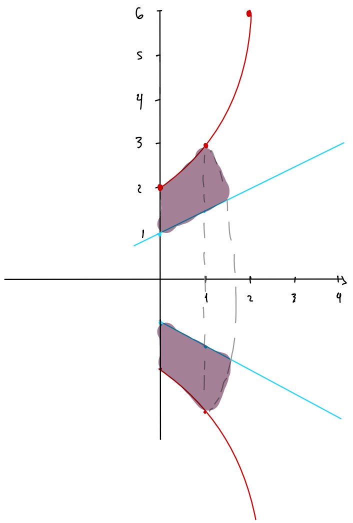
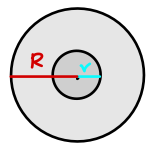
03 - Método de Arandelas.

1. Hallar el V del Sólido generado por la región acotada entre las Curvas.

$y = x^2 + 2$, $y = \frac{1}{2}x + 1$ entre $[0, 1]$ y giran entorno al eje x.





$R = x^2 + 2$

$r = \frac{1}{2}x + 1$

$V = \pi r^2 h$

$V = \pi R^2 h - \pi r^2 h$

$V = \pi (R^2 - r^2) h$

$V \to 0$, $h \to 0$
dv $\quad$ dx

$$\Rightarrow \int dv = \int_0^1 \pi \left[R^2 - r^2 \right] dx$$

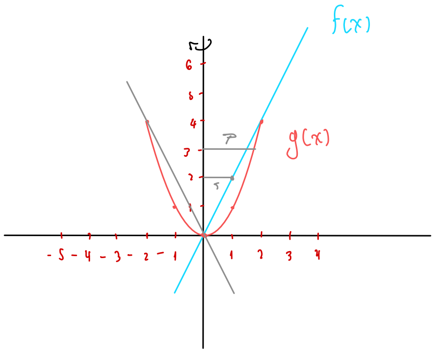
$$V = \int_0^1 \pi \left[(x^2+2)^2 - \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 \right] dx$$

$$V = \int_0^1 \pi \left[x^4 + 4x^2 + 4 - \frac{1}{4}x^2 + x + 1 \right] dx$$

$$V = \pi \left[\frac{x^5}{5} + \frac{4}{3}x^3 + 4x - \frac{1}{12}x^3 + \frac{x^2}{2} + x \right] \Big|_0^1 = \frac{139\pi}{20} \text{ und}^3$$

2. Hallar el V del Sólido generado por la región acotada entre las Curvas.

$f(x) = 2x$, $g(x) = x^2$ y giran entorno al eje y.



Despejar en términos de x.

$y = 2x$, $y = x^2$

$y/_2 = x$, $\sqrt{y} = x$

$$\int dv = \int_a^b \pi \left(R^2 - r^2 \right) dy$$

$$V = \int_0^4 \pi \left((\sqrt{y})^2 - (y/_2)^2 \right) dy$$

$$= \int_0^4 \pi \left[y - \frac{y^2}{4} \right] dy$$

$$= \pi \left[y^2/_2 - y^3/_{12} \right] \Big|_0^4 = \frac{8}{3} \pi \text{ und}^3$$

Tarea: Hallar el V del Sólido acotado por las Curvas

$x = y^2 + 1$, $x = 3$ y gira en torno a la recta $x = 3$

Respuesta: $V = \dfrac{64\pi\sqrt{2}}{15}$