TDs SUR L'ALGORITHME A*

EXERCICE 1 : on y aborde l'algorithme A* et diverses questions qui lui sont inhérentes

On considère un puzzle :

N	N	N	B	B	B	V

Il comporte 3 tuiles blanches (B), 3 tuiles noires (N) et une case vide (V). Le puzzle permet les mouvements suivants :

(a) Une tuile peut glisser vers une case vide adjacente avec un coût unitaire ;

(b) Une tuile peut sauter par-dessus au plus deux autres tuiles dans une case vide avec un coût égal au nombre de tuiles survolées.

Le but du jeu est de placer toutes les tuiles blanches à la gauche de toutes les tuiles noires (sans tenir compte de la position de la case vide).

1) Spécifier une fonction heuristique *h*, et lui associer un arbre de recherche.

2) A est-il admissible pour *h* ? *h* satisfait-il la condition de restriction monotone ?

EXERCICE 2 : on étudie l'algorithme A* en détails et les réponses aux questions supra

Sur une planète à une dimension d'une lointaine galaxie vit une population bi-raciale, raciste, hermaphrodite et anthropophage : les + et les -. Cette population aux instincts grégaires peut être représentée, à chaque instant, par une séquence de symboles, chacun des symboles étant un + ou un -. Elle évolue par application des six transformations suivantes :

(i)	$\alpha + - \beta \rightarrow \alpha - + \beta$	*permutation d'un + et d'un - contigus*
(ii)	$\alpha - + \beta \rightarrow \alpha + - \beta$	*permutation d'un - et d'un + contigus*
(iii)	$\alpha + - + \beta \rightarrow \alpha + + \beta$	*dégustation d'un - par deux + qui l'entourent*
(iv)	$\alpha - + - \beta \rightarrow \alpha - - \beta$	*dégustation d'un + par deux - qui l'entourent*
(v)	$\alpha + + \beta \rightarrow \alpha + + + \beta$	*naissance d'un + à partir de deux + contigus*
(vi)	$\alpha - - \beta \rightarrow \alpha - - - \beta$	*naissance d'un - à partir de deux - contigus*

dans lesquelles α et β désignent respectivement la partie gauche et la partie droite de la population; α et β sont des séquences, vides ou non, de symboles pris dans l'alphabet {+ ; -}. Le coût de chaque transformation est de 1. Le but du créateur de cette population est de lui faire atteindre un état mono-racial : tous les + ont été anéantis, ou bien tous les - ont été anéantis. Il propose l'heuristique suivante :

$$h(p) = \min[\,card(plus(p)),\ card(moins(p))\,] + \min[\,card(\{i \in plus(p) \mid i \text{ n'est pas encerclé dans } p\}),\ card(\{i \in moins(p) \mid i \text{ n'est pas encerclé dans } p\})\,]$$

p — *représente une population: c'est une séquence sur l'alphabet* {+ ; -}

card(x) — *désigne le nombre d'éléments de la séquence x* *plus(p)* *désigne la séquence des + appartenant à la population p*

moins(p) *désigne la séquence des - appartenant à la population p*

min(i,j) *désigne le plus petit des entiers i et j*

Un individu i de race + est encerclé dans la population p si p est de la forme α - β i γ - δ où α, β, γ et δ sont des séquences, vides ou pas, de symboles sur l'alphabet {+ ; -}; de façon duale, un individu i de race - est encerclé dans la population p, si p est de la forme α + β i γ + δ.

a) Montrer simplement que $h \leq h^*$ (h^* coût minimum optimal pour atteindre le but).

b) Montrer que h vérifie la propriété de restriction monotone $h(p) - h(q) \leq 1$.

c) Appliquez l'algorithme A* basé sur l'heuristique h, à la recherche d'un chemin de coût minimal partant de la population initiale + + + - - et aboutissant à un but, une population mono-raciale.