ИТМО Кафедра Информатики и прикладной математики

Отчет по лабораторной работе №2 «Интегрирование» Вариант : метод трапеций

Выполнил: студент группы P3217

Плюхин Дмитрий

Преподаватель: Калёнова О. В.

2016 год

1. Описание метода

Метод трапеций — метод численного интегрирования функции одной переменной, заключающийся в замене на каждом элементарном отрезке подынтегральной функции на многочлен первой степени, то есть линейную функцию. Площадь под графиком функции аппроксимируется прямоугольными трапециями.

Суть метода состоит в разбиении промежутка интегрирования на некоторое количество областей, подсчитывании значений функции на границах каждой области, нахождении и складывании площадей получаемых трапеций.

Если оценка погрешности производится методом Рунге, то изначально рассматривается только одна область разбиения, приближенное значение интеграла на которой рассчитывается по формуле (*). Далее количество областей увеличивается вдвое и приближенное значение интеграла при новых областях разбиения рассчитывается по формуле (**) до тех пор, пока погрешность, даваемая формулой (***) не станет меньше требуемой.

Если необходимая точность так и не была достигнута, либо на каком-то этапе получено некорректное значение (функция дает слишком большое значение при некотором аргументе или не определена), то метод не работает в данном случае.

$$I_0 = \int_a^b f(x)dx \approx (b-a)\frac{f(b)+f(a)}{2} \quad (*)$$

$$I_k = \int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{2^k-1} \frac{(b-a)\left(f\left(a+\frac{(b-a)}{2^k}i\right)+f\left(a+\frac{(b-a)}{2^k}(i+1)\right)\right)}{2^{k+1}} \quad (**)$$

$$\Delta_{2n} \approx \frac{1}{3}|I_{k+1}-I_k| \quad (***)$$

2. Листинг основной части программы

```
public static ArrayList<Double> CountIntegral(Integrable f, double lowbound, double highbound, double accuration){
        boolean changeSign = false;
        ArrayList<Double> rezult = new ArrayList<>();
        double TmpValue = 0d;
        double Value = 0d;
        double realAccuration = 0d;
        int numberOfSegments = 1;


        if (lowbound > highbound){
            double tmp = lowbound;
            lowbound = highbound;
            highbound = tmp;
            changeSign = true;
        }

        double step = highbound - lowbound;

        Value = (highbound - lowbound)*(f.getValue(highbound) + f.getValue(lowbound))/2;

        if (!Double.isFinite(Value) || Double.isNaN(Value)){
            throw new IllegalArgumentException();
        }
        do{

            if (numberOfSegments > 100_000){
                throw new IllegalArgumentException();
            }

            TmpValue = Value;
            Value = 0;
            numberOfSegments *= 2;
            step = (highbound - lowbound)/numberOfSegments;
            for (int i = 0; i < numberOfSegments; i++){
```

```
                Value += step*(f.getValue(lowbound + i*step) +
                    f.getValue(lowbound + (i+1)*step))/2;
            }
        } while(Math.abs(Value - TmpValue)/3 > Math.abs(accuration));
        realAccuration = Math.abs(Value - TmpValue)/3;
        if (changeSign){
            Value = -Value;
        }
        if (!Double.isFinite(Value) || Double.isNaN(Value)){
            throw new IllegalArgumentException();
        }

        rezult.add(Value);
        rezult.add((double)numberOfSegments);
        rezult.add(realAccuration);

        return rezult;
    }
```

3. Примеры и результаты работы программы

Пример 1. Функция:
a(x) = 13.6x^2 + 63.1x + 61.13
Пределы интегрирования:
От 6.0 до 13.0
Погрешность:
0.01

```
Rezult:
Value of integral : 13604.59629913333
Number of segments : 512
Real accuration : 0.002965799951198278
```

Пример 2. Функция:
b(x) = -4.0sin(x) + 5.87cos(x) + 6.6tg(x) - 7.0sin(x)cos(x)
Пределы интегрирования:
От 1.0 до -1.0
Погрешность:
0.02

```
Rezult:
Value of integral : -9.866002899481522
Number of segments : 16
Real accuration : 0.01287988620212488
```

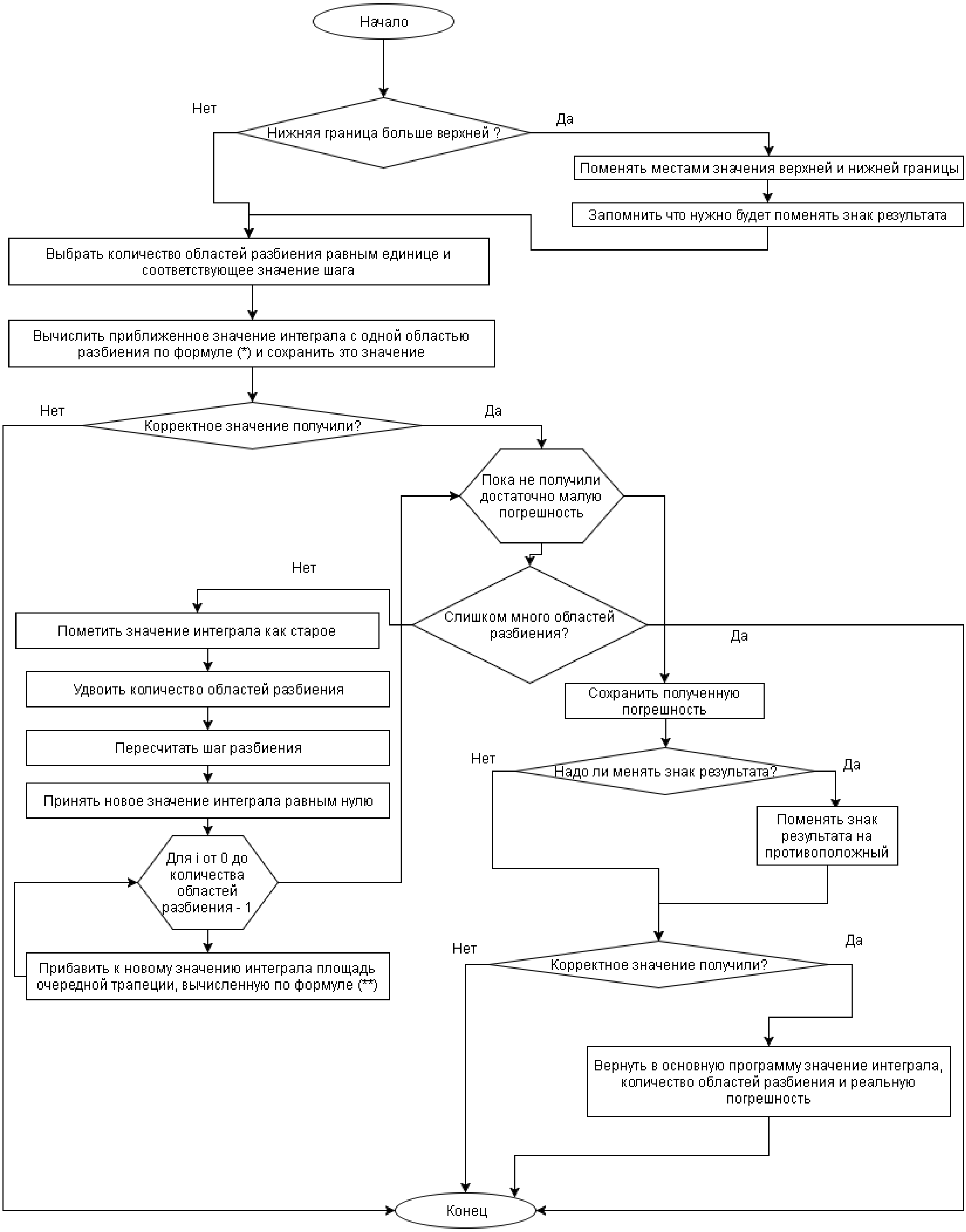
Пример 3. Функция:
c(x) = 8.1ln(x) + 9.2lg(x) + 10.5
Пределы интегрирования:
От 6.6 до 13.13
Погрешность:
0.1

```
Rezult:
Value of integral : 247.81552593237376
Number of segments : 8
Real accuration : 0.050383006674527074
```

Пример 4. Функция:
d(x) = ((15.8ln(x) + 3.14lg(x) + 2.718281828459045) *
* (15.8sin(x) + 3.14cos(x) + 2.718281828459045tg(x) +
+ 0.1sin(x)cos(x))) -
- (15.8x^2 + 3.14x + 2.718281828459045)
Пределы интегрирования:
От 100 до 101
Погрешность:
0.3

```
Rezult:
Value of integral : -159703.20465055798
Number of segments : 16
Real accuration : 0.08207032474456355
```

4. Блок – схема численного метода



5. Вывод

Так, при решении интегралов численными методами приходится сталкиваться с небольшими сложностями вычислений, однако, эти сложности позволяют организовать процесс вычислений таким образом, чтобы мгновенно находить значения интегралов наиболее трудноинтегрируемых вручную функций. Полученные навыки можно использовать в различных областях, начиная от создания карманных приложений по расчету интегралов до применения численных методов в производстве, а написанная программа может послужить основой для создания более крупной и совершенной системы расчета математических величин. Также с помощью написанной программы и полученных знаний можно значительно ускорять процесс вычислений при изучении новых тем в курсе высшей математики и решении соответствующих примеров.