EDDI
Electronic Design
Development Institute

에디로봇아카데미
임베디드 마스터 Lv2 과정

제 1기

2022. 06. 18

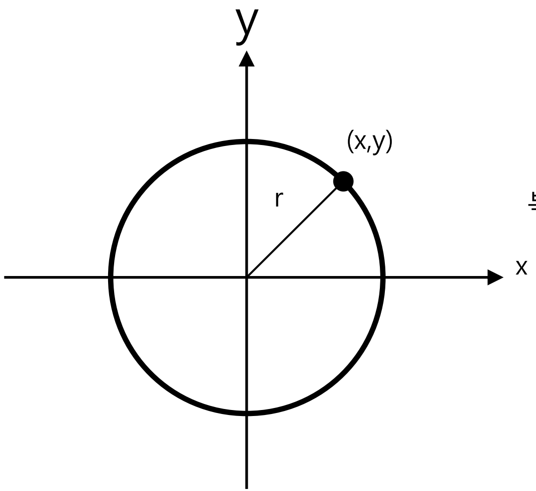
손표훈

CONTENTS

배경 이론

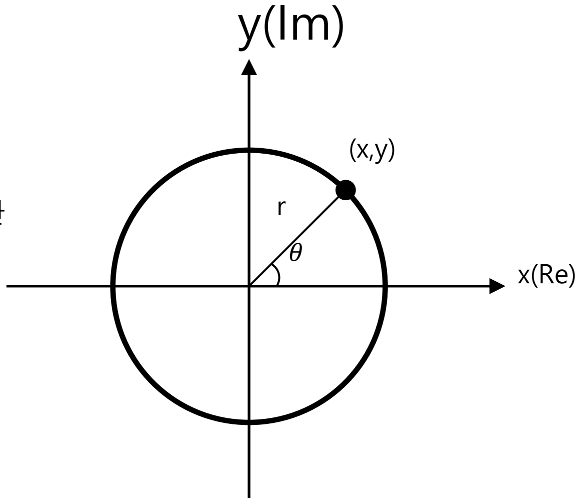
➢ 복소평면

→ 복소 평면이란? 복소수로 표현 되는 좌표 평면을 말한다.
→ 복소수란 실수부와 허수부로 구성된 수이다
→ 직교좌표계에서 원의 방정식과 복소수 극좌표계에서 원을 표현하는 방식은 다음과 같다



$$x^2 + y^2 = r^2$$

복잡한 표현방식에서 간단한
벡터 형식으로 바뀜



$$z = (x, y) = x + jy = r(\cos\theta \ + j\sin\theta\ )$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

페이저 도메인

➢ 페이저란?

→ 페이저란 오일러 공식을 이용해 시간에 대해 진폭, 위상, 주기가 "불변 " 인 정현함수를 표현하는 방법

→ 페이저를 이용하면 정현함수 신호의 삼각함수 연산을 단순한 복소수 연산으로 대체할 수 있다

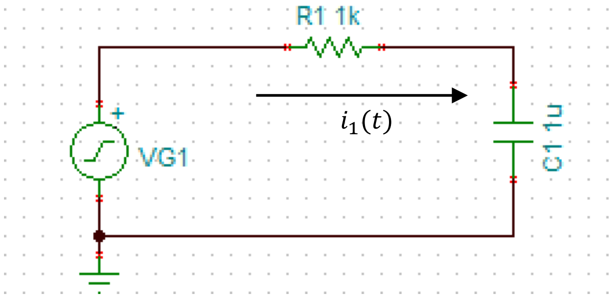
시간 영역	페이저 영역
$x(t) = A\cos wt$	$x(t) = A$
$x(t) = A\cos(wt + \emptyset)$	$x(t) = Ae^{j\emptyset}$

- $x(t) = A\cos wt = \frac{A(e^{jwt}+e^{-jwt})}{2}$ 여기서 w=$2\pi f$이므로 2π의 정수배가 된다. 따라서 e^{jwt}에서 오일러 공식에 의해 sin부분은 0이 되고, cos은 1이 되므로 위 식을 페이저 영역에서 다시 표현하면 크기 A만으로 표현 할 수 있다.
- $x(t) = A\cos(wt + \emptyset) = \frac{Ae^{j\emptyset}(e^{jwt}+e^{-jwt})}{2}$ 여기서 w=$2\pi f$이므로 2π의 정수배가 된다. 따라서 e^{jwt}에서 오일러 공식에 의해 sin부분은 0이 되고, cos은 1이 되므로 위 식을 페이저 영역에서 다시 표현하면 크기 A $e^{j\emptyset}$ 만으로 표현 할 수 있다.

페이저 도메인

➢ RC 필터의 페이저 해석

→ 아래와 같이 1차 RC필터 회로가 있다고 하자



→ VG1 = $\sin(100\pi t - 45°)$ 이고, R1, C1은 각각 1kohm, 1uF이다

$$V_{G1} = \cos(100\pi t - 135°) = Re\{e^{-j135}\}$$

$i_1(t) = Re\{Ie^{jwt}\}$라 하면

→ KVL을 통해 VG1 전압에 대한 식을 정리하면 다음과 같다

$$V_{G1} = e^{-j135} = Re\{RIe^{jwt}\} + \int Re\{\frac{1}{C}Ie^{jwt}\}\,dt = \left(R + \frac{1}{jwC}\right)I = \left(\frac{jwRC+1}{jwC}\right)I$$

$e^{-j135} = \left(\frac{jwRC+1}{jwC}\right)I$ 여기서 $I = \left(\frac{jwC}{jwRC+1}\right)e^{-j135}$ 식을 다시 정리하면

$$I = \left(\frac{jwC(-jwRC+1)}{(jwRC+1)(-jwRC+1)}\right)e^{-j135}$$

$$I = \left(\frac{(wC)^2R + jwC}{(wRC)^2+1}\right)e^{-j135}$$

$$I = \boxed{\left(\frac{(wC)^2R}{(wRC)^2+1} + j\frac{wC}{(wRC)^2+1}\right)}e^{-j135}$$

→ 네모칸안의 식을 극좌표 형식으로 바꾸면

$$A(\text{크기}) = \frac{wC\sqrt{w^2R^2C^2+1}}{w^2R^2C^2+1}$$

$$\emptyset(\text{위상}) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{wC}{(wRC)^2+1}}{\frac{(wC)^2R}{(wRC)^2+1}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right)$$

→ 극좌표 형식을 오일러 공식을 통해 복소지수함수로 변환

$$I = Ae^{\emptyset}e^{-j135°} = \frac{wC\sqrt{w^2R^2C^2+1}}{w^2R^2C^2+1}e^{j\{\tan^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right)-135°\}}$$

페이저 도메인

➢ RC 필터의 페이저 해석

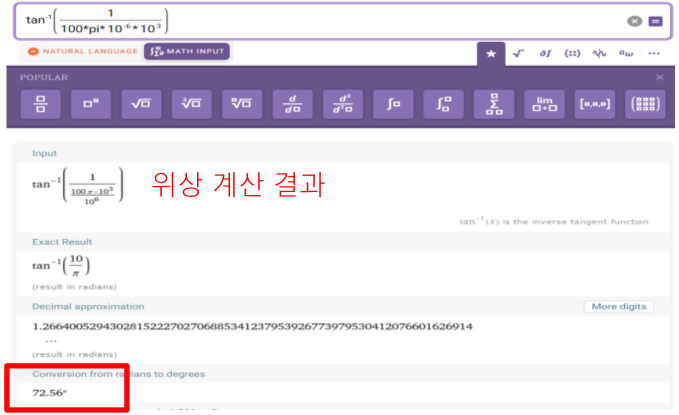
→ 따라서 $i_1(t)$를 다시 정리하면 다음과 같다

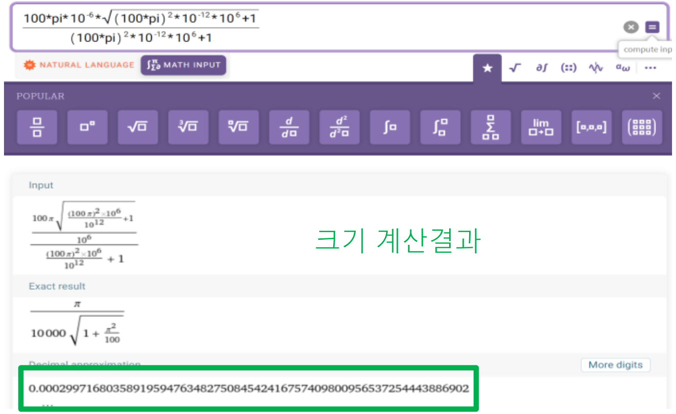
$$i_1(t) = Re\{Ie^{jwt}\}$$

$$I = Ae^{\emptyset}e^{-j135°} = \frac{wC\sqrt{w^2R^2C^2+1}}{w^2R^2C^2+1}e^{j\{\tan^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right)-135°\}}$$

$$i_1(t) = Re\{Ie^{jwt}\} = \frac{wC\sqrt{w^2R^2C^2+1}}{w^2R^2C^2+1}e^{j\{wt+\tan^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right)-135°\}}$$

→ 최종 결과 전류는 전압 대비 위상이 $\tan^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right)$ 만큼 앞서는 것을 알 수 있다.





RLC소자의 임피던스

EDDI Electronic Design Development Institute

- 임피던스란?

→ 교류 신호에서의 저항이라고 보면 된다
→ 따라서 위상정보와 인가된 신호의 주파수에 따라 저항 값이 변한다

- 저항(R)의 임피던스

→ 저항은 위상 정보(허수)는 없고 그냥 실수 축에 위치한다.

→ 옴의 법칙 V=IR을 통해 살펴보면 아래와 같이 임피던스가 저항 값이라는 것을 알 수 있다.

$V = IR$ 여기서 $v_R(t) = RE\left(V_R e^{jwt}\right), i_R(t) = RE\left(I_R e^{jwt}\right)$이므로 $RE\left(V_R e^{jwt}\right) = RE\left(Z_R I_R e^{jwt}\right)$

양변을 정리하면 $RE\left((V_R - Z_R I_R) e^{jwt}\right) = 0$ 여기서 $e^{jwt} \neq 0$ 이므로 $V_R - Z_R I_R = 0$ 따라서 $Z_R = \frac{V_R}{I_R} = R$

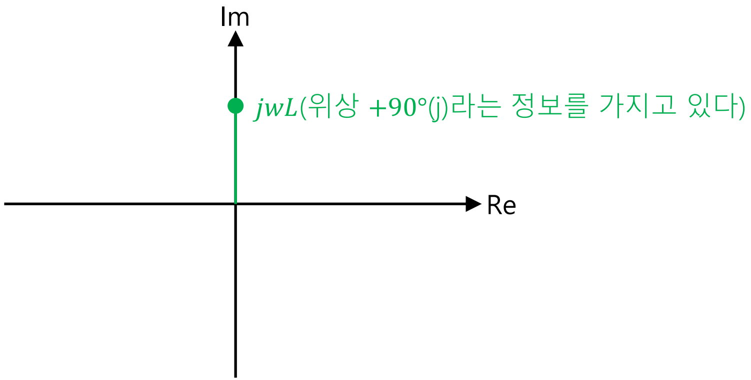
RLC소자의 임피던스

- 인덕터(L)의 임피던스

→ 인덕터에 인가된 전압과 전류식을 통해 인덕터의 임피던스에 대해 살펴보면 아래와 같다

$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$ 여기서 $v_L(t) = RE(V_L e^{jwt}), i_L(t) = RE(I_L e^{jwt})$라면 $RE(V_L e^{jwt}) = L\frac{dRE(I_L e^{jwt})}{dt} = RE(jwLI_L e^{jwt})$

양변을 정리하면 $V_L = jwLI_L$ 따라서 옴의 법칙에 의해 $Z_L = \frac{V_L}{I_L} = jwL$



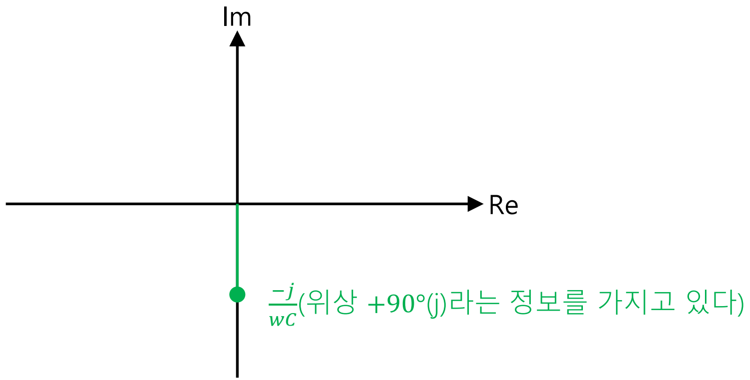
RLC소자의 임피던스

➢ 커패시터(C)의 임피던스

→ 커패시터에 인가된 전압과 전류식을 통해 인덕터의 임피던스에 대해 살펴보면 아래와 같다

$i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$ 여기서 $i_C(t) = RE\left(I_C e^{jwt}\right), v_C(t) = RE\left(V_C e^{jwt}\right)$라면 $RE\left(I_C e^{jwt}\right) = C\frac{dRE\left(V_C e^{jwt}\right)}{dt} = RE\left(jwCV_C e^{jwt}\right)$

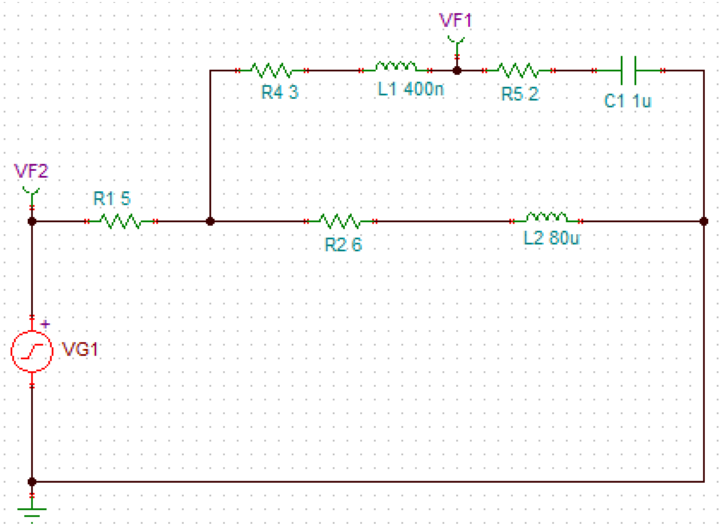
양변을 정리하면 $I_C = jwCV_C$ 따라서 옴의 법칙에 의해 $Z_C = \frac{V_L}{I_L} = \frac{1}{jwC} = \frac{-j}{wC}$



RLC소자의 임피던스

➢ 임피던스 기반 등가 회로 해석

→ 아래와 같은 회로를 임피던스로 변환 후 해석 하면 다음과 같다

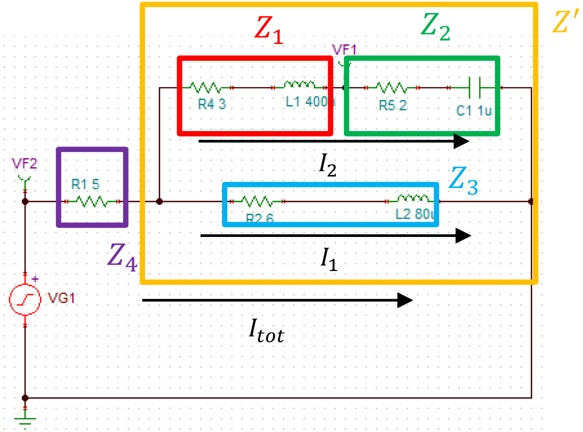


→ VF1지점의 전압을 구하고자 한다면 다음과 같이 RLC소자들을 임피던스로 변환 후 해석하면 미분방정식 없이 KVL로 해석 할 수 있다.

RLC소자의 임피던스

➢ 임피던스 기반 등가 회로 해석

→ 아래와 같은 회로를 임피던스로 변환 후 해석 하면 다음과 같다



→ VG1 = 10cos(10^5 t)=10(페이저 영역에서), w = 10^5rad/s 라면

$$Z_1 = R_4 + jwL_1 = 3 + j4, Z_2 = \frac{-wR_5C_1 + j}{wC_1} = 2 - j10, Z_3 = R_2 + jwL_2 = 6 + j8, Z_4 = 5$$

$$Z' = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_3 + (Z_1 + Z_2)} = \frac{(2 - j10)(3 + j4 + 6 + j8)}{6 + j8 + (3 + j4 + 2 - j10)} \cong 11.088 - j8.016$$

$$Z_{tot} = 11.088 - j8.016 + 5 = 16.088 - j8.016$$

→ 회로 전체에 흐르는 전류 I는 다음과 같다

$$I_{tot} = \frac{VG1}{Z_{tot}} = \frac{10}{16.088 - j8.016} = 0.498 + j0.248$$

$$I_1 = \frac{(Z_1 + Z_2)}{Z_3 + (Z_1 + Z_2)} I = \frac{5 - j6}{11 + j2}(0.498 + j0.248) = 0.322 - j0.217$$

$$I_2 = \frac{Z_3}{Z_3 + (Z_1 + Z_2)} I = \frac{6 + j8}{11 + j2}(0.498 + j0.248) = 0.175 + j0.465$$

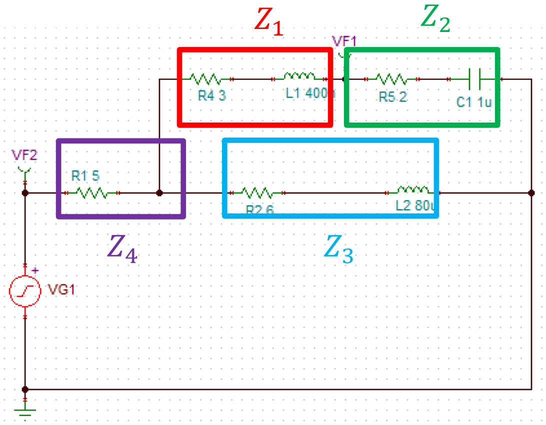
→ Z2에 걸리는 전압은 다음과 같다

$$V_{Z2} = I_2 Z_2 = (0.175 + j0.465)(2 - j10) \cong 5 - j0.82$$

RLC소자의 임피던스

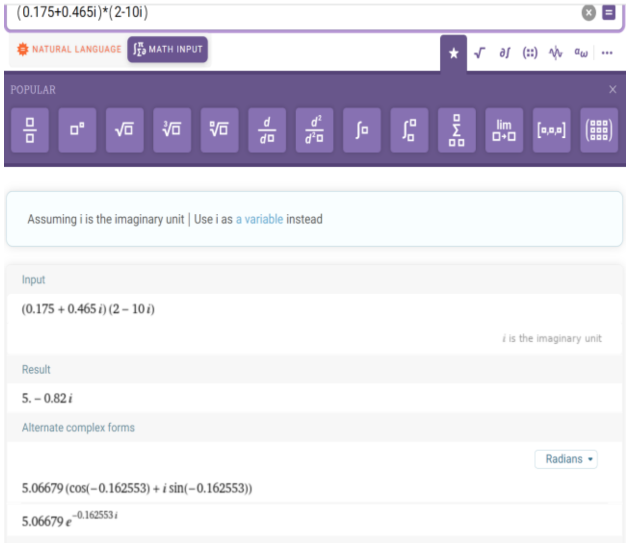
➢ 임피던스 기반 등가 회로 해석

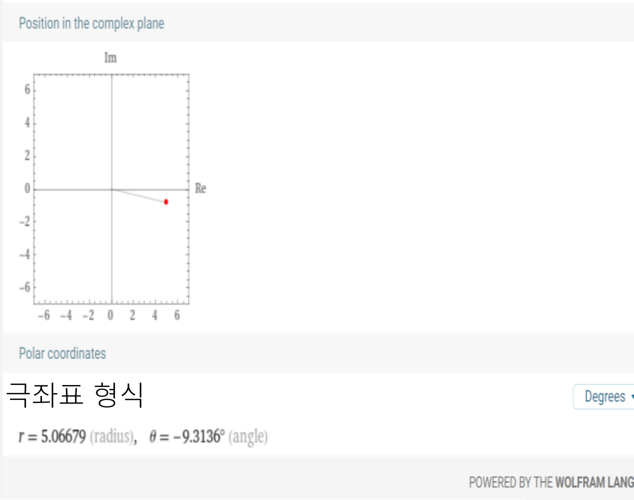
→ 아래와 같은 회로를 임피던스로 변환 후 해석 하면 다음과 같다



→ Z2에 걸리는 전압은 다음과 같다

$$V_{Z2} = I_2 Z_2 = (0.175 + j0.465)(2 - j10) \cong 5 - j0.82$$





극좌표 형식