



EDDI

Electronic Design
Development Institute

에디로봇아카데미

임베디드 마스터 Lv2 과정

제 1기

2022. 06. 11

손표훈

CONTENTS

- OP-AMP의 등가회로 해석
 - Negative feedback 특성
 - ✓ 비반전 증폭기의 입/출력 관계식
 - ✓ 반전 증폭기의 입/출력 관계식
- OP-AMP의 응용회로
 - 가산기
 - 감산기(차동증폭기)
 - 미분기
 - 적분기

OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

→ 우선 Negative Feedback 특성을 알아보기 위해 이상적인 op-amp의 특성을 알아보자

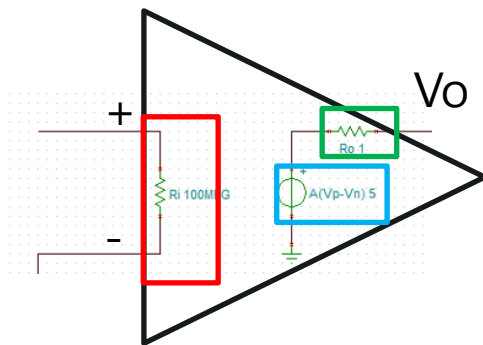
(1) 입력 임피던스는 무한대에 가깝다

(2) 출력 임피던스는 0에 수렴한다

(3) 오픈루프 전압이득은 무한대에 가깝다

→ Negative Feedback으로 인해 +입력과 -입력의 전위차는 0이 된다. 즉, $V_p = V_n$ 이 된다.

→ Negative Feedback을 사용하게 되면 OP-AMP는 “Linear region”으로 동작한다

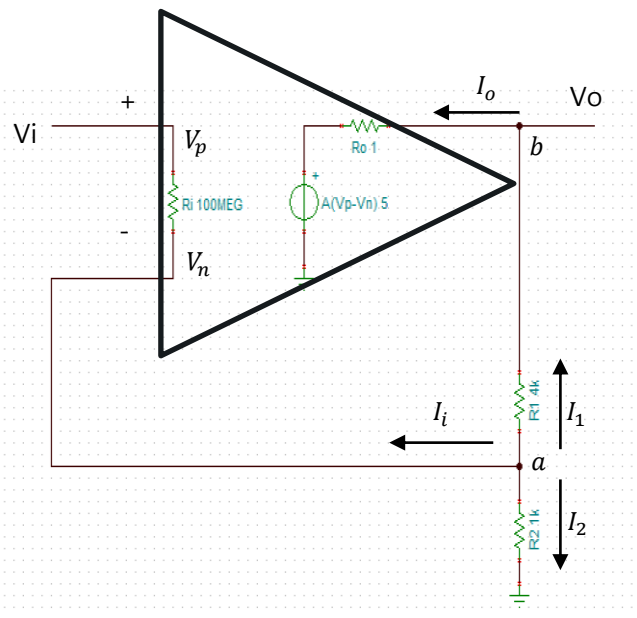


OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 비반전 증폭기의 입/출력 관계식

→ 아래와 같이 출력이 저항에 분배되어 반전입력에 feedback되고, 비반전 입력에 전압이 인가 되는 회로를 비반전 증폭기라 한다



→ 옆 회로로 부터 다음을 알 수 있다

(1) a점에서의 전압은 Vn과 같고, $V_n = V_p = V_i$ 가 된다.

(2) 출력 임피던스가 낮으므로 $I_o = I_1$ 이 된다.

이를 통해 다음이 성립된다

$$I_o = \frac{V_o - A(V_p - V_n)}{R_o} \quad I_1 = \frac{V_n - V_o}{R_1} \quad \longrightarrow \quad \frac{V_o - A(V_p - V_n)}{R_o} = \frac{V_n - V_o}{R_1}$$

(3) a점에서 KCL을 적용하면 다음과 같다 $I_i = -I_1 - I_2$

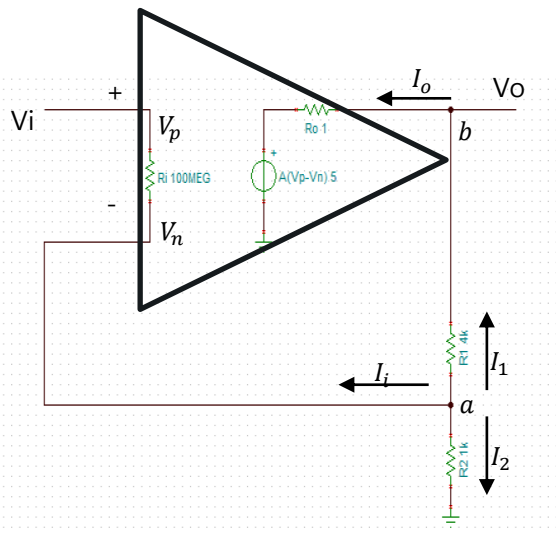
$$\frac{V_p - V_n}{R_i} = -\frac{V_n - V_o}{R_1} - \frac{V_n}{R_2} \quad \longrightarrow \quad \frac{V_p - V_n}{R_i} + \frac{V_n - V_o}{R_1} + \frac{V_n}{R_2} = 0$$

(4) (2)와 (3)의 식을 연립 방정식으로 풀면 Vo와 Vi의 관계식을 알 수 있다

OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 비반전 증폭기의 입/출력 관계식



→ 다음 식을 정리하면

$$\frac{V_o - A(V_p - V_n)}{R_o} = \frac{V_n - V_o}{R_1} \longrightarrow \frac{V_o}{R_o} - \frac{A(V_p - V_n)}{R_o} = \frac{V_n - V_o}{R_1} \longrightarrow \frac{A(V_p - V_n)}{R_o} = -\frac{V_n - V_o}{R_1} + \frac{V_o}{R_o}$$

→ Ro를 양변에 곱해주고 A로 나누면

$$A(V_p - V_n) = -\frac{R_o(V_n - V_o)}{R_1} + V_o \longrightarrow (V_p - V_n) = \frac{V_o}{A} - \frac{R_o(V_n - V_o)}{AR_1} = \frac{V_o R_1 - R_o(V_n - V_o)}{AR_1}$$

→ Vp에 대해 식을 정리하면 다음과 같다

$$V_p = \frac{V_o R_1 - R_o(V_n - V_o)}{AR_1} + V_n = \frac{V_o R_1 - R_o(V_n - V_o) + AR_1 V_n}{AR_1} = \frac{V_o R_1 - R_o V_n + R_o V_o + AR_1 V_n}{AR_1}$$

→ a점에서 KCL을 적용한 식을 Vp-Vn을 대입하여 정리하면 다음과 같다

$$\frac{V_p - V_n}{R_i} = -\frac{V_n - V_o}{R_1} - \frac{V_n}{R_2} \longrightarrow \frac{\frac{V_o R_1 - R_o(V_n - V_o)}{AR_1}}{R_i} = -\frac{V_n - V_o}{R_1} - \frac{V_n}{R_2} \longrightarrow \frac{V_o R_1 - R_o(V_n - V_o)}{AR_1 R_i} = -\frac{V_n - V_o}{R_1} - \frac{V_n}{R_2}$$

→ Vo에 대한 식으로 정리하면

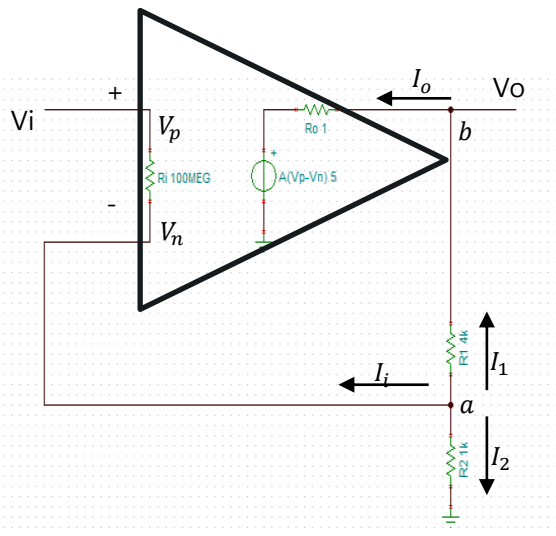
$$\frac{V_o R_1}{AR_1 R_i} - \frac{R_o V_n}{AR_1 R_i} + \frac{R_o V_o}{AR_1 R_i} + \frac{V_n}{R_1} - \frac{V_o}{R_1} + \frac{V_n}{R_2} = 0 \longrightarrow \frac{V_o R_1 R_2}{AR_1 R_i R_2} - \frac{V_n R_o R_2}{AR_1 R_i R_2} + \frac{V_o R_o R_2}{AR_1 R_i R_2} + \frac{V_n AR_i R_2}{AR_1 R_i R_2} - \frac{V_o AR_i R_2}{AR_1 R_i R_2} + \frac{V_n AR_i R_1}{AR_1 R_i R_2} = 0$$

$$\left(\frac{R_1 R_2}{AR_1 R_i R_2} + \frac{R_o R_2}{AR_1 R_i R_2} - \frac{AR_i R_2}{AR_1 R_i R_2} \right) V_o = \left(\frac{R_o R_2}{AR_1 R_i R_2} - \frac{AR_i R_2}{AR_1 R_i R_2} - \frac{AR_i R_1}{AR_1 R_i R_2} \right) V_n$$

OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 비반전 증폭기의 입/출력 관계식



→ 아래 식을 통해 negative feedback의 중요한 특성을 알 수 있다

$$(V_p - V_n) = \frac{V_o}{A} - \frac{R_o(V_n - V_o)}{AR_1} = \frac{V_o R_1 - R_o(V_n - V_o)}{AR_1}$$

→ 이상적인 opamp라 할 때 Ro는 0으로 가정하고 오픈루프 이득 A를 무한대로 했을 때 아래와 같은 결과를 알 수 있다

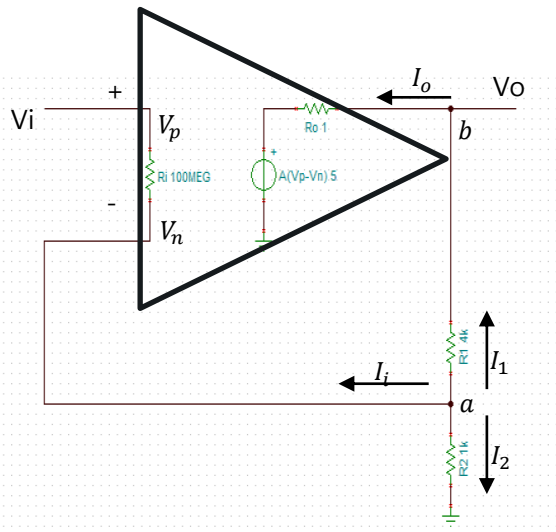
→ 즉 Vp와 Vn의 전위차가 없으며 Vp = Vn이라는 “가상접지”라는 개념을 확인 할 수 있다

→ opamp 응용회로 해석 시 “negative feedback”인 경우 Vp=Vn으로 해석 할 수 있다

OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 비반전 증폭기의 입/출력 관계식



→ Vo에 대한 식으로 정리하면

$$\left(\frac{R_1 R_2}{A R_1 R_i R_2} + \frac{R_o R_2}{A R_1 R_i R_2} - \frac{A R_i R_2}{A R_1 R_i R_2} \right) V_o = \left(\frac{R_o R_2}{A R_1 R_i R_2} - \frac{A R_i R_2}{A R_1 R_i R_2} - \frac{A R_i R_1}{A R_1 R_i R_2} \right) V_n$$

$$(R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2) V_o = (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) V_n$$

$$V_o = \frac{(R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) V_n}{R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2}$$

→ 최종적으로 얻은 식에 대해 정리하면 다음과 같다

$$V_o = \frac{(R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) V_n}{R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2} \quad V_n = \frac{(R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2) V_o}{R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1}$$

$$V_p = \frac{V_o R_1 - R_o V_n + R_o V_o + A R_1 V_n}{A R_1} \longrightarrow V_p = \frac{V_o R_1}{A R_1} - \frac{R_o V_n}{A R_1} + \frac{R_o V_o}{A R_1} + \frac{A R_1 V_n}{A R_1}$$

→ Vn에 위 에서 정리된 식을 대입하면

$$V_p = \frac{V_o R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)}{A R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} - \frac{R_o (R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2) V_o}{A R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} + \frac{R_o V_o (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)}{A R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} + \frac{A R_1 (R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2) V_o}{A R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)}$$

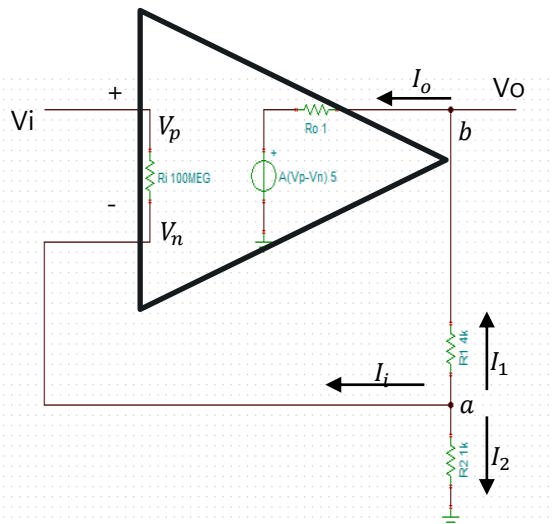
$$V_p = V_o \left(\frac{R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) - R_o (R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2) + R_o (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) + A R_1 (R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2)}{A R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} \right)$$

$$V_p = V_o \left(\frac{R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) - R_o (R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2) + R_o (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) + A R_1 (R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2)}{A R_1 (R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} \right)$$

OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 비반전 증폭기의 입/출력 관계식



→ 다음 식을 정리하면 이득 G를 얻을 수 있다

$$V_p = V_o \left(\frac{R_1(R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) - R_o(R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2) + R_o(R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1) + A R_1(R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2)}{A R_1(R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} \right)$$

$$V_p = V_o \left(\frac{-A R_i R_1 R_2 - A R_i R_1^2 - R_o A R_i R_1 + A R_1^2 R_2 + A R_o R_1 R_2 - A^2 R_1 R_i R_2}{A R_1(R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} \right)$$

$$V_p = V_o \left(\frac{-R_i R_2 - R_i R_1 - R_o R_i + R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2}{(R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} \right)$$

$$V_p = V_o \left(\frac{-R_i R_2 - R_i R_1 - R_o R_i + R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2}{(R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1)} \right)$$

$$G = \frac{V_o}{V_p} = \frac{R_o R_2 - A R_i R_2 - A R_i R_1}{-R_i R_2 - R_i R_1 - R_o R_i + R_1 R_2 + R_o R_2 - A R_i R_2}$$

$$G = \frac{V_o}{V_p} = \frac{R_o R_2 - A R_i (R_2 + R_1)}{R_2(R_1 + R_o) - R_i (A R_2 + R_2 + R_1 + R_o)}$$

→ 출력저항은 0이라 하면 다음과 같이 근사 된 식을 얻을 수 있다

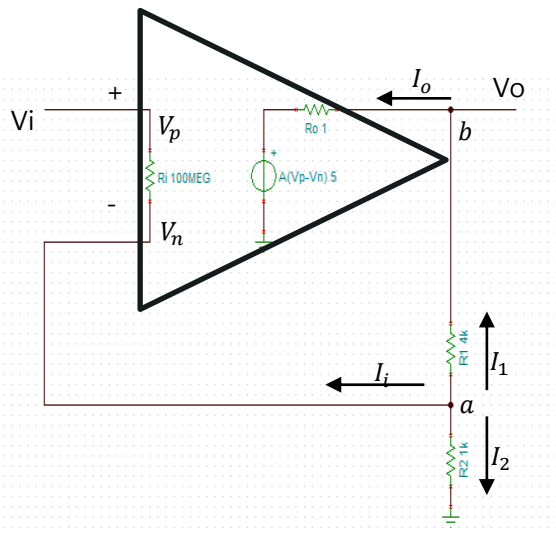
$$G = \frac{V_o}{V_p} = \frac{-A R_i (R_2 + R_1)}{R_1 R_2 - R_i (A R_2 + R_2 + R_1)}$$

→ 입력 저항과 오픈루프 이득은 모두 무한대에 가까워지므로 x로 두고 wolfram alpha로 계산하면

OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 비반전 증폭기의 입/출력 관계식



→ 출력저항은 0이라 하면 다음과 같이 근사 된 식을 얻을 수 있다

$$G = \frac{V_o}{V_p} = \frac{-AR_i(R_2 + R_1)}{R_1R_2 - R_i(AR_2 + R_2 + R_1)}$$

→ 입력 저항과 오픈루프 이득은 모두 무한대에 가까워지므로 x로 두고 wolfram alpha로 계산하면 다음과 같이 비반전 증폭기의 이득 값을 알 수 있다

Wolfram Alpha interface showing the limit calculation:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2(r1+r2)}{r2r1 - x(xr2+r2+r1)}$$

POPULAR

Limit

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{x^2(r1+r2)}{r2r1 - x(xr2+r2+r1)} = \frac{r1+r2}{r2}$$

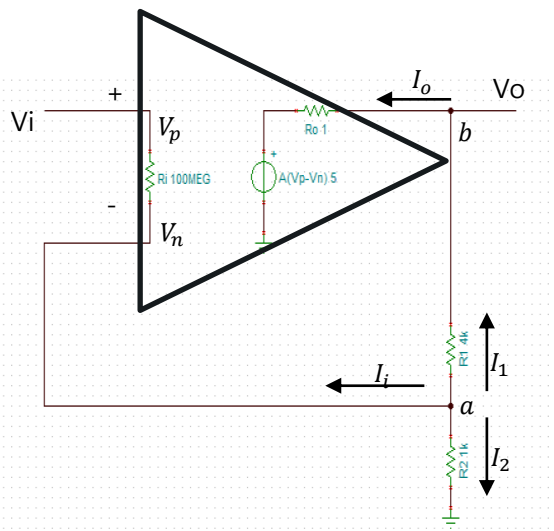
Step-by-step solution

→ 전류의 방향은 ii가 반대여도 동일한 결과가 나옴

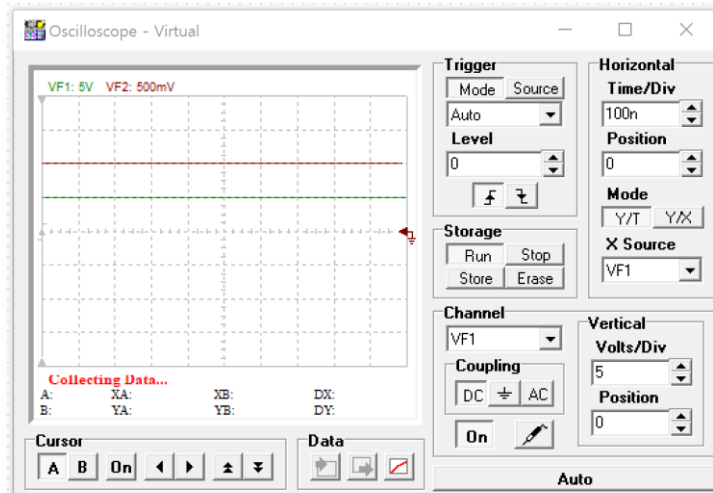
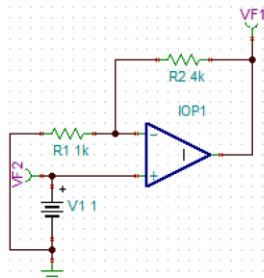
OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 비반전 증폭기의 입/출력 관계식



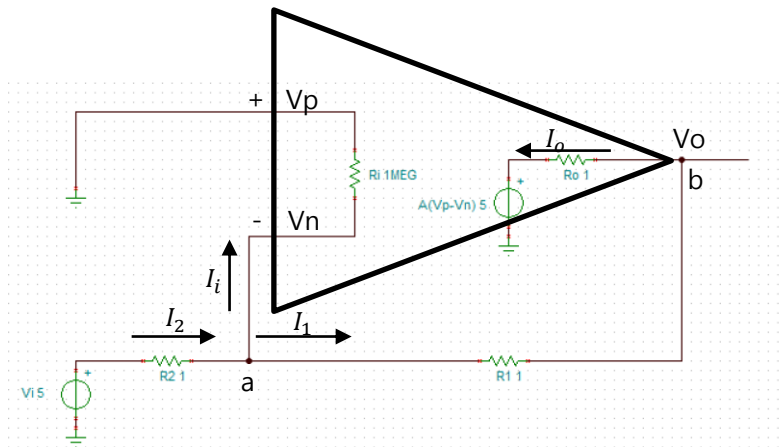
- 시뮬레이션 결과는 아래와 같다
- 입력 : 1V, 증폭비 : 5일 때 출력 : 5V임을 볼 수 있다



OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 반전 증폭기의 입/출력 관계식



→ 옆 회로로 식을 정리해 보면 다음과 같다

$$I_o = \frac{V_o - A(V_p - V_n)}{R_o}, \quad I_1 = \frac{V_n - V_o}{R_1}$$

→ $I_o = I_1$ 이고 $V_p = 0$ 이므로

$$\frac{V_o - A(V_p - V_n)}{R_o} = \frac{V_n - V_o}{R_1} \rightarrow (V_p - V_n) = \frac{V_o}{A} - \frac{R_o(V_n - V_o)}{R_1} = \frac{V_o R_1 - A R_o(V_n - V_o)}{A R_1}$$

$$V_n = -\frac{V_o}{A} + \frac{R_o(V_n - V_o)}{R_1} = \frac{-V_o R_1 + A R_o(V_n - V_o)}{A R_1} \rightarrow A R_1 V_n = -V_o R_1 + A R_o(V_n - V_o)$$

$$(A R_1 + A R_o) V_n = -(R_1 + A R_o) V_o \rightarrow V_n = \frac{-(R_1 + A R_o) V_o}{A R_1 + A R_o}$$

→ KCL에 의해 $I_2 = I_i + I_1$

$$I_2 = \frac{V_i - V_n}{R_2}, I_i = \frac{V_n - V_p}{R_i} (V_p = 0) = \frac{V_n}{R_i}, I_1 = \frac{V_n - V_o}{R_1}$$

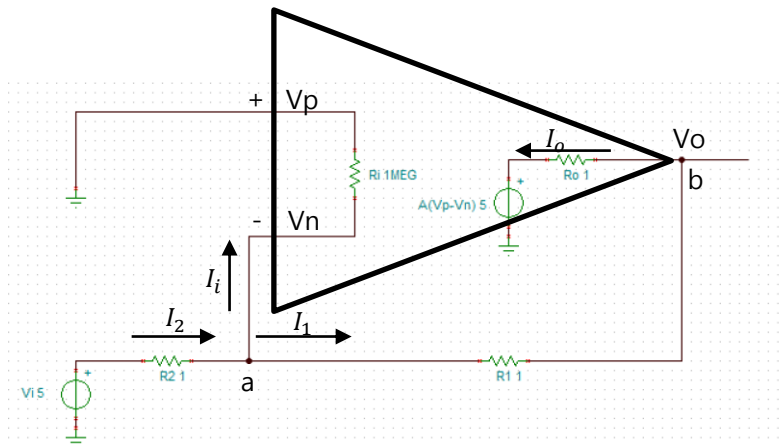
$$\frac{V_i - V_n}{R_2} = \frac{V_n}{R_i} + \frac{V_n - V_o}{R_1} \rightarrow R_i R_1 V_i - R_i R_1 V_n = R_1 R_2 V_n + R_i R_2 V_n - R_i R_2 V_o$$

$$R_i R_1 V_i + R_i R_2 V_o = (R_1 R_2 + R_i R_2 + R_i R_1) V_n$$

OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 반전 증폭기의 입/출력 관계식



$$V_n = \frac{-(R_1 + AR_o)V_o}{AR_1 + AR_o}$$

$$R_i R_1 V_i + R_i R_2 V_o = (R_1 R_2 + R_i R_2 + R_i R_1) V_n$$

$$-R_i R_1 V_i = \left\{ (R_1 R_2 + R_i R_2 + R_i R_1) \frac{(R_1 + AR_o)}{AR_1 + AR_o} + R_i R_2 \right\} V_o$$

$$-R_i R_1 V_i = \left\{ (R_1 R_2 + R_i R_2 + R_i R_1) \frac{(R_1 + AR_o)}{AR_1 + AR_o} + R_i R_2 \right\} V_o$$

→ Ro는 0으로 수렴하므로 식을 다시 정리하면

$$-R_i R_1 V_i = \left\{ (R_1 R_2 + R_i R_2 + R_i R_1) \frac{1}{A} + R_i R_2 \right\} V_o$$

$$-R_i R_1 V_i = \frac{(R_1 R_2 + R_i R_2 + R_i R_1 + AR_i R_2)}{A} V_o$$

$$\frac{V_o}{V_i} = - \frac{AR_i R_1}{(R_1 R_2 + R_i R_2 + R_i R_1 + AR_i R_2)}$$

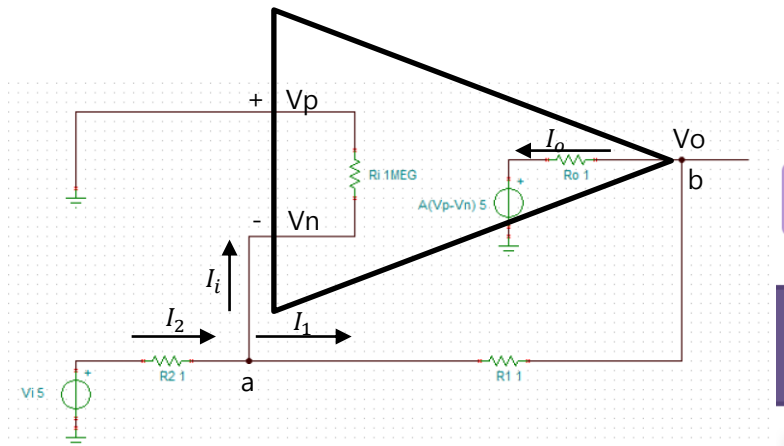
OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 반전 증폭기의 입/출력 관계식

→ 최종 식에서 R_i 와 A 가 모두 무한한 값이라 한다면 다음과 같이 정리된다

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{AR_iR_1}{(R_1R_2 + R_iR_2 + R_iR_1 + AR_iR_2)}$$



↓

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 \cdot r1}{r1 \cdot r2 + x \cdot r2 + x \cdot r1 + x^2 \cdot r2}$$

NATURAL LANGUAGE MATH INPUT

POPULAR

$\frac{\square}{\square}$
 \square^\square
 $\sqrt{\square}$
 $\sqrt[3]{\square}$
 $\sqrt[n]{\square}$
 $\frac{d}{d\square}$
 $\frac{d^2}{d^2\square}$
 $\int \square$
 $\int \square$
 $\sum \square$
 $\lim_{\square \rightarrow \square} \square$
 $[\square, \square, \square]$
 $\begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$

Limit ☒ Step-by-step solution

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{x^2 r1}{r1 r2 + x r2 + x r1 + x^2 r2} = -\frac{r1}{r2}$$

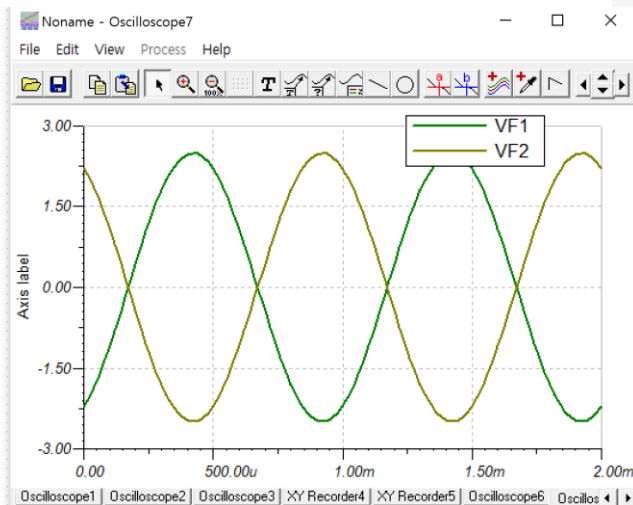
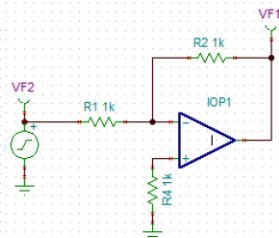
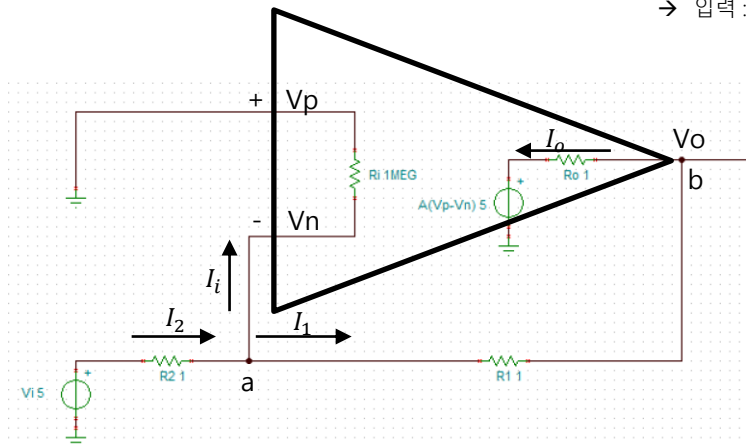
→ 전압이득은 $-\frac{R_1}{R_2}$ 가 되는 것을 볼 수 있다

OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 반전 증폭기의 입/출력 관계식

- 시뮬레이션 결과는 아래와 같다
- 입력 : 2.5Vp-p(sine wave), 증폭비 : -1일 때 출력이 반전된 사인파임을 볼 수 있다



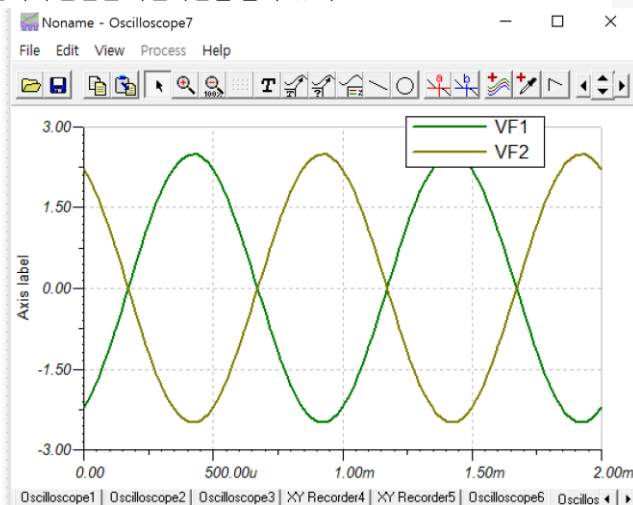
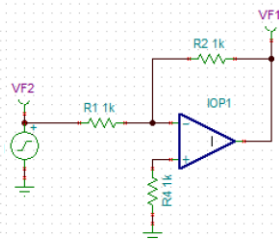
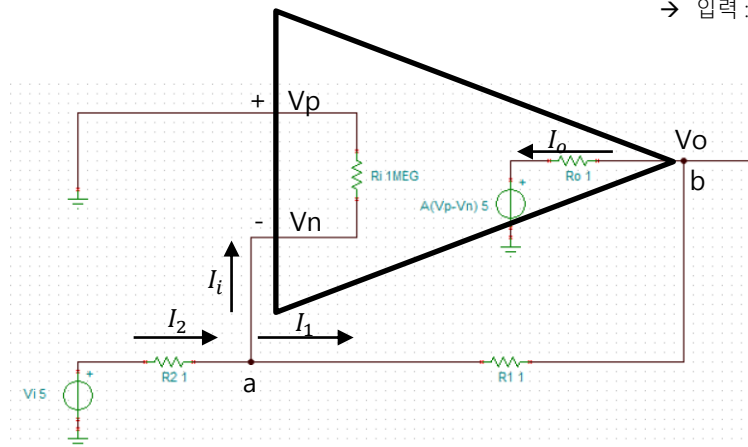
OP-AMP의 등가회로 해석

➤ Negative feedback 특성

✓ 반전 증폭기의 입/출력 관계식

→ 시뮬레이션 결과는 아래와 같다

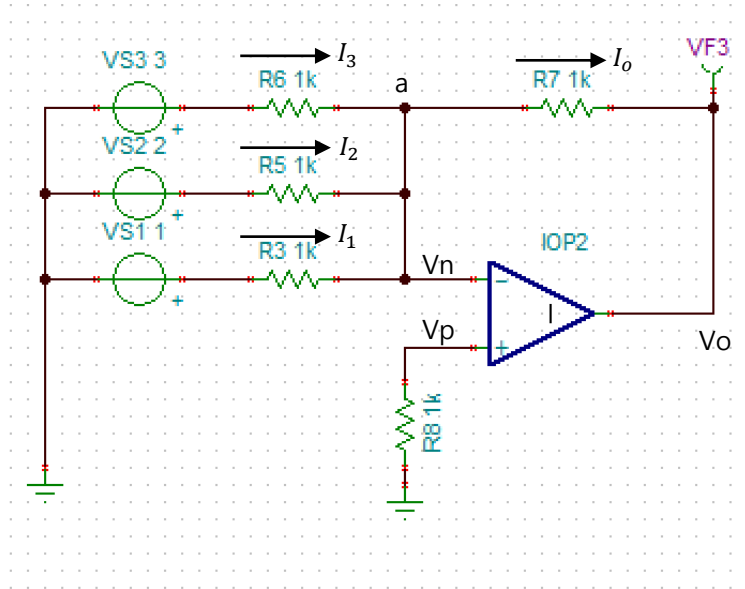
→ 입력 : 2.5Vp-p(sine wave), 증폭비 : -1일 때 출력이 반전된 사인파임을 볼 수 있다



OP-AMP의 응용회로

➤ 가산기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 가산기 회로를 해석 할 수 있다



→ negative feedback특성에 의해 $V_n = V_p = 0$ 가 된다

→ +, -입력 단자로 흐르는 전류는 0이다

→ $I_o = I_1 + I_2 + I_3$ 이 된다.

$$I_o = \frac{V_n - V_o}{R_7} \text{ 여기서 } V_n \text{은 } 0 \text{이므로 } I_o = -\frac{V_o}{R_7}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_3}, I_2 = \frac{V_2}{R_5}, I_3 = \frac{V_3}{R_6}$$

$$I_o = -\frac{V_o}{R_7} = \frac{V_1}{R_3} + \frac{V_2}{R_5} + \frac{V_3}{R_6} \longrightarrow V_o = -\left(\frac{R_7 V_1}{R_3} + \frac{R_7 V_2}{R_5} + \frac{R_7 V_3}{R_6}\right)$$

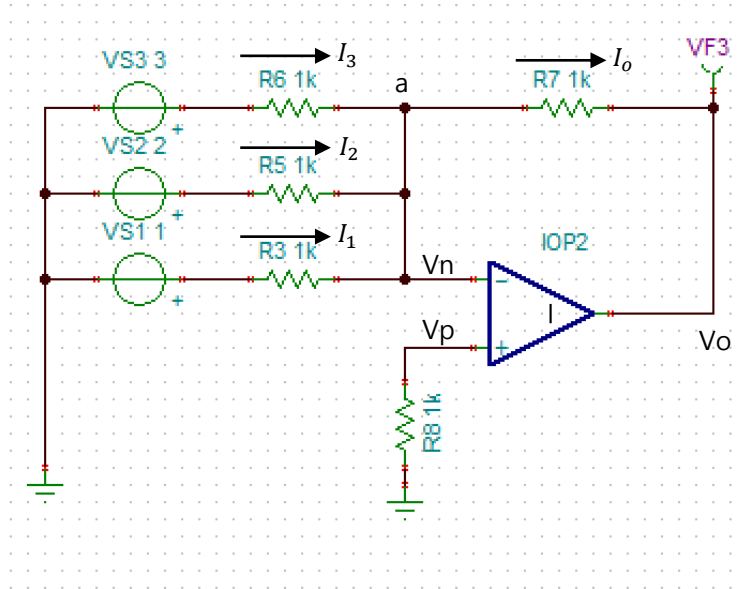
→ 여기서 $R_3, R_5, R_6 = R_s, R_7 = R_f$ 라면 식은 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$-\frac{V_o}{R_f} = \frac{1}{R_s}(V_1 + V_2 + V_3) \longrightarrow V_o = -\frac{R_f}{R_s}(V_1 + V_2 + V_3)$$

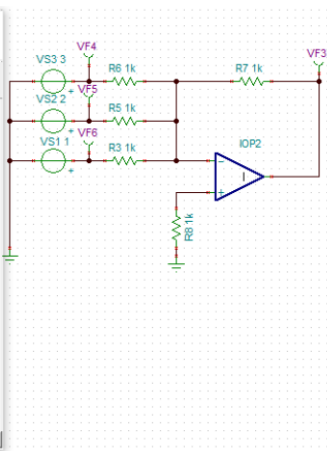
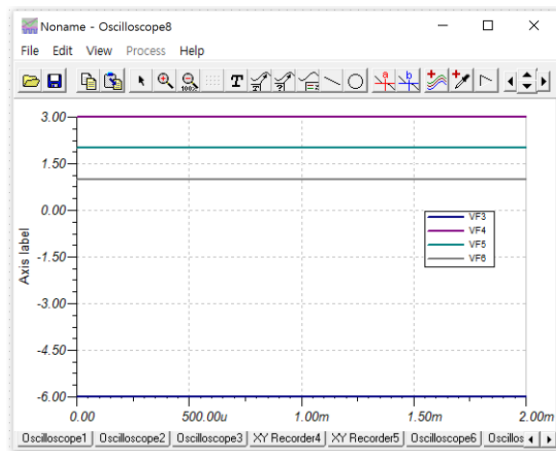
OP-AMP의 응용회로

➤ 가산기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 가산기 회로를 해석 할 수 있다



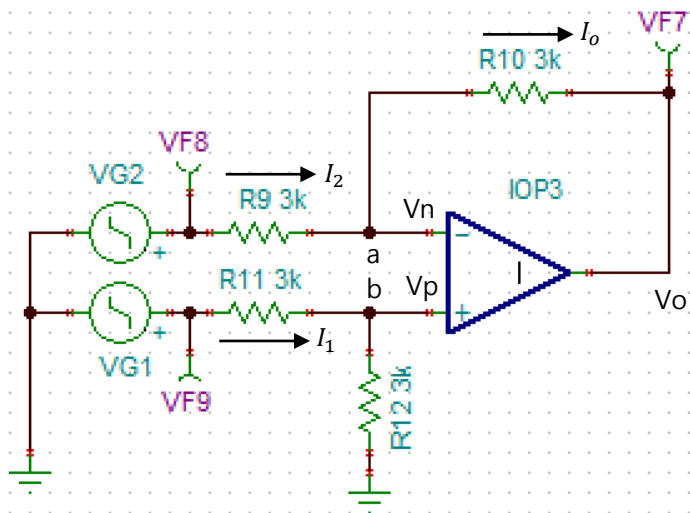
- 시뮬레이션 결과는 아래와 같다
- 입력 : $V1=1V$, $V2=2V$, $V3=3V$
증폭비 : -1
출력 : -6V



OP-AMP의 응용회로

➤ 감산기(차동증폭기)

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 감산기 회로를 해석 할 수 있다



→ negative feedback 특성에 의해 $V_n = V_p$ 가 된다

$$V_p = V_n = \frac{R_{12}}{R_{11} + R_{12}} V_1$$

→ +, - 입력 단자로 흐르는 전류는 0이다

→ $I_o = I_2$ 이 된다.

$$I_o = \frac{V_n - V_o}{R_{10}}, \quad I_2 = \frac{V_2 - V_n}{R_9}$$

$$\frac{V_n - V_o}{R_{10}} = \frac{V_2 - V_n}{R_9} \rightarrow R_9 V_n - R_9 V_o = R_{10} V_2 - R_{10} V_n$$

$$V_o = \left(\frac{R_{10}}{R_9} + 1\right) V_n - \frac{R_{10}}{R_9} V_2$$

→ 위에서 구한 V_n 을 대입하여 식을 정리하면 다음과 같다

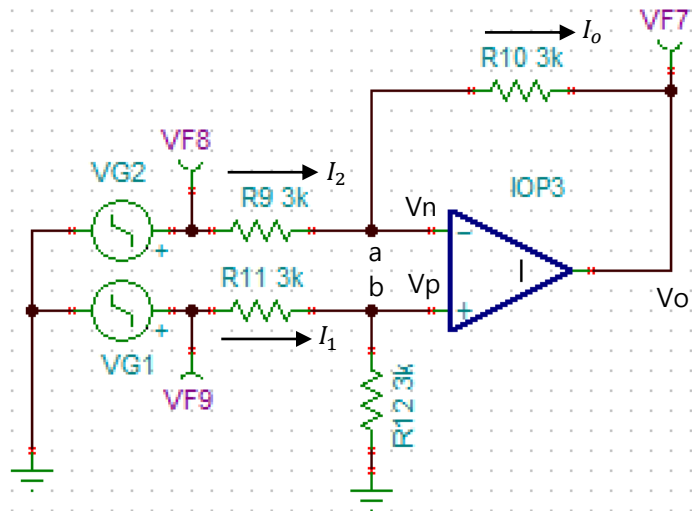
$$V_o = \left(\frac{R_{10}}{R_9} + 1\right) \left(\frac{R_{12}}{R_{11} + R_{12}}\right) V_1 - \frac{R_{10}}{R_9} V_2$$

→ 여기서 $R_9 = R_{11} = R_s$, $R_{10} = R_{12} = R_f$ 라면 다음과 같이 정리할 수 있다

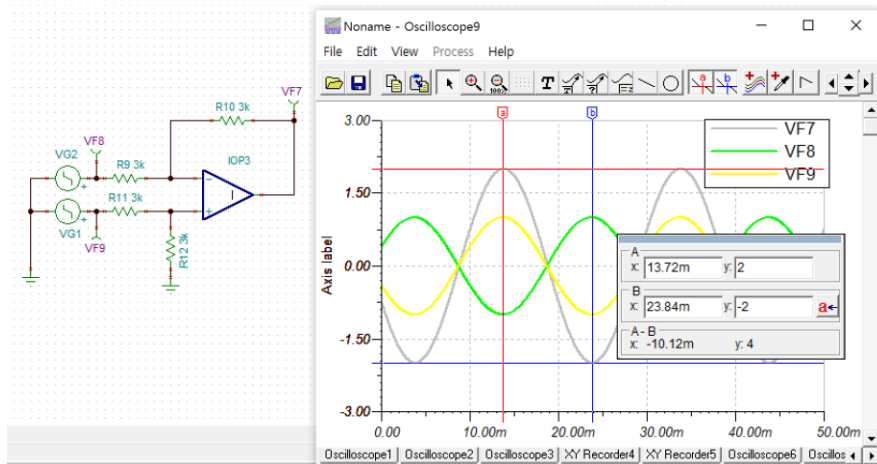
$$V_o = \left(\frac{\cancel{R_f} + R_s}{R_s}\right) \left(\frac{R_f}{\cancel{R_s} + R_f}\right) V_1 - \frac{R_f}{R_s} V_2 \rightarrow V_o = \frac{R_f}{R_s} (V_1 - V_2)$$

OP-AMP의 응용회로

➤ 감산기(차동증폭기)



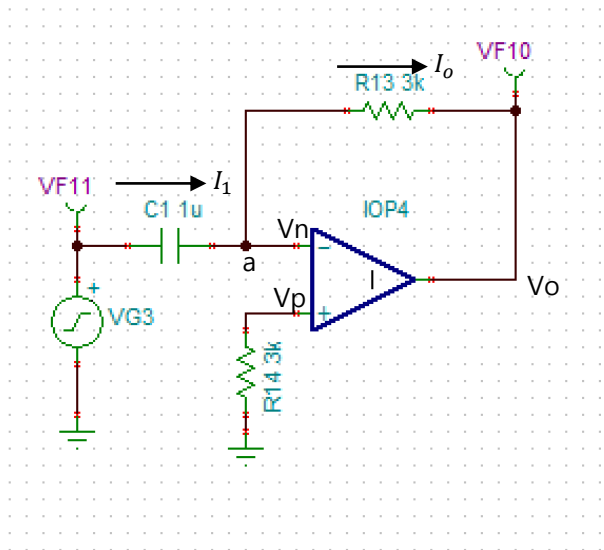
- 시뮬레이션 결과는 아래와 같다
- 입력 : $V1 = \sin(2\pi 50t)$, $V2 = \sin(2\pi 50t + 180^\circ)$
- 증폭비 : -1
- 출력 : $2\sin(2\pi 50t)$



OP-AMP의 응용회로

➤ 미분기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 미분기 회로를 해석 할 수 있다



→ negative feedback특성에 의해 $V_n = V_p = 0$ 가 된다

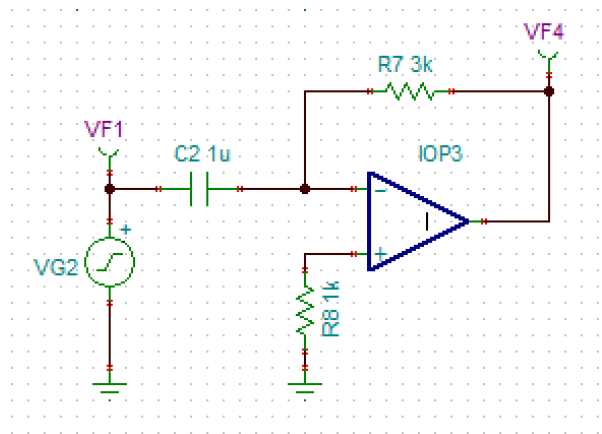
→ $I_o = I_1$ 이 된다.

$$I_o = -\frac{V_o}{R_{13}}, \quad I_1 = C_1 \frac{dV_3}{dt}$$
$$-\frac{V_o}{R_{13}} = C_1 \frac{dV_3}{dt} \longrightarrow V_o = -R_{13}C_1 \frac{dV_3}{dt}$$

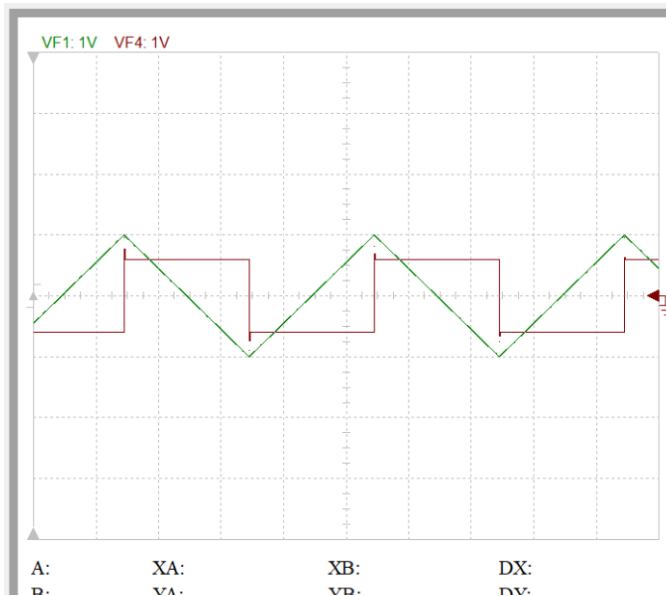
OP-AMP의 응용회로

➤ 미분기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 미분기 회로를 해석 할 수 있다



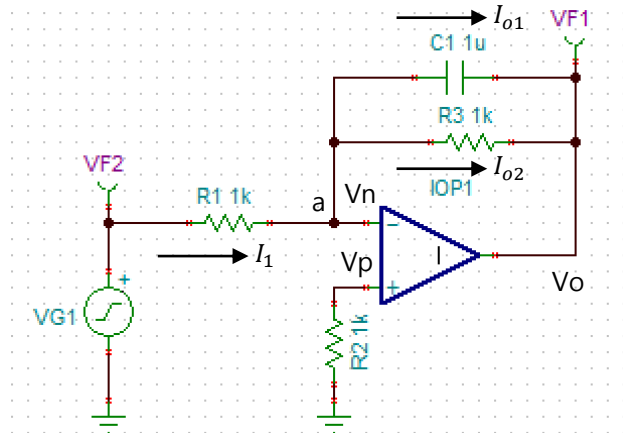
- 시뮬레이션 결과는 아래와 같다
- 입력 : $V1 = 1V$, 1kHz 삼각파
- 삼각파 미분결과 구형파가 되는 것을 볼 수 있다



OP-AMP의 응용회로

➤ 적분기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 적분기 회로를 해석 할 수 있다



→ negative feedback특성에 의해 $V_n = V_p = 0$ 가 된다

→ $I_{o1} + I_{o2} = I_1$ 이 된다.

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1}, \quad I_{o1} = -C_1 \frac{dV_o}{dt}, \quad I_{o2} = -\frac{V_o}{R_3}$$

$$-C_1 \frac{dV_o}{dt} - \frac{V_o}{R_3} = \frac{V_1}{R_1} \longrightarrow C_1 R_3 \frac{dV_o}{dt} + V_o = -\frac{R_3 V_1}{R_1}$$

→ 위 비제차 상미분방정식을 라플라스 변환을 통해 해석하면 다음과 같다

$$C_1 R_3 \frac{dV_o}{dt} + V_o = -\frac{R_3 V_1}{R_1} \xrightarrow{L} s C_1 R_3 V_o(s) + V_o(s) = -\frac{R_3}{R_1} V_1(s)$$

$$(s C_1 R_3 + 1) V_o(s) = -\frac{R_3}{R_1} V_1(s) \longrightarrow G(s) = \frac{V_o(s)}{V_1(s)} = -\frac{R_3}{R_1 s C_1 R_3 + 1}$$

* 위와 같은 실용적인 적분기를 lossy integral circuit이라 한다

→ 우선 s 가 0일 때, 즉 $s \rightarrow j\omega$ 이고 $\omega = 2\pi f$ 이므로 주파수가 0인 DC의 경우

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_1(s)} = -\frac{R_3}{R_1}$$

→ 회로의 전달함수(이득)는 R_3 와 R_1 에 의해 제한되는 것을 볼 수 있다.

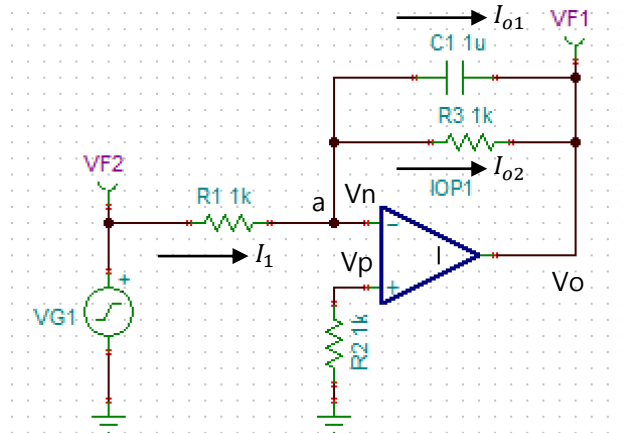
→ 만약 R_3 가 없는 이상적인 적분기라면 피드백이 오픈루프가 되어 이득이 무한대가 된다

→ 결국 실제 회로에서 출력은 saturation만 된다

OP-AMP의 응용회로

➤ 적분기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 적분기 회로를 해석 할 수 있다



* 위와 같은 실용적인 적분기를 lossy integral circuit이라 한다

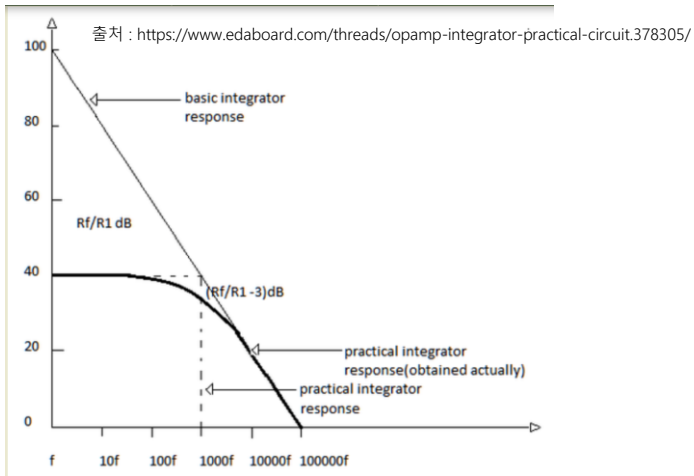
→ 회로의 전달함수(이득)는 R3와 R1에 의해 제한되는 것을 볼 수 있다.

→ 만약 R3가 없는 이상적인 적분기라면 피드백이 오픈루프가 되어 이득이 무한대가 된다

→ 결국 실제 회로에서 출력은 saturation만 된다

→ 위 결과에서 알 수 있듯이 실제 opamp는 입력 DC offset이 있다

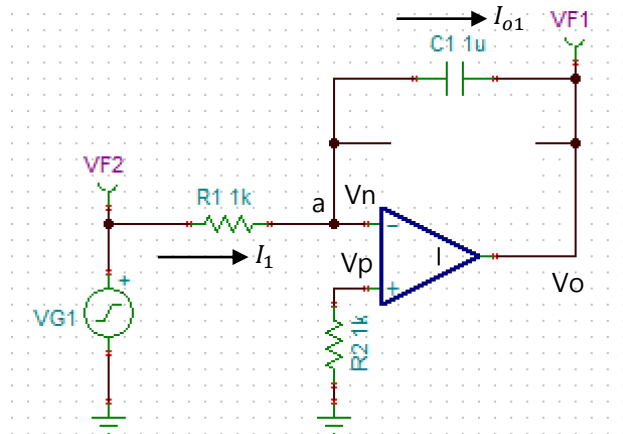
→ 이로 인해 피드백이 open된 상태이므로 출력은 $-V_{cc}$ 만큼 saturation된다



OP-AMP의 응용회로

➤ 적분기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 적분기 회로를 해석 할 수 있다



→ 반대로 f가 0이 아니라면 C1의 주파수 특성으로 인해 $C1 \ll R3$ 가 되면서 R3를 open(저항 값이 무한대)으로 볼 수 있다.

→ 회로는 좌측의 그림과 같이 해석 할 수 있다

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_1(s)} = -\frac{R_3}{R_1} \frac{1}{sC_1R_3 + 1} \cong -\frac{1}{sC_1R_1}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_1(s)} = -\frac{1}{sC_1R_1} \longrightarrow V_o(s) = -\frac{1}{C_1R_1} \frac{1}{s} V_1(s)$$

→ 역라플라스 변환을 하면 $1/s$ 는 적분기이므로 출력은 다음과 같이 정리할 수 있다

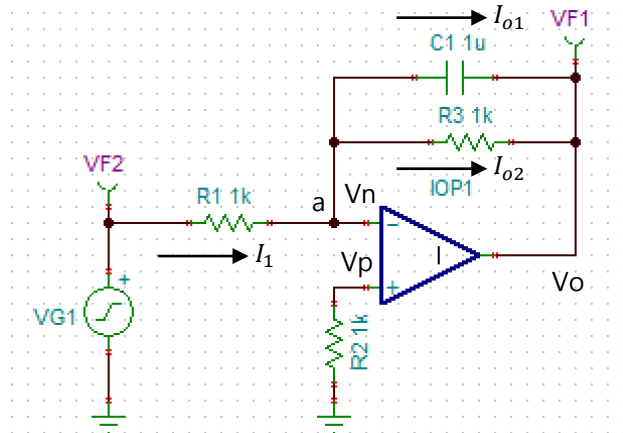
$$V_o(s) = -\frac{1}{C_1R_1} \frac{1}{s} V_1(s) \xrightarrow{L^{-1}} V_o(t) = -\frac{1}{C_1R_1} \int V_1(t) dt$$

* 위와 같은 실용적인 적분기를 lossy integral circuit이라 한다

OP-AMP의 응용회로

➤ 적분기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 적분기 회로를 해석 할 수 있다



→ 라플라스 변환식을 통해 차단주파수를 알 수 있다

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_1(s)} = -\frac{R_3}{R_1} \frac{1}{sC_1R_3 + 1}$$

→ $s \rightarrow jw$ 이고 $w = 2\pi f$ 일 때 $20\log|G(j2\pi f)|$ 가 -3dB ($|G(j2\pi f)| = 0.707$)이 되는 f 가 차단주파수가 된다

$$G(j2\pi f) = -\frac{R_3}{R_1} \frac{1}{j2\pi fC_1R_3 + 1} = \frac{R_3}{R_1} \frac{1}{(2\pi fC_1R_3)^2 + 1}$$

$$|G(j2\pi f)| = \frac{R_3}{R_1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi fC_1R_3)^2 + 1}} = \frac{R_3}{R_1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi fC_1R_3)^2 + 1}}$$

$$20\log|G(j2\pi f)| = 20\log\frac{R_3}{R_1} + 20\log\frac{1}{\sqrt{(2\pi fC_1R_3)^2 + 1}} \quad 0.707\text{이 되는 } f\text{가 차단주파수}$$

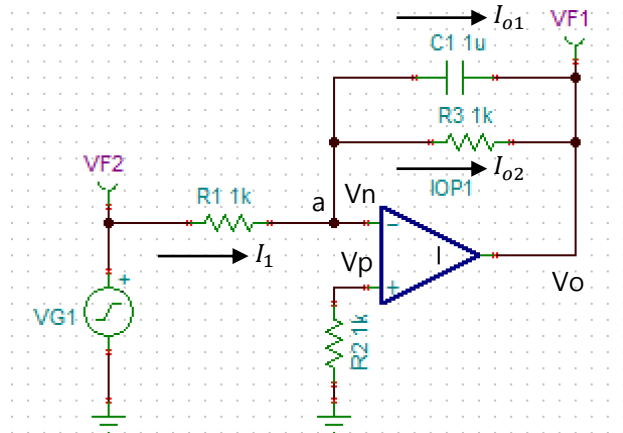
$$0.707 = \frac{1}{\sqrt{(2\pi fC_1R_3)^2 + 1}} \longrightarrow 0.707^2 = \frac{1}{(2\pi fC_1R_3)^2 + 1}$$

$$0.707^2\{(2\pi fC_1R_3)^2 + 1\} = 1 \longrightarrow (2\pi fC_1R_3)^2 = \frac{1}{0.707^2} - 1$$

OP-AMP의 응용회로

➤ 적분기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 적분기 회로를 해석 할 수 있다



→ 다음식을 정리하면

$$0.707^2 \{ (2\pi f C_1 R_3)^2 + 1 \} = 1 \longrightarrow (2\pi f C_1 R_3)^2 = \boxed{\frac{1}{0.707^2} - 1} \cong 1$$

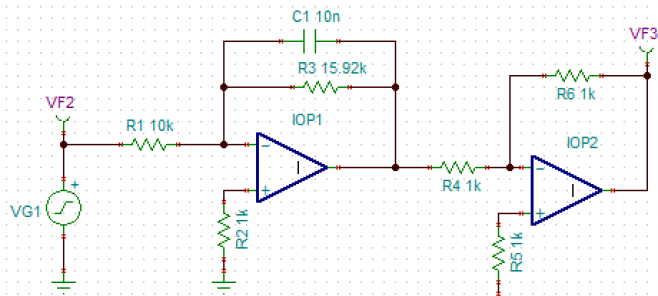
→ 양변을 root하여 차단주파수 f를 구하면 다음과 같다

$$2\pi f C_1 R_3 = 1 \longrightarrow f = \frac{1}{2\pi C_1 R_3} (Hz)$$

OP-AMP의 응용회로

➤ 적분기

→ 이상적인 OPAMP의 특성을 이용하여 적분기 회로를 해석 할 수 있다



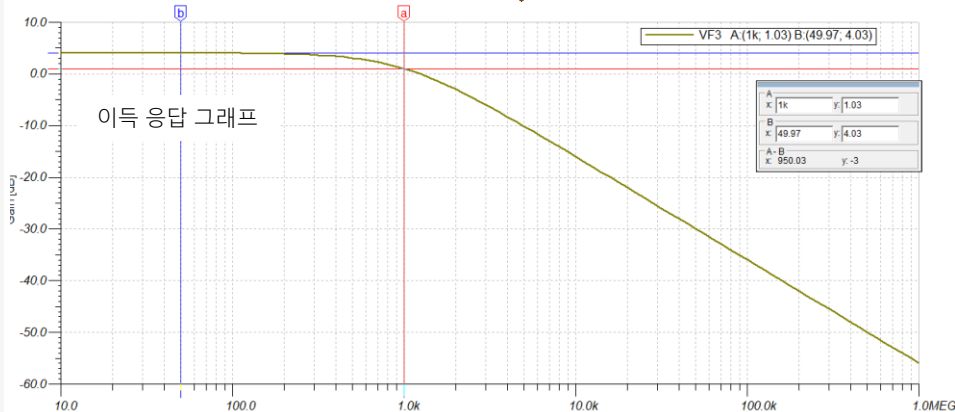
→ 시뮬레이션 결과는 아래와 같다

→ 입력 : $V1 = 1V + \sin(2\pi 50t)$

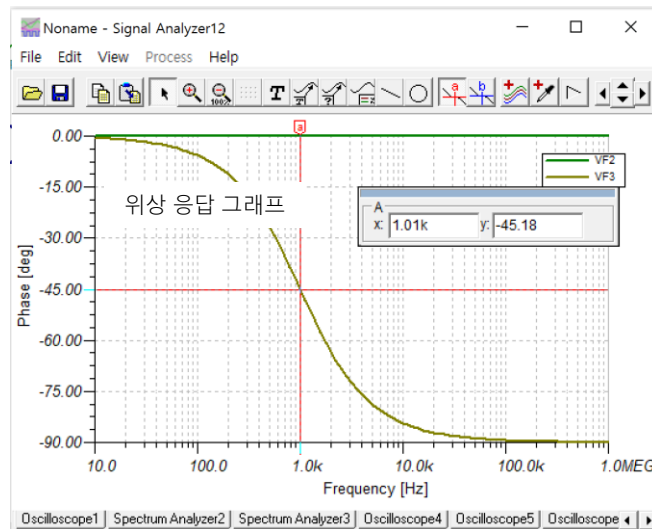
DC 증폭비 : -1.59

차단주파수 : 1kHz

→ 차단주파수 지점에서 위상마진 -45도, 이득은 -3dB가 되는 것을 볼 수 있다



이득 응답 그래프



위상 응답 그래프