

# **„Bildverarbeitung“**

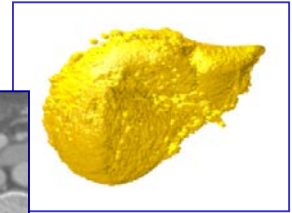
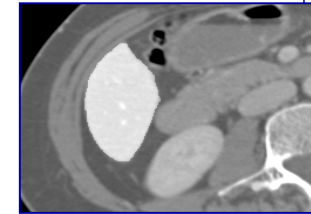
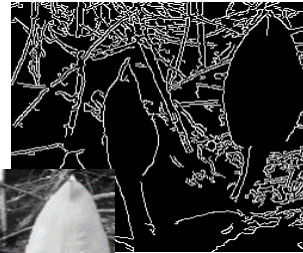
**Hochschule Niederrhein**

Regina Pohle-Fröhlich

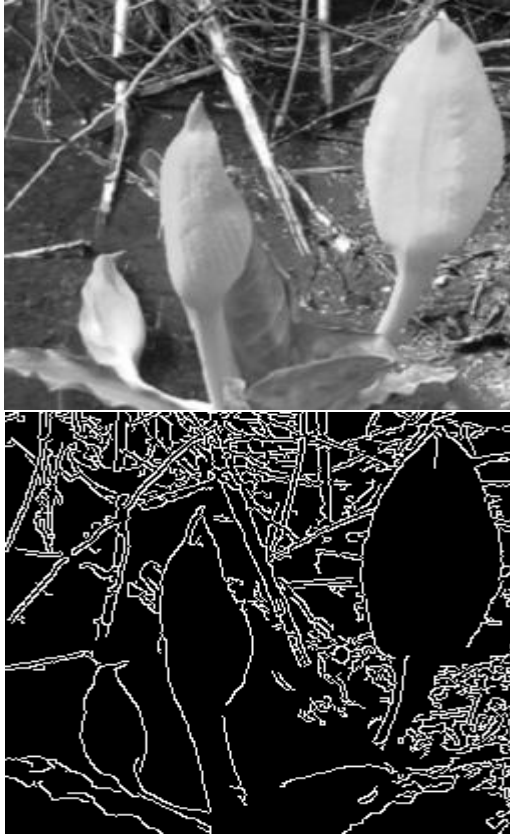
Kantenfilterung im Ortsbereich

# Roter Faden durch die Vorlesung

- Bildaufnahme
- Histogramme
- Grauwertmodifikation
- Glättungsfilter
- **Kantenfilter**
- Nichtlineare Filter
- Segmentierung
- Morphologische Operationen
- Fourier Transformation
- Anwendung der FFT
- Probeklausur



# 5 Kanten



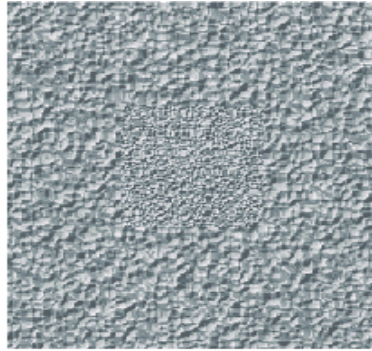
Kanten sind wichtige Merkmale für die Objekterkennung:

- Kanten grenzen Segmente ab
- Bei Kantenpixeln ändert sich die Grauwertintensität abrupt

Aufgaben der Bildverarbeitung:

- Detektion von Kantenpunktkandidaten
- Finden von offenen oder geschlossenen Kantenzügen

# 5 Kanten



Diskontinuitäten zwischen Regionen.

## Problem:

Die Region selbst und damit ihr **Homogenitätskriterium** muss bekannt sein, um Diskontinuität definieren zu können.

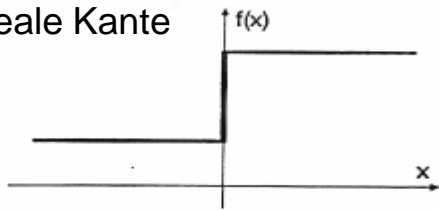
Homogenität kann z.B. bezüglich Grauwert oder Textur existieren

# 5 Kanten

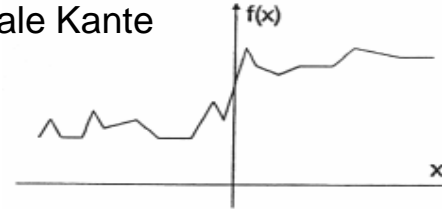
Kanten spielen eine dominante Rolle im menschlichen Sehen:

- Bildinhalt ist bereits erkennbar, wenn nur wenige Konturen sichtbar sind (z.B. Karikaturen).
- Subjektiver Schärfeeindruck eines Bildes steht in direktem Zusammenhang mit seiner Kantenstruktur.
- Grauwertkante = Ort, an dem sich die Intensität auf kleinem Raum stark ändert.

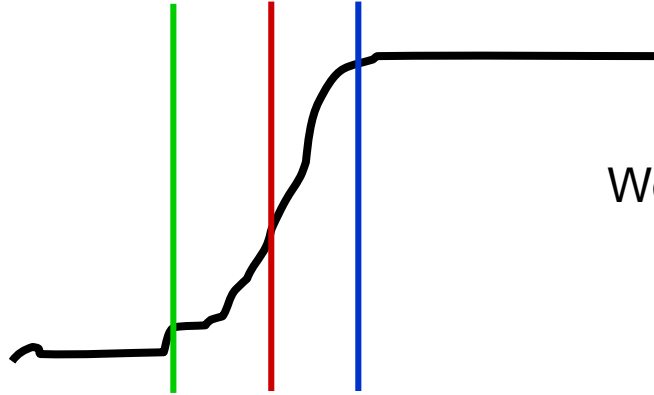
Ideale Kante



Reale Kante



# 5 Kanten



Wo liegt die Kante?

**Wendepunkt:** Punkt auf einem Funktionsgraphen, an dem sich das Krümmungsverhalten ändert (Graph wechselt hier entweder von einer Rechts- in eine Linkskurve oder umgekehrt).

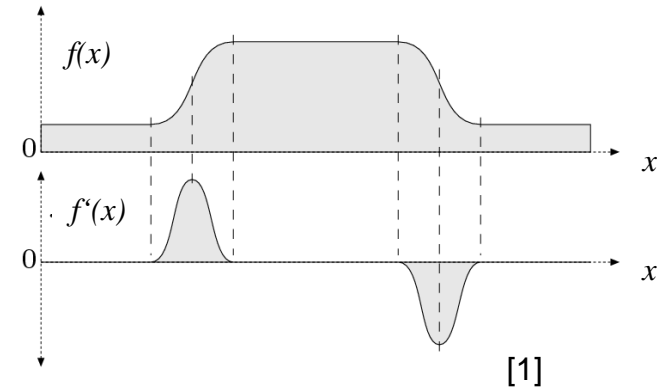
**Berechnung:** notwendige Bedingung:  $f''(x, y) = 0$   
hinreichende Bedingung:  $f^{(n)}(x, y) > 0$  (bei steigender Kurve)  
 $f^{(n)}(x, y) < 0$  (bei fallender Kurve)

n – erste nicht verschwindende Ableitung ungerader Ordnung

# 5 Kanten

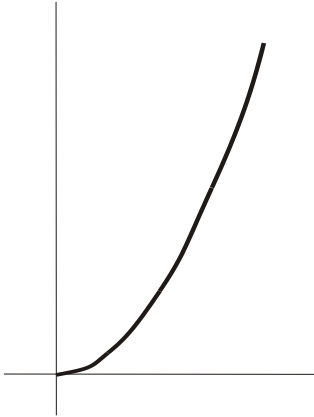
- Intensitätsänderung bezogen auf die Bilddistanz wird durch die Ableitung der Bildintensität gemessen
- In einer Dimension (z.B. entlang einer Bildzeile):

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$$



# 5.1 Berechnung der 1. Ableitung

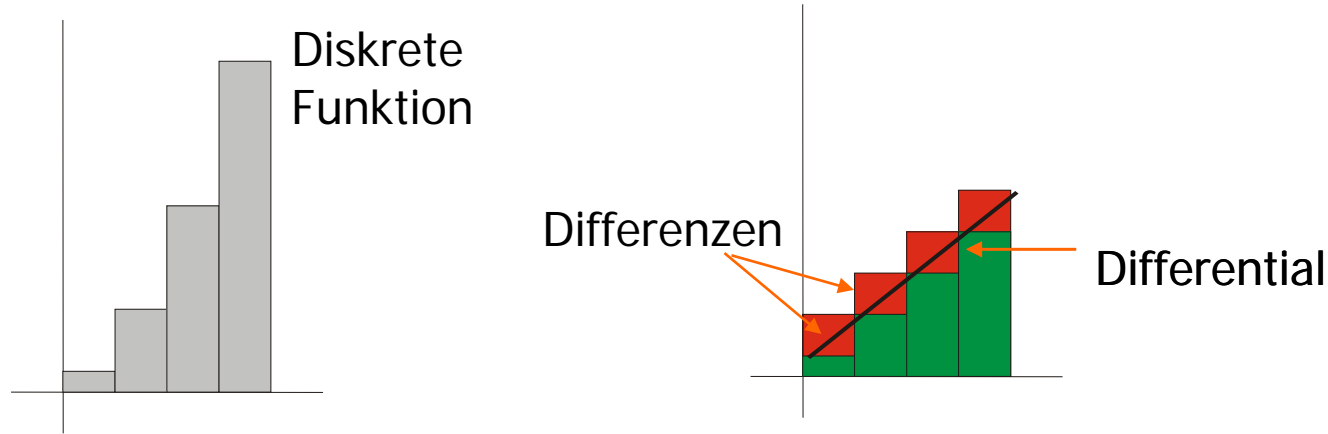
Kontinuierliche Funktion:



$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad \text{mit } \Delta x = x - x_0$$



# 5.1 Berechnung der 1. Ableitung

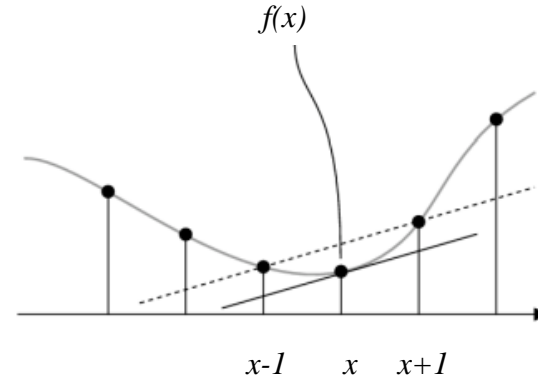
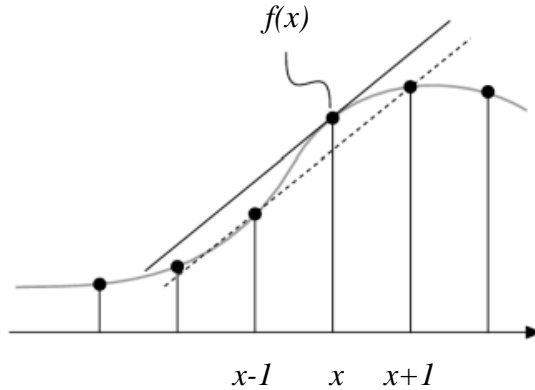


Aus Differentials werden **Differenzen**:

$$\partial f(x)/\partial x := [f(x+1)-f(x)] / [(x+1)-x]$$

Die Ableitung kann nur **angenähert** werden.

# 5.1 Berechnung der 1. Ableitung



[1]

symmetrischer Gradient:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx \frac{1}{2}(f(x+1) - f(x-1))$$

Rückwärtsgradient:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx f(x) - f(x-1)$$

Vorwärtsgradient:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx f(x+1) - f(x)$$

# 5.1 Berechnung der 1. Ableitung

Partielle Ableitung: Ableitung einer mehrdimensionalen Funktion (hier das Bild  $B(x, y)$ ) entlang einer der Koordinatenrichtungen

$$\frac{\partial B}{\partial x}(x, y) = \partial_x B(x, y) \text{ und } \frac{\partial B}{\partial y}(x, y) = \partial_y B(x, y)$$

Gradient: Vektor der partiellen Ableitungen  $\nabla B(x, y) = \begin{bmatrix} \partial_x B(x, y) \\ \partial_y B(x, y) \end{bmatrix}$

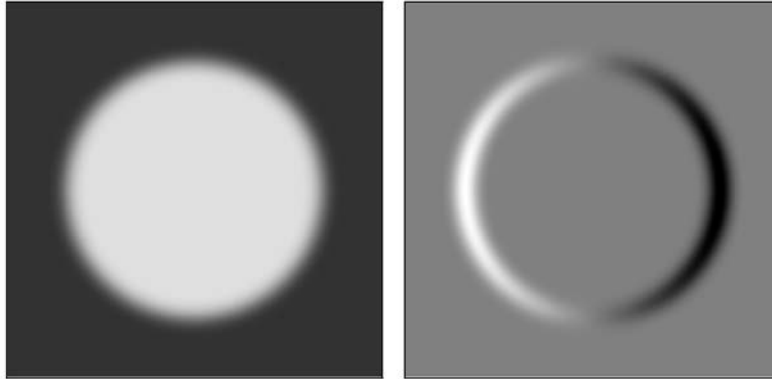
Betrag des Gradienten (Stärke der stärksten Steigung bzw. stärksten Gefälles): unabhängig von der Orientierung der Bildstruktur

$$|\nabla B(x, y)| = \sqrt{(\partial_x B(x, y))^2 + (\partial_y B(x, y))^2}$$

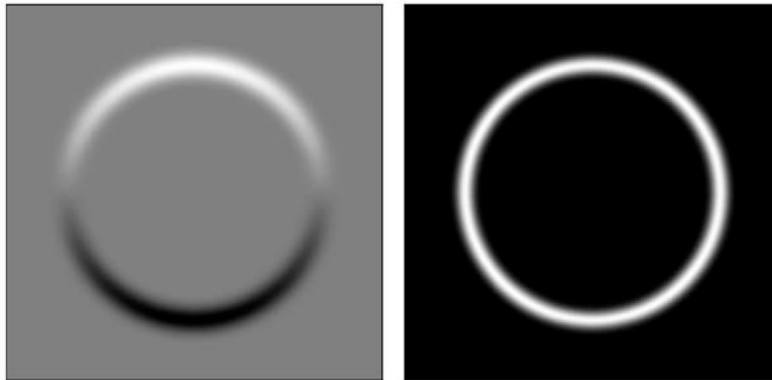
Richtung des Gradienten (senkrecht zur Kante) = Richtung der stärksten Steigung / des stärksten Gefälles

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \frac{\partial_y B(x, y)}{\partial_x B(x, y)}$$

## 5.2 Kantenfilter (1. Ableitung)



$$g_x = 0.5 \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$g_y = 0.5 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

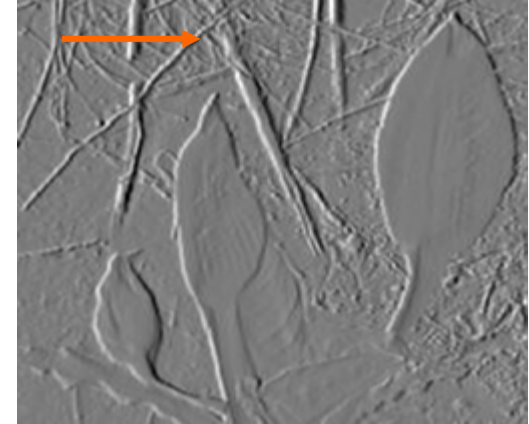
[1]

## 5.2 Kantenfilter (1. Ableitung)

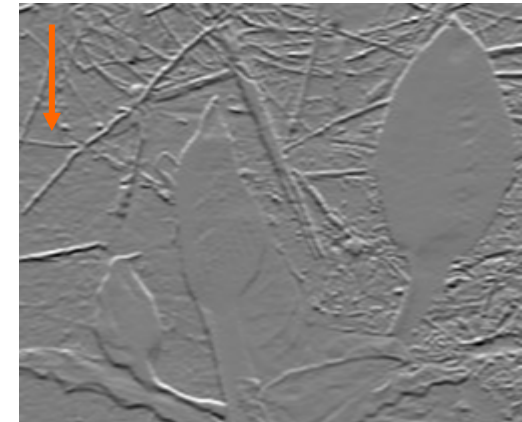
Differenzbildung in x-Richtung



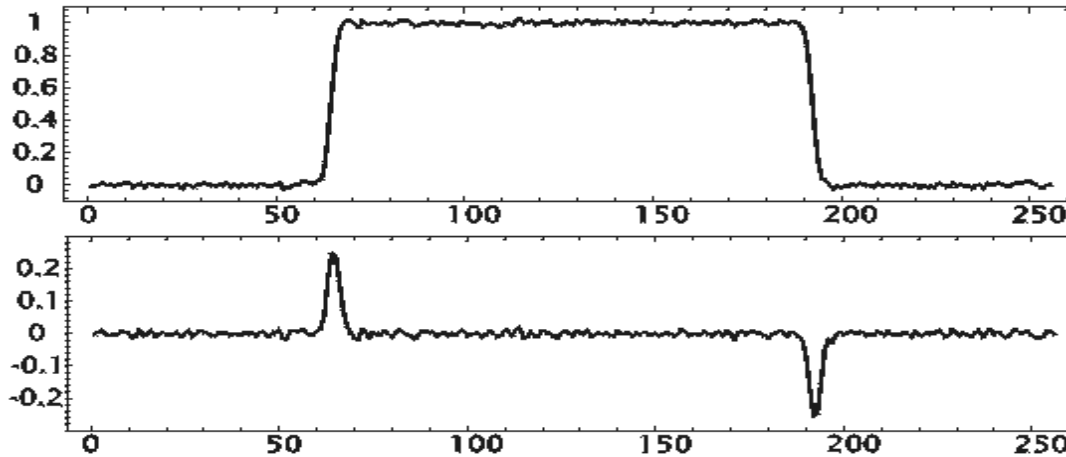
Pseudo-3D  
Eindruck:



Differenzbildung in y-Richtung



## 5.2 Kantenfilter (1. Ableitung)



Kanten und Rauschen haben ähnliche Charakteristika im Frequenzraum

→ Kantendetektor verstärkt Rauschen

## 5.2 Kantenfilter (1. Ableitung)

**Prewitt-Operator:** zur Rauschunterdrückung wird über jeweils 3 Zeilen bzw. Spalten gemittelt

$$H_x^P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad H_y^P = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Der Prewitt-Operator ist separabel:

$$H_x^P = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_y^P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

## 5.2 Kantenfilter (1. Ableitung)

**Sobel-Operator:** zur Rauschunterdrückung wird über jeweils 3 Zeilen bzw. Spalten Binomialfilter verwendet

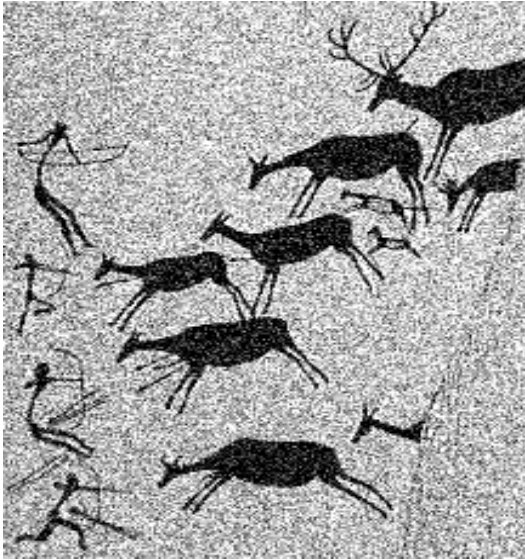
$$H_x^S = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad H_y^S = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Der Sobel-Operator ist ebenfalls separabel:

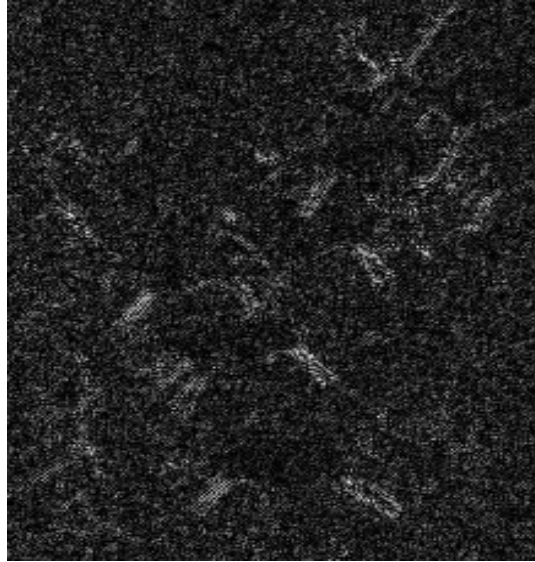
$$H_x^S = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_y^S = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



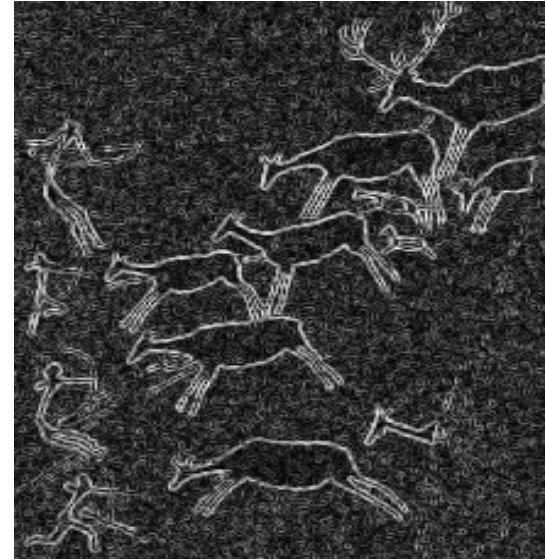
## 5.2 Kantenfilter (1. Ableitung)



Original



Gradientenbetrag  
einfache Differenz-  
bildung



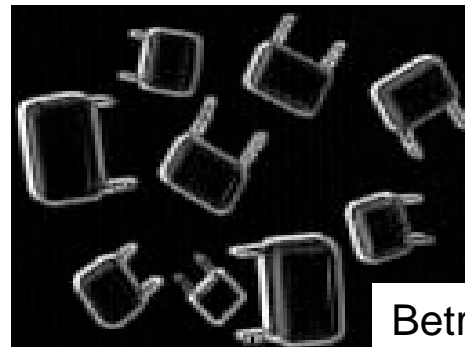
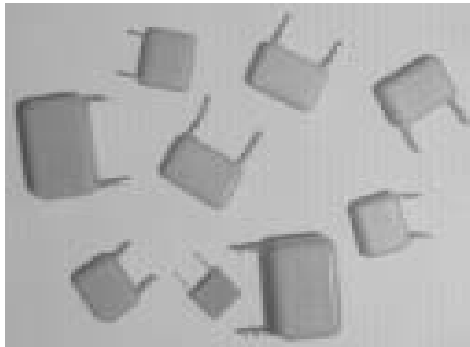
Gradientenbetrag  
Sobel-Filterung

## 5.2 Kantenfilter (1. Ableitung)

Kompass-Operator: bessere Richtungsselektivität

$$H_0^K = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_1^K = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad H_2^K = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad H_3^K = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_4^K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad H_5^K = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad H_6^K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad H_7^K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



Betragsmaximum

## 5.2 Kantenfilter (1. Ableitung)



Original

Vergleich von Kantenfiltern anhand folgender Kriterien:

- Menge von "irrelevanten" Kantenelementen
- Zusammenhang der dominanten Kanten
- Klare Lokalisierbarkeit der Kanten



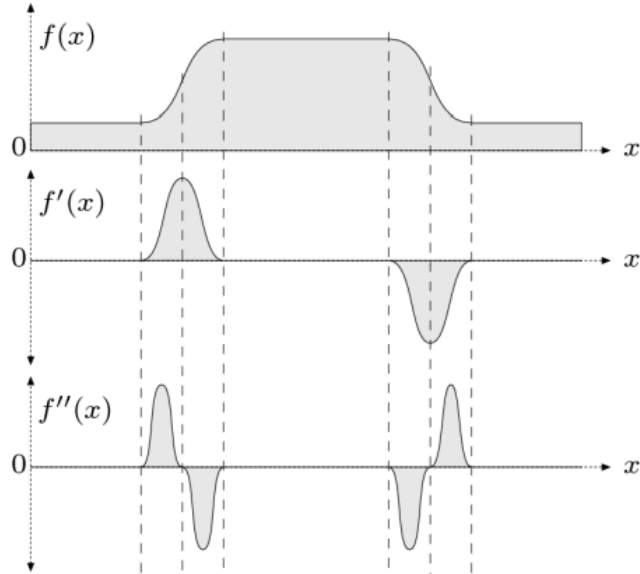
Prewitt



Sobel

[1]

## 5.3 Kantenfilter (2. Ableitung)



[2]

Mit erster Ableitung ist bei Kanten mit einem langsamen Helligkeitswechsel die genaue Lage nur schwer lokalisierbar.

Vorzeichenwechsel ist leichter zu erkennen, als ein Minimum oder Maximum.

- ➔ Gradient (Länge) als Kennzeichen für die Wichtigkeit einer Kante
- ➔ zweite Ableitung für den Ort der Kante (Nulldurchgang)

## 5.3 Kantenfilter (2. Ableitung)

### Laplace-Operator:

- Summe der partiellen zweiten Ableitungen:  $\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$
- Approximation durch Kombination einer doppelten Differenzbildung in  $x$ - und  $y$ -Richtung,
  - z.B. Faltung eines Differenzoperators  $[-1 \ 1]$  mit sich selbst:  $[1 \ -2 \ 1]$

$$H_4^L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

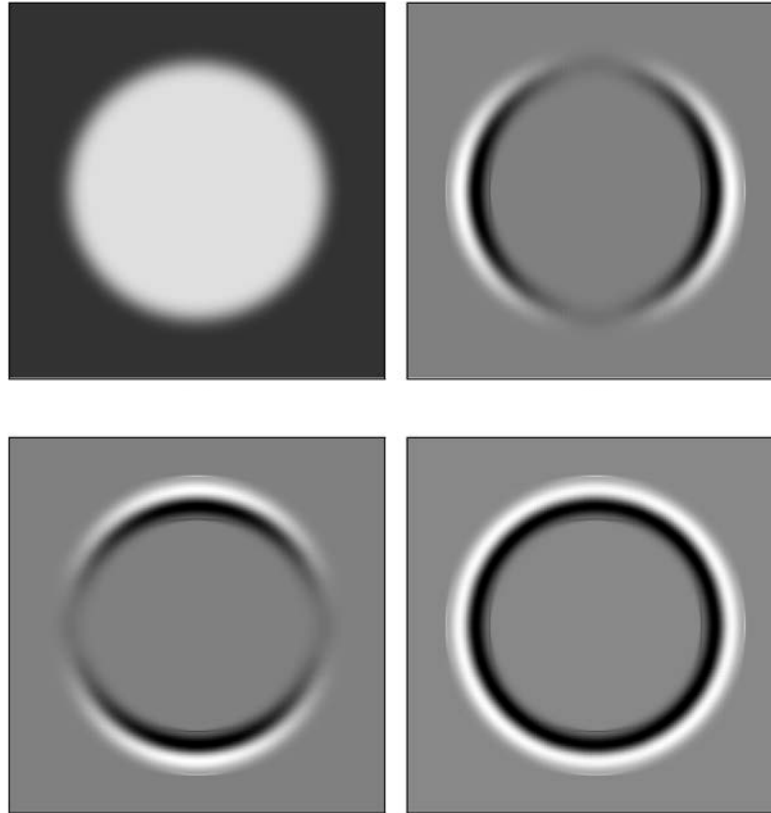
- Summe **aller** partiellen Ableitungen:

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x} \quad H_8^L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

## 5.3 Kantenfilter (2. Ableitung)

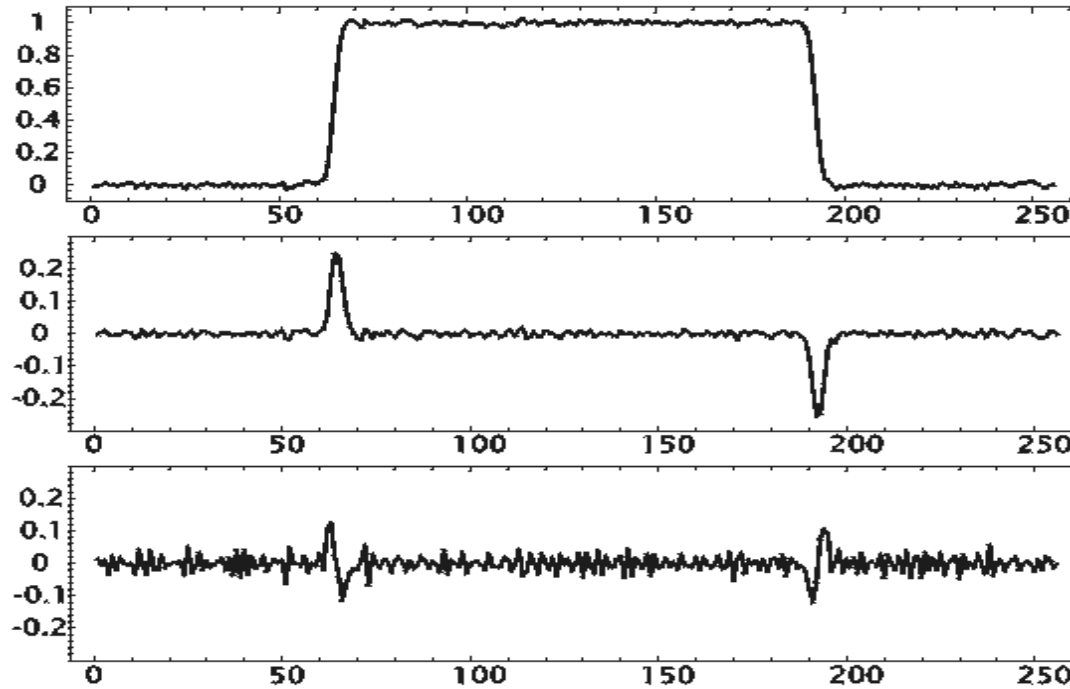
### Laplace-Operator

Nulldurchgang markiert  
genaue Kantenposition



[1]

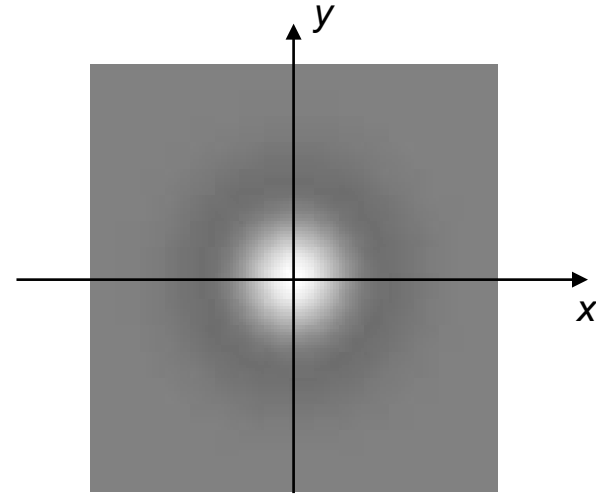
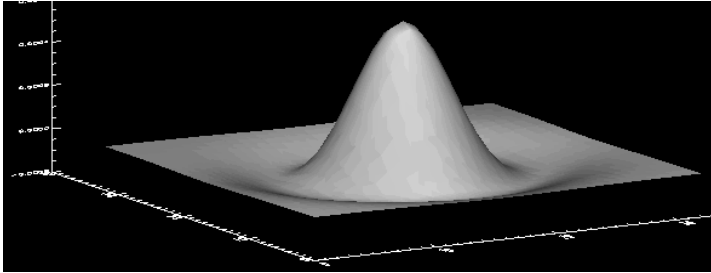
## 5.3 Kantenfilter (2. Ableitung)



Verstärkung des Rauschens  
bei 2. Ableitung

## 5.3 Kantenfilter (2. Ableitung)

LoG-Filter (Laplacian-of-Gaussian, Mexican hat): Kombination von Faltung mit Laplace-Operator und Glättung mit einer Gaußfunktion



$$H^{LoG}(x, y) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left( 1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right) \exp\left( -\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right)$$

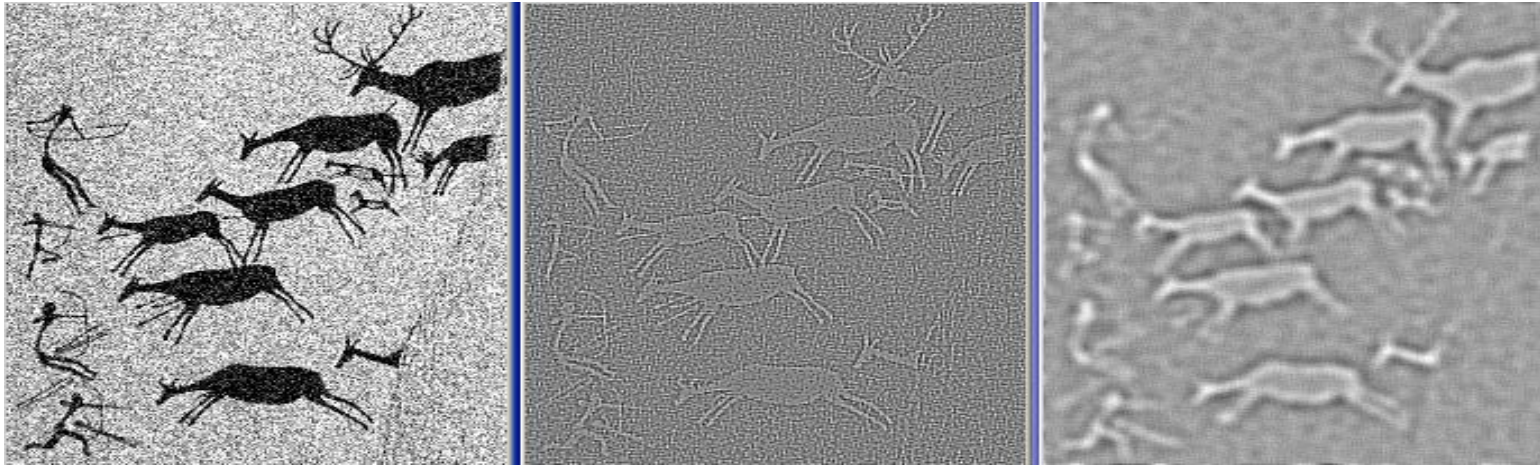


## 5.3 Kantenfilter (2. Ableitung)

Original

Laplace 4

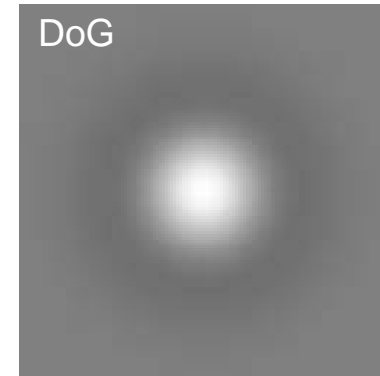
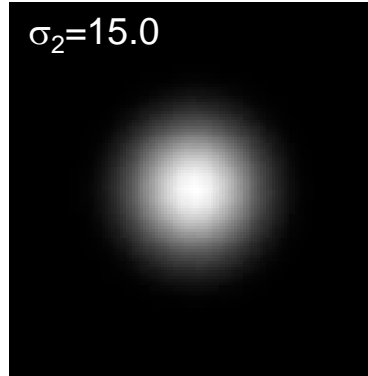
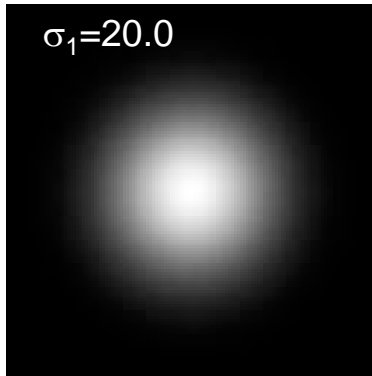
LoG



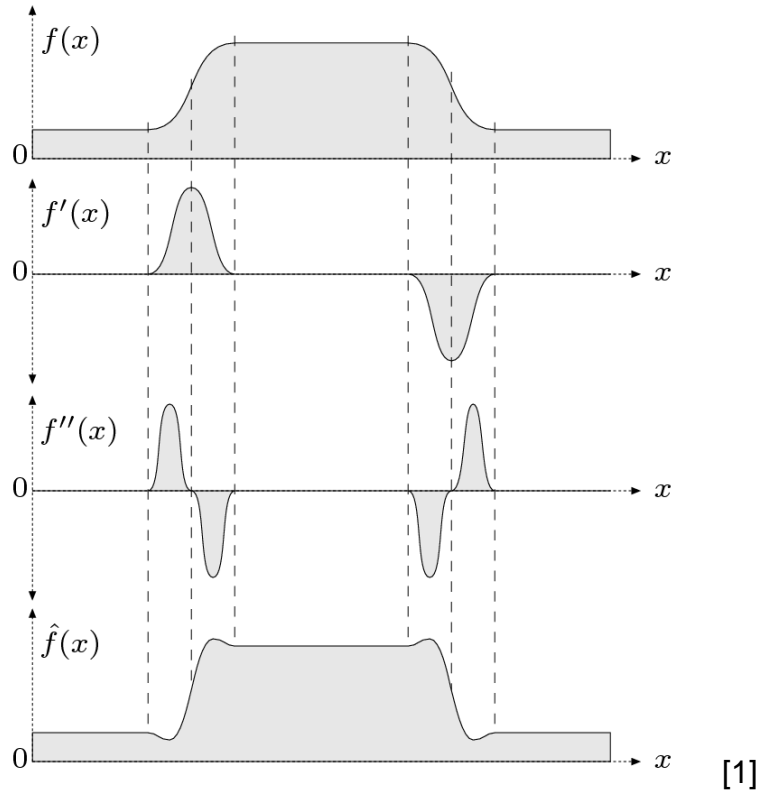
## 5.3 Kantenfilter (2. Ableitung)

DoG-Filter (Difference-of- Gaussians):

- Erzeugung der Filtermaske durch Subtraktion zweier Gaußfilter mit unterschiedlicher Varianz  $\sigma^2$
- Vergleichbares Ergebnis wie LoG-Filter



## 5.4 Kantenschärfung mit Laplace-Filter



### Grundidee:

Überhöhung der Kanten durch Subtraktion der 2. Ableitung lässt das Bild schärfer erscheinen.

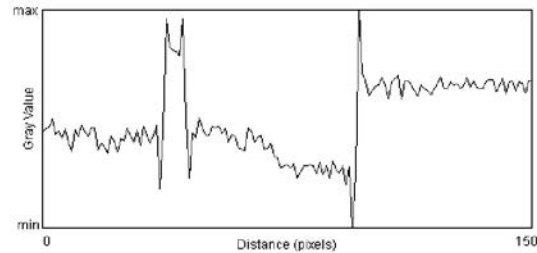
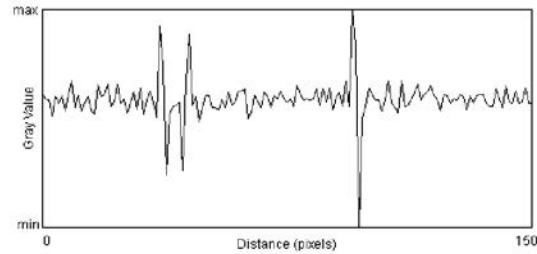
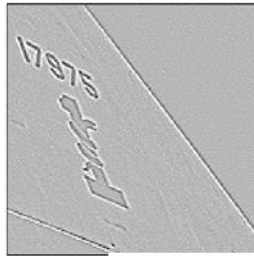
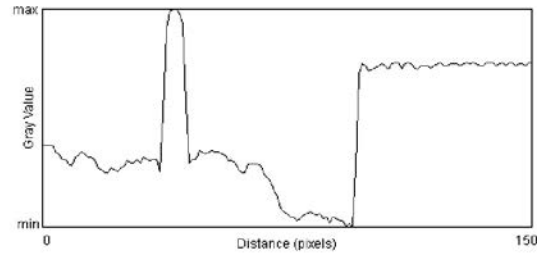
### Vorgehensweise:

$$B' = B - wH^L * B$$

$w$  bestimmt die Stärke der Schärfung

Achtung: Schärfung verstärkt auch das Bildrauschen - evtl. vorher Glätten

## 5.4 Kantenschärfung mit Laplace-Filter



[1]

## 5.5 Zusammenfassung

- Kanten hervorhebung kann im Ortsraum erfolgen
- Rauschen und Kanten sind beides hohe Frequenzen
- Erste (partielle) Ableitung: Roberts-, Prewitt- und Sobel-Operator
- Zweite (partielle) Ableitung: Laplace-Operator, LoG-Filter, DoG-Filter

# Bildquellen

- [1] W. Burger, M.J. Burge: Digitale Bildverarbeitung, Springer Verlag, 2005