

# Valor absolut, distància, conjunts fitats en la recta real i desigualtats

## Valor absolut

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0; \\ -x, & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

## Propietats:

- $|x| \geq 0$ ;  $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ;
- $|x + y| \leq |x| + |y|$ ;
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ ;
- Si  $a > 0$ , aleshores  $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ .

**Distància euclidiana**  $d(x, y) = |x - y|$

## Fites

$A \subseteq \mathbb{R}$ ,  
 $k, l, i, s \in \mathbb{R}$

$k$  és **una fita superior** del conjunt  $A \Leftrightarrow k \geq a \quad \forall a \in A$ ;

$l$  és **una fita inferior** del conjunt  $A \Leftrightarrow l \leq a \quad \forall a \in A$ ;

$A$  és un **conjunt fitat superiorment**  $\Leftrightarrow \exists k$  fita superior del conjunt  $A$ ;

$A$  és un **conjunt fitat inferiorment**  $\Leftrightarrow \exists l$  fita inferior del conjunt  $A$ ;

$A$  és un **conjunt fitat**  $\Leftrightarrow \exists k$  fita superior del conjunt  $A$  i  $\exists l$  fita inferior del conjunt  $A$ ;

$s = \sup A$

$s$  és **el suprem** del conjunt  $A \Leftrightarrow (s \geq a \quad \forall a \in A \wedge \forall k (k \geq a \quad \forall a \in A \Rightarrow s \leq k))$ ;

$s = \max A$

$s$  és **el màxim** del conjunt  $A \Leftrightarrow (s = \sup A \wedge s \in A)$ ;

$i = \inf A$

$i$  és **l'ínfim** del conjunt  $A \Leftrightarrow (i \leq a \quad \forall a \in A \wedge \forall l (l \leq a \quad \forall a \in A \Rightarrow i \geq l))$ ;

$i = \min A$

$i$  és **el mínim** del conjunt  $A \Leftrightarrow (i = \inf A \wedge i \in A)$ .

## Desigualtats i operacions

$x \leq y \Rightarrow a + x \leq a + y$ , per a qualssevol  $x, y, a$

$x \leq y \Rightarrow a \cdot x \leq a \cdot y$ , si  $a \geq 0$  i  $x \leq y \Rightarrow a \cdot x \geq a \cdot y$ , si  $a \leq 0$