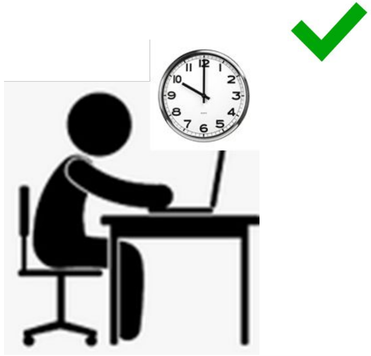
Universidad
Intercontinental de la Empresa

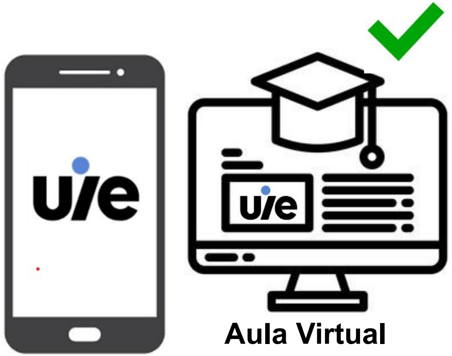
Asignatura

Computación gráfica

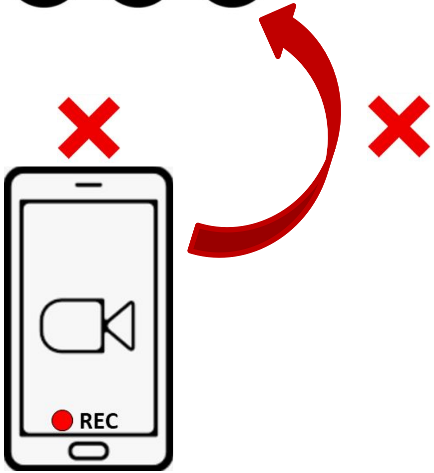
Profesor

David Cereijo Graña





Aula Virtual
UIE




Recordar

Participar

Sesión 12

Unidad IV

Aplicaciones de la computación gráfica

Tema 4.1

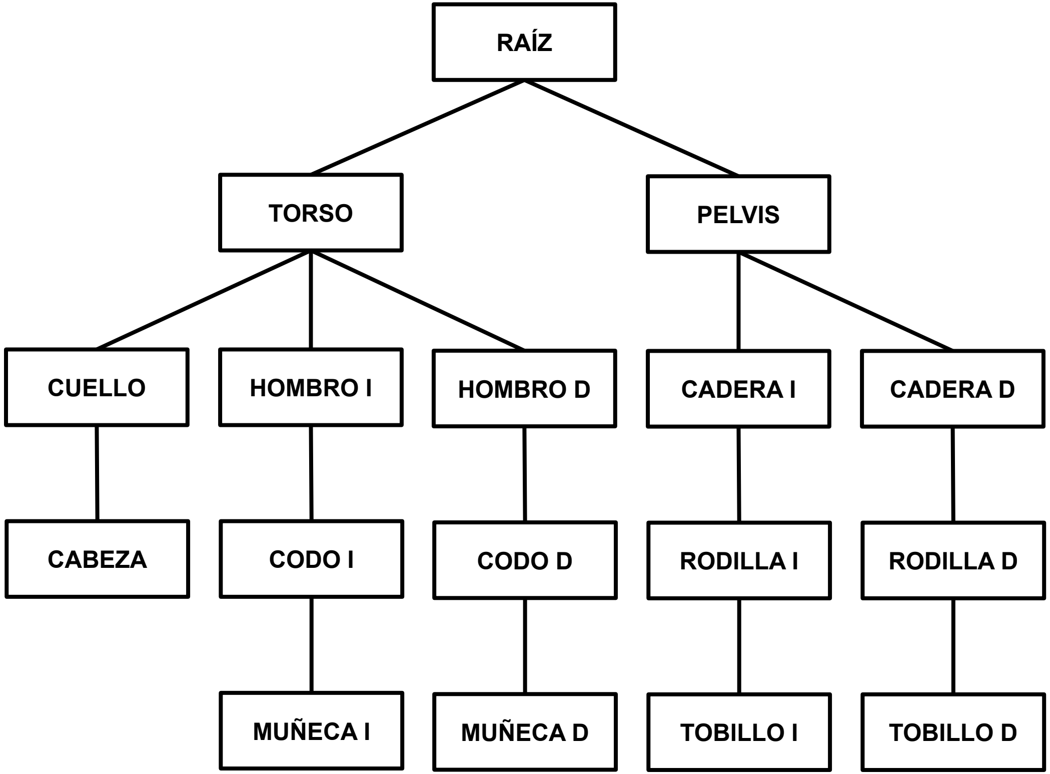
Animación por computador

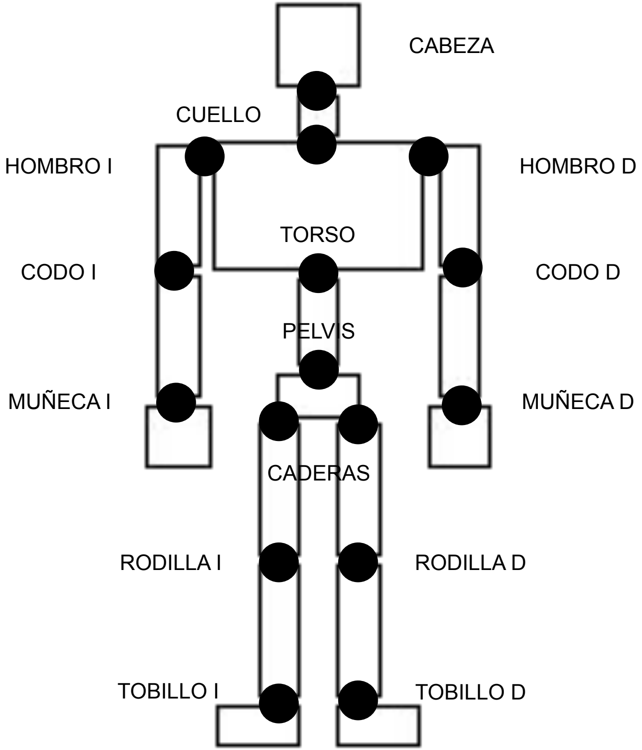
Esqueleto o rig

Un esqueleto digital o *rig* es la representación de la anatomía de un personaje u objeto articulado, y está formado por dos tipos de elementos:

- **Articulaciones (*joints*):** representan las partes móviles del esqueleto. Las articulaciones están conectadas según una jerarquía padre-hijo, de tal modo que el movimiento de una articulación afecta a todas las articulaciones hija que se encuentran unidas a ella. El comportamiento de las articulaciones se representa mediante matrices de transformación.
- **Huesos (*bones*):** representan los elementos sólidos del esqueleto y unen las articulaciones. Realmente, dado que el esqueleto es una representación virtual, el hueso no existe como tal, ni es necesario almacenarlo en ninguna estructura de datos, sino que se trata simplemente de un concepto que nos ayuda a comprender el modelo. En la práctica, la separación de cada articulación respecto a su articulación padre se representa mediante un vector de desplazamiento, y los términos hueso y articulación se utilizan indistintamente, de modo que cuando hablamos de hombro (articulación) o húmero o brazo (hueso), nos estamos refiriendo al mismo elemento.

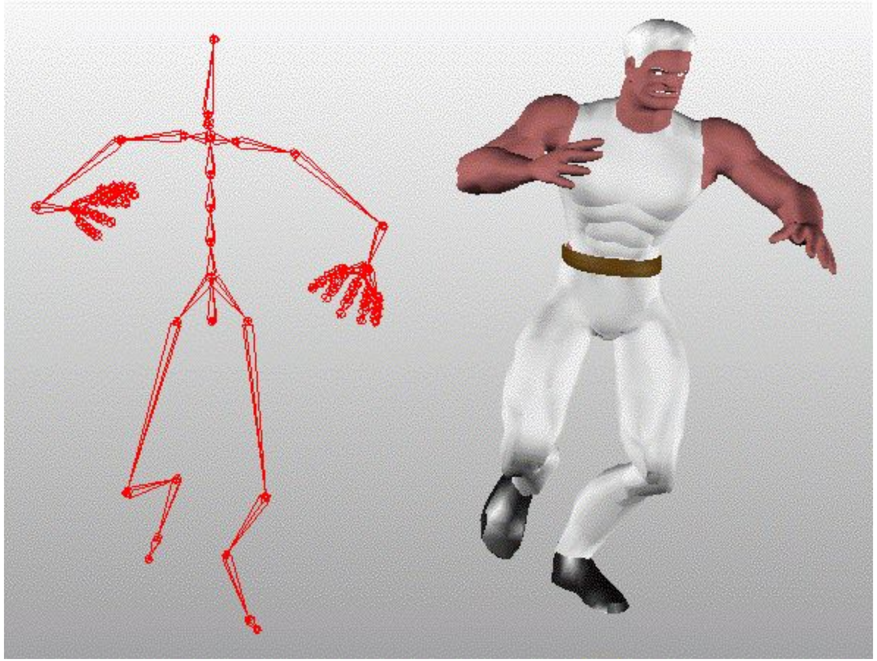
Esqueleto o rig





Rigging y skinning

- **Rigging:** es el proceso de creación de un esqueleto digital o rig para un modelo 3D, definido por sus articulaciones y huesos.
- **Skinning:** es el proceso mediante el cual se asocia la malla delo modelo 3D (la piel, o skin) al esqueleto creado durante el rigging. Los huesos se asocian a los vértices de la malla, de modo que cuando se mueven los huesos, la geometría de la malla se deforma de manera realista y coherente con el movimiento del esqueleto.



Cinemática

La cinemática es la rama de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos sin considerar las fuerzas que lo producen, enfocándose en describir cómo cambian de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

En el contexto de la animación por computador, la cinemática se usa para estudiar y controlar el movimiento de sistemas articulados, como personajes animados, mediante la descripción matemática de sus posiciones y orientaciones.

En función del proceso seguido, distinguimos dos técnicas:

- ➢ **Cinemática directa (*Forward Kinematics, FK*):** dado el estado de las articulaciones se determina la posición espacial final del extremo del sistema.
- ➢ **Cinemática inversa (*Inverse Kinematics, IK*):** dada un punto en el espacio, se determina cómo deben ajustarse las articulaciones para que el sistema lo alcance.

Ambas técnicas son complementarias y generalmente se combinan para lograr movimientos realistas y eficientes.

Cinemática directa

La **cinemática directa (*Forward Kinematics, FK*)** es el proceso de calcular la posición y orientación de las partes finales de un sistema articulado a partir de los valores conocidos de las variables articulares (ángulos de las articulaciones). Es decir, dado el estado de las articulaciones, se determina la posición espacial del extremo del sistema.

Funcionamiento:

- ➢ Se especifican los ángulos de cada articulación del esqueleto.
- ➢ Mediante transformaciones geométricas se calcula la posición y orientación de cada hueso en relación con su hueso padre.
- ➢ Este proceso se sigue de forma recursiva desde la base del sistema hasta el extremo.

Ventajas:

- ➢ Simplicidad computacional.
- ➢ Control preciso de cada articulación.

Desventajas:

- ➢ Puede resultar complicado lograr una posición específica del extremo, ya que requiere ajustar múltiples articulaciones.

Cinemática inversa

La **cinemática inversa (*Inverse Kinematics, IK*)** es el proceso inverso a la cinemática directa. Es decir, consiste en determinar los valores de las variables articulares (ángulos de las articulaciones), para alcanzar una posición y orientación determinadas del extremo del sistema. Es decir, dado un punto específico del espacio, se calcula cómo se deben ajustar las articulaciones para que el sistema lo alcance.

Funcionamiento:

- ➢ Se especifica la posición y orientación deseada del extremo del sistema (por ejemplo, la mano de un personaje).
- ➢ Mediante la resolución de un sistema de ecuaciones se hallan los ángulos de las articulaciones que permiten alcanzar esa posición.
- ➢ Puede haber múltiples soluciones o ninguna, dependiendo de las restricciones del sistema y del objetivo.

Ventajas:

- ➢ Facilita alcanzar posiciones finales específicas.

Desventajas:

- ➢ Es computacionalmente más complejo, pues requiere resolver sistemas de ecuaciones que pueden llegar a ser complicados.
- ➢ Pueden darse situaciones de ambigüedad (múltiples soluciones) o imposibilidad (objetivos inalcanzables).
- ➢ Además, pueden existir soluciones válidas poco naturales o realistas.

Grados de libertad

En una articulación rotacional, los **Grados De Libertad (GDL)** o ***Degrees Of Feedom (DOF)*** se refieren al número de ejes sobre los cuales puede ocurrir un giro.

En función de sus grados de libertad, las articulaciones rotacionales pueden ser de tres tipos:

- **Tipo bisagra (hinge-joint):** tienen un grado de libertad (**1** GDL). Por ejemplo, las articulaciones interfalángicas, el codo, o la rodilla.
- **Tipo universal (universal-joint):** tienen dos grados de libertad (**2** GDL). Por ejemplo, las articulaciones metacarpofalángicas de la base de los dedos.
- **Tipo esférica (ball-joint):** tienen tres grados de libertad (**3** GDL). Por ejemplo, la articulación del hombro.

Además del número de ejes, el ángulo en el cual una articulación puede rotar en cada eje también se encuentra limitado dentro de un determinado rangos. Por ejemplo, el codo se encuentra limitado aproximadamente entre **0** y **150º**.

Información asociada a cada articulación

Cada articulación contiene la siguiente información asociada:

- Tipo de articulación (grados de libertad).
- Valores límite de los grados de libertad.
- Matriz de transformación local, **L** (respecto a la articulación padre).
- Matriz de transformación global, **W** (respecto al mundo).
- Vector de desplazamiento, **r** (respecto a la articulación padre).
- Árbol de articulaciones hijas.

Proceso de posicionamiento del esqueleto

El posicionamiento del esqueleto se lleva a cabo de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Se especifican los **ángulos** de cada articulación.
2. Se recorre recursivamente el árbol de articulaciones desde su **raíz**, y se utiliza **cinemática directa** para calcular la posición de cada **articulación hija**.
3. Mediante la **matriz de transformación global** de cada articulación se posicionan los puntos de la **piel** (skin), y se genera la imagen.

Proceso de posicionamiento del esqueleto

El posicionamiento del esqueleto se lleva a cabo de acuerdo con los siguientes pasos:

- Para cada articulación se calcula su matriz local, L_{joint}, en función de sus grados de libertad:

$$L_{joint}(\phi_1,\phi_2,\ldots,\phi_n)$$

- A continuación, se calcula la matriz del mundo de la articulación, W_{joint}, concatenando su matriz local, L_{joint}, con la matriz del mundo de su articulación padre, W_{parent}.

$$W_{joint} = W_{parent} \cdot L_{joint}$$

Proceso de posicionamiento del esqueleto

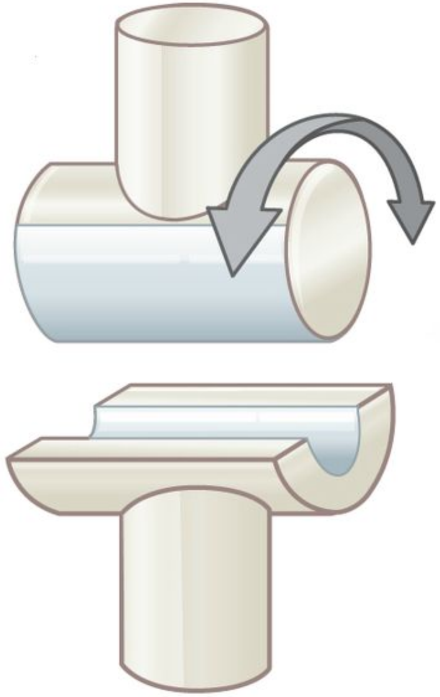
Cada articulación hija se encontrará separada de su articulación padre por un "hueso" (vector de desplazamiento), de modo que será necesario aplicar un desplazamiento respecto a la posición de la articulación padre, que consiste en aplicar una transformación de traslación, **L_{offset}**, que vendrá dada por el vector de desplazamiento **r**:

$$L_{offset} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_x \\ 0 & 1 & 0 & r_y \\ 0 & 0 & 1 & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Articulación rotacional de tipo bisagra (hinge-joint)

La **articulación rotacional de tipo bisagra** o ***hinge-joint*** tiene un grado de libertad, y permite llevar a cabo una rotación sobre un eje:

- Eje **x**.
- Eje **y**.
- Eje **z**.
- Eje arbitrario.



Articulación rotacional de tipo bisagra (hinge-joint)

Articulación rotacional de tipo bisagra o *hinge-joint* (**1 GDL**) sobre el eje **x**:

$$L_{R_x}(\theta_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_x \\ 0 & \cos(\theta_x) & -\sin(\theta_x) & r_y \\ 0 & \sin(\theta_x) & \cos(\theta_x) & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Articulación rotacional de tipo bisagra (hinge-joint)

Articulación rotacional de tipo bisagra o *hinge-joint* (**1 GDL**) sobre el eje **y**:

$$L_{R_y}(\theta_y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_x \\ 0 & \cos(\theta_y) & \sin(\theta_y) & r_y \\ 0 & 0 & 1 & r_z \\ 0 & -\sin(\theta_y) & \cos(\theta_y) & 1 \end{bmatrix}$$

Articulación rotacional de tipo bisagra (hinge-joint)

Articulación rotacional de tipo bisagra o *hinge-joint* (**1 GDL**) sobre el eje **z**:

$$L_{R_z}(\theta_z) = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\theta_z) & -\sin(\theta_z) & r_x \\ 0 & \sin(\theta_z) & \cos(\theta_z) & r_y \\ 0 & 0 & 1 & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Articulación rotacional de tipo bisagra (hinge-joint)

Articulación rotacional de tipo bisagra o *hinge-joint* (**1 GDL**) sobre un eje arbitrario **a**:

$$c_\theta = \cos(\theta), s_\theta = \sin(\theta)$$

$$L_{R_a}(\theta) = \begin{bmatrix} a_x^2 + c_\theta(1 - a_x^2) & a_x a_y(1 - c_\theta) - a_z s_\theta & a_x a_z(1 - c_\theta) + a_y s_\theta & r_x \\ a_x a_y(1 - c_\theta) + a_z s_\theta & a_y^2 + c_\theta\left(1 - a_y^2\right) & a_y a_z(1 - c_\theta) + a_x s_\theta & r_y \\ a_x a_z(1 - c_\theta) - a_y s_\theta & a_y a_z(1 - c_\theta) + a_x s_\theta & a_z^2 + c_\theta(1 - a_z^2) & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Articulación rotacional de tipo universal (universal-joint)

La **articulación rotacional de tipo universal** o ***universal-joint*** tiene dos grados de libertad y permite rotar primero sobre un eje, y después sobre otro.

En función de los ejes ejegidos se obtienen diferentes matrices.

Articulación rotacional de tipo universal (universal-joint)

Por ejemplo, esta sería la la matriz de transformación para una articulación de tipo rotacional o *universal-joint* (**2 GDL**) que rota primero sobre el eje **x** y después sobre el eje **y**:

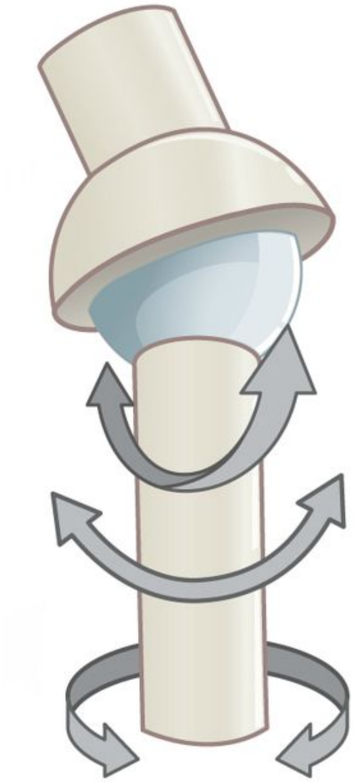
$$L_{R_{xy}}(\theta_x, \theta_y) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_x) & \sin(\theta_x)\sin(\theta_y) & \cos(\theta_x)\sin(\theta_y) & r_x \\ 0 & \cos(\theta_x) & -\sin(\theta_x) & r_y \\ -\sin(\theta_y) & \sin(\theta_x)\cos(\theta_y) & \cos(\theta_x)\cos(\theta_y) & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Articulación rotacional de tipo esférica (ball-joint)

La **articulación rotacional de tipo universal** o ***universal-joint*** tiene tres grados de libertad, y permite girar sobre un eje arbitrario.

El ángulo de giro se puede especificar de dos formas:

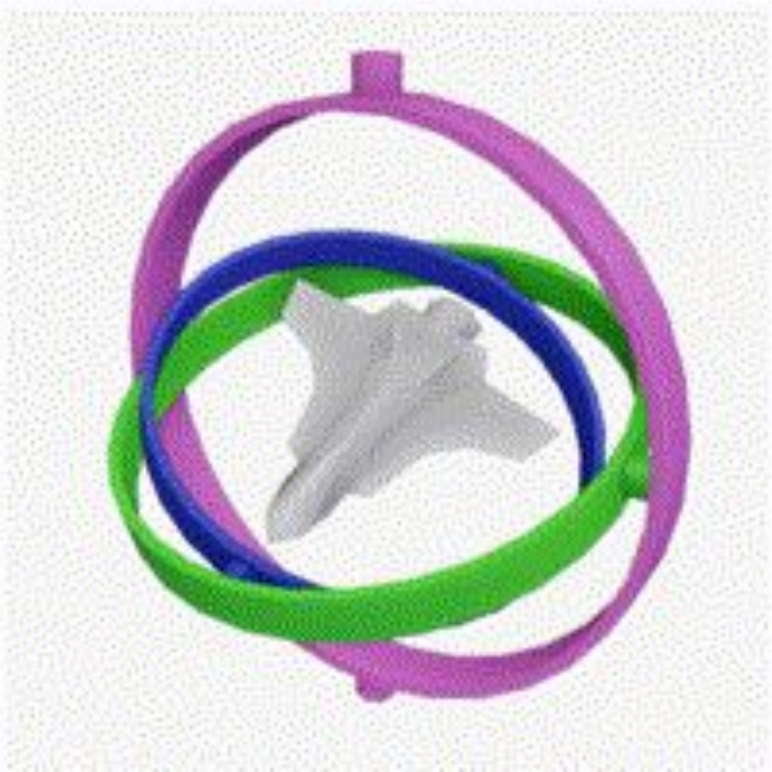
- ➢ Ángulos de Euler.
- ➢ Cuaterniones.



Ángulos de Euler

La especificación de la rotación mediante **ángulos de Euler** consiste en descomponer una rotación arbitraria en tres rotaciones simples alrededor de los tres ejes de coordenadas, en una secuencia específica.

- ➢ **Ventajas:** se trata de una forma sencilla y fácil de interpretar físicamente.
- ➢ **Desventajas:** se puede producir lo que se denomina **bloqueo de cardán (*gimbal lock*)**, que consiste en la pérdida de uno de los grados de libertad cuando dos de los ejes se alinean.



Ángulos de Euler

Una posible combinación de ángulos de Euler consiste en rotar primero sobre el **eje x**, después sobre el **eje y**, y finalmente sobre el **eje z**:

$$c_i = \cos(\theta_i)\,, s_i = \sin(\theta_i)$$

$$L_{R_{xyz}}(\theta_x, \theta_y, \theta_z) = \begin{bmatrix} c_y c_z & s_x s_y c_z - c_x s_z & c_x s_y c_z + s_x s_z & r_x \\ c_y s_z & s_x s_y s_z + c_x c_z & c_x s_y s_z - s_x c_z & r_y \\ -s_y & s_x c_y & c_x c_y & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Diferentes combinaciones de ángulos dan lugar a matrices diferentes.

Cuaterniones

Los cuaterniones son una extensión de los números complejos utilizada para expresar rotaciones **3D** de manera más eficiente y robusta.

Un cuaternión se denota como un conjunto de cuatro parámetros **(q_0, q_1, q_2, q_3)**, donde q_0 es un componente escalar y q_1, q_2 y q_3 son componentes vectoriales:

$$q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k$$

Donde:

- $q_0 = \cos(\theta/2)$
- q_1, q_2 y q_3: definen un vector unitario que representa el eje de rotación, con θ como ángulo de rotación.

Ventajas:

- Los cuaterniones no presentan bloqueo del cardán.
- Son más eficientes que los ángulos de Euler, al requerir menos operaciones matemáticas.

Desventajas:

- Resultan menos sencillos y son más difíciles de interpretar físicamente.

Cuaterniones

Una rotación respecto a un ángulo arbitrario puede expresarse utilizando cuaterniones se puede expresar mediante la siguiente matriz:

$$q = \begin{bmatrix} a_x \sin\frac{\theta}{2} & a_y \sin\frac{\theta}{2} & a_z \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$$

$$L_Q(q) = \begin{bmatrix} 1 - 2q_y^2 - 2q_z^2 & 2q_xq_y - 2q_wq_z & 2q_xq_z + 2q_wq_y & r_x \\ 2q_xq_y + 2q_wq_z & 1 - 2q_x^2 - 2q_z^2 & 2q_yq_z - 2q_wq_x & r_y \\ 2q_xq_z - 2q_wq_y & 2q_yq_z - 2q_wq_x & 1 - 2q_x^2 - 2q_y^2 & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ángulos de Euler vs. Cuaterniones

CUATERNIONES	ÁNGULOS DE EULER
No presenta bloque de cardán.	Puede sufrir bloqueo de cardán.
Manejan bien interpolaciones arbitrarias.	No manejan bien interpolaciones arbitrarias.
Representación consistente.	12 (o incluso más) representaciones posibles.
Los límites articulares son difíciles de manejar.	Los límites articulares son sencillos de manejar.
4 variables interrelacionadas, que requieren su cálculo en el código.	3 variables independientes.
Cálculos de interpolación más lentos.	Cálculos de interpolación rápidos.
Conversión a formato matricial muy rápida.	La conversión a formato matricial requiere calcular 3 funciones seno y 3 funciones coseno
Puede requerir normalización.	No requiere normalización.

Referencias bibliográficas

- Foley, J.D., Van Dam, A., Feiner, S.K., Hughes, J.F., Phillips, R.L. (1993). *Introduction to Computer Graphics*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Méndez, M. (2022). *Introducción a la graficación por computadora*. https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/PDF/GraficacionComputadora.pdf