Отчет по лабораторной работе № 3

«Моделирование СМО с помощью аналитических и численных методов»

Выполнил: студент группы P3317

Плюхин Д.А.

Преподаватель: Соснин В.В.

# **Расчет варианта**

Имя: Дмитрий (7 букв)

Фамилия: Плюхин (6 букв)

k = 2 + (7 mod 7) = 2

M[b] = 6

λ = 2 \* 0.9 / 6 = 0.3

q = 6 / (6 + 7) = 0.462

Е1= +∞

E2 = 3 + (6 mod 5) = 4

E3 = 9 – 4 = 5

# **Cхема СеМО**

СМО-2

q = 0.462

СМО-3

Е3= 5

Е2= 4

λ = 0.3

Е1= +∞

СМО-1

M[b] = 6

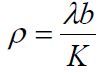
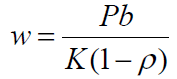
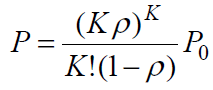
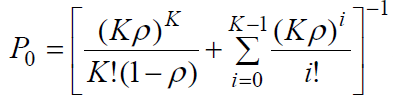
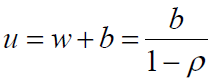
M[b] = 6

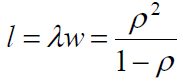
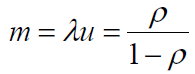
M[b] = 6

M[b] = 6

**Расчет характеристик СМО-1 с помощью аналитического моделирования**

Используемые формулы:

, ,  , , ,

,

Полученные результаты с учетом известных значений K = 2, b = 6 и λ = 0.3:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| r = | 0,9 |  | Загрузка системы |
| P0 = | 0,052632 |  | Вероятность простоя |
| P = | 0,852632 |  | Вероятность занятости всех приборов |
| w = | 25,57895 |  | Среднее время ожидания заявок |
| u = | 31,57895 |  | Среднее время пребывания в системе |
| l = | 7,673684 |  | Средняя длина очереди заявок |
| m = | 9,473684 |  | Среднее число заявок в системе |

# **Расчёт характеристик для СМО-2 и СМО-3 с помощью численного моделирования**

**Экспоненциальное распределение времени обслуживания в СМО-2 (исходная система)**

Граф переходов:

μ

μ

μ

μ

λ

λ

λ

λ

Вероятности пребывания в пяти состояниях, соответствующих возможному количеству заявок в системе от 0 до 5 посчитаны при помощи приложения WinMark.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| λ = | 0,138462 |  | Интенсивность входного потока |
| μ = | 0,166667 |  | Интенсивность обслуживания заявок |
|  |  |  |  |
| p0 = | 0,280355 |  | Вероятность отсутствия заявок |
| p1 = | 0,23276 |  | Вероятность наличия одной заявки в приборе |
| p2 = | 0,193245 |  | Вероятность наличия двух заявок |
| p3 = | 0,160439 |  | Вероятность наличия трех заявок |
| p4 = | 0,133202 |  | Вероятность наличия четырех заявок |

Используемые формулы для расчета характеристик:

, , , ,

,

Полученные результаты с учетом известных вероятностей и интенсивностей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| π = | 0,133202 |  | Вероятность потери заявки |
| λ' = | 0,018443 |  | Интенсивность потерь заявок |
| r = | 0,719646 |  | Загрузка системы |
| l = | 0,913729 |  | Средняя длина очереди |
| m = | 1,633375 |  | Среднее число заявок в системе |
| w = | 7,613255 |  | Среднее время ожидания заявок |
| u = | 13,6094 |  | Среднее время пребывания в системе |

**Экспоненциальное распределение времени обслуживания в СМО-3 (исходная система)**

Граф переходов (за исключением того, что добавится еще одно состояние), используемые формулы и метод расчета вероятностей аналогичны предыдущему пункту.

Полученные результаты:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| λ = | 0,161538 |  | Интенсивность входного потока | | | | | |
| μ = | 0,166667 |  | Интенсивность обслуживания заявок | | | | | |
|  |  |  |  | | | | | |
| p0 = | 0,180144 |  | Вероятность отсутствия заявок | | | | | |
| p1 = | 0,174525 |  | Вероятность наличия одной заявки в приборе | | | | | |
| p2 = | 0,169081 |  | Вероятность наличия двух заявок | | | | | |
| p3 = | 0,163807 |  | Вероятность наличия трех заявок | | | | | |
| p4 = | 0,158697 |  | Вероятность наличия четырех заявок | | | | | |
| p5 = | 0,153746 |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| π = | 0,153746 |  | Вероятность потери заявки | | | | | |
| λ' = | 0,024836 |  | Интенсивность потерь заявок | | | | | |
| r = | 0,819856 |  | Загрузка системы | | | | | |
| l = | 1,58777 |  | Средняя длина очереди | | | | | |
| m = | 2,407626 |  | Среднее число заявок в системе | | | | | |
| w = | 11,61478 |  | Среднее время ожидания заявок | | | | | |
| u = | 17,61215 |  | Среднее время пребывания в системе | | | | | |

**Распределение Эрланга второго порядка времени обслуживания в СМО-2**

Граф переходов:

λ

λ

λ

λ

μ

μ

μ

μ

μ

μ

μ

λ

λ

μ

λ

Полученные результаты:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| λ = | 0,138462 |  | Интенсивность входного потока | | | | | |
| μ = | 0,333333 |  | Интенсивность обслуживания заявок | | | | | |
|  |  |  |  | | | | | |
| p0 = | 0,255655 |  | Вероятность отсутствия заявок | | | | | |
| p1 = | 0,150381 |  | Вероятность наличия одной заявки | | | | | |
| p2 = | 0,106235 |  | Вероятность наличия одной заявки | | | | | |
| p3 = | 0,1068 |  | Вероятность наличия двух заявок | | | | | |
| p4 = | 0,106635 |  | Вероятность наличия двух заявок | | | | | |
| p5 = | 0,081235 |  | Вероятность наличия трех заявок | | | | | |
| p6 = | 0,088691 |  | Вероятность наличия трех заявок | | | | | |
| p7 = | 0,033756 |  | Вероятность наличия четырех заявок | | | | | |
| p8 = | 0,070611 |  | Вероятность наличия четырех заявок | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| π = | 0,070611 |  | Вероятность потери заявки | | | | | |
| λ' = | 0,009777 |  | Интенсивность потерь заявок | | | | | |
| r = | 0,744344 |  | Загрузка системы | | | | | |
| l = | 0,866388 |  | Средняя длина очереди | | | | | |
| m = | 1,610732 |  | Среднее число заявок в системе | | | | | |
| w = | 6,732645 |  | Среднее время ожидания заявок | | | | | |
| u = | 12,51689 |  | Среднее время пребывания в системе | | | | | |

**Двухфазное гиперэкспоненциальное распределение времени обслуживания в СМО-3**

Граф переходов:

(1-q)λ

qλ

μ2

μ1

qμ2

(1-q)μ2

(1-q)λ

qμ1

qλ

(1-q)μ1

(1-q)μ2

(1-q)λ

qλ

qμ1

qμ2

(1-q)μ1

(1-q)μ2

(1-q)λ

qμ1

qλ

qμ2

(1-q)μ1

(1-q)μ2

(1-q)λ

qλ

qμ2

qμ1

(1-q)μ1

P10

Исходные данные:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| λ = | 0,161538 |  | Интенсивность входного потока | | | | | |
| μ1 = | 0,104167 |  | Интенсивность обслуживания заявок 1 | | | | | |
| μ2 = | 0,27027 |  | Интенсивность обслуживания заявок 2 | | | | | |
| q = | 0,4 |  | Вероятность - параметр закона распределения | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| qλ = | 0,064615 |  | Интенсивности для нахождения вероятностей состояний | | | | | |
| (1-q)λ = | 0,096923 |  |
| qμ1 = | 0,041667 |  |
| qμ2 = | 0,108108 |  |
| (1 - q)μ1 = | 0,0625 |  |
| (1 - q)μ2 = | 0,162162 |  |

Матрица интенсивностей:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0 | **0** | 0,064615 | 0,096923 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0,104167 | **1** |  | 0,064615 |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 0,27027 |  | **2** |  | 0,096923 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  | 0,041667 | 0,0625 | **3** |  | 0,064615 |  |  |  |  |  |
| 4 |  | 0,108108 | 0,162162 |  | **4** |  | 0,096923 |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  | 0,041667 | 0,0625 | **5** |  | 0,064615 |  |  |  |
| 6 |  |  |  | 0,108108 | 0,162162 |  | **6** |  | 0,096923 |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  | 0,041667 | 0,0625 | **7** |  | 0,064615 |  |
| 8 |  |  |  |  |  | 0,108108 | 0,162162 |  | **8** |  | 0,096923 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  | 0,041667 | 0,0625 | **9** |  |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  | 0,108108 | 0,162162 |  | **10** |

Полученные результаты:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| p0 = | 0,360027 |  | Вероятность отсутствия заявок |
| p1 = | 0,200233 |  | Вероятность наличия одной заявки |
| p2 = | 0,138046 |  | Вероятность наличия одной заявки |
| p3 = | 0,105884 |  | Вероятность наличия двух заявок |
| p4 = | 0,056585 |  | Вероятность наличия двух заявок |
| p5 = | 0,054546 |  | Вероятность наличия трех заявок |
| p6 = | 0,024593 |  | Вероятность наличия трех заявок |
| p7 = | 0,027697 |  | Вероятность наличия четырех заявок |
| p8 = | 0,01119 |  | Вероятность наличия четырех заявок |
| p9 = | 0,017187 |  | Вероятность наличия пяти заявок |
| p10 = | 0,004013 |  | Вероятность наличия пяти заявок |
|  |  |  |  |
| π = | 0,0212 |  | Вероятность потери заявки |
| λ' = | 0,003425 |  | Интенсивность потерь заявок |
| r = | 0,639974 |  | Загрузка системы |
| l = | 0,522208 |  | Средняя длина очереди |
| m = | 1,162182 |  | Среднее число заявок в системе |
| w = | 3,302734 |  | Среднее время ожидания заявок |
| u = | 7,350286 |  | Среднее время пребывания в системе |

**Графики изменения загрузки, времени пребывания и вероятности потерь в зависимости от нагрузки на СМО-1**

**Сравнение результаты расчётов с результатами, полученными с помощью имитационного моделирования в домашнем задании №2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Расчет характеристик СМО-1 | | | |
| Величина | Результат расчета | Результат из ДЗ 2 | Наименование |
| r = | 0,9 | 0,905±0,002 | Загрузка системы |
| w = | 25,57894737 | 27,743±1,219 | Среднее время ожидания заявок |
| u = | 31,57894737 | 33,7308±1,219 | Среднее время пребывания в системе |
| l = | 7,673684211 | 8,3852±0,352 | Средняя длина очереди заявок |
| Расчет характеристик СМО-2 (экспоненциальное распределение) | | | |
| Величина | Результат расчета | Результат из ДЗ 2 | Наименование |
| π = | 0,133202 | 0,1074±0,004 | Вероятность потери заявки |
| r = | 0,719646 | 0,7474±0,003 | Загрузка системы |
| l = | 0,913729 | 0,8762±0,012 | Средняя длина очереди |
| w = | 7,613254632 | 7,0316±0,091 | Среднее время ожидания заявок |
| u = | 13,60939599 | 13,0272±0,109 | Среднее время пребывания в системе |
| Расчет характеристик СМО-3 (экспоненциальное распределение) | | | |
| Величина | Результат расчета | Результат из ДЗ 2 | Наименование |
| π = | 0,153746 | 0,1576±0,003 | Вероятность потери заявки |
| r = | 0,819856 | 0,8224±0,004 | Загрузка системы |
| l = | 1,58777 | 1,6028±0,021 | Средняя длина очереди |
| w = | 11,61477805 | 11,6804±0,143 | Среднее время ожидания заявок |
| u = | 17,61214887 | 17,6712±0,167 | Среднее время пребывания в системе |
| Расчет характеристик СМО-2 (эрланговское распределение) | | | |
| Величина | Результат расчета | Результат из ДЗ 2 | Наименование |
| π = | 0,070611 | 0,072±0,003 | Вероятность потери заявки |
| r = | 0,744344 | 0,7798±0,003 | Загрузка системы |
| l = | 0,866388 | 0,8126±0,012 | Средняя длина очереди |
| w = | 6,732645498 | 6,2512±0,074 | Среднее время ожидания заявок |
| u = | 12,51689491 | 12,2512±0,074 | Среднее время пребывания в системе |
| Расчет характеристик СМО-3 (гиперэкспоненциальное распределение) | | | |
| Величина | Результат расчета | Результат из ДЗ 2 | Наименование |
| π = | 0,0212 | 0,1818±0,003 | Вероятность потери заявки |
| r = | 0,639974 | 0,8104±0,004 | Загрузка системы |
| l = | 0,522208 | 1,638±0,014 | Средняя длина очереди |
| w = | 3,302734155 | 12,2454±0,1 | Среднее время ожидания заявок |
| u = | 7,350286065 | 18,3032±0,13 | Среднее время пребывания в системе |

Таким образом, значения, полученные в ходе аналитического и численного моделирования хотя преимущественно и находятся за пределами выявленных доверительных интервалов, но отстоят от них на относительно малые величины. Вероятно, это связано с недостаточно большим количеством заявок, пропущенных через СМО во время моделирования. Исключение составляет лишь СМО-3 со временем обслуживания, распределенным по гиперэкспоненциальному закону – результаты расчета и результаты имитационного моделирования отличаются существенно.

**Выводы по проделанной работе**

1. Изменение разброса времени обслуживания в приборах приводит к увеличению времени ожидания заявок в очередях, и, соответственно, общего времени пребывания заявок в системе.
2. При низкой загрузке СМО-1 выходной поток заявок определяется законом распределения времени обслуживания, а поскольку он является экспоненциальным, то имеем дело в худшем случае с системой M/G/1, характеристики которой, в соответствии с формулой Поллачека-Хинчина, зависят только от первых двух моментов и не зависят от закона распределения времени обслуживания.
3. При загрузке СМО-1, стремящейся к нулю, время нахождения заявок в СМО-1 распределено по тому же закону, что и время обслуживания в приборе (очередей почти нет и именно время обслуживания определяет время нахождения заявки в системе), то есть, по экспоненте. В случае же перегрузки СМО-1 время нахождения в системе от заявки к заявке постоянно увеличивается таким образом, что величина, обратная времени нахождения заявке в такой системе окажется распределена по экспоненциальному закону.
4. При увеличении разброса времени обслуживания и увеличении нагрузки на СМО увеличивается доверительный интервал времени пребывания заявок в системе.