ФИЗИКА ЭКЗАМЕН 3 СЕМЕСТР

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ ПО ОПТИКЕ

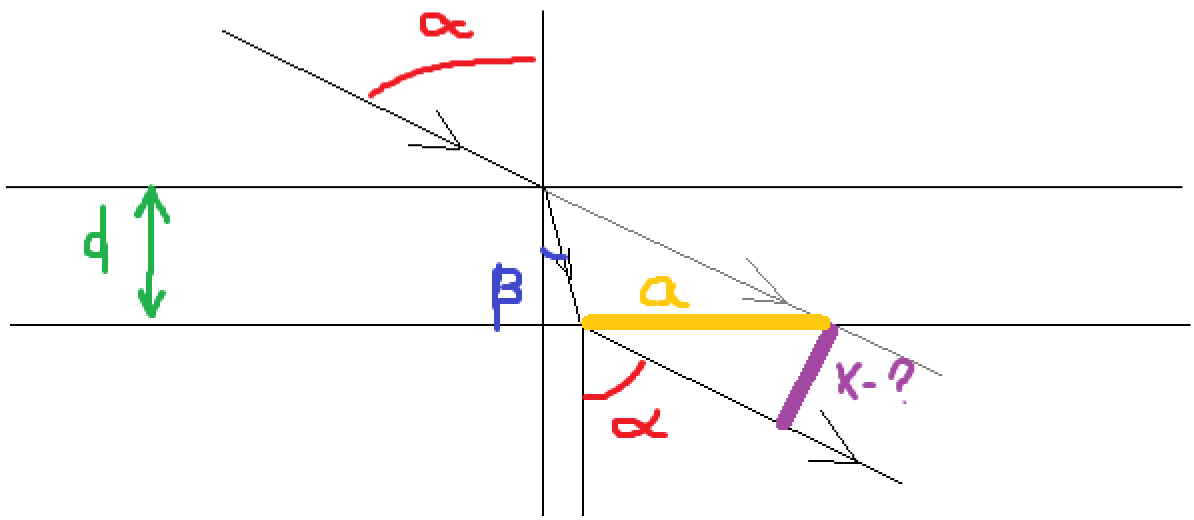
РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ НАСТОЯЩИМ И ГИПОТЕТИЧЕСКИМ ЛУЧОМ

В качестве напоминания: если луч идет из оптически менее плотной среды в оптически более плотную (или наоборот):

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Где a – угол падения, β – угол преломления

Чему равно расстояние между лучом после прохождения через слой оптически более плотной среды и лучом, который был бы в отсутствие этой среды?



$$x = a * sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = a * cos\alpha$$

Остается найти a:

$$a = \frac{d}{cos\alpha} * sin\alpha - \frac{d}{cos\beta} * sin\beta = d(tg\alpha - tg\beta)$$

Итак,

$$x = (tg\alpha - tg\beta)dcos\alpha$$

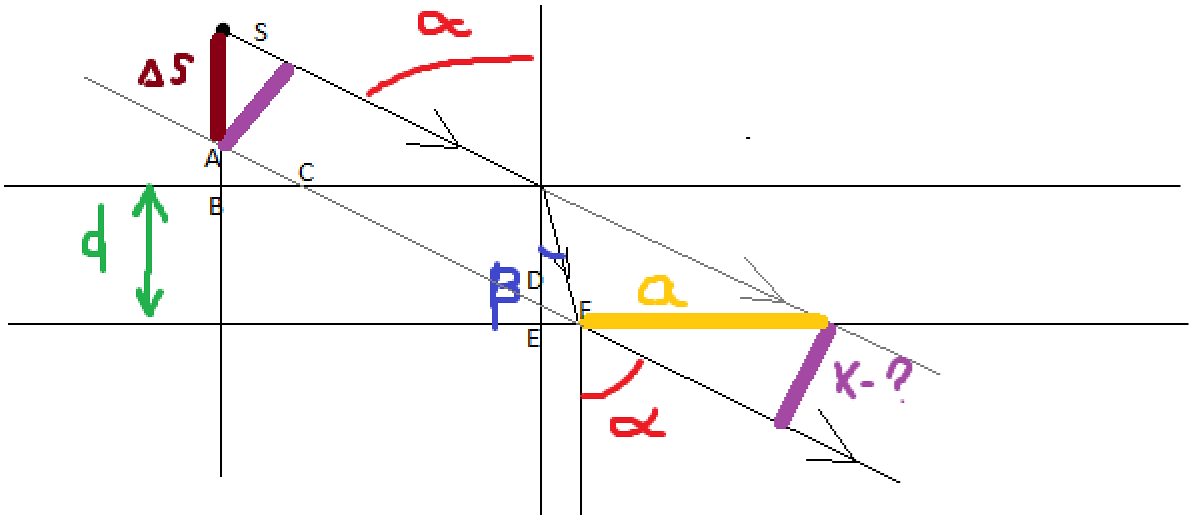
А теперь и сам пример:

Человек рассматривает пламя свечи сквозь стеклянную пластину. На каком расстоянии от свечи он видит ее изображение, если расстояние от свечи до стекла и толщина стекла одинаковы?

Надо продолжить луч, получившийся на выходе из стекла:

$$\Delta S = \frac{x}{sin\alpha} = \frac{dcos\alpha(tg\alpha - tg\beta)}{sin\alpha}$$

Однако, скорее всего, углы неизвестны, поэтому можно действовать в обход них:



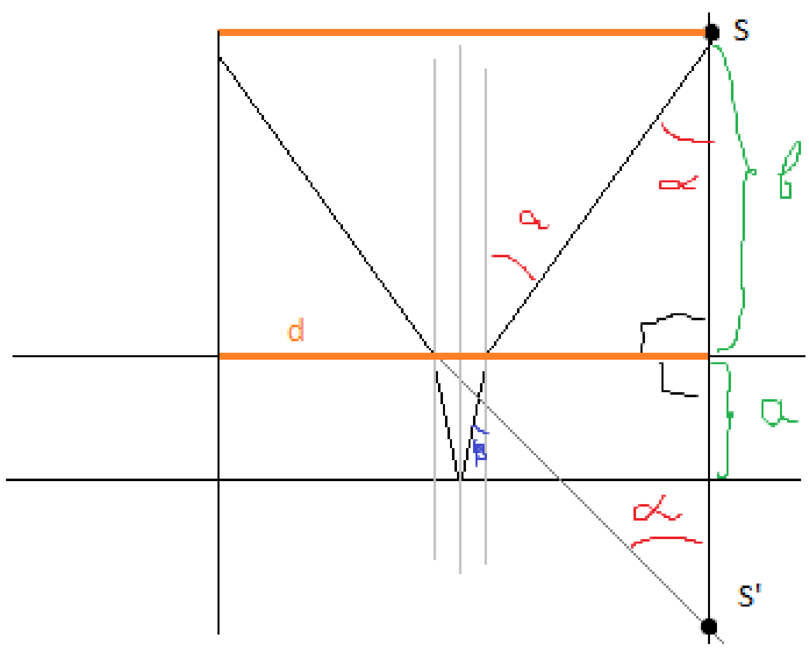
$$EF = dtg\beta$$

$$DE = EFctg \propto = d\frac{tg\beta}{tg\alpha} = \frac{d}{n}$$

$$\text{Из условия следует, что } AB = DE, \text{значит } \Delta S = a - DE = a - \frac{d}{n}$$

ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ В ПЛОСКОМ ЗЕРКАЛЕ

Дано расстояние от источника света до стекла, толщина стекла, n. На каком расстоянии от своего настоящего расположения будет виден источник в отраженном свете?



Расстояние между точками «входа» и «выхода» луча в и из стекла:

$$2atg\beta$$

По рисунку видно, что

$$d = 2atg\beta + 2btg\alpha = 2(atg\beta + btg\alpha)$$

Кроме того

$$\frac{d}{tg \propto} = SS' = 2\left(b + \frac{a}{n}\right)$$

СОБИРАЮЩАЯ ЛИНЗА

На собирающую линзу падает сходящийся пучок лучей так, что если бы линзы не было, то лучи бы пересеклись на расстоянии 3F от линзы. Где пересекаются лучи на самом деле?

В данной задаче имеем дело с т.н. мнимым источником, расположенном на расстоянии 3F от линзы. Известная формула

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

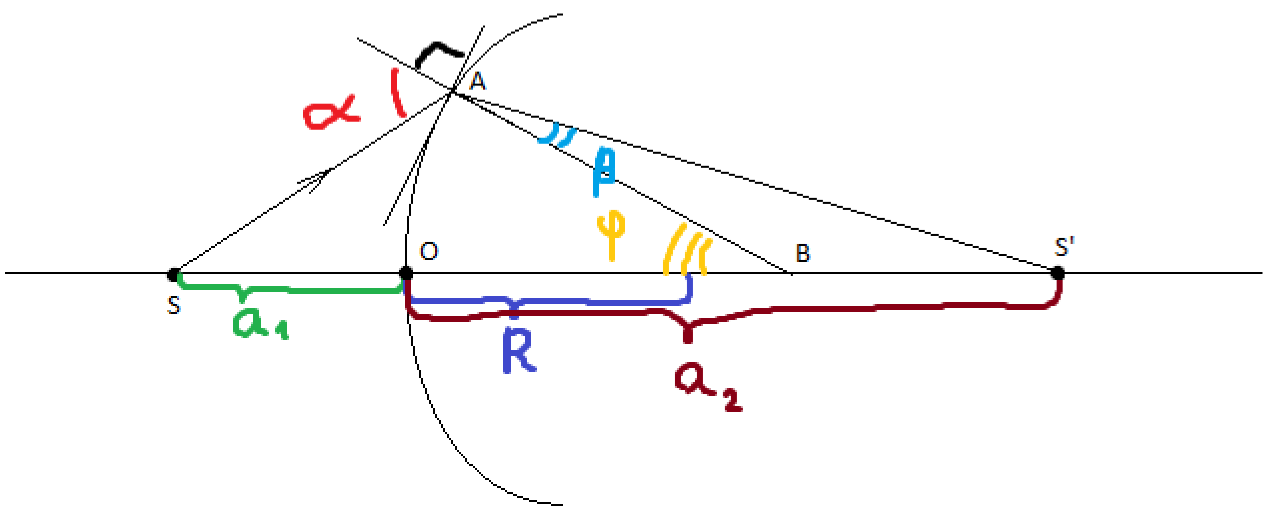
Преобразуется к виду

$$-\frac{1}{3F} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

Где минус означает тот факт, что источник мнимый. Выражаем отсюда f:

$$f = \frac{3}{4}F$$

ГЕОМЕТРИЯ СОБИРАЮЩЕЙ ЛИНЗЫ



Если угол a мал, то SA≈SO, а S'A≈S'O

$$\frac{SB}{SA} = \frac{\sin(\pi - \alpha)}{sin\varphi} = \frac{sin\alpha}{sin\varphi}$$

$$\frac{S'A}{S'B} = \frac{\sin(\pi - \varphi)}{sin\beta} = \frac{sin\varphi}{sin\beta}$$

Выражаем sinφ из второго и подставляем в первое:

$$\frac{SB}{SA} = \frac{sin\alpha}{sin\beta}\frac{S'B}{S'A} => \frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{SB * S'A}{SA * S'B}$$

Теперь надо получить значения отрезков. Для этого найдем знаки для исходных данных:

$$a_1 < 0, R > 0, a_2 > 0$$

С учетом этих знаков:

$$SB = -a_1 + R, S'A = a_2, SA = -a_1, S'B = a_2 - R$$

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{(R - a_1) * a_2}{-a_1 * (a_2 - R)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$Ra_2 n_1 - a_1 a_2 n_1 = Ra_1 n_2 - a_1 a_2 n_2$$

Разделим на $Ra_1 a_2$:

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_1}{R} = \frac{n_2}{a_2} - \frac{n_2}{R}$$

$$n_1 \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{R}\right) = n_2 \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{R}\right) - \text{инвариант Аббе}$$

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

Для линзы придется взять два таких выражения:

$$\frac{n_{\text{среды}}}{a_1} - \frac{n_{\text{линзы}}}{a} = \frac{n_{\text{среды}} - n_{\text{линзы}}}{R_1}$$

$$\frac{n_{\text{линзы}}}{a} - \frac{n_{\text{среды}}}{a_2} = \frac{n_{\text{линзы}} - n_{\text{среды}}}{R_2}$$

Складываем:

$$\frac{n_{\text{среды}}}{a_1} - \frac{n_{\text{линзы}}}{a} + \frac{n_{\text{линзы}}}{a} - \frac{n_{\text{среды}}}{a_2} = \left(n_{\text{линзы}} - n_{\text{среды}}\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$\frac{n_{\text{среды}}}{a_1} - \frac{n_{\text{среды}}}{a_2} = \left(n_{\text{линзы}} - n_{\text{среды}}\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

СВЕТ КАК ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА

УРАВНЕНИЕ ВОЛНЫ И ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Волновое уравнение имеет вид

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

Решение этого уравнения – уравнение волны

$$f = f_0 \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

Где

- ω – циклическая частота, соответственно, ωt выражает зависимость f от времени
- φ_0 – начальная фаза, позволяет «запустить» функцию f с любого угла
- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, r – радиус-вектор

В одномерном случае волновое уравнение принимает вид

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

КОЭФФИЦИЕНТ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

В случае однородной (ε=const, μ=const), электронейтральной ($\rho_{заряда} = 0$), непроводящей (проводимость = 0) среде:

$$\Delta\bar{E} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\Delta\bar{H} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} * \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\ \ \mu}} = \frac{c}{n}$$

$$\text{Где } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 2{,}998 * 10^8\ \frac{\text{м}}{c}\ (\text{скорость света}), \text{а } n = \sqrt{\varepsilon\ \ \mu} - \text{коэффициент преломления}$$

СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

1) v, E, H составляют правую тройку векторов
2) $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$
3) $S = \frac{dW}{\delta dt} -$ плотность потока энергии (энергия, переносимая волной через малую площадку в единицу времени)

$$dW = wdV = w\delta vdt$$

$$S = \frac{dW}{\delta dt} = \frac{w\delta vdt}{\delta dt} = wv, \text{где } w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = EH\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{EH}{v}$$

$$S = \frac{EH}{v}v = EH, \text{в векторном виде } \bar{S} = [\bar{E},\bar{H}] - \text{вектор Поинтинга}$$

Уравнения волны для E и H:

$$E = E_0\cos(\omega t - kr)$$
$$H = H_0\cos(\omega t - kr)$$

Соответственно:

$$S = E_0 H_0 cos^2(\omega t - kr) = {E_0}^2\frac{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}}{\sqrt{\mu\mu_0}}cos^2(\omega t - kr)$$

То есть

$$S \sim {E_0}^2$$

$$\text{Интенсивность света тоже } I = \langle S \rangle \sim E^{\ 2}$$

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Интерференция – сложение в пространстве двух или более волн, при котором в разных его точках в течение времени, достаточного для наблюдения, получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны.

Например, есть две волны

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega_1 t - k_1 r + \varphi_{01}) = E_{01}\cos\big(\varphi_1(t)\big)$$
$$E_2 = E_{02}\cos(\omega_2 t - k_2 r + \varphi_{02}) = E_{02}\cos\big(\varphi_2(t)\big)$$

Разность фаз

$$\Delta\varphi = \varphi_2(t) - \varphi_1(t)$$

Результирующая волна, получающаяся при сложении двух данных волн в каждый момент времени:

$$E_\Sigma = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02}\cos(\Delta\varphi)$$

Здесь возможны два варианта:

1) $\Delta\varphi \neq const$, то есть, зависит от времени, тогда $< \cos(\Delta\varphi) > = 0$ и
$$E_\Sigma = E_{01}^2 + E_{02}^2$$
$$I_\Sigma = I_{01} + I_{02}$$
2) $\Delta\varphi = const$, то есть, не зависит от времени, тогда
$$E_\Sigma = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02}\cos(\Delta\varphi)$$
$$I_\Sigma = I_{01} + I_{02} - 2\sqrt{I_{01}}\sqrt{I_{02}}\cos(\Delta\varphi)$$
$$\cos(\Delta\varphi) > 0 \Rightarrow I_\Sigma > I_{01} + I_{02} \text{ и } \cos(\Delta\varphi) < 0 \Rightarrow I_\Sigma < I_{01} + I_{02}$$
В частности, если $I_{01} = I_{02} = I_0 : max I_\Sigma = 4I_0, min I_\Sigma = 0$

УСЛОВИЯ МИНИМУМОВ И МАКСИМУМОВ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

Будем рассматривать две волны, разность фаз которых постоянна:

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega_1 t - kr_1)$$
$$E_2 = E_{02}\cos(\omega_2 t - kr_2)$$
$$E_\Sigma = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02}\cos(\Delta\varphi) = E_\Sigma = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02}\cos(kr_1 - kr_2)$$

Максимум наблюдается, если $\cos(\Delta\varphi) = -1$, то есть, если

$$kr_1 - kr_2 = (2m+1)\pi, m \in Z$$
$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = (2m+1)\pi, m \in Z$$
$$\frac{2}{\lambda}(r_1 - r_2) = (2m+1), m \in Z$$
$$(r_1 - r_2) = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, m \in Z$$

$r_1 - r_2$ – геометрическая разность хода (чтобы получить оптическую надо еще домножить на $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$)

Условие наблюдения минимума: оптическая разность хода равна нечетному числу длин полуволн:

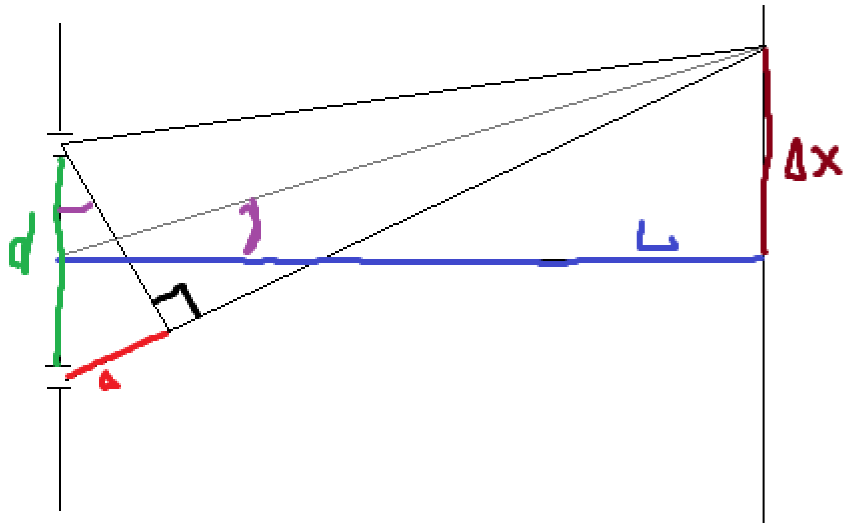
$$\Delta = (r_1 - r_2)n = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, n \in Z$$

Условие наблюдения минимума: оптическая разность хода равна четному числу длин полуволн:

$$\Delta = (r_1 - r_2)n = 2m\frac{\lambda_0}{2}, n \in Z$$

ШИРИНА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ПОЛОСЫ

МЕТОД ДЕЛЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА (ЮНГ)

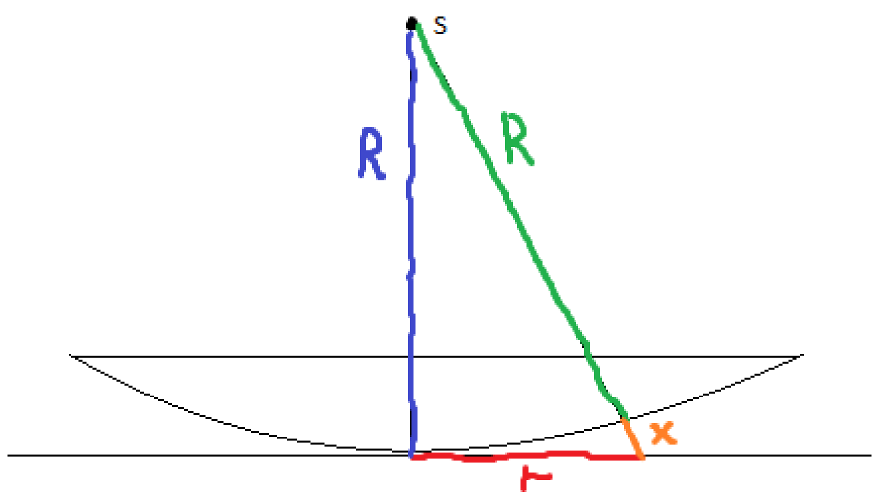


$$\Delta x = \frac{\Delta * L}{d} - \text{ширина интерференционной полосы}$$

Из сказанного ранее следует, что для разности хода верны утверждения:

$$\frac{\Delta x * d}{L} = 2m\frac{\lambda}{2} - \text{наблюдается максимум,}\frac{\Delta x * d}{L} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} - \text{минимум}$$

КОЛЬЦА НЬЮТОНА



$$\Delta = 2x + \frac{\lambda}{2}$$

$$r^2 + R^2 = (R + x)^2$$

$$r^2 = 2Rx$$

$$r = \sqrt{2x * R}$$

Максимум возникает если

$$\Delta = 2x + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$r = \sqrt{R\left(k\lambda - \frac{\gamma}{2}\right)}$$

Минимум возникает если

$$\Delta = 2x + \frac{\lambda}{2} = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

$$r = \sqrt{Rk\lambda}$$

В проходящем свете

$$\Delta = 2x + \lambda$$

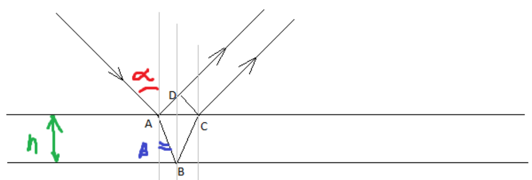
Кольца Ньютона на двух сложенных линзах:

$$x_1 = \frac{r_к^2}{2R_1} \text{ и } x_2 = \frac{r_к^2}{2R_2}$$

$$\Delta = 2(x_1 + x_2) + \frac{\lambda}{2} = k\lambda - \text{условие возникновения максимума}$$

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ

МЕТОД ДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ



$$\Delta = (AB + BC)n - AD \pm \frac{\lambda}{2} - \text{оптическая разность}$$

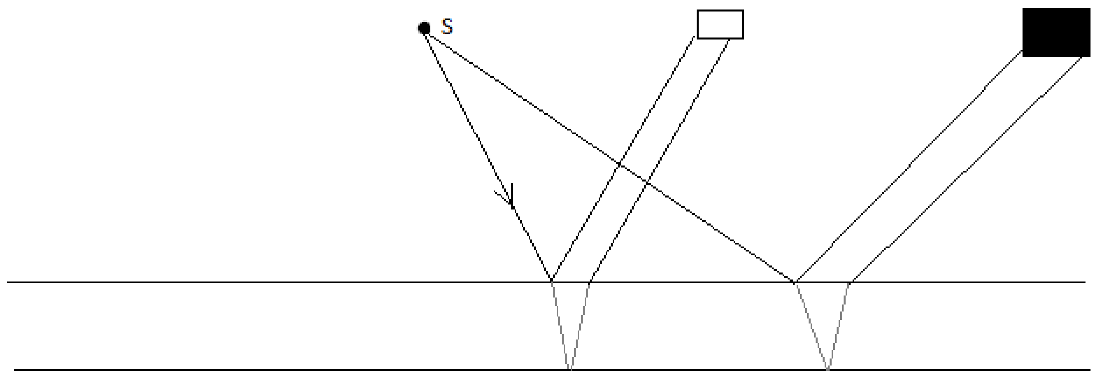
ход лучей (если отражается от среды с большим n, то приобретает поллины волны)

$$AB = BC = \frac{h}{cos\beta} = \frac{h}{\sqrt{1 - sin^2\beta}} = \frac{h}{\sqrt{1 - \frac{sin^2\alpha}{n^2}}} = \frac{hn}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}$$

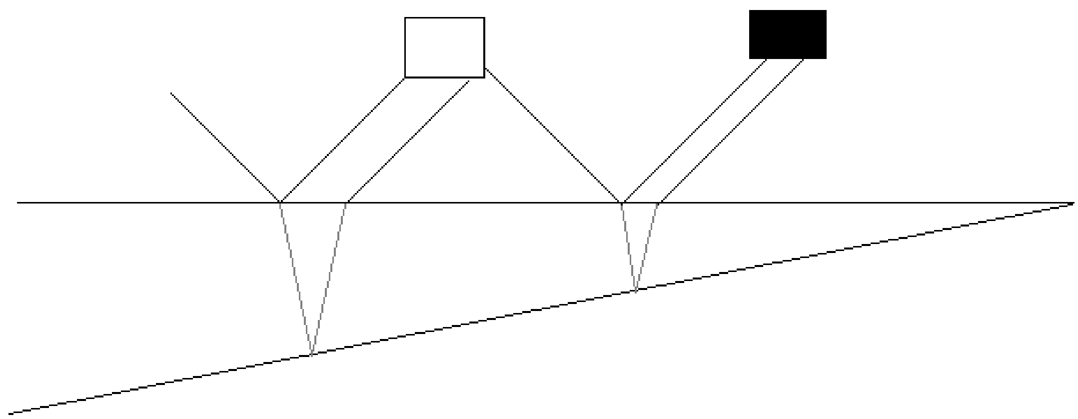
$$AD = ACsin\alpha = 2htg\beta sin\alpha = 2hsin\alpha\frac{sin\beta}{cos\beta} = \frac{2hsin^2\alpha}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}$$

$$\Delta = \frac{2hn^2}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}} - \frac{2h\,sin^2\alpha}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}} \pm \frac{\lambda}{2} = 2h\sqrt{n^2 - sin^2\alpha} \pm \frac{\lambda}{2}$$

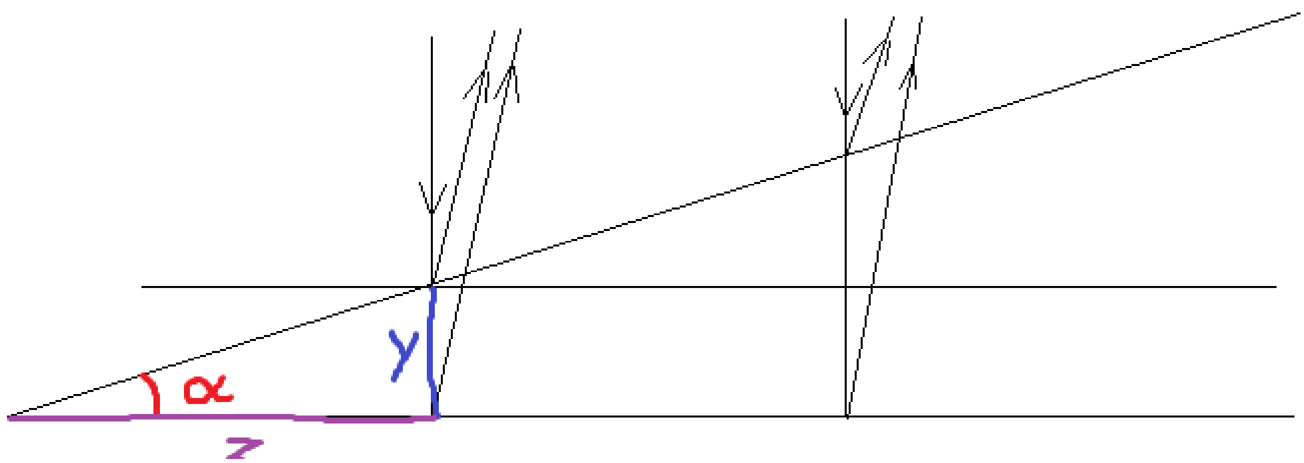
Полосы равного наклона:



Полосы равной толщины:



ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ В КЛИНЕ



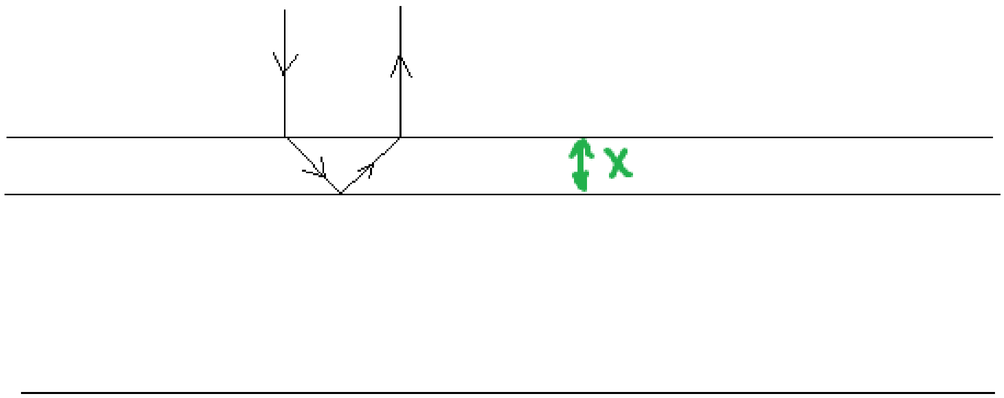
$$\Delta = 2yn + \frac{\lambda}{2}$$

$$2yn + \frac{\lambda}{2} = k\lambda - \text{условие максимума}$$

$$2yn + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} - \text{условие минимума}$$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

ПРОСВЕТЛЕНИЕ ОПТИКИ

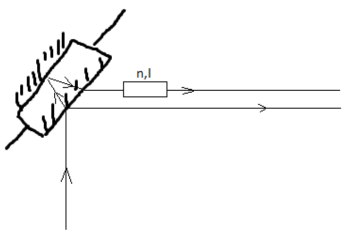


$$\Delta = 2xn$$

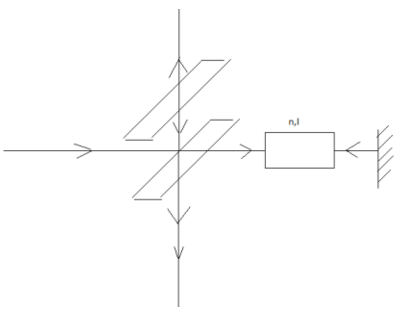
Условие просветления:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} (\text{отражается меньше света, проходит} - \text{больше})$$

ИНТЕРФЕРОМЕТРЫ



$$\Delta = l(n-1) = (2k+1)\frac{\lambda}{2} - \text{условие минимума}$$



$$\Delta = 2l(n-1) = (2k+1)\frac{\lambda}{2} - \text{условие минимума}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАЛЫХ ТОЛЩИН

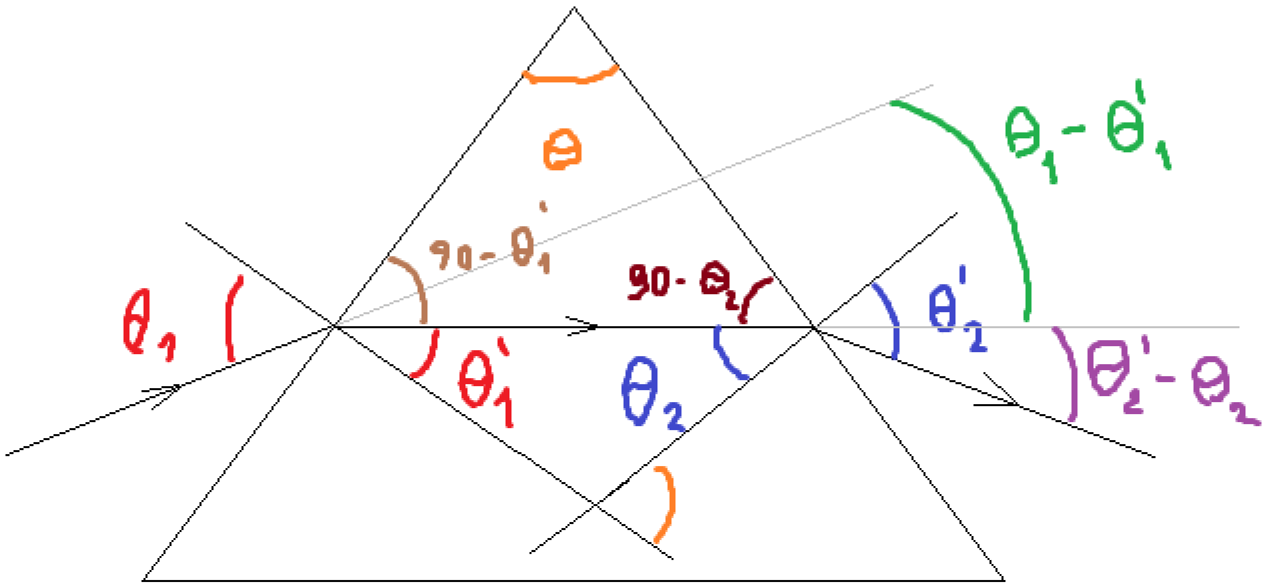
…

СФЕРИЧНОСТЬ ЛИНЗЫ (КОЛЬЦА НЬЮТОНА)

…

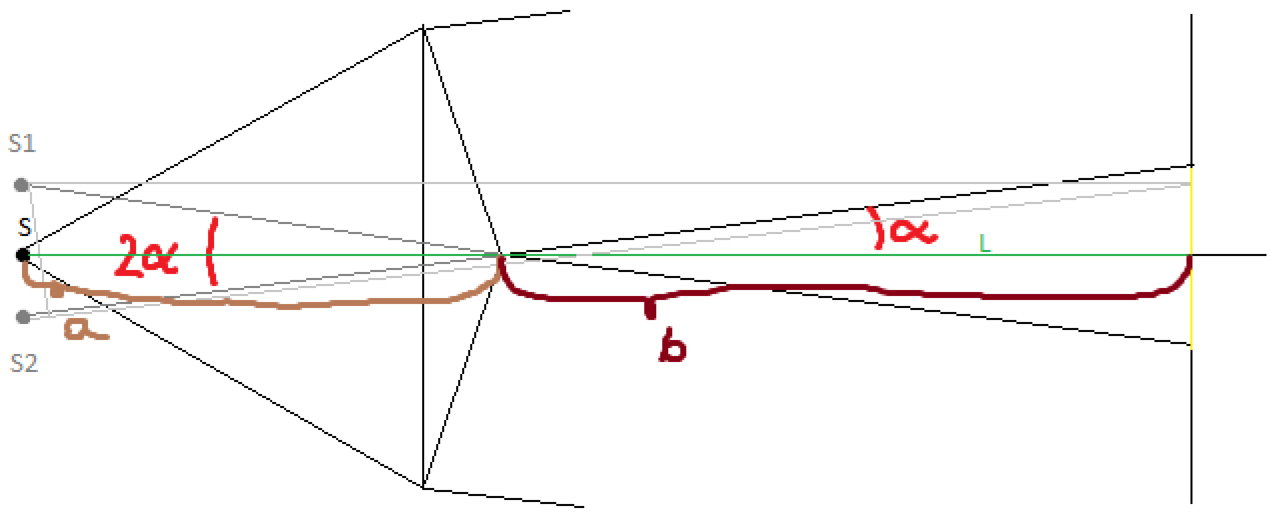
БИПРИЗМА ФРЕНЕЛЯ

Сначала посмотрим обычную призму



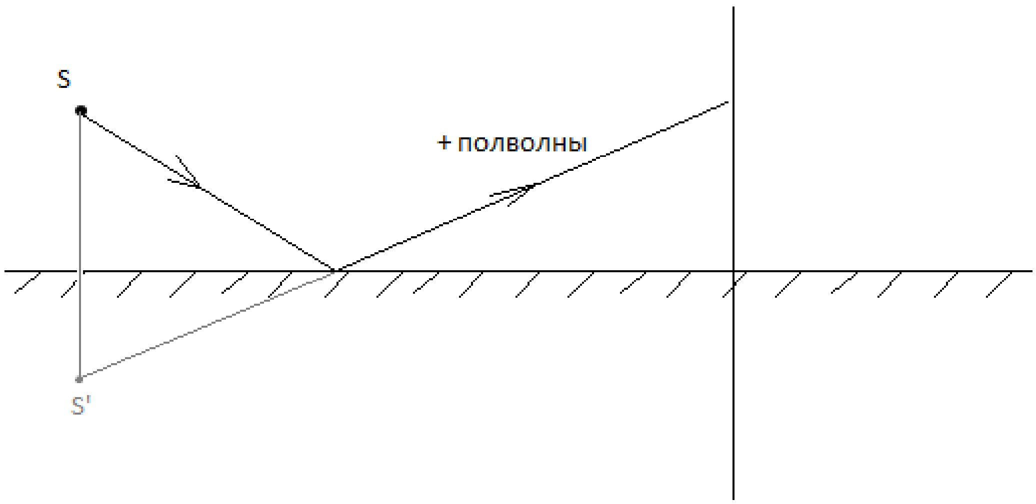
$$\alpha = \theta_1 - \theta'_1 + \theta'_2 - \theta_2 = \theta_1 + \theta'_2 - \theta \approx \theta'_1 n + \theta_2 n - \theta = \theta(n-1)$$

А теперь бипризма Френеля:



$$\frac{\Delta}{d} = \frac{x}{L}, \text{чтобы посчитать ширину полосы} : \frac{\lambda}{d} = \frac{\Delta x}{L} \text{ откуда } \Delta x = \frac{\lambda * L}{d} = \frac{\lambda * (a+b)}{2a\alpha} = \frac{\lambda * (a+b)}{2a\theta\,(n-1)}$$

ЗЕРКАЛО ЛЛОЙДА



ДИФРАКЦИЯ

ФРЕНЕЛЯ

Принцип Гюйгенса-Френеля: каждая точка волнового фронта является источником сферических вторичных когерентных волн.

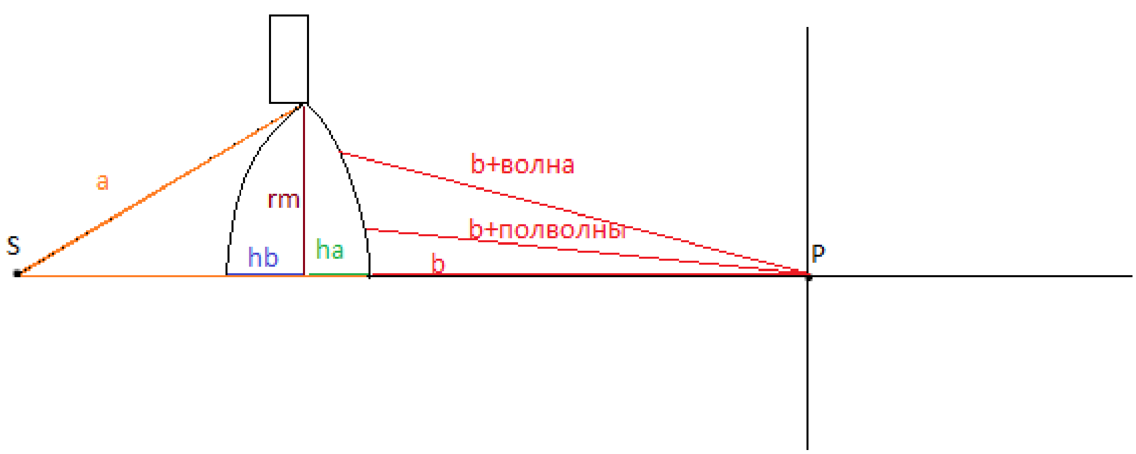
МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Разность расстояний от любых точек до точки наблюдения не превышает длины волны – одна зона.

Две волны от двух соседних зон ослабляют друг друга.

Амплитуды волн:

$$A = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i A_i = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=0}^{n} \frac{A_{2i}}{2} - A_{2i+1} + \frac{A_{2i+2}}{2} \approx \frac{A_0}{2}$$



$$a^2 - (a - h_a)^2 = r_m^2$$

$$r_m = \sqrt{2ah_a} \text{ и } \boldsymbol{h_a} = \frac{\boldsymbol{r_m^2}}{\boldsymbol{2a}}$$

$$\left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 = \left(\left(b + m\frac{\lambda}{2}\right) - h_b\right)^2 + r_m^2$$

$$0 = -2h_b\left(b + m\frac{\lambda}{2}\right) + r_m^2 \text{ и } \boldsymbol{h_b} = \frac{\boldsymbol{r_m^2}}{\boldsymbol{2\left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)}}$$

$$\boldsymbol{h_a + h_b = m\frac{\lambda}{2} = \frac{r_m^2}{2a} + \frac{r_m^2}{2\left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)}}$$

$$\mathrm{m}\frac{\lambda}{2} = \frac{\mathrm{r_m^2}}{2\mathrm{a}} + \frac{\mathrm{r_m^2}}{2\left(\mathrm{b} + \mathrm{m}\frac{\lambda}{2}\right)} \Rightarrow \mathrm{m}\lambda = \frac{\mathrm{r_m^2}}{\mathrm{a}} + \frac{\mathrm{r_m^2}}{\mathrm{b}} = \frac{\mathrm{r_m^2}(a+b)}{ab} \Rightarrow r_m = \sqrt{\frac{m\lambda ab}{a+b}} - \text{радиус } m - \text{й зоны Френеля}$$

В случае плоской волны (a=∞):

$$r_m = \sqrt{m\lambda b}$$

ВЕКТОРНАЯ ДИАГРАММА ДЛЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Векторные диаграммы были придуманы для упрощения оценки амплитуды результирующей волны при дифракции Френеля:

$$A_1 - A_2 \approx 0$$

$$A_1 - A_2 + A_3 \approx A_3$$

$$A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \approx 0$$

Открываем четное количество зон – видим темное пятно.

Введем векторную диаграмму, где длина вектора будет соответствовать амплитуде, а угол – фазе волны в данный момент времени.

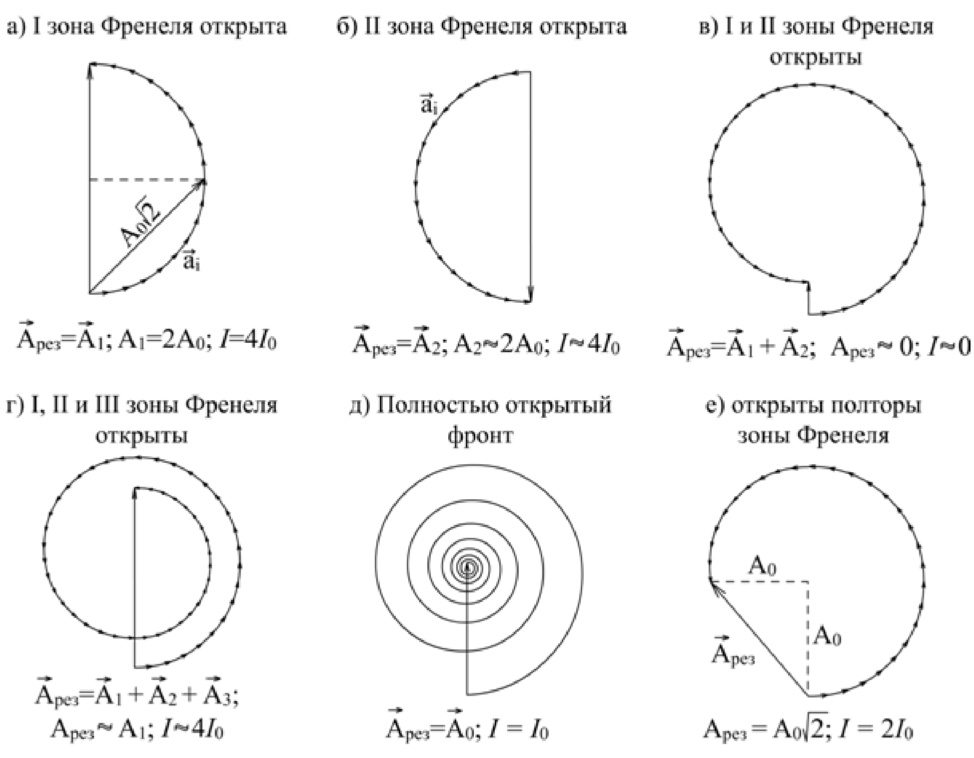


Рис. 4

Пятно Пуассона получится, если закрыть три зоны Френеля. Очевидно, должно выполняться условие

$$A_{\text{всех зон}} = A_{\text{всех}-3} + A_3$$

Получим в центре экрана пятно примерно такой же интенсивности, как и от полностью открытого волнового фронта.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Амплитудная зонная пластинка закрывает ослабляющие зоны, дает следующий выигрыш от пяти зон:

$$A = A_1 + A_3 + A_5 \approx 3A_1 = 6A_0 => I = 36I_0$$

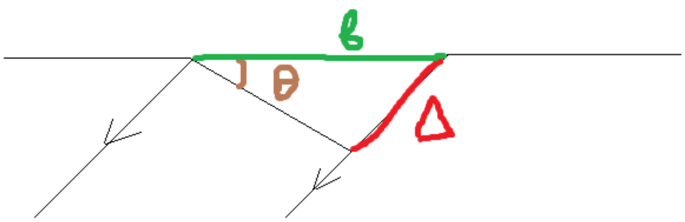
Фазовая зонная пластинка сдвигает фазу ослабляющих зон, дает выигрыш от четырех зон:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \approx 4A_1 = 8A_0 => I = 64I_0$$

Но надо точно вырезать ямки определенной глубины, чтобы выполнялось условие

$$h(n-1) = \frac{\lambda}{2}$$

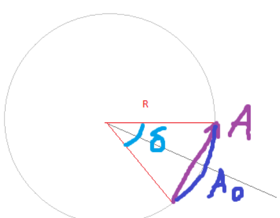
ФРАУНГОФЕРА



$$\Delta = b sin\theta$$

$$\delta = 2\frac{\Delta}{\lambda}\pi = 2\frac{b sin\theta\pi}{\lambda}$$

$$A_0 = R\delta, A = 2R sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = 2\frac{A_0}{\delta}\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$$



$$I = I_0\frac{sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2}$$

Направление на дифракционный минимум – когда разность хода от одного края до другого 2πm:

$$2\frac{b sin\theta\pi}{\lambda} = 2\pi \mathrm{m}$$

$$sin\theta = \frac{\mathrm{m}\lambda}{b} - \text{при таких углах будут минимумы}$$

Почти вся энергия уходит в центральный дифракционный максимум.

ПОЛЯРИЗАЦИЯ