

## IAO2 MEDIAN-2016

*Une rédaction lisible et argumentée est préconisée ....*

*Documents autorisés : cours et notes de cours*

*Pour rédiger, vous pourrez en cas de besoin utiliser la page de gauche.*

**POUR S'ÉCHAUFFER****[1 pt]**

Calculer la composée  $\sigma = \sigma_2 \circ \sigma_1$ , avec :

$$\sigma_1 = \{ \langle x . f(f(x)) \rangle ; \langle y . g(f(x), y) \rangle ; \langle z . g(x, f(y)) \rangle \}$$

$$\sigma_2 = \{ \langle x . f(A) \rangle ; \langle y . g(y, A) \rangle ; \langle z . B \rangle \}$$

**N-VALIDITE****[3 pts]**

Soit  $n$  un entier strictement positif. Une formule du calcul des prédicats ( $\omega$ ) est  $n$ -valide si et seulement si ( $\omega$ ) est vraie dans toute interprétation dont le domaine compte  $n$  éléments. Soit enfin ( $\omega$ ) :  $[\forall x P(x, x)] \Rightarrow [\forall x \forall y P(x, y)]$ .

1) Montrer par un bref raisonnement que la formule suivante est 1-valide.

2) Montrer par un contre-exemple qu'elle n'est pas 2-valide :

**POLITIQUE****[3 pts]**

Soit la phrase : « Les hommes politiques qui ne résolvent aucun problème ne gagnent pas d'élection ».

1) Traduire cette phrase en Calcul des Prédicats. On utilisera les prédicats :

POL(x) : "x est un homme politique".

PB(x) : "x est un problème".

RES(x,y) : "x résout y".

GAG(x,y) : "x gagne y »

ELE(x) : "x est une élection ».

Deux conseils :

- procéder par étape (fortement recommandé)
- et faire extrêmement attention au parenthésage, faute de quoi la question suivante pourrait s'avérer très problématique....

2) Mettre la formule obtenue sous forme clausale.

**TOLERANCE****[7 pts]**

- 1) Mettre sous la forme d'expressions du calcul des prédicats L1 les énoncés ci-dessous. On utilisera à cet effet les prédicats suivants (ou plutôt leurs abréviations soulignées) :

RESTAURANT (x)      *x va au restaurant*

ACCOMPAGNER (x,y)    *x est accompagné de y*

CARNIVORE (x)      *x est carnivore*

VEGETARIEN (x)      *x est un végétarien*

BOUCHER (x)      *x est un boucher*

H1 "Tous ceux qui vont au restaurant sont carnivores ou sont accompagnés par un boucher."

H2 "Certains végétariens vont au restaurant, et ne sont alors accompagnés que de végétariens."

H3 "Aucun végétarien n'est carnivore."

Et enfin :

G : "certains végétariens sont bouchers."

**Expressions**

- 3) On veut montrer, à l'aide d'une démonstration par réfutation, que, étant donnés H1, H2 et H3, alors il en résulte G. Il est demandé de mettre le problème sous forme clausale. On donnera le détail des calculs (sur la feuille de gauche).

**Clauses**

- 2) Effectuer la démonstration et en tirer les conséquences.

**Graphe de réfutation**

**UNE BELLE INCONNUE****[6 pts]**

On considère les formules suivantes :

R1 :  $\forall e \text{ APPEND}(\text{NIL}, e, e)$

R2 :  $\forall x \forall y \forall z \forall t [ \text{APPEND}(x, y, z) \Rightarrow \text{APPEND}(\text{cons}(t, x), y, \text{cons}(t, z)) ]$

R3 :  $\underline{\text{INC}}(\text{NIL}, \text{NIL})$

R4 :  $\forall u \forall v \forall r \forall s ( ( \underline{\text{INC}}(u, v) \wedge \text{APPEND}(v, \text{cons}(r, \text{NIL}), s) )$

$\Rightarrow \underline{\text{INC}}(\text{cons}(r, u), s) )$

- 1) Appliquer la stratégie Prolog à la question :  $\exists \omega \text{ INC}(\text{cons}(1, \text{cons}(2, \text{NIL})), \omega)$ , où *INC* est l'abréviation de *INCONNUE*. On pratiquera le renommage "à la Prolog".

- 2) Par quel terme plus explicite pourrait-on remplacer le prédicat INC ? Donner une signification de la règle R4.

- 3) Question de cours : en quoi la formulation de APPEND est-elle remarquable ? Quels problèmes permet-elle de résoudre ?