{2}\left[\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + \theta + \alpha)\right]$$

(Potència mitjana) $P = \frac{V_0 I_0}{2}\left[\cos(\varphi) + 0\right] = \boxed{P = \frac{V_0 I_0}{2} \cdot \cos(\varphi)}$

$P_R = \frac{V_0 I_0}{2} = V_{ef} \cdot I_{ef}$ $\boxed{P_R = V_{ef} \cdot I_{ef}} = R \cdot I_{ef}^2$

$V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

$\boxed{I_e = \frac{V_e}{Z}}$

En repetició cada $\frac{T}{2}$, sempre +

- Si I és 50Hz, P són 100 Hz

⊙ Així les que funcionen en altern en C.C tindran mateixa potència

$\boxed{(L)\ P_L = V_{ef} \cdot I_{ef} \cos(\varphi) = 0}$

$\boxed{(C)\ P_C = V_{ef} \cdot I_{ef} \cos(-90) = 0}$

} Per def, no consumeixen potència, però poden agafar E i després tornar-la

→ Tota la potència la consumeix la $\underline{R}$.

$$P_R = R \frac{V_e I_e}{Z} = R I_{ef}^2 \; ; \; \boxed{P_R = R I^2}$$

(per definició)

part real intensitat, cuidado!!!

Q-26 planxa ≡ R, consumeix 1200 W, si $V_e = 220$ V

I_e? a) 5,45 A
b) 7,71 A
c) 8,3 A
d) 12,7 A

$1200 = R \cdot I$

$P = V_e I_{ef} \quad \frac{1200}{220} = 5{,}45\ A$ a)

Q-30 Fluorescent ≡ R en sèrie amb L; R = 100 Ω, L = 200 mH. La opció (C) 0,798

$\omega = 60$ Hz Factor potència? $\cos\varphi$

$\bar{Z}_R = 100 \angle 0°$

$\cancel{\bar{Z}_L = 200 \cdot 10^{-3} \angle 90°}$

$\cancel{\bar{Z}_{eq} = \frac{100 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \angle 0+90}{100 + j200 \cdot 10^{-3}} = \frac{20 \angle 90}{100 \angle 0,114}} = \cancel{0,2 \angle 89,88°}$

$\cancel{\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L = 100 + j200 \cdot 10^{-3}}$

$\bar{Z}_L = 0 + j\,(200 \cdot 10^{-3} \cdot 120\pi)$

$\bar{Z}_L = 24\pi \angle 90°$

$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad 60^{-1} = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow \omega = 120\pi$

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{R}{Z}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + 24^2\pi^2}} = 0{,}798$$

Triangle de potència

$p(t) = V_e I_e [1 + \cos wt \ldots]$

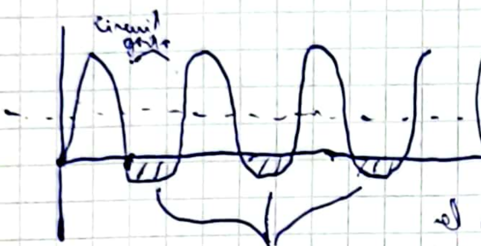
↓

mena que 1 en general

$V_e I_e = P_m$

↓

$P(t)$ per circuit qualsevol

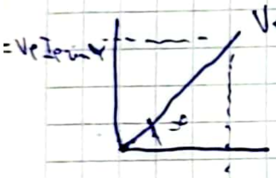


$\boxed{P(t) = V_e I_e \cos\varphi}$

el circuit gasta, $\boxed{P \text{ actiu}}$, es consumeix de debò

el circuit aporta energia, el circuit retorna, $\boxed{P \text{ reactiva}}$, no es consumeix

↳ $\boxed{Q = I_{ef} V_e \cdot \sin\varphi}$



$V_e I_e = S$ potència aparent

$P = V_e I_e \cos\varphi$

$$\boxed{S^2 = Q^2 + P^2}$$

$S\ (V.A)$

$P_{act} = V_e I_e \cos\varphi\ (W)$

$Q = V_e I_e \sin\varphi\ (V.A.R)$

Q27 Potència aparent 1000 VA, reactiva 500 VAR

a) actiu 500W

b) actiu 866W

c) factor potència 0,5

d) factor potència 1

$S^2 = Q^2 + P^2 \qquad P = \sqrt{S^2 - Q^2} = 866\ W$

Q28 Motor → potència mitjana 1kW, factor potència 0,9, potència aparent?

a) 1,1 kVA

b) 484 VA

c) 436 VA

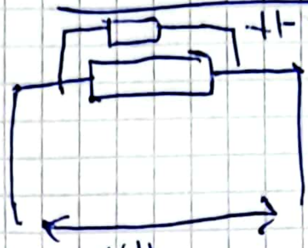
d) 900 VA

$S = V_e \cdot I_e \qquad V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \qquad P_{mit} = I_e V_e \cdot \cos\varphi$

$P_{mit} = \frac{V_e\sqrt{2} \cdot I_e\sqrt{2}}{2} \cdot 0{,}9 =$

$1 \cdot 10^3 = \frac{\sqrt{2}\ S \cdot 0{,}9}{2} \quad S =$

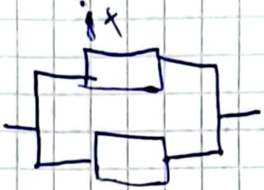
Correcció factor de potència



$\bar{Z} = Z\angle\varphi = R + jX$ } impedància fàbrica

$\cos\varphi < 1$, problema

$\bar{Z}_\uparrow = jX_\uparrow$



$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z} + \frac{1}{jX} = \frac{R}{Z^2} - j\left(\frac{X}{Z^2} - \frac{1}{X_\uparrow}\right)$$

, volem $\varphi = 0$ per factor pot = 1.

Llavors $\frac{R}{Z}$, a la nova inversa també real!!!

$$-j\left(\frac{X}{Z^2} - \frac{1}{X_\uparrow}\right) = 0$$

$X_\uparrow = +$ inducció L ~~condensador~~

$X_\uparrow = -$ condensador C

$X_\uparrow = -\frac{Z^2}{X}$

X_{2em} = mateix valor X però no ... signe oposat

Q 21 $\bar{Z} = 50\angle 20^\circ\ \Omega$, $f = 50\,Hz$ per corregir factor de potència

cal connectar en paral·lel

a) $C = 21,8\ \mu F$

~~b)~~ $L = 0,12\ H$

c) $C = 42\ \mu F$

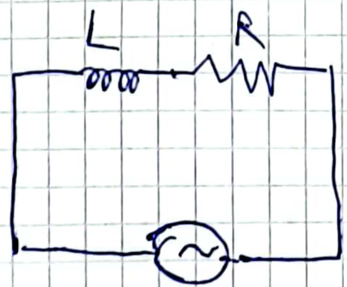
~~d)~~ $L = 0,14\ H$

$f = 2\pi\omega$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\quad \omega = 100\pi$

$x_c = -\frac{1}{}$

$$-\frac{1}{100\pi C} = -\frac{50^2}{17,1}$$

Q 22 P15



$V_e = 125\ V$, $f = 50\,Hz$

Potència mitjana 25 W

Factor de potència 0,4

a) I_e, diagrama fasorial respectiu

b) R, L

c) Potències activa, reactiva, aparent

d) Element que cal connectar en paral·lel per corregir factor potència

T4 - Ample de banda

P23 $T = 12\,ms$, f del tercer harmònic?

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12\cdot10^{-3}} = 83,\hat{3}\ Hz$$

$$f_3 = 250\ Hz$$

P24 Valor màxim i mínim 2V i -2V, i l'amplada del pols ($\tau = 2,5\,ms$), determinar la freqüència, i amplitud i fase de l'onzè harmònic.

$\varphi = 180°$ $\qquad f = \frac{1}{5\cdot10^{-3}} = 200$

$A = \frac{2V\cdot4}{11}$ $\qquad f_{11} = 200\cdot11 = \boxed{2200\ Hz}$

P25 pols amplada $10\,ms$, ample de banda en Hz per conservar-lo sense distorsió significativa

$\tau = 10\,ms$ $\qquad BW = \frac{1}{10\cdot10^{-3}} = \boxed{100\ Hz}$

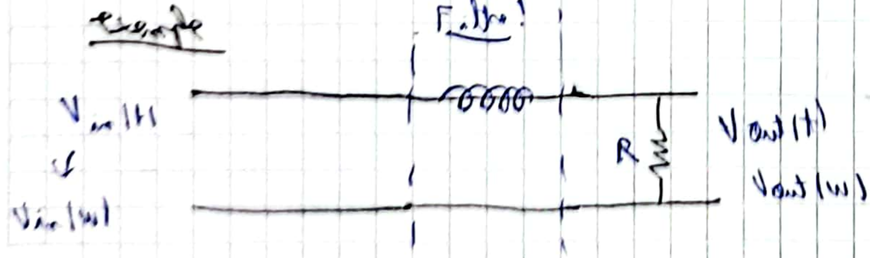
P26 Terminal envia 30 caràcters per segon, cada caràcter són 8 bits, quina és la velocitat de transmissió i la WB?

$30\cdot8 = \boxed{240\ bits/s}$ $\qquad \boxed{480\ Hz = BW}$

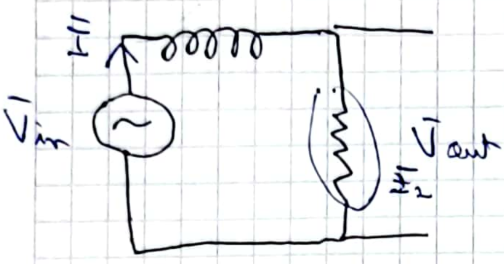
FILTRES

→ senyals → fets de freqüències → podem eliminar les que no volem?

exemple



Cada freqüència les podem estudiar per separat, llavors podem utilitzar C.A



$\bar I = \frac{\bar V_{in}}{\bar Z_{eq}}$ $\quad \bar V_{out} = \bar Z_2 \cdot \bar I$

$$\bar V_{out} = \bar Z_2 \cdot \frac{\bar V_{in}}{\bar Z_{eq}} \rightarrow \frac{\bar V_{out}}{\bar V_{in}} = \frac{\bar Z_2}{\bar Z_{eq}}$$

$\bar T(\omega)$ Funció de transferència

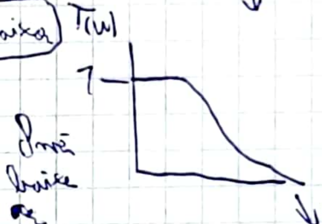
$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{Z_{eq}}$ ← en mòdul lo farem

↓

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R}\right)^2}}$$ → Funció de transferència

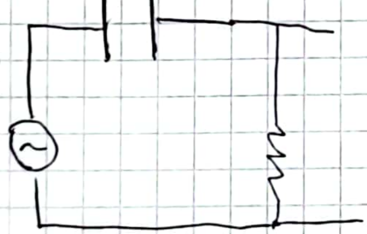
↓

Filtre passabaixa (L)



↓ f més gran disminueix

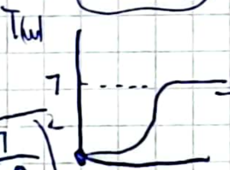
P33



Quin filtre és?

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{C\omega R}\right)^2}}$$

Passaalta - C

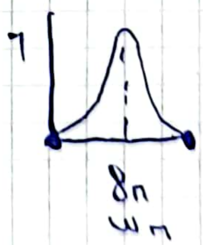


→ deixen passar f ↑↑

Passabanda (només 1 freq real / un tros de f)

Ressonància → Passabanda: C i L

$$T(\omega) = \frac{R}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$



ω_r: $L\omega_r - \frac{1}{C\omega_r} = 0$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Dewer

P32

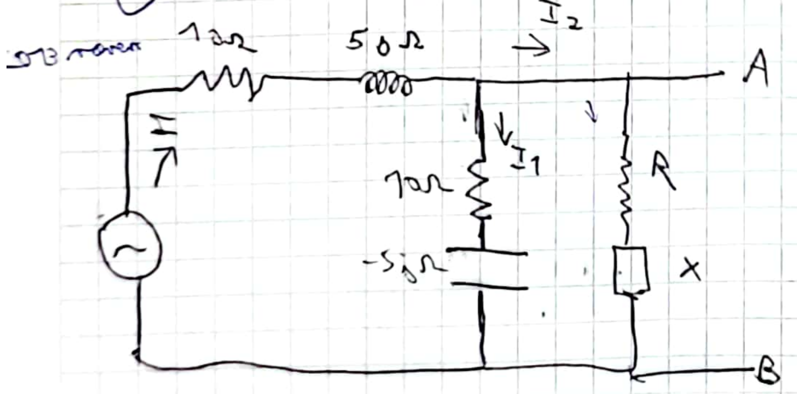
T5 - Circuit RC, dupliquem R i C

a) Càrrega e redueix a la meitat

b) T e redueix a la meitat

c) T e duplica

d) càrrega reg. estacionari e duplica



$V_{AB} = 40\angle{-75^\circ}$ V

a) Trobar R, X sabent que la bobina consumeix 40 W, el corrent eficaç és 2 A que avança 45° a la tensió.

b) fasor de I i I_1?

$40 = R_{eq} \cdot I^2 \quad \bar{I}_2 = 2\sqrt{2}\angle{-75+45^\circ}$

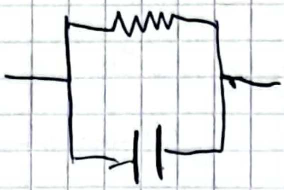
$10\,\Omega = R_{eq} \quad \bar{Z} = \frac{40\angle{-75}}{2\sqrt{2}\angle{30}} = \frac{20}{\sqrt{2}}\angle{-45} \qquad \bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 \dots = 6,3\angle{20^\circ}$

$40 = X \cdot$

$\begin{cases} R = Z\cos\varphi \\ X = Z\sin\varphi \end{cases} \qquad \bar{Z}_1 = 10 - 5j = 11,1\angle{-26}\,\Omega \qquad I = \frac{V}{Z} = 3,58\angle{?}$

$R + jX$

$R + jX$

T2 - A  B

a) $\bar{I}$ avança 45° a $\bar{V}_{AB}$

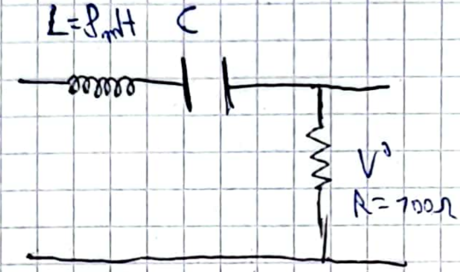
b) en fase

c) $\bar{I}$ avança 90° a $\bar{V}_{AB}$

d) $\bar{I}$ endarrereix 45° a $\bar{V}_{AB}$

si $X_c = R$

P32



a) $C_{min} = 8\,pF$ i $C_{max} = 16 \cdot C_{min}$

$f_{max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\cdot C_{min}}} = 1973\ Hz$

$f_{min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\cdot 16\cdot C_{min}}} = 79{,}80\ Hz$

b) quant val $\frac{V_R}{V_0}$ per la f sintonitzada

1, degut a que $V_{max} = V_R$ quan desapareix $(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2$.

c) Si eliminem una 6500 $\frac{rad}{s}$ també veuria una certa tensió. → $\frac{V_R}{V_0}$? desfasament entre $V_R(t)$ i $v(t)$?

$$\frac{V_R}{V_0} = \frac{Z_R}{Z_{tot}} = \frac{100\angle 0°}{100 + j\left(8\cdot 10^{-3}\cdot 6500 - \frac{1}{8\cdot 10^{-9}\cdot 6500}\right)} = \frac{100\angle 0°}{1500\angle -86°} = 0{,}06\angle 86°$$

T4 -

W? tindrem $\frac{V_{ef}^{out}}{V_{ef}^{in}} = \frac{1}{2}$

$\frac{Z_{out}}{Z_{tot}} = \frac{1/C\angle -90}{100\angle -90}$ $\qquad$ $\frac{V_{ef}^{in}}{V_{ef}^{out}} = \frac{\frac{1}{C\omega}}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{C\omega})^2}}\cdot\frac{C\omega}{C\omega} = \frac{1}{\sqrt{(R\omega C)^2+1}}$