T4 - ONES

Onda: perturbació distribuïda per l'espai.

Onda de llum ≡ ÒPTICA (fibres òptiques)

→ Òptica geomètrica ~ raigs que viatgen en línia recta

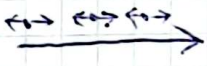
→ Òptica ondulatòria, , teoria interferències, pantalles LED,

→ Òptica quàntica: fotons → entrem als làsers

Propietats bàsiques

medis
- * Materials: sòlid, líquid, gas
- * Buit: llum

Tipus perturbació
- * Periòdica
- * Pols

Tipus oscil·lació
- * Longitudinal: so, 
- * Transversal

Dimensionalitat
- * 1-D, corda
- * 2-D, líquid
- * 3-D, llum

Fronts d'ones
- * Esfèrics
- * Plans
- * Làsers

Escaneado con CamScanner

Vibració ondulatòria

- 1 dimensió

$-$ → va cap a la dreta
$+$ → va cap a l'esquerra

$$y(x,t) = f(x \pm vt)$$

(P3) a) $y(x,t) = A\cos(kx + 3\omega t) = A\cos\left(k\left(x + \frac{3\omega}{k}t\right)\right)$ } horitzontal cap a l'esquerra

b) $y(x,t) = B\, e^{-k(x-20t)^2}$

c) $y(x,t) = \dfrac{C}{D + k(x-40t)^2}$

} horitzontal cap a la dreta

- Va cap a la dreta si tenen x i v signe contrari
- Cap a l'esquerra si tenen x i v mateix signe

$f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ← $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

λ: longitud d'onda
k: nombre d'onda

Fase

$y(x,t) = A\sin(kx \pm kvt + \varphi)$ → fase inicial

$y(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t + \varphi)$

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

ωt

$\omega = kv$

$v = \dfrac{\omega}{k}$

$\omega = 2\pi f$

$v = \dfrac{\lambda}{T}$

$v = \lambda \cdot f$

Escaneado con CamScanner

P1 $y(x,t) = 0{,}25 \sin(\overset{k}{50}x - \overset{\omega}{1000}t + \pi)$

a) v, λ, f

b) desplaçament de la corda ≡ elongació per un punt situat a 10 cm en $t = 10$ ms

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad 50 = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad 1000 = \frac{2\pi}{T}$

$v = \frac{\frac{\pi}{25}}{0{,}00628} = \boxed{20 \text{ m/s}}$ $\quad \lambda = \frac{\pi}{25}$ m $\quad T = 0{,}00628$ s

$f = \frac{1}{T} = \boxed{160 \text{ Hz}}$

b) $y(10 \cdot 10^{-2}, 10 \cdot 10^{-3}) = 0{,}25 \sin(50 \cdot 10 \cdot 10^{-2} - 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} + \pi) = \boxed{-0{,}24 \text{ m}}$

P2 Onda harmònica $A = 4$ m, $v = 10$ m/s, $\lambda = 20$ m,

a) Funció d'onda?

$T = 2s$ $\quad f = 0{,}5$ Hz $\quad \omega = 2\pi \cdot 0{,}5 = \pi$

$k = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$ rad/m $\quad \boxed{y(x,t) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{10}x + \pi t + \varphi\right) \text{ m}}$

b) Velocitat màxima transversal?

$v = \frac{dy}{dt}$ (elongació) $\quad v(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$

$\downarrow$ derivem

$v(x,t) = A \cdot \pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{10}x + \pi t + \varphi\right)$ m

$$\boxed{\begin{aligned} v_{max} &= A\omega \\ a_{max} &= A\omega^2 \end{aligned}}$$

Escaneado con CamScanner

Ona transversal, elongació $y(x,t) = 0,191 \sin(75,708t + 1,0472x)$ m

v_p: velocitat propagació, v_t: velocitat transversal màxima

a) $\vec{v}_p = 75\hat{i}$ m/s ; $\vec{V}_t = 0$ m/s

b) $\vec{v}_p = -75\hat{i}$ m/s ; $\vec{V}_t = 3\hat{j}$

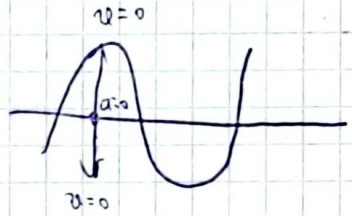
c) $\vec{v}_p = 75\hat{i}$ m/s ; $\vec{V}_t = 3\hat{j}$

d) $\vec{v}_p = -75\hat{i}$ m/s ; $\vec{V}_t = 0$ m/s

$v_{t_{max}} = 0,191 \cdot 75,708$

$\hat{i}$ = vector unitari segons la x

$\hat{j}$ = vector unitari segons la y



La velocitat transversal màxima és v_0. A l'instant t el desplaçament és la meitat del seu valor màxim. El mòdul de la velocitat és:

a) $2v_0$

b) $\frac{3}{4}v_0$

c) $v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{v_0}{2}$

$v_0 = A\omega$

$v_t = \frac{A}{2}\omega$

$v_t = \frac{v_0}{2}$

Escaneado con CamScanner

Diferència de fase

* Entre dos punts al mateix instant

$$\Delta\varphi = k(x' - x)$$

x': més endavant

* Entre dos instants de temps del mateix temps

$$\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$$

$$y(x,t) = A \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{2} - \frac{t}{4}\right)\right) \text{ cm}$$

La diferència de fase val

a) en un cert punt, interval $3\,s \rightarrow 45°$

b) en un cert punt, interval $2\,s \rightarrow 180°$

c) entre dos punts separats $4\,cm \rightarrow 90°$

d) entre dos punts separats $0{,}5\,cm \rightarrow 45°$

$180° = \pi$ rad

$$\frac{\pi}{2} \cdot 3 \text{ rad} \cdot \frac{180°}{\pi \text{ rad}}$$

$$\boxed{\frac{\partial y^2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$ Equació d'onda

$$\vec{v} = \pm v \cdot \hat{\lambda}$$

$\vec{v}$: vector velocitat

v: mòdul

$\hat{\lambda}$: direcció

$\pm$: sentit

Escaneado con CamScanner

Ones electromagnètiques

Maxwell les va simplificar i corregir Hertz

EQUACIONS DE MAXWELL:

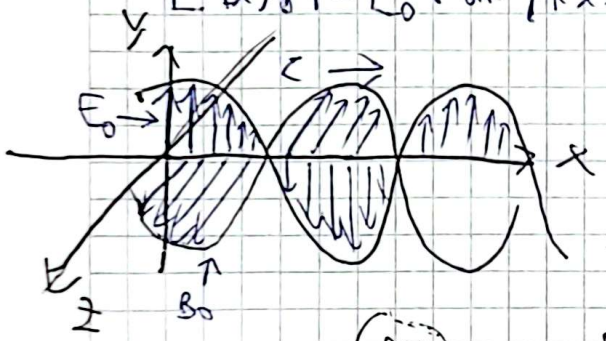
$$\left[\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}\right]$$

Sens càrrega elèctrica
moure una variable, X

① Ones harmòniques electromagnètiques que es propagen en una dimensió:

$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cdot \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$ $\quad \vec{E}_0 = E_0 \hat{j}$

$\vec{B}(x,t) = B_0 \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$ $\quad B_0 \cdot \hat{k}$



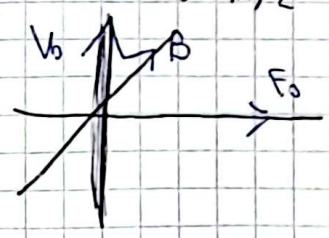
$\hat{i} = x$

$\hat{j} = y$

$\hat{k} = z$

(P7) Camp elèctric paral·lel a y, i es propaga en el sentit + de z

$f = 250\,MHz$, valor màxim $4\,\frac{V}{m}$ $\quad c = 3 \cdot 10^3\ m/s$



a) λ, T, nombre d'onda, ω

b) Expressió camp elèctric

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \sin(5{,}24\, z - 1{,}17 \cdot 10^9 t + \varphi)$$

$4\,\hat{j}\,\frac{V}{m}$

Camp magnètic

$\vec{B}(z,t) = +1{,}3 \cdot 10^{-8}(-\hat{i}) \sin(\quad)$

mòdul: $B_0 = \frac{E_0}{c}$

direcció: perpendicular a $\vec{E}$: també la direcció de propagació

sentit: Regla de la mà dreta

$\vec{B}_0 = -B_0 \hat{i}$

Escaneado con CamScanner

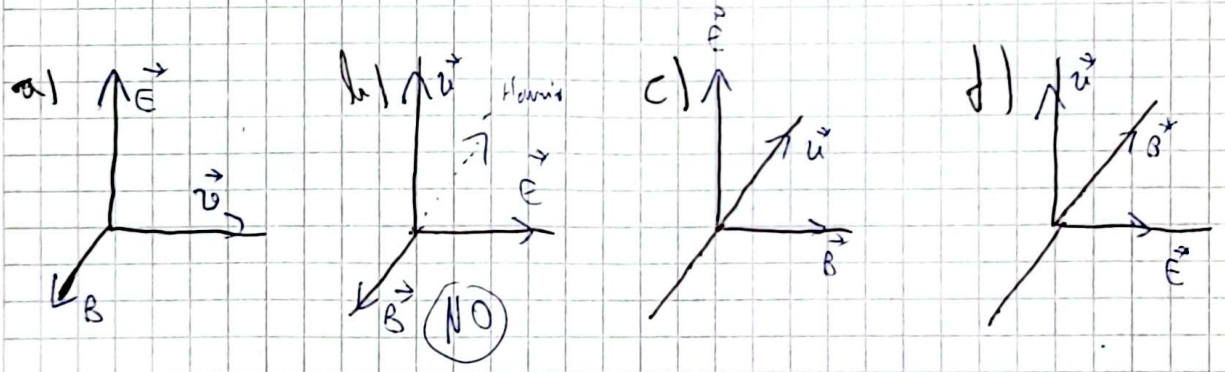
Eqs Maxwell (ondes électromagnétiques)

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \sin(kx - \omega t + \varphi) \\ \vec{B}(x,t) = \vec{B}_0 \sin(kx - \omega t + \varphi) \end{cases}$$

$\vec{E}_0 = E_0 \cdot \hat{n}$, $\vec{B}_0 = B_0 \cdot \hat{n}$

$\left[B_0 = \frac{E_0}{c},\ \hat{n} \Rightarrow \text{Regle de la main droite} \right]$



Energia - intensitat - potència

$u = \frac{\text{energia}}{\text{volum}}$

$\rightarrow u_{\text{elèctrica}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \ J/_{\text{volum}}$ $\quad u(x,t) = \varepsilon_0 E^2(x,t)$

$\rightarrow u_{\text{magnètica}} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$

$\left[\text{(energia volumètrica)} \rightarrow \bar{u} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 \right] \equiv \left[\bar{u} = \frac{1}{2}\frac{B_0^2}{\mu_0} \right]$

Intensitat

$\boxed{I = u \cdot c}$

$\boxed{\bar{I} = \bar{u} \cdot c}$

Escaneado con CamScanner

P8) Una onda harmònica plana $\lambda = 10\,m$ es propaga segons el sentit positiu de l'eix y. Camp elèctric orientat segons Z intensitat mitjana $0{,}2\ \frac{W}{m^2}$

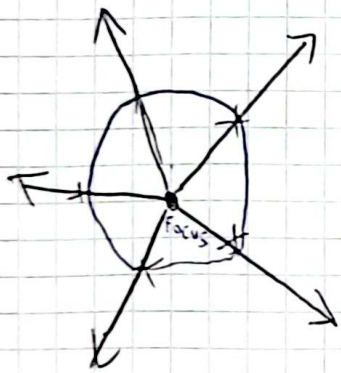
$$\vec{E}(y,t) = E_0\,\hat{k}\,\sin(ky - \omega t + \varphi)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}628\ \frac{rad}{m}\ ,\quad c = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = c\cdot k = 1{,}9\cdot 10^8\ rad/s$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{2I}{c\varepsilon_0}} = 12{,}28\ \frac{V}{m}$$

$$\vec{B}(y,t) = B\,\hat{i}\,\sin(0{,}628\,y - 1{,}9\cdot 10^8\,t + \varphi)$$

<u>Ones esfèriques</u>



$P = \frac{\text{energia}}{\text{segon}}$ i seria igual a qualsevol front d'ona

$$P_1 = P_2 = P_{focus}$$

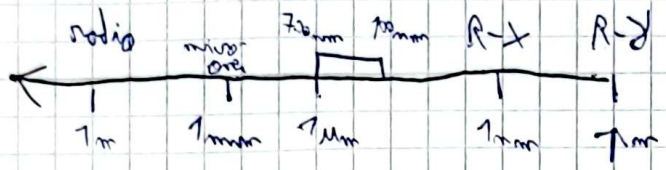
$$\boxed{I_1 \cdot S_1 = I_2 \cdot S_2} \qquad S = 4\pi R^2$$

$$\boxed{\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}$$

$$\boxed{\frac{E_2}{E_1} = \frac{R_1}{R_2}}$$

Si volem E_0, el calculem en base de la potència

Espectre electromagnètic

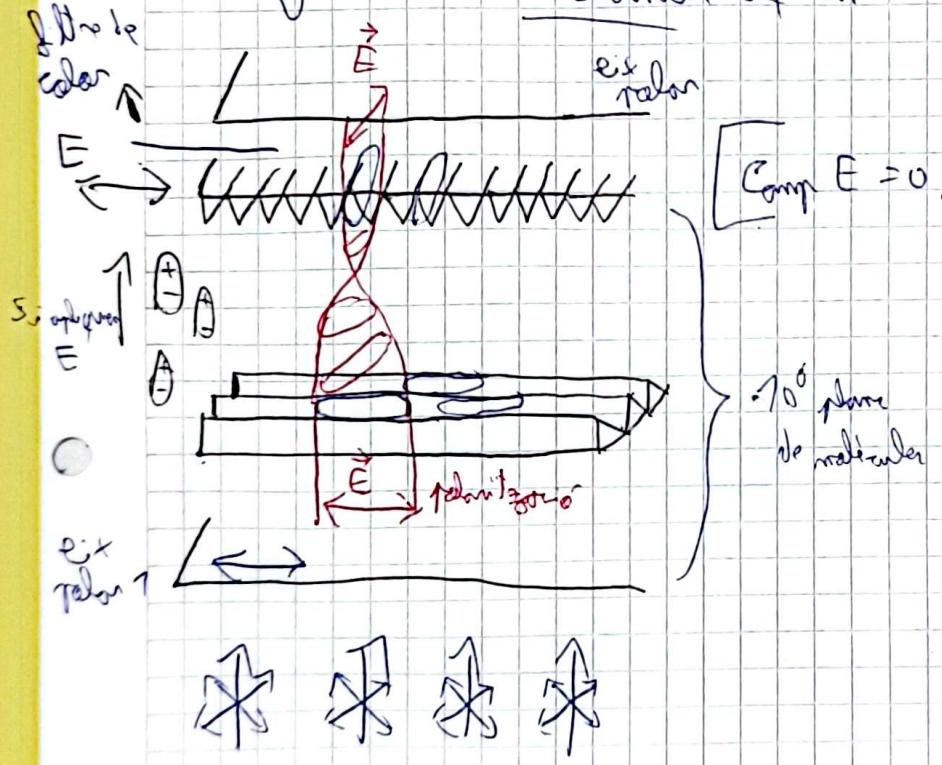


REFLEXIÓ

⊖ Cristall líquid NEMÀTIC

De color ordenat (cristall)
De color desordenat (líquid)

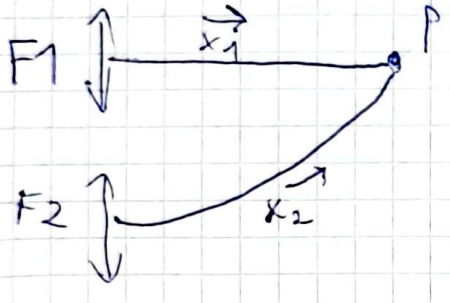
[1 molècula ~ 1nm]



[Camp E = 0, paral·lelum, E ≠ 0 NO]

INTERFERÈNCIES → SVD

- Tenim la llum polaritzada (canvien el sentit i direcció) → oscil·len mateixa direcció



$$y_P = y_1 + y_2 = A\sin(kx_1 - \omega t + \varphi_1) + A\sin(kx_2 - \omega t + \varphi_2)$$

$$= \underbrace{2A\cos\left(k\frac{x_1-x_2}{2} + \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)}_{A} \cdot \underbrace{\sin\left(k\frac{x_1-x_2}{2} - \omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)}$$

→ Suposem $\Delta\varphi = 0$, estan en fase

A
- → màx constructiu
- 0 destructiu

↳ Màxim (constructiu)

↳ $\cos\left(k\frac{\Delta x}{2} + \emptyset\right) = \pm 1$

angle: 0, 180, 360 → $n \cdot \pi$

$k\frac{\Delta x}{2} = n\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta x}{2} = n\pi \Rightarrow \boxed{\Delta x = n\lambda}$

↳ Mínim (destructiu)

↳ $\cos\left(k\frac{\Delta x}{2} + \emptyset\right) = 0$

↳ $\boxed{\Delta x = \frac{2n+1}{2}\lambda}$

(Si $\Delta\varphi = \pi$ (oposició de fase), les formules s'intercanvien)

$$\boxed{A = 2A\cos\left(k\frac{\Delta x}{2} + k\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}$$

Escaneado con CamScanner

P23 Fonts coherents ($f_1 = f_2$), $E_0 = 1\,\frac{V}{m}$ → amplitud, $\lambda = 1\,m$ en fase. Amplitud resultant per la regió de interès de P

a) $x_1 = 20\,m$, $x_2 = 21\,m$ $\Delta x = 1 = \lambda$ → Int constructiva → Amplitud $2A$

$2 \cdot 1\,\frac{V}{m} = \boxed{2\,\frac{V}{m}}$

b) $21\,m$, $21{,}5\,m$ $\Delta x = 0{,}5\,m = \frac{\lambda}{2}$ → Int destructiva → $\boxed{A = 0\,\frac{V}{m}}$

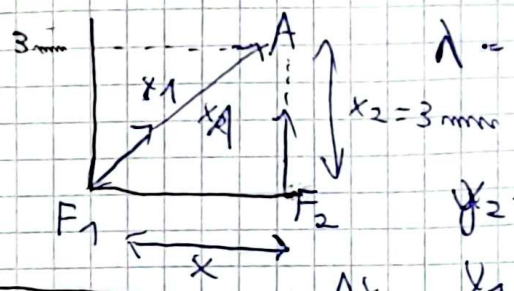
c) $22\,m$, $22{,}25\,m$ → Cal la fórmula general

$$\Delta x = 0{,}25 = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow A_{rp} = 2A\cos\left(k\frac{\Delta x}{2} + \phi\right) = \boxed{\sqrt{2}}\,\frac{V}{m}$$

(π)

P24 Idem, però $\Delta\varphi = 180^\circ$ (aparició de fase)

— Mínim valor de x per interferència destructiva a A.



$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{32 \cdot 10^3} = 10{,}6\,mm$$

$y_2 = 3\,mm$

$x_1 = \sqrt{x^2 + y_2^2}$

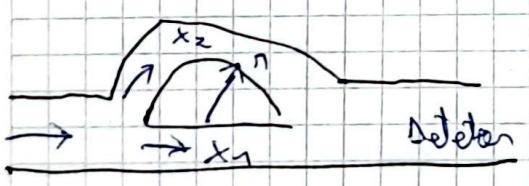
destructiva

$$\Delta x = \sqrt{x^2 + y^2} - y = \frac{\lambda}{2}$$

$$\sqrt{x^2 - y^2} - y = \frac{\lambda}{2}$$

$$\left(\sqrt{x^2 - y^2}\right)^2 = \left(\frac{\lambda}{2} + y\right)^2$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2} + y\right)^2 - y^2} = \boxed{7{,}75\,mm}$$



Si $r = 17{,}5\,cm$ no mesura res al detector

$$x_2 = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

(2 meitats)

$$x_1 = 2\pi$$

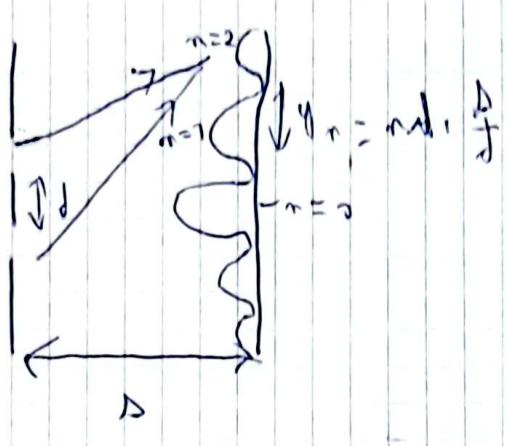
$$\pi r - 2\pi = \frac{2n+1}{2}\lambda$$

$$\lambda = \frac{2\pi(\pi - 2)}{2n+1}$$

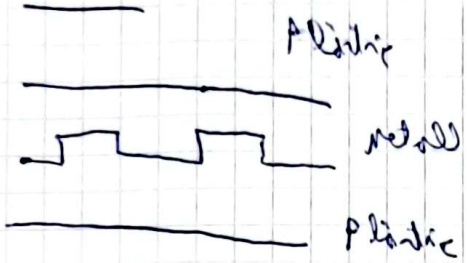
Escaneado con CamScanner

Doble endidura

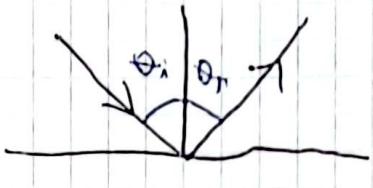
$$\boxed{y_n = n\lambda \cdot \frac{D}{d}}$$



DVD



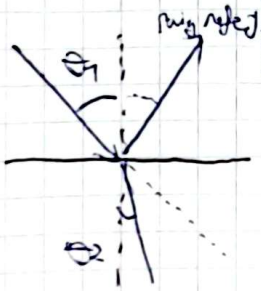
Reflexió



Llei: $\theta_i = \theta_r$

Refracció

→ 2 mitjans transparents



Llei d'Snell → $\boxed{n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$

$\sin \left| n_1 > n_2 \Rightarrow \theta_1 < \theta_2 \right|$

→ f $\boxed{\text{no}}$ canvia

→ λ $\underline{\underline{\text{sí}}}$ canvia

$$\boxed{\lambda' = \lambda \cdot \frac{v}{c} = \frac{\lambda}{n_x}}$$

índex de refracció

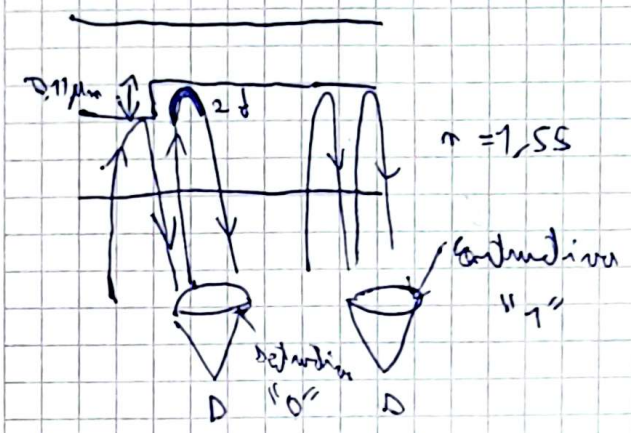
$$\boxed{n = \frac{c}{v} \geq 1}$$

Escaneado con CamScanner

P 17

Aire $n = 1$

P 26



f para tal que tenga interferencia destructiva o constructiva?

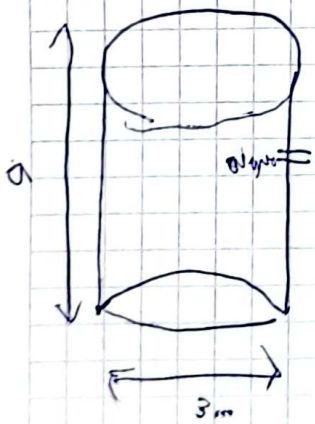
$$2d = \frac{n+1}{2}\lambda'$$

$$\boxed{f = \frac{2m+1}{4} \cdot \frac{c}{nd}}$$

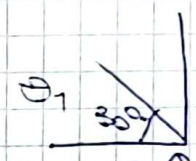
$$\boxed{f_{min} = \frac{c}{4nd}} = 4.4 \cdot 10^{14}\ Hz$$

$m = 0$

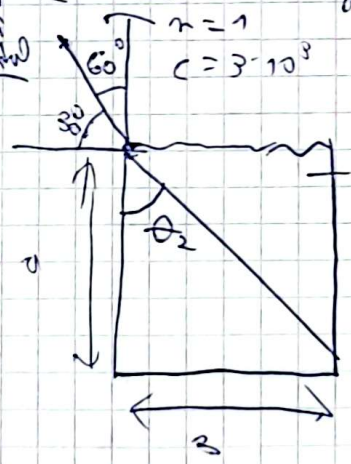
P 19



Vidrio $\Rightarrow n = 1,33$



30° sobre la horizontal $\Rightarrow$ no se ve vidrio al fondo



$n = 1$

$c = 3 \cdot 10^8$

$n = 1,33$

$1 \sin 60 = 1,33 \sin \theta_2$

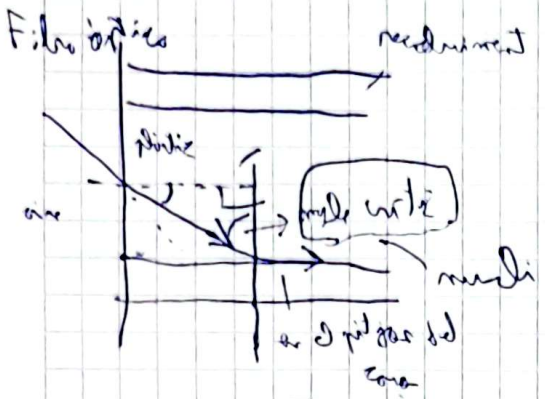
$$tg\,\theta_2 = \frac{d}{a}$$

Fibres òptiques

- Funcionen amb reflexió total $n_1 > n_2 \Rightarrow \theta_1 > \theta_2 \Rightarrow$ si $\uparrow \theta_1$ llavors $\uparrow \theta_2$

$$n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \sin 90^\circ \Rightarrow \boxed{\sin\theta_1 = \frac{n_2}{n_1}}$$

a partir de θ_1 reflexió total interna
⇓
més rays reflectits



$$\boxed{\theta_n = 90 - \theta_{crit}}$$

$$\left.\begin{aligned} n_{aire} \cdot \sin\theta_i &= n_{plàstic} \cdot \sin\theta_n \\ n_n \sin\theta_c &= n_n \cdot \sin 90 \end{aligned}\right\}$$

$$\hookrightarrow \boxed{\theta_{crit} = \arcsin \frac{n_n}{n_n}}$$

$$\boxed{\sin\theta_i = \frac{n_n}{n_{aire}} \sin(90 - \theta_c)}$$

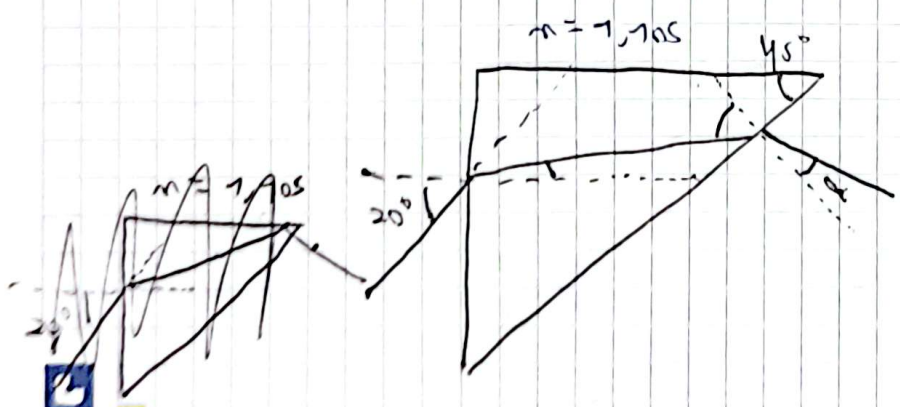
Jun 2018

$$\left.\begin{aligned} n_n &= 1{,}5 \\ \theta_i &\cong 15^\circ \end{aligned}\right\} n_n$$

$$\boxed{\begin{aligned} n_a \cdot \sin\theta_i &= n_n \cos\theta_c \\ n_n \sin\theta_c &= n_n \end{aligned}}$$

$$n_n^2 = n_n^2 + n_a^2 \sin^2\theta_i$$

$$\sin 20^\circ = 1{,}105 \cdot \cos\theta_c$$



Escaneado con CamScanner

Òptica quàntica

- Efecte fotoelèctric, teoria fotons

$$\left[E = h \cdot f \qquad h = 6{,}3 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \right]$$

$$v = \lambda f$$

$$\left[P = \frac{E}{\Delta t} \right]$$

$$\left[\text{Potència} = n \cdot h \cdot f \right]$$

n → nombre fotons per unitat de temps

$$\left[n_{\text{fotons per seg}} = \frac{E}{E_{1\,\text{fotó}}} \right]$$

P27 Làser $\lambda = 632{,}8\ nm$ Potència $= 4\ mW$

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \cdot c$$

$$I_{\text{sortida}} = I_{\text{entrada}} \cdot \cos^2 45^\circ$$

$$P = I_{\text{sortida}} \cdot S$$

$$E = P \cdot \Delta t$$

$$N = \frac{E}{E_1}$$

Escaneado con CamScanner