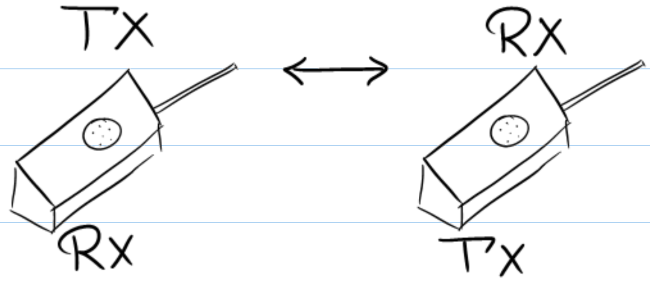
آشنایی با مهندسی برق

روز اول - تفکر سیستمی



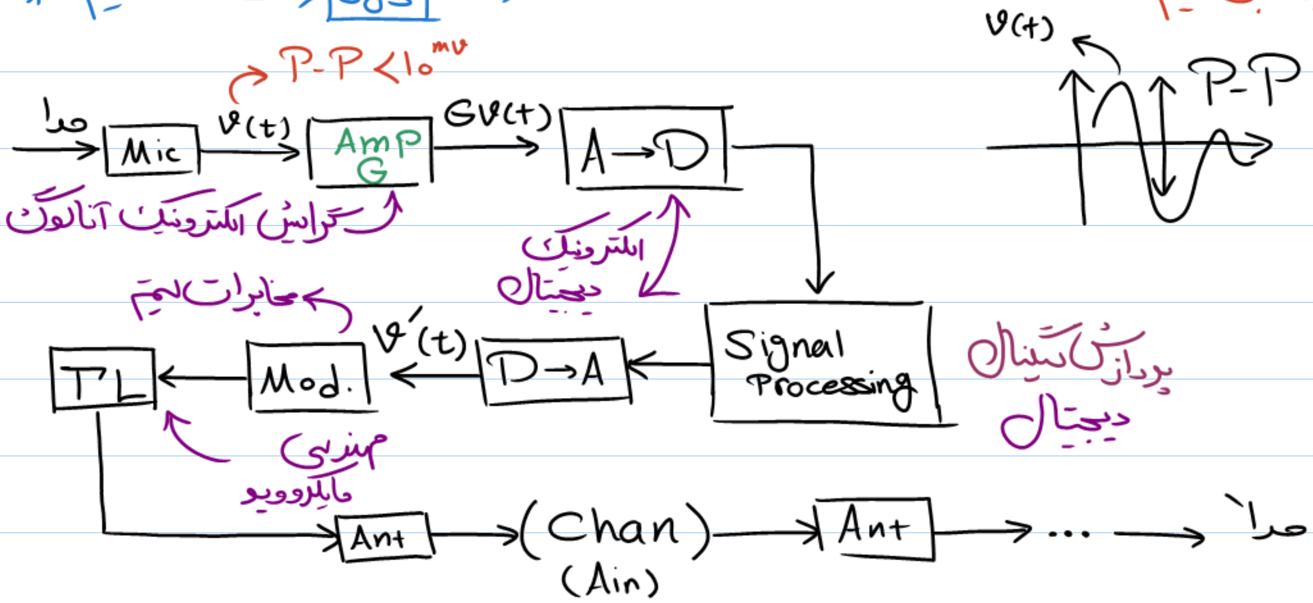
بی‌سیم مخابراتی!

→ میکروفون ؛ آنتن ؛ منبع تغذیه

منطق ؛ مدار الکترونیکی ؛ (...)

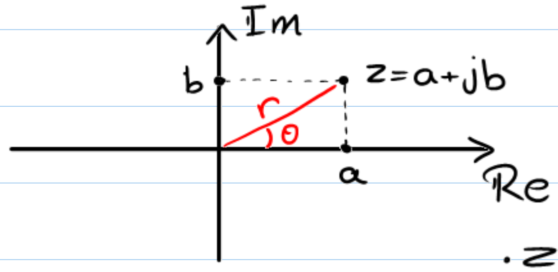
* سیستم: $\longrightarrow \boxed{sys} \longrightarrow$

* مثل سیستمی یک بی‌سیم



* اعداد مختلط:

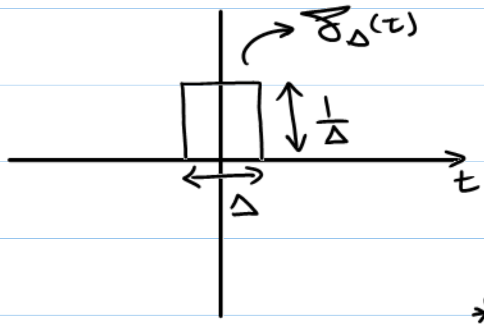
$j^2=-1 \implies j=\sqrt{-1}$; $z=a+jb \in \mathbb{C}$



$\longrightarrow z=a+jb=r\underbrace{[\cos\theta+j\sin\theta]}_{\equiv cis(\theta)}=r\cdot cis(\theta)$

* اتحاد اویلر: $cis(\theta)=e^{j\theta}$ ، $\longleftarrow$ $z=re^{j\theta}=r\angle\theta$.

* تابع ضربه / تابع دلتای دیراک:



$\hookrightarrow \int_{\mathbb{R}} \delta_\Delta(t)\,dt=1$

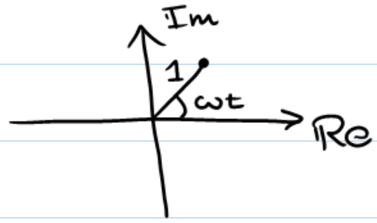
* $\delta(t):=\lim_{\Delta\to 0}\delta_\Delta(t)$; $\int_{\mathbb{R}}\delta(t)\,dt=\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\,dt=1$

* $[\delta(t)]=\frac{1}{[t]}$

چند خاصیت : $x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t) \Rightarrow \int x(t)\delta(t)=x(0)$

$$\Rightarrow \int x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau=x(t) \longrightarrow x(t)*\delta(t)=x(t)$$

عملیات کانولوشن : $x(t)*y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)y(t-\tau)d\tau=y(t)*x(t)$



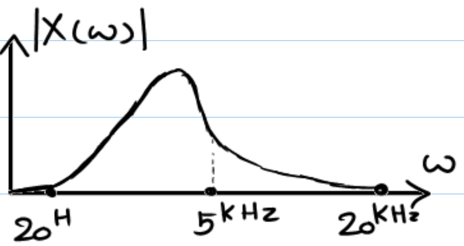
* تبدیل فوریه :

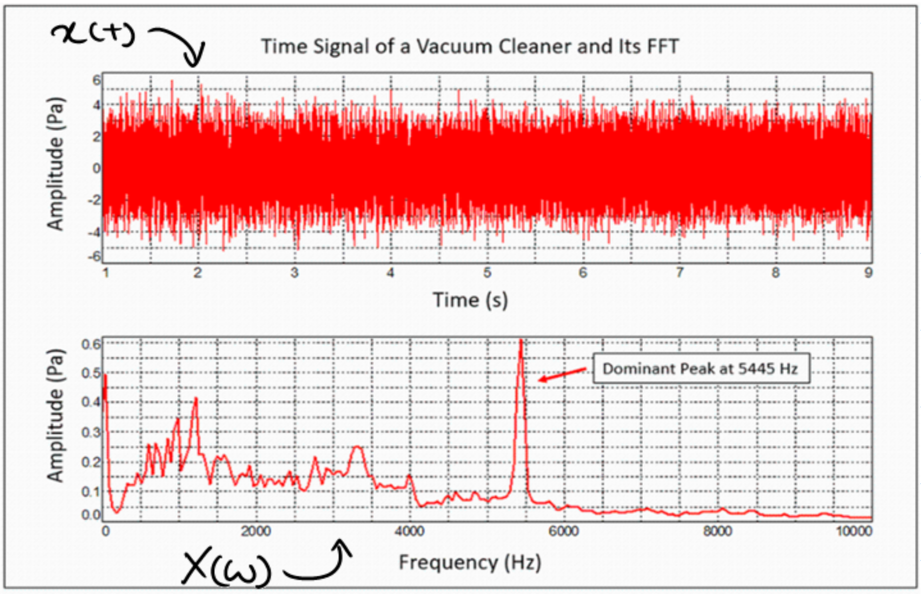
$$x(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

که در آن $\longrightarrow X(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}2\pi x(t)e^{-j\omega t}dt \longrightarrow$ به $X(\omega)$ تبدیل فوریه $x(t)$ می‌گوییم.

$$\longleftrightarrow X(\omega)=\mathcal{F}[x(t)]$$

* فرض کنید یک آهنگ سیگنال $x(t)$ است. $X(\omega)$ دامنه‌ی فرکانس‌های آن آهنگ است.





$$X(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)e^{-j\omega t}dt=1$$

* $\mathcal{F}[\delta(t)]=1 \longrightarrow$ تابع دلتا همه‌ی فرکانس‌ها را باهم دارد!

* $\mathcal{F}[dx/dt]=j\omega X(\omega)$ * $\mathcal{F}[\int x\,dt]=\frac{1}{j\omega}X(\omega)$

* $\mathcal{F}[x(t-t_0)]=e^{j\omega t_0}X(\omega)$ * $\mathcal{F}[x*y]=X(\omega)Y(\omega)$

* سیستم های LTI (Linear Time-Invariant):

خطی: $x \to \boxed{L} \to y$, $x' \to \boxed{L} \to y'$ $\Rightarrow$ $x + x' \to \boxed{L} \to y' + y$ | $x \to \boxed{d/dt} \to \dot{x}$

سیستم خطی!

تغییرناپذیر با زمان: $x(t) \to \boxed{TI} \to y(t)$

$\Rightarrow x(t+\tau) \to \boxed{TI} \to y(t+\tau)$

پاسخ ضربه ی سیستم

مفهوم: $x(t) \xrightarrow{} \boxed{LTI} \xrightarrow{y(t)}$; $X_0 T_0 \delta(t) \to \boxed{LTI} \to h(t)$

$X_0 T_0 \delta(t-\tau) \to \boxed{LTI} \to h(t-\tau)$;

$\frac{x(\tau)}{X_0} X_0 T_0 \delta(t-\tau) \to \boxed{LTI} \to \frac{x(\tau)}{X_0} h(t-\tau)$;

$\frac{x(\tau)}{X_0} \frac{d\tau}{T_0} X_0 T_0 \delta(t-\tau) \to \boxed{LTI} \to \frac{x(\tau)}{X_0} \frac{d\tau}{T_0} h(t-\tau)$;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = x * \delta = x(t) \to \boxed{LTI} \to \frac{1}{X_0 T_0}\int x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$\Rightarrow x(t) \to \boxed{LTI} \to \frac{1}{X_0 T_0} x(t) * h(t)$$

* در فضای فوریه:

$X(\omega) \to \boxed{LTI} \to Y(\omega) \Rightarrow X(\omega) \to \boxed{LTI} \to H(\omega)X(\omega)$

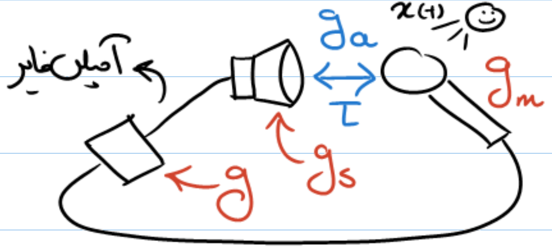
← در فضای فوریه سیستم های LTI فقط یک ضرب هستند!

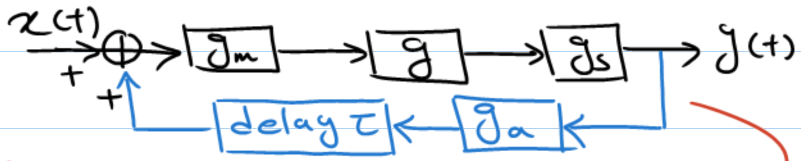
← بیا فوریه به فوریه برویم کن نیم سیستم LTI اونوقت $\to \boxed{H(\omega)} \to$

تصویر فوریه صرفا به عنوان ضریب عمل می کند!

$e^{j\omega_0 t} \to \boxed{} \to H(\omega_0) e^{j\omega_0 t}$ → عاشق $e^{j\omega t}$ ها هستم!

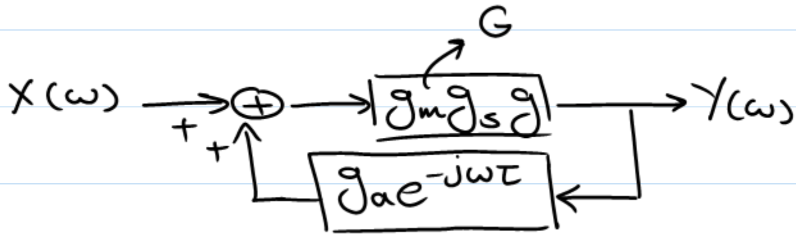
/// مثال واقعی:





به موجودی که از خروجی‌اش روی ورودی‌اش تأثیر می‌گذارد فیدبک می‌گوییم.
نوع جمع شدن آن با ورودی نوع فیدبک را مشخص می‌کند (در اینجا ⊕).

در فضای فرکانس :



$$Y(\omega)=G\left[X(\omega)+g_a e^{-j\omega\tau}Y(\omega)\right] \Rightarrow Y(\omega)\left[1-Gg_a e^{-j\omega\tau}\right]=GX(\omega)$$

$$\Rightarrow Y(\omega)=\frac{G}{1-Gg_a e^{-j\omega\tau}}X(\omega)\equiv H(\omega)X(\omega)$$

$$* \quad \mathcal{F}\left[e^{st}\right]\sim\frac{1}{j\omega-s} \quad ; \quad X(\omega)=\frac{(\cdots)}{(j\omega-s_0)(\cdots)}=\frac{(\cdots)}{j\omega-s_0}+(\cdots)\xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}}e^{s_0 t}+\cdots$$

← قطب‌های مخرج ($j\omega=s_0$) در زمان نمایی می‌سازند. (ωای که مخرج را صفر می‌کند در زمان نمایی با همان فرکانس ω است.)

$$Y(\omega)=\frac{G}{1-Gg_a e^{-j\omega\tau}}X(\omega) \longrightarrow Gg_a e^{-j\omega\tau}=1$$

$$\Rightarrow e^{-j\omega\tau}=\frac{1}{Gg_a} \Rightarrow -j\omega\tau=-\ln\left[Gg_a\right] \Rightarrow j\omega=\frac{\ln\left[Gg_a\right]}{\tau}\equiv s_0$$

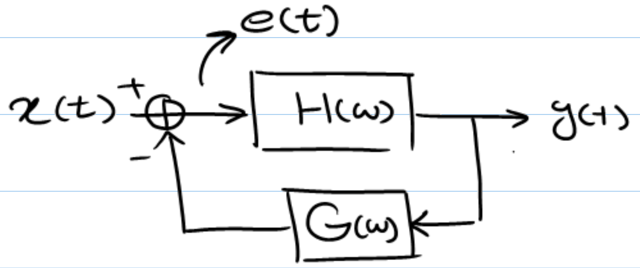
$$\Rightarrow y(t)\sim\exp\left[\frac{\ln[Gg_a]}{\tau}t\right]$$ ← باخود خواهد داشت

اگر s_0 منفی باشد در زمان $e^{s_0 t}$ به صفر می‌رود؛ $\ln Gg_a<0 \leftarrow Gg_a<1$

در غیر این صورت کر می‌شویم! ⟵ تشدید در ω معین در $H(\omega)$.

گرایش کنترل: با فیدبک منفی، سیستم را به پای خود در بیاوریم!

کنترل‌ها ابعد

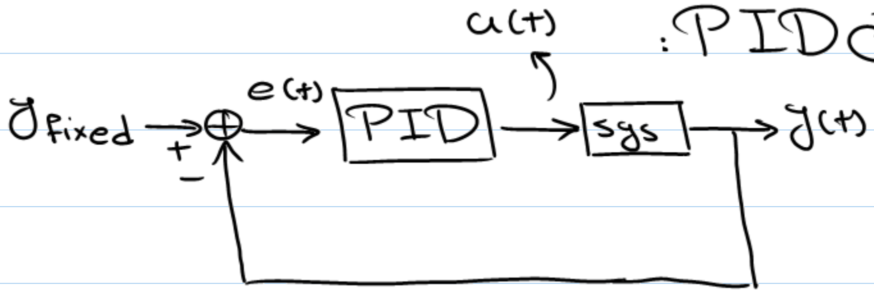


کنترل‌های PID:

P → Proportional

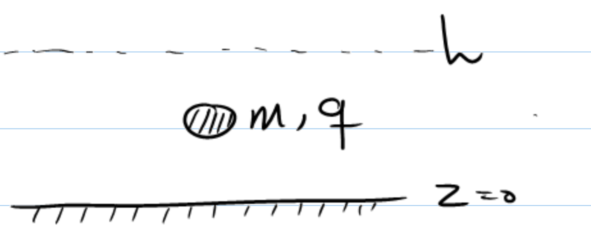
I → Integral

D → derivative



$$u(t) = Pe(t) + I\int e(t)\,dt + D\frac{de(t)}{dt}$$

مثال: صفحه‌ی باردار با بار کنترل‌پذیر در $z = z_p$ قرار دارد. ذره‌ی باردار به جرم m و بار q را می‌خواهیم در ارتفاع h نگه داریم.



$$F_q = \frac{A(t)}{(z-z_p)^2} \longrightarrow$$ $A(t)$ را کنترل می‌کنیم.

$$m\ddot{z} = \frac{A(t)}{(z-z_p)^2} - mg \Rightarrow A(t) = m(z-z_p)^2\left[\ddot{z}(t) + g\right]$$

$$e(t) = h - z(t) \Rightarrow \ddot{z} = Pe(t) + I\int e(t)\,dt + D\frac{de(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow A(t) = m(z-z_p)^2\left[Pe(t) + I\int e(t)\,dt + D\frac{de(t)}{dt} + g\right]$$

$A(t)$ را اینگونه کنترل خواهیم کرد!