

TRAVAUX DIRIGES SUR SUBSTITUTION ET UNIFICATION

EXERCICE 1 : retour sur des questions de syntaxe

Pour chacune des assertions suivantes, indiquer (puis justifier) si elle est vraie ou fausse :

- $\neg (P \Rightarrow Q)$ équivaut à $\neg P \Rightarrow \neg Q$
- $f(P(A,x))$ est une formule correcte du calcul des prédicats
- $\exists x \{ P[x,f(A)] \wedge Q(y) \}$ est une formule correcte du calcul des prédicats
- La variable x est libre dans la formule : $\forall y \{ P(x,y) \vee \exists x Q(x) \}$
- $\exists x P(x,z)$ est équivalent à $\exists y P(y,z)$
- $\exists x P(x,z)$ est équivalent à $\exists z P(z,z)$

EXERCICE 2 : sur la composée des substitutions

Soit σ la substitution représentée par l'ensemble $\{ \langle x . g(x) \rangle , \langle y . f(z) \rangle \}$. Calculer :

$$\begin{aligned} &\sigma(\sigma(x)) \quad \sigma(\sigma(y)) \quad \sigma \circ \sigma \quad \sigma(P(x,y)) \quad \sigma(Q(z)) \quad \langle x . g(A) \rangle , \langle y . B \rangle \circ \{ \langle z . C \rangle \} \\ &\{ \langle x . g(x) \rangle \} \circ \{ \langle x . y \rangle , \langle y . x \rangle \} \quad \{ \langle y . x \rangle \} \circ \{ \langle x . y \rangle \} \\ &\{ \langle x . y \rangle , \langle y . x \rangle \} \circ \{ \langle x . y \rangle , \langle y . x \rangle \} \end{aligned}$$

EXERCICE 3 : on y aborde l'unification sans faire appel à un algorithme

Pour chacun des couples de termes qui suivent, déterminer, lorsque cela est possible, une substitution unificatrice la plus générale, et une instance commune la plus générale :

- $P(f(x),x)$ et $P(y,y)$
- $P(x,f(A,y),x)$ et $P(f(u,u),z,z)$

EXERCICE 4 : comment unifier plus de deux expressions

On généralise la notion d'unificateur de deux termes à celle d'unificateur de n termes t_1, \dots, t_n , avec $n \geq 1$ par : $\sigma(t_1) = \sigma(t_2) = \dots = \sigma(t_n)$

- 1) Trouver un "upg" pour l'ensemble de littéraux suivant : $\{ P(x,z,y), P(w,u,w), P(A,u,u) \}$
- 2) Trouver un "upg", s'il en existe un, pour chacun des ensembles de littéraux suivants :
 $\{ P(f(A),x), P(x,A) \} \quad \{ P(f(x,x),A), P(f(f(y,f(y,A)),A),A) \}$
S'il n'en existe pas, expliquer pourquoi.
- c) Supposons que *unifier2* soit un algorithme qui calcule un "upg" pour deux termes, s'il en existe un. Proposer un algorithme pour unifier une liste de n termes.