

Continuidad.

Ej: Determine si cada una de las siguientes funciones es Continua en un número.

a) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ es Continua en 1?

Obs.

i) $f(a)$ está definido

ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe

iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

$$f(1) = \frac{1^3 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

• $f(1)$ no está definido, y la función no es Continua en 1.

Ej:

b) $g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$

i) $g(1) = 2$ Si está definido.

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x-1} = \dots$

Obs.

i) $f(a)$ está definido ✓

ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe ✓

iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

$$\dots = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + x + 1 = 1^2 + 1 + 1 = 3$$

iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = g(1) \quad ?$

$3 = 2$ No! entonces la función es discontinua en 1.

Ej:

c) $h(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$

i) $g(1) = 3$ Si está definido.

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x-1} = \dots$

Obs.

i) $f(a)$ está definido ✓

ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe ✓

iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ ✓

$$\dots = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + x + 1 = 1^2 + 1 + 1 = 3$$

iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = g(1) \quad ?$

$3 = 3$ la función es Continua en 1.