BLOC

B
___

BLOC B

dj 10: seguiment 1
dv 11: lab
dj 17:
dv 18: lab, BT grups
dj 24: seguiment 2
dv 25: repàs

Models de VAD:

Tr 4 (Ej)

X: # dias (entre 18) multitudes — $P(\text{multitudinario}) = 0,2$ — $\Omega = \{0, 1, 2 \dots 18\}$

Y: #  en 5 tiradas de dados — $\Omega = \{0, 1, \dots, 5\}$ — $P($$) = \frac{1}{6}$

· Tienen sucesos independientes

"éxitos" en n finitos "intentos" independientes con la misma probabilidad

→ **Binomial**

$\cdot\, B(n, p)$ — n ↑ intents, p ↑ prob èxit

Quina distribució segueix la variable?
Quin model segueix la variable?

Ex: $X \sim B(18, 0{,}2)$

$Y \sim B(5, \frac{1}{6})$

$1 - P(X \leq 1)$

$P(X \geq 2)$

$$P(X=4) = \binom{18}{4} \cdot 0{,}2^4 \cdot 0{,}8^{14} = 0{,}2153$$

$\frac{18!}{4!\,14!}$

$14 + 4 = 18$

$0{,}2 + 0{,}8 = 1$

(Binomial con $n=1 \equiv$ Bernoulli)

$$P(Y=3) = \frac{5!}{3!\cdot 2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 0{,}0321$$

$$\boxed{P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}}$$

Para 18 [illegible] Ex 2) $X = \#$ mala impresión

$$P(\text{mal impr}) = \frac{1}{12}$$

$n = 10$ doc

$$P(k=0) = \frac{10!}{10!\cdot 0!} \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^0 \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^{10} = \boxed{0{,}419}$$

$$\boxed{P(X \geq k) = 1 - P(X < k) = 1 - P(X \leq k-1)}$$

$P(X > 360)$

Ej:

X_1: # alumnos que vieron la clase PE del grupo A

X_2: # alumnos " " " " " " " B

X_3: # " " " " " " " " C

$X_1 \sim B(28, 0{,}9)$

$X_2 \sim B(26, 0{,}9)$

$X_3 \sim B(28, 0{,}8)$

$X_1 + X_2 \sim B(54, 0{,}9)$ (porque mismo $p_1 = p_2$)

$X_1 + X_3 \sim B$ no porque $p_1 \neq p_3$

Model geomètric $\boxed{P(X=k) = p\cdot(1-p)^{k-1}}$

¡Conteo hasta que ocurra un evento!

Tn 5 (Ej) X : # inspecciones hasta encontrar primer disco defectuoso

$p(\text{defecto}) = 0{,}05$ $\Omega = (1, 2, 3, \ldots, \infty)$

$$P(X=k) \begin{cases} 0{,}05 & k=1 \\ 0{,}0475 & k=2 \\ 0{,}0453 & k=3 \end{cases}$$

$$P_X(k=3) = 0{,}9\cdot(0{,}1)^{3-1} = 0{,}009$$

@ dgeom(1:3, 0.9) (faria num fallos) - haurem de fer 0:2

Binomial Negativa

$$P_x(10) = \frac{9!}{2! \cdot 7!} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{9-2}$$

(C) parcial 1_T2023

X: # "intentos" hasta el k-esimo "éxito"

$$X \sim BN(K, p) = X \sim BN\left(10, \frac{11}{12}\right)$$

↑
Probabilitat d'èxit

$$P(X=12) = \binom{11}{9} \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{2} = 0{,}16$$

$$P_x(X) = \binom{X-1}{k-1} \cdot p \cdot q^{x-k}$$

Model Poisson (X: # de algo en t tiempo)

Tn 7 powerpoint:

Variable X = # incidencies al dia (1 dia)

$$X \sim P(\lambda = 2{,}35)$$

$$P_x(3) = \frac{2{,}35^3}{3!} \cdot e^{-2{,}35} = 0{,}206$$

$$\boxed{P_x(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}}$$

$$P(2 \leq X \leq 5) = \sum_{x=2}^{5} \frac{2{,}35^x}{x!} \cdot e^{-2{,}35} = \boxed{0{,}6478}$$

Y: # incidències en 5 dies

$Y \sim P_o(\underline{5} \cdot 2{,}35 = 11{,}75)$

$P(Y \leq 15 \mid X + X = 6) \Rightarrow P(Z \leq 9) = \sum_{x=0}^{9} \frac{7{,}05^x}{x!} \cdot e^{-7{,}05}$

dill dim

incidències en $\underline{3}$ dies $\sim P_o(7{,}05)$

$X \sim B(n, p)$

$B(n, p) \longrightarrow P_o(n \cdot p)$

$n \to$ grande

$p \to$ pequeño

Exercici impresores

d) $X \sim P_o\left(\frac{4}{5}\right)$, valor esperat $= 0{,}8$

$1 - P(K \leq 2) = \sum_{0}^{2} \frac{1{,}6^x}{x!} \cdot e^{-1{,}6} = 0{,}217$

$///$

$P(2 > K) \quad P(2 \geq K) \equiv 1 - P(K \leq 1)$

8) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

PH: $X \sim B(6, \frac{11}{12})$

Cerami: $Y \sim P_o(0,8)$

Cerami: $P(K=0) = \frac{0,48^0}{0!} \cdot e^{-0,48} = 0,619$

$\lambda = 0,8 \cdot \frac{6}{10}$

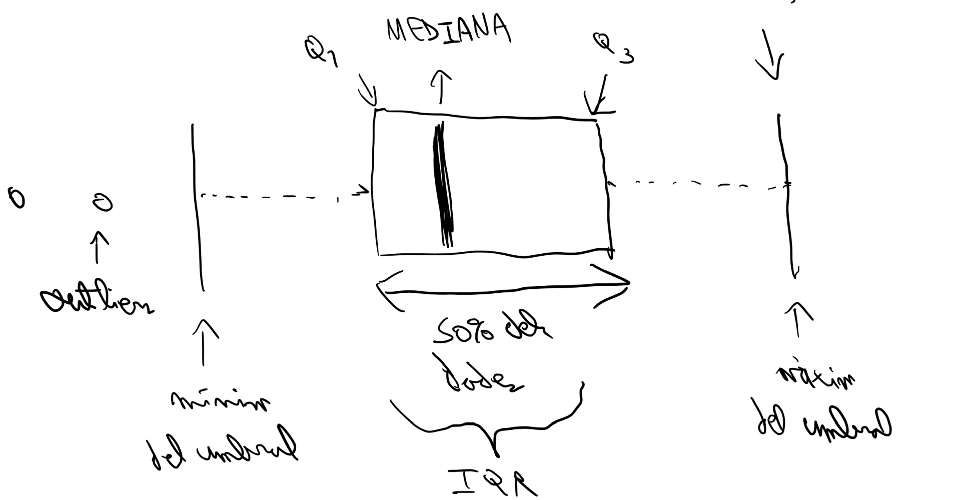
PH: $P(K=0) = \frac{6!}{6!\,0!} \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^0$

$= 0,593$

$P(A \cap B) = 0,619 \cdot 0,593 = \boxed{0,367}$

Umbral

Umbral $= Q_3 + 1,5 \cdot IQR$



Distribució Exponencial $X \sim Exp(\lambda)$

$$\boxed{f_X(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x},\ x > 0 \qquad E(X) = \frac{1}{\lambda},\ V(X) = \frac{1}{\lambda^2}}$$

X:

Exercici Poisson + Binom

$X \sim B(10, \frac{1}{12})$ # enveios incorrectes entre 10 enveios $\Rightarrow P_X(10) =$ ______

$Y \sim Po(0{,}8)$ # incidencies 1 dia $\Rightarrow P_Y(1) = \frac{0{,}8^1}{1!} \cdot e^{-0{,}8} = 0{,}36$

$Z = X + Y$ (# inc en 1 dia)

$E(Z) = E(X) + E(Y) = 1{,}63$

$V(Z) = V(X) + V(Y) + 2 \cdot \underbrace{Cov(X,Y)}_{=0} = 1{,}56$

$\boxed{Cov \text{ de independents} = 0}$

Distribució = no es pot saber

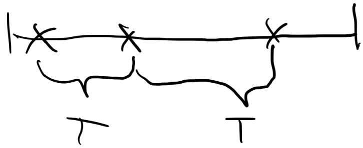
Suma Poisson

$X_1 \sim Po(\lambda_1)$

$X_2 \sim Po(\lambda_2)$

X_1, X_2 ind $\Rightarrow X_1 + X_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$

Tema 10 dels exemples



• Exercici Model Poisson i Exponencial:

T: tiempo (en h) entre 2 incidències

$E(T) = ?$

$E(T > t) = ?$

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - P(T > t) = 1 - P(X_t = 0)$$

$$= 1 - \frac{\lambda_t^0 \cdot e^{-\lambda t}}{0!} = 1 - e^{-\lambda t}$$

(Funció distribució de l'exp)

Exercici Tema 12

$$\frac{9,5 \text{ pas}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0,1583$$

· $X \sim Po(9,5)$ # passatgers en 1 minuto = 9,5

· T: tiempo entre 2 llegadas

$P(T < 5 (\text{seg}))$

$\boxed{\lambda \text{ es lo mismo que en la Po, i la unidad són minutos, tendremos que pasarlo a segundos}}$

$$P(T < 5) = 1 - e^{-0,1853 \cdot 5} = 0,5469$$

$E(X(\text{min})) = 0,105$

$E(X(\text{seg})) = 6,316$

LAURA

¿ Cuantil 0,95 ?

$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-0,2 \cdot t} \Rightarrow 0,95 = 1 - e^{-0,2 \cdot t}$

$-0,05 = -e^{-0,2 \cdot t}$

$0,05 = e^{-0,2 \cdot t}$

$$t = \frac{\ln(0,05)}{-0,2} = \boxed{14,979}$$

$0,588 \frac{\text{vent}}{\text{retr}} \cdot \frac{1 \text{ retr}}{7 \text{ dies}}$

$0,084$

Bicis

$T \sim Ex(2 \frac{\text{bic}}{\text{min}}) \rightsquigarrow F(t) = 1 - e^{-2t}$

$P(T > t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})$

$P(T > 4) = 1 - (1 - e^{-2 \cdot 4}) = 0,0003355$

$P(T > 3) = 1 - (1 - e^{-2 \cdot 3}) = 0,002479$

$$P(T > 4 \mid T > 3) = \frac{0,0003355}{0,002479} = \boxed{0,135} \checkmark$$

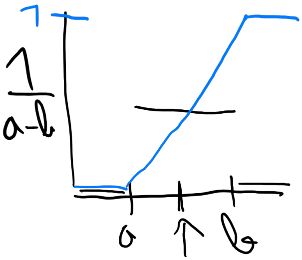
T>4 ja inclou T>3

Propiedad Markoviana

- $P(T > \underset{1+3}{t+2} \mid T > \underset{3}{2}) = P(T > t)$

Distr Uniforme

$X \sim U_{[a,b]}$ $f(x) = \dfrac{1}{b-a}$ (func dens) $F(x) =$



$$E(x) = \frac{(a+b)}{2}$$

$$V(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

valor esperat = mediana

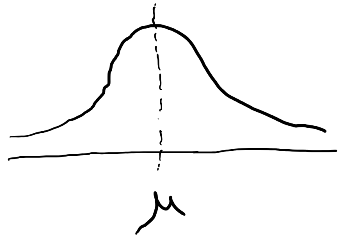
Ex impresora

4 en 5 dies

$T \sim Exp(\lambda)$ $\quad E(x) = \frac{1}{\lambda}$ $\quad \frac{4 \text{ impr}}{5 \text{ dies}} \cdot \frac{1 \text{ dia}}{10 h} = \frac{4}{50}$

$\lambda = \frac{4}{50}$

Distribució Normal



$X \sim N(\mu, \sigma)$

μ = esperança

σ = desviació estàndard | σ gran  σ petita 

σ^2 = variància

Ex:

$$P(x > 194) = 1 - P(x \le 194) = 1 - \int_{-\infty}^{194} f(x)\,dx$$

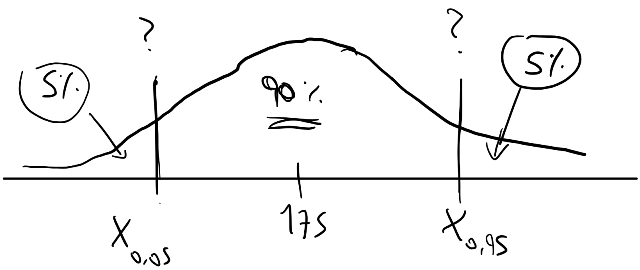
Propietat de estandardització ↗ $Z = \frac{1}{\sigma} \cdot X - \frac{\mu}{\sigma} = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

$$\underbrace{P(X \le 194)}_{N(175,10)} = P\left(\frac{X-175}{10} \le \underbrace{\frac{194-175}{10}}_{=\,1{,}9}\right) = P(Z \le 1{,}9)$$

$\mu = 0$
$\sigma = 1$

$$P(X \le 35) = P\left(\frac{X-30}{2} \le \frac{35-30}{2}\right.$$

• $X \sim N(175, 10)$



X: quantils

Y: probabi...

• Per la distr normal estàndard es poden treure els màxims valors

(estàndard)

$qnorm(0{,}95) = 1{,}644854$

$qnorm(0{,}05) = -1{,}644854$

$X_{0,95} = qnorm(0{,}95) \cdot 10 + 175$ $\quad (qnorm(X) \cdot \sigma + \mu)$

σ E

Teorema Central del Límit (TCL)

Dau trucat: n llançaments d'un dau

$X_{10} = 3{,}7$ (no passa res) (esperem 3,5, no 3,7)

$X_{100} = 3{,}7$ (cal fer càlcul) $P_{100}(\bar{X}_{100} \geq 3{,}7) =$

$X_{1000} = 3{,}7$ (trucat)

• Mitja de moltes repeticions de una variable, segueix una distribució normal.

$N(3{,}5, \frac{\sigma^2}{n})$ n: repeticions

μ_2 '' $\quad \sigma_2$ ''

μ_2: nova esperança és igual a l'original

σ_2: nova disp és igual a $\frac{\sigma^2}{n}$

$$S_n = N(n\mu, \sigma\sqrt{n}) \Rightarrow \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow[n \text{ gran}]{} N(0,1)$$

1 Dado

$\mu = 3,5$

$\sigma = 1,71$

$$\bar{X}_n = N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \xrightarrow[n \text{ gran}]{} N(0,1)$$

- Los datos se tienen que coger en mismas circunstancias

$$\bar{X}_{100} \underset{TCL}{\sim} N(3,5\ ,\ 0,171)$$

Si n és gran

$$X \sim B(n,p) \simeq N\left(n \cdot p, \sqrt{n \cdot p(1-p)}\right)$$

$$X \sim P_o(\lambda) \xrightarrow[\lambda \to \infty]{(\text{molt gran})} N(\lambda, \sqrt{\lambda})$$

} Pel TCL

Parcial improvisar

$P(x_1 > 35) = P\left(Z > \frac{35-30}{2} = 2{,}5\right) = 1 - P(Z \leq 2{,}5)$

$= 90\%$

(i) $N(30, 2)$ ///

$P(t > 35) = 1 - P(t \leq 35) =$

$\int_{t_1}^{t_2} f(x)\,dx = 0{,}07\cancel{5}$

5 0 |||

$X = N - N$

(ii) $[P(|t_1 - t_2| \geq 5)] = 1 - 2 \cdot P(t \leq 5) = 0{,}076$

$E(t_1 - t_2) = 0$? $30 - 30$

$V(t_1 - t_2) = 2^2 + 2^2 = 8$?

V V

$E = 0$

$\sigma = \sqrt{8}$

$N(0, 2\sqrt{2})$

$P(|t_1 - t_2| \geq x) = 2 \cdot P(t \leq |t_1 - t_2|)$

- $E_3(t_1 - t_2) = E_1 - E_2$
- $V_3(t_1 - t_2) = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$

$\Rightarrow N(E_1 - E_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$

1 -

(k) $\mu = 50$ fullz

mediana $= \mu = 50$ fullz

$\sigma = \sqrt{V(x)} = 28{,}868$ fullz

1 pref

(l)

20 pref

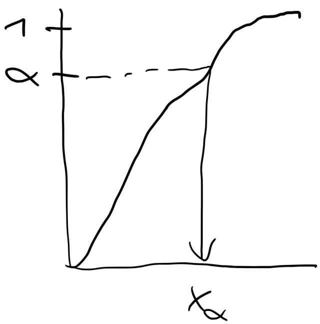
$n = 20$

$S_n \sim N(1000, 129{,}11)$

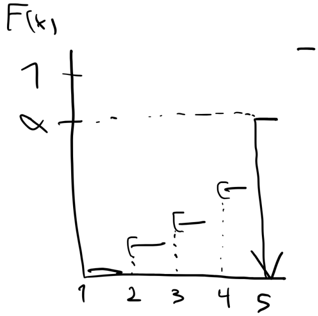
fullz $= 1212{,}39$

$X \sim Po(8)$

VAC



VAD



$$x_\alpha = \min(x : F(x) \geq \alpha)$$

Pd

$P(X \leq 60)$

$P\left(\frac{X-60}{10} \leq \frac{60-60}{10}\right)$

$E = 1h = 60\,min$

$\sigma = 10\,min$

$N(60, 10)$

$P(X \geq 60) = 1 - P(X \leq 60)$

$P(X < 50) = P\left(\frac{X-60}{10} < \frac{50-60}{10}\right)$

$P(X < 50)$

$S \sim N(30 \cdot 60, 10 \cdot \sqrt{30})$

$P(t > 40) = 1 - (t < 40)$

$P(A > 40 = 0$

Calm