

### Exercice 1 : L'énigme des enfers

Dans la mythologie Grecque, l'accès aux Enfers est gardé par Cerbère, un terrible chien à trois têtes. Celui-ci se trouve devant trois couloirs qui, soit permettent de rejoindre le monde des vivants, soit conduisent directement aux Enfers.

Lorsque Cerbère accueille un nouvel arrivant, **il est contraint de lui dire la vérité**. Par la suite, il peut mentir ou dire la vérité à sa guise mais il respecte toujours les règles qu'il s'est fixées lors de l'accueil.

Après avoir bu la coupe de ciguë, Socrate se retrouve face à Cerbère. Celui-ci, honoré de rencontrer le grand philosophe, veut lui offrir une chance d'éviter la damnation éternelle. Il lui dit alors : Je vais t'indiquer un des couloirs qui mène au monde des vivants mais, pour mettre à l'épreuve ta grande sagesse, chacune de mes tête énoncera une indication logique qui seront soit toutes vraies, soit toutes fausses, et tu en déduiras le couloir que tu devras suivre.

Nous noterons  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  les propositions associées aux indications de la première, la deuxième et la troisième tête du Cerbère.

1. Représenter l'énoncé de Cerbère sous la forme d'une formule du calcul des propositions dépendant de  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$ .  $I_3 = \text{vrai}$

Cerbère énonce alors les trois indications logiques :

- La première tête dit : Le premier couloir ainsi que le troisième mènent au monde des vivants
- La deuxième tête dit : Si le deuxième couloir mène au monde des vivants, alors le troisième n'y mène pas
- La troisième tête conclut par : Le premier couloir mène au monde des vivants par contre le deuxième n'y mène pas .

Nous noterons  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  les variables propositionnelles correspondant au fait que le premier, le deuxième, le troisième couloir mènent au monde des vivants.

2. Exprimer  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  sous la forme de formules du calcul des propositions dépendant de  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ .
3. En utilisant le calcul des propositions (résolution avec les tables de vérité), déterminer le couloir que Socrate doit suivre pour rejoindre le monde des vivants.
4. En admettant que Cerbère ait menti en donnant les trois indications, Socrate pouvait-il suivre d'autres couloirs ? Si oui, le ou lesquels ?

**Exercice 2 : Opérations et Conversions de base (à réaliser dans la base de départ !)**

$$\begin{array}{r} 1101_2 \\ \times 110_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100_2 \\ \times 100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101_2 \\ \times 10_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} BA51_{16} \\ \times 13_{16} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} CBC2_{16} \\ \times A7_{16} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{A9D0}_{16} \\ \times \text{81}_{16} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{2F57}_{16} \\ \times \text{63}_{16} \\ \hline \end{array}$$

### Exercice 3 : Équations trigonométriques simples

Résolvez les équations suivantes. Donnez les solutions exactes et les solutions numériques approchées en radians.

$$\begin{array}{ll} a) & \sin(x) = -\frac{2}{3} \quad \text{sur } \mathbb{R} \text{ et sur } ]-\pi; \pi] \\ b) & \cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{sur } \mathbb{R} \text{ et sur } [0; 2\pi[ \\ c) & \tan(x) = 2 \quad \text{sur } \mathbb{R} \text{ et sur } [-2\pi; 2\pi] \end{array}$$

### Exercice 4 : Équations et inéquations rationnelles simples

a. Résoudre l'équation

$$\frac{x+2}{x-2} - \frac{8}{3x+12} = \frac{x^2}{x^2+2x-8}$$

b. Résoudre l'inéquation

$$\frac{x+3}{x+2} - \frac{x+2}{3x+9} \leq \frac{x^2-3}{x^2+5x+6}$$