**2019级离散数学第5次作业**

**学号： 姓名： 班级： 总分：**

一、(每问5分，共10分)

设，*Q*是有理数集，\*为*S*上的二元运算，有：



(1) \*运算在*S*上是否可交换、可结合？是否为幂等？

(2) \*运算是否有单位元、零元？如果有，请指出，并求出*S*中所有可逆元素的逆元。.

二、(每题5分，共20分)

设，问下面定义的运算能否与*S*构成代数系统.如果能构成代数系统，那么请说明\*运算是否满足交换律、结合律，请求出\*运算的单位元和零元。

(1) 是*x*与*y*的最大公约数；

(2) 是*x*与*y*的最小公倍数；

(3) *x*\**y*=大于等于*x*和*y*的最小整数；

(4) *x*\**y*=质数*p*的个数，其中.

三、(10分)

设,在上定义二元运算,对任意的.现设字母和数字之间有对应关系如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | … | 25 |
| A | B | C | … | Z |

设函数(*k*是某个固定值,且),将某句英文变换为UVWHKBUGSXKPKEAPL.

请解出相应的原文,并给出C代码.(提示：需要人工观察输出的字符串来找到原文,C代码中长度不超过25行。精简做法,最核心的代码只有1行)

四、(16分)

设*Z*为整数集，在*Z*上定义的二元运算\*如下：



问：*Z*关于\*运算是否构成群？请说明理由。

五、(16分)

设,证明*G*关于矩阵普通乘法构成一个群。

六、(每问6分，共12分)

设,定义*Z*10上的二元运算⊕，其满足对,则可知是一个群。(其中：*x* mod 10表示*x*除以10的余数)

(1) 求出群中所有元素的阶；

(2) 求出中元素10086的阶。

七、(每问8分，共16分)

设,定义上的二元运算，其满足对,那么可知是一个群。(其中：*x* mod 11表示*x*除以11的余数)

(1) 求群中所有元素的阶；

(2) 求中元素18178,18179,18180的阶。(提示：需要编程来计算)

(设，则使得成立的最小正整数*k*，称为元素*a*的阶)

编写函数：int multMod(int a, int k, int p);

函数功能：判断对于上述两个群中的运算, 是否成立；如果成立，则函数返回1，否则返回非1.

提示：.例如：*p*=11或者18181

计算举例：

显然群的单位元为1,并且。可按以下步骤计算:

① 

② 

③ 

④ 

从而, ,所以，式

，可以通过函数

multMod(4, 5, 11)来计算，计算方法如①②③④所示。因此函数multMod(4, 5, 11)的返回值等于1,即在群

中，元素4的阶等于5.