BTS SIO

Session 2021

Épreuve : **Mathématiques**

Durée de l'épreuve : 2 heures

PROPOSITION DE CORRIGÉ

Exercice 1

Partie A

1.a.

sommets	Prédécesseurs	Successeurs
A	B	C,D,E
B		A,C,E,F
C	A,B	E
D	A,E,F	
E	A,B,C	F
F	B,E	D,F

1.b.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.a.

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.b. Il existe 3 chemins de longueur 3 allant du sommet B au sommet D

3.a.

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.b. Cela veut dire qu'il existe un chemin allant du sommet C au sommet F.

4. Le chemin Hamiltonien dans ce graphe est : B – A – C – E – F – D car ce chemin passe par tous les sommets de ce graphe.

En effet nous commençons par le sommet B car c'est le seul sommet n'ayant pas de prédécesseurs.

sommets	Prédécesseurs
A	~~B~~
B	
C	A,~~B~~
D	A,E,F
E	A,~~B~~,C
F	~~B~~,E

Puis le sommet suivant n'ayant pas de prédécesseures est le sommet **A**

sommets	Prédécesseurs
A	$\cancel{B}$
B	
C	A,$\cancel{B}$
D	$\cancel{A}$,E,F
E	$\cancel{A}$,$\cancel{B}$,C
F	$\cancel{B}$,E

Donc le chemin devient B – A -

sommets	Prédécesseurs
A	$\cancel{B}$
B	
C	$\cancel{A}$,$\cancel{B}$
D	$\cancel{A}$,E,F
E	$\cancel{A}$,$\cancel{B}$,$\cancel{C}$
F	$\cancel{B}$,E

Puis le sommet suivant sans prédécesseur est C donc le chemin devient B – A – C

sommets	Prédécesseurs
A	~~B~~
B	
C	~~A~~,~~B~~
D	~~A~~,~~E~~,F
E	~~A~~,~~B~~,~~C~~
F	~~B~~,~~E~~

Puis le chemin devient B – A – C – E

sommets	Prédécesseurs
A	~~B~~
B	
C	~~A~~,~~B~~
D	~~A~~,~~E~~,~~F~~
E	~~A~~,~~B~~,~~C~~
F	~~B~~,~~E~~

Le chemin devient B – A – C – E – F

sommets	Prédécesseurs
A	~~B~~
B	
C	~~A~~,~~B~~
D	~~A~~,~~E~~,~~F~~
E	~~A~~,~~B~~,~~C~~
F	~~B~~,~~E~~

Et enfin nous obtenons le chemin Hamiltonien B – A – C – E – F – D

Partie B

1.a. Le plus grand entier en base 10 sera en base 2 le nombre 11111111 ce qui donne en base 10 le nombre 255.

1.b. Le nombre maximal d'adresses IPv4 est de $255^4 = 4228250625$

2.a $192_{10} = 11000000_2 = C0_{16}$

<u>**Exercice 2**</u>

1. La première proposition se traduit par a.b , la deuxième proposition se traduit par $\overline{a}.c$ et la troisième proposition donne $\overline{b}.c$

donc $E = a.b + c.\overline{a} + \overline{b}.c$ car un courrier est considéré comme indésirable si l'une de ces 3 conditions est vérifiée.

2.a

$a \backslash bc$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	1

2.b. Cette condition se traduit par a=1 et c=0
D'apres le tableau de Karnaugh E=1 si b=1 (le message contient une image ou hyperlien) ou E=0 si b=0 (le message ne contient pas d'image ou hyperlien) donc il sera indesirable si il possède une image ou un hyperlien.

2.c.

$a \backslash bc$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	1

Donc $E = c + a.b$

3. pour qu'un courrier soit considéré comme indésirable il faut que soit les messages de l'expéditeur soient rarement lus ou que l'objet du message contienne au moins un terme douteux et que le corps du message contienne une image ou des hyperliens.

4. $\overline{E} = \overline{c}.(\overline{a} + \overline{b}) = \overline{c}.\overline{a} + \overline{c}.\overline{b}$

<u>EXERCICE 3</u>

Partie A

Le message « JUA » donne la matrice $\begin{pmatrix} 9 & 20 & 0 \end{pmatrix}$

donc $M.W = \begin{pmatrix} 49 & 38 & 69 \end{pmatrix}$

en prenant le reste de la division euclidienne par 26 de chaque coefficient de cette matrice nous obtenons la matrice suivante :

$\begin{pmatrix} 23 & 12 & 17 \end{pmatrix}$

donc le message chiffré est « XMR »

2. On remarque que le nombre de lettre du mot initial est le même que celui du mot chiffré.

Partie B

1. le mot « GEL » donne la matrice $M=\begin{pmatrix}6 & 4 & 11\end{pmatrix}$ et le mot «VMT » donne la matrice $\begin{pmatrix}21 & 12 & 19\end{pmatrix}$

et $M.W=\begin{pmatrix}281 & 6n+36 & 201\end{pmatrix}$

donc $6n+36 \equiv 12(\text{mod } 26)$

2.

n	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6n+36	126	132	138	144	150	156	162	168	174	180	186
6n+36 (mod26)	22	2	8	14	20	0	6	12	18	24	4

Le tableau précédent nous permet de dire que seul n=22 permet d'avoir

$6n+36 \equiv 12(\text{mod } 26)$