



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Riflessione: OOP e principi di design

Obiettivi OOP

□ Robustezza

- Programmi capaci di gestire situazioni **inaspettate** (es. Input inattesi)
- Requisito importante in applicazioni “life-critical”

□ Adattabilità

- Programmi capaci di **evolvere** (es. funzionare su architetture diverse, oppure avere nuove funzionalità)
- Concetto correlato alla portabilità

□ Riusabilità

- Codice utilizzabile come **componente** di diversi sistemi in varie applicazioni
- Chiarezza su cosa fa e non fa il nostro codice

OOP – principi di design

□ **Astrazione**

- Distillare i concetti che meglio rappresentano un oggetto o un sistema

□ **Information hiding**

- Nascondere l'informazione a utenti esterni, lasciando vedere solo **l'interfaccia**
 - Parti del programma possono cambiare senza effetti sulle altre

□ **Modularità**

- Organizzare un sistema software in **componenti funzionali** separate

OOP - caratteristiche

- I tre principali strumenti concettuali messi a disposizione da un linguaggio OOP
 - ▣ Classi, oggetti, encapsulamento
 - L'informazione viene nascosta dentro “scatole nere” (le classi), e l'accesso ad essa è controllato
 - ▣ Ereditarietà
 - Una classe può essere estesa da sottoclassi, che ne ereditano le funzionalità e le specializzano
 - ▣ Polimorfismo
 - Il tipo di una variabile non determina completamente il tipo dell'oggetto a cui essa si riferisce



Strutture dati



Strutture Dati

- Contenitori che organizzano i dati in un formato specifico
- Progettate per rispondere a diverse esigenze in termini di
 - ▣ tempo di costruzione della struttura e accesso ai dati
 - ▣ occupazione di spazio in memoria
- Obiettivo: comprendere le caratteristiche per scegliere l'ottimo in base alle nostre esigenze

Panoramica

- Strutture dati
 - Lineari: array, liste concatenate
 - Non lineari: alberi, grafi
- Strutture dati astratte (o Abstract Data Type, ADT)
 - Pila, Coda
 - Mappa, Dizionario
 - Tabella, HashTable
 - Insieme

Non queste pero'!



PILA



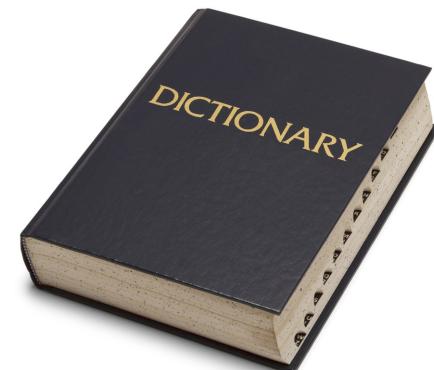
ALBERO



MAPPA

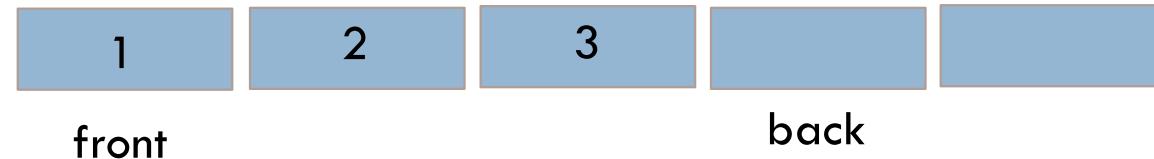
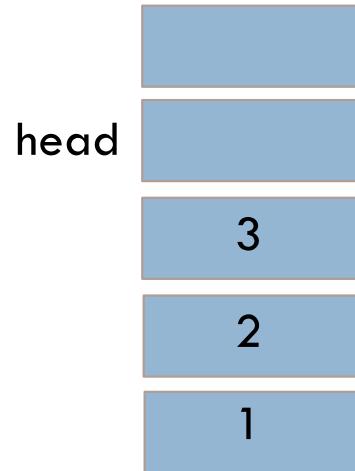


CODA



DIZIONARIO

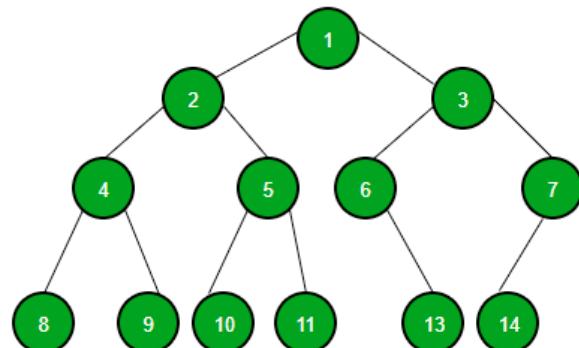
Esempi di strutture dati e ADT



chiave unica

123456	Dato associato
127893	Dato associato
126543	Dato associato
128774	Dato associato

MAPPA



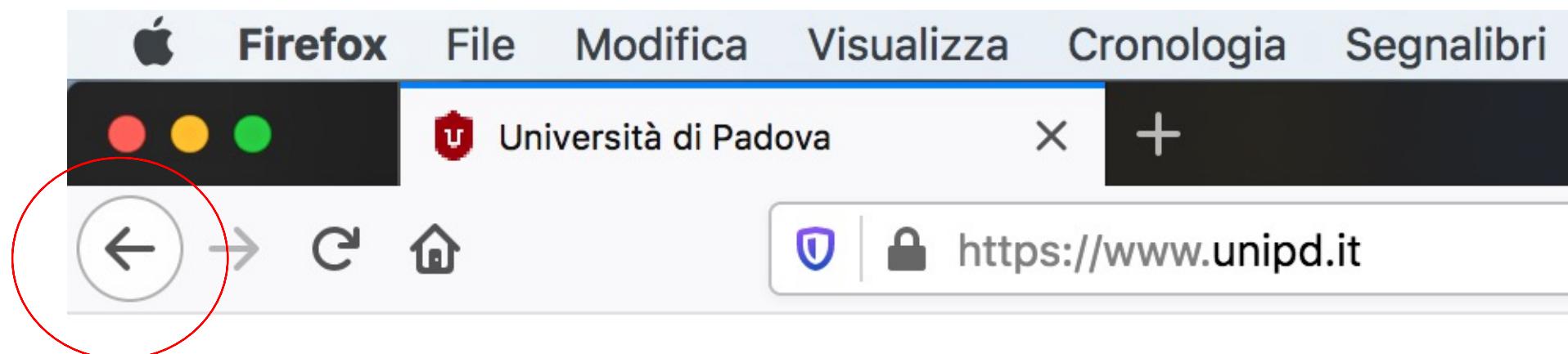
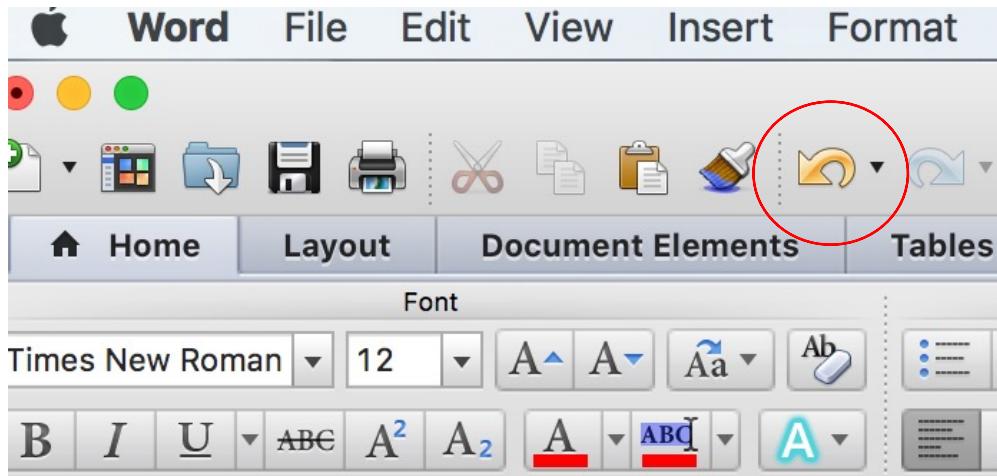
ALBERO

chiave non unica

mele	2
arance	12
mango	7
banane	1
mele	3
mango	10

DIZIONARIO

Le strutture dati “nascoste”

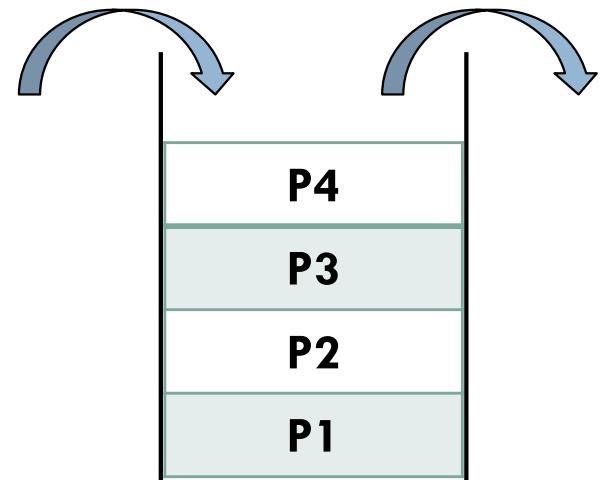


Le ultime informazioni inserite...

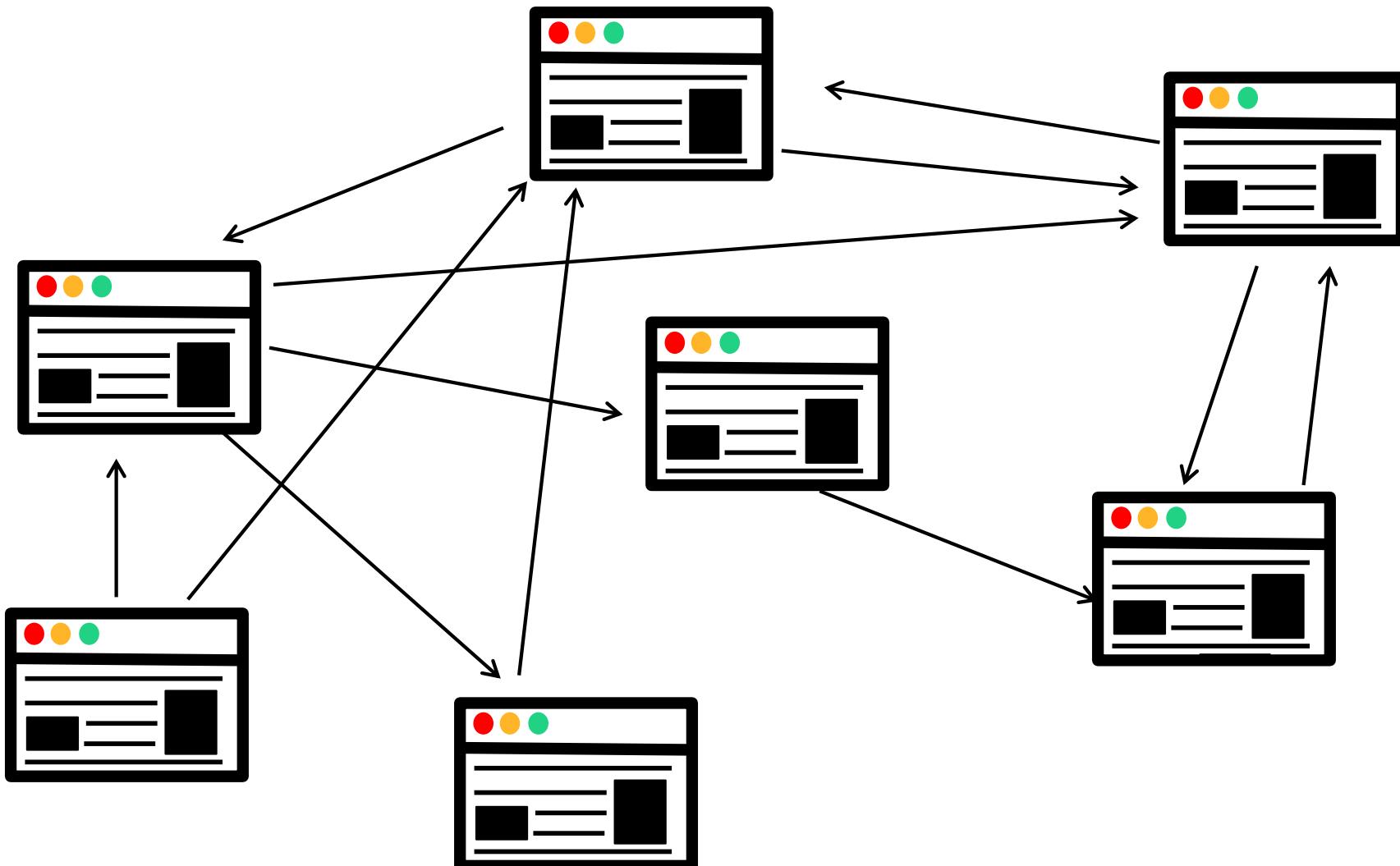
- Gli editor tengono traccia delle ultime (N) azioni compiute dall'utente
 - Con UNDO annulliamo l'ultima azione
 - E poi la penultima e poi la terz'ultima
- I browser tengono traccia delle ultime (N) pagine visitate sul web
 - Con BACK tornate all'ultima pagina visitata prima di quella attuale
 - E poi la penultima e poi la terz'ultima

... saranno le prime ad essere estratte

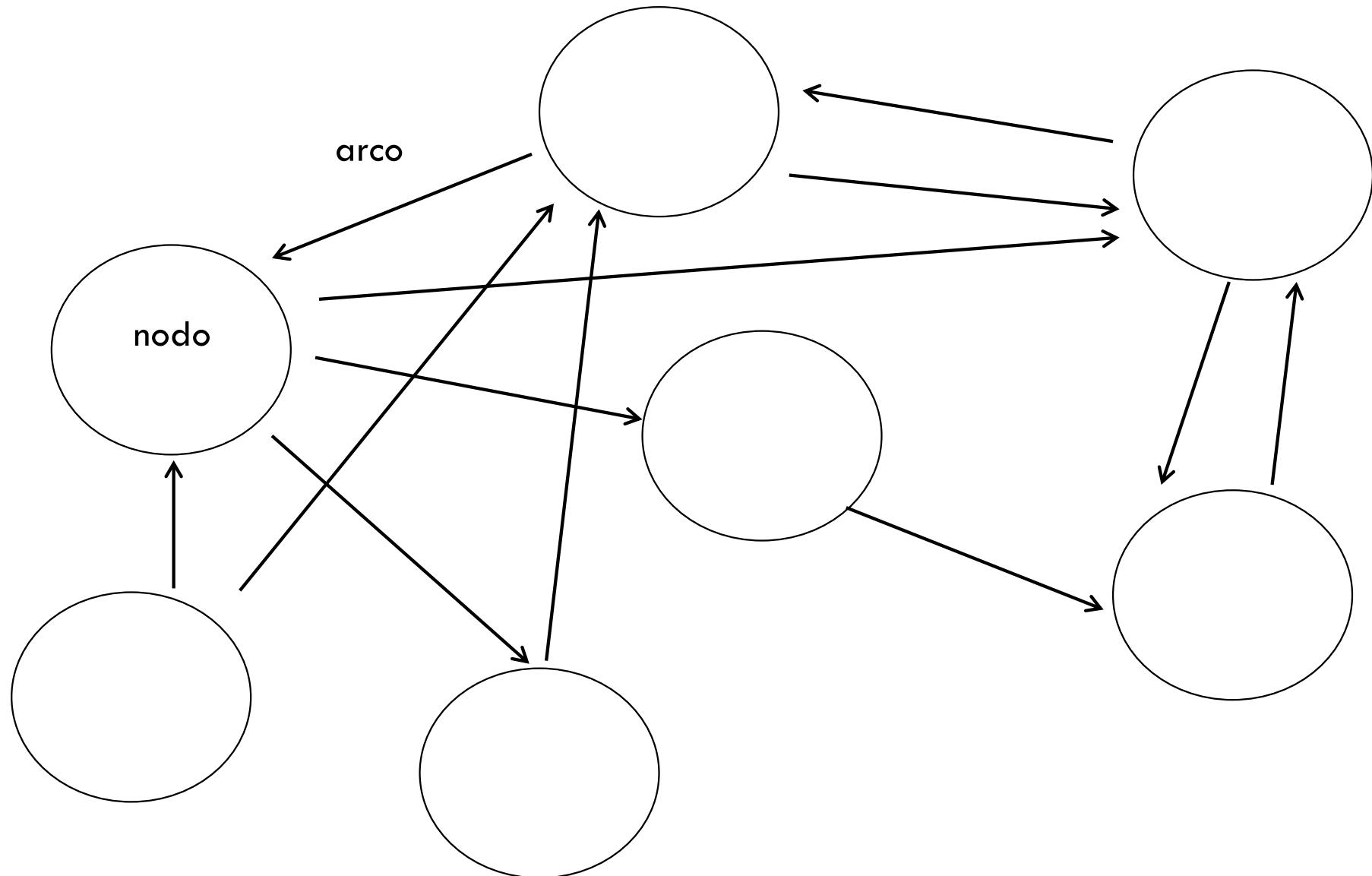
- La struttura dati astratta che le memorizza si chiama Pila
 - Stack
- In analogia con una pila di piatti:
 - I piatti si aggiungono uno alla volta, uno sopra l'altro
 - Se devo prendere un piatto prendo quello in cima alla pila, ovvero l'ultimo inserito
 - Per prendere un piatto in mezzo devo prima togliere quelli che ci sono sopra a partire dall'ultimo inserito
 - In una pila:
 - Inserisco, in ordine, p1, p2, p3, p4
 - Estraggo, in ordine, p4, p3, p2, p1



Il web...



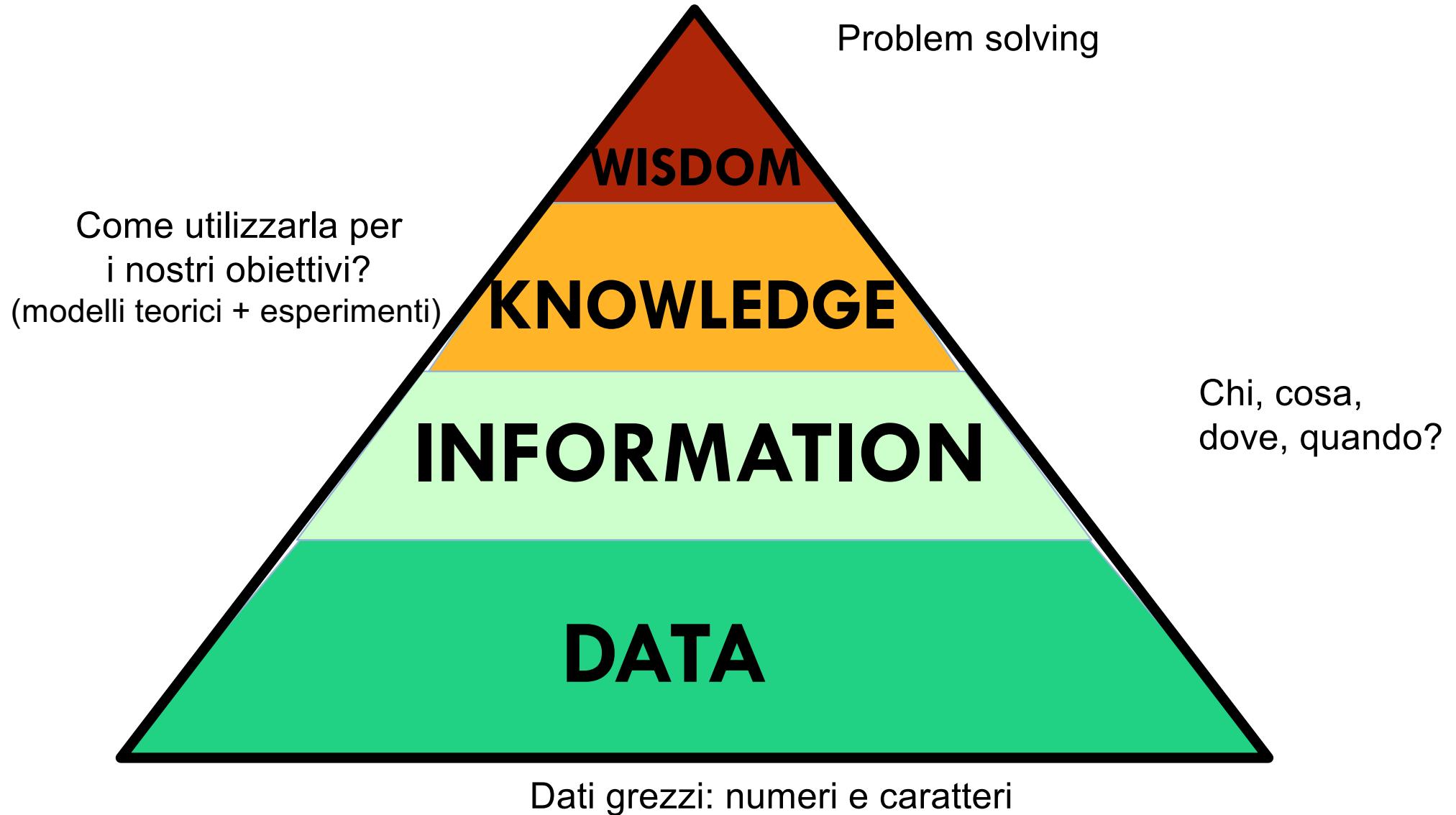
... e' un grafo



Altri esempi

- **Grafi**
 - Social networks
 - Biological networks
 - Citation networks
 - ...
- **Alberi (di vario tipo)**
 - Autocompletamento di parole
 - Compilatori
 - Classificazione gerarchica

Perché elaborare i dati è importante? Il modello DIKW



Take home message

- I dati sono fondamentali
 - Senza dati non si arriva alla conoscenza
- L'elaborazione dei dati, anche se digitalizzati, costa
 - Tempo di elaborazione
 - Risorse di memoria
- Le strutture dati sono fondamentali
 - Ruolo cruciale nello sviluppo di soluzioni efficienti (assieme agli algoritmi)
 - Conoscere le caratteristiche delle strutture dati ci aiuta a fare scelte ottime per la soluzione dei problemi di analisi dei dati che dobbiamo risolvere



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

ADT e strutture dati in Java

Strutture dati

- Una **struttura dati** (*data structure*) è un modo sistematico per **organizzare i dati in un contenitore e per controllarne le modalità d'accesso**
 - In Java, si definisce una struttura dati con una classe
- L'informatica usa molte diverse strutture dati, specializzate e ottimizzate per la soluzione di problemi diversi
 - **Tutto si potrebbe fare con i soli array, ma vedremo che l'uso di strutture ad accesso controllato agevola il compito del programmatore e la manutenzione del codice**

Tipi di dati astratti

- Un tipo di dati astratto (ADT, Abstract Data Type) è una rappresentazione astratta di una struttura dati, un modello che specifica:
 - il tipo di dati memorizzati
 - le operazioni che si possono eseguire sui dati insieme al tipo di informazioni necessarie per eseguire le operazioni

Tipi di dati astratti

- In Java si definisce un tipo di dati astratto con una **interfaccia**
- Come sappiamo, un'interfaccia descrive un **comportamento** che sarà assunto da una classe che realizza l'interfaccia
 - ▣ è proprio quello che serve per definire un ADT
- Un ADT definisce **cosa** si può fare con una struttura dati che realizza l'interfaccia
 - ▣ la classe che rappresenta concretamente la struttura dati definisce invece **come** vengono eseguite le operazioni

Il pacchetto `java.util`

- Il pacchetto **java.util** della libreria standard contiene molte definizioni di ADT come interfacce e loro realizzazioni come classi
- La nomenclatura e le convenzioni usate in questo pacchetto sono, però, piuttosto diverse da quelle tradizionalmente utilizzate nella teoria dell'informazione (purtroppo e stranamente...)
- Quindi, proporremo **un'esposizione teorica** di ADT usando la terminologia tradizionale, senza usare il pacchetto **java.util** della libreria standard

Tipi di dati astratti

- Un ADT mette in generale a disposizione **un costruttore che crea il contenitore vuoto** e metodi per svolgere le seguenti azioni (a volte solo alcune)
 - **inserimento** di elementi nel contenitore
 - **rimozione** di elementi dal contenitore
 - **ispezione** degli elementi presenti nel contenitore
 - **ricerca** della presenza di un elemento nel contenitore
- Le diverse strutture dati differiscono per le modalità di funzionamento di queste tre azioni
 - Ad esempio, un array identifica gli elementi mediante un indice

Strutture dati

- In mancanza di vincoli specifici, una struttura dati deve poter ospitare tutti i dati che vi vengono inseriti, eventualmente ridimensionandosi in modo trasparente per l'utente
- Con l'ovvio vincolo della memoria disponibile: se questa si esaurisce, solitamente la struttura dati non gestisce esplicitamente tale condizione, ma si affida alla gestione normale da parte della JVM, che prevede il lancio dell'eccezione **OutOfMemoryError** durante la creazione di un array



Un contenitore generico

```
public interface Container
{ boolean isEmpty();
  void makeEmpty();
}
```

- Anche le interfacce, come le classi, possono essere “estese”

```
public interface Stack extends Container
{ ... // push, pop, top
}
```

- Un’interfaccia eredita tutti i metodi della sua super-interfaccia
- Per realizzare un’interfaccia estesa occorre definire anche i metodi della sua super-interfaccia



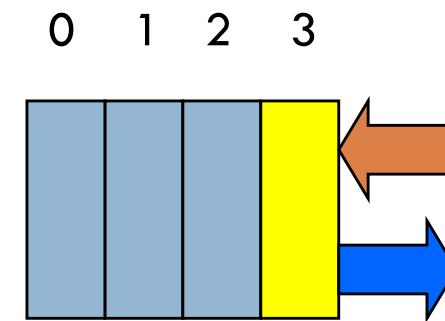
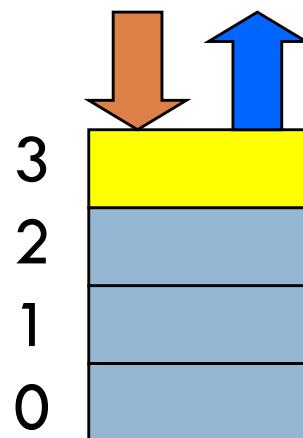
DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Pila (*stack*)



Pila (stack)

- I dati sono inseriti e rimossi secondo la modalità **Last In – First Out: LIFO**
 - **I'ultimo dato che è stato inserito sarà il primo a essere rimosso**
- L'unico dato ispezionabile è quello che si trova “in cima” alla pila



Utilizzo di pile (stack)

- I **browser** per internet memorizzano gli indirizzi dei siti visitati recentemente in una struttura di tipo pila.
- Quando l'utente visita un sito, l'indirizzo è inserito (**push**) nella pila. Il browser permette all'utente di saltare indietro (**pop**) al sito precedente tramite il pulsante “indietro”
- Gli **editor di testo** forniscono generalmente un meccanismo di “undo” che cancella operazioni di modifica recente e ripristina precedenti stati del testo.
 - Questa funzione di “undo” è realizzata memorizzando le modifiche in una struttura di tipo pila.
- La **JVM** usa una pila per memorizzare l'elenco dei metodi in attesa durante l'esecuzione in un dato istante

Operazioni sullo stack

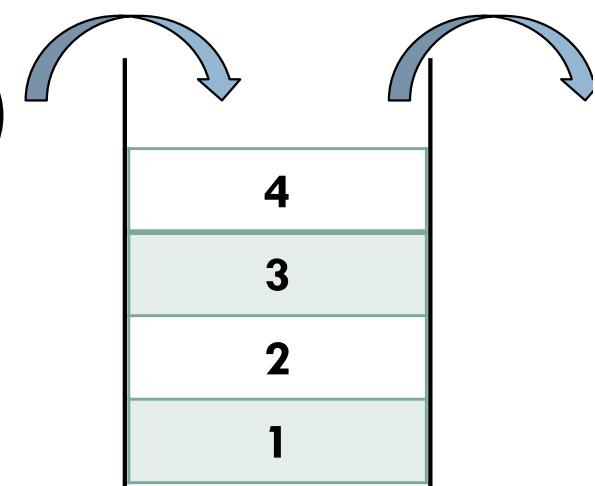
- Push
 - Inserimento di un elemento in cima alla pila
- Pop
 - Rimozione dell'elemento in cima alla pila (e sua restituzione)
- Top
 - Accesso all'elemento in cima alla pila senza rimozione

□ Inserisco: push(1), push(2), push(3), push(4)

□ Estraggo: pop(), pop(), pop(), pop()

□ In uscita avrò, in ordine, 4, 3, 2, 1

□ Alla fine ho la pila vuota



Pila (*stack*): metodi “classici”

```
public interface Stack extends Container
{ void push(Object obj);
  Object pop();
  Object top();
}
```

- Nota:
 - I metodi **pop** e **top** non possono essere invocati con una pila vuota
 - Lanciano, ad esempio, `java.util.EmptyStackException` oppure, più genericamente, `java.lang.IllegalStateException`
- Ogni ADT di tipo “Container” ha inoltre i metodi
 - **isEmpty** per sapere se il contenitore è vuoto
 - **makeEmpty** per svuotare il contenitore

Nota

Molto importante:

- Definiremo tutti gli **ADT** in modo che possano genericamente contenere oggetti di tipo **Object**
- Ciò consente di inserire nel contenitore oggetti di qualsiasi tipo (un riferimento di tipo **Object** può essere relativo a qualsiasi oggetto)

Utilizzo della pila

- Per evidenziare la potenza della definizione di tipi di dati astratti come interfacce, supponiamo che qualcun altro abbia progettato la seguente classe

```
public class StackX implements Stack
{
    ...
}
```

- Senza sapere come sia realizzata StackX, possiamo usarne un esemplare mediante il suo comportamento astratto definito in Stack
- Allo stesso modo, possiamo usare un esemplare di un'altra classe StackY che realizza Stack

```

public class ReverseStack // UN ESEMPIO
{ public static void main(String[] args)
    { Stack s = new StackX();
        s.push("Pippo");
        s.push("Pluto");
        s.push("Paperino");
        printAndClear(s);
        System.out.println();
        s.push("Pippo");
        s.push("Pluto");
        s.push("Paperino");
        printAndClear(reverseAndClear(s));
    }
}

```

Pippo

Pluto

Pippo

Paperino

Pluto

Pippo

```

private static Stack reverseAndClear(Stack s)
{ Stack p = new StackY();
    while (!s.isEmpty())
        p.push(s.pop());
    return p;
}
private static void printAndClear(Stack s)
{ while (!s.isEmpty())
    System.out.println(s.pop());
}
}

```

```
private static void printAndClear(Stack s)
{   while (!s.isEmpty())
    System.out.println(s.pop());
}
```

Paperino

Pluto

Pippo

Stampa in output

s.pop()

Paperino

Pluto

Pippo

s.pop()

Pluto

Pippo

s.pop()

Pippo

```

private static Stack reverseAndClear(Stack s)
{
    Stack p = new StackY();
    while (!s.isEmpty())
        p.push(s.pop());
    return p;
}

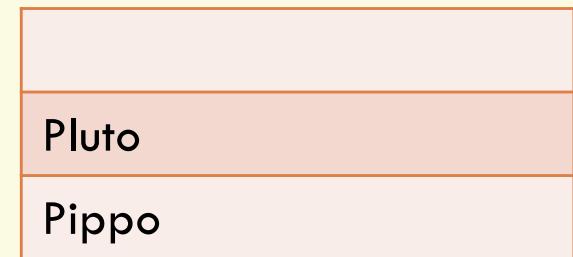
```



s

s.pop() → p.push(>.)

Paperino



s.pop() → p.push(>.)

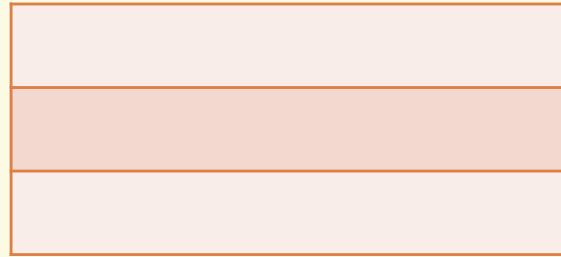
Pluto



s.pop() → p.push(>.)

Pippo

p



```
private static void printAndClear(Stack s)
{   while (!s.isEmpty())
    System.out.println(s.pop());
}
```

Pippo

Pluto

Paperino

Stampa in output

s.pop() → Pippo

Pluto

Paperino

s.pop() → Pluto

Paperino

s.pop() → Paperino

Esercizio

- Data una stringa composta di lettere e asterischi, si consideri ogni lettera un push e ogni asterisco la **stampa** dell'elemento restituito da un pop. Scrivere l'output:

- Esempio: EAS*Y*QUE***ST***IO*N***
- Pila:
- Output:



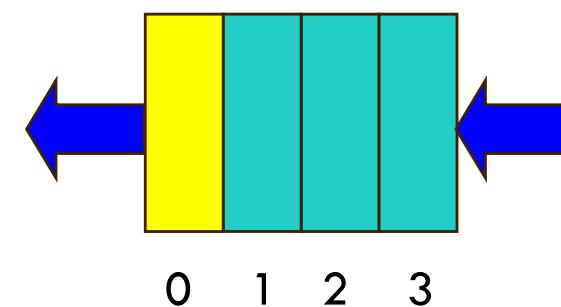
DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Coda (queue)



Coda (queue)

- In una **coda (queue)** gli oggetti possono essere inseriti ed estratti secondo un comportamento definito **FIFO** (*First In, First Out*)
 - il primo oggetto inserito è il primo ad essere estratto
 - il nome è stato scelto in analogia con persone in **coda**
- L'unico oggetto che può essere ispezionato è quello che verrebbe estratto



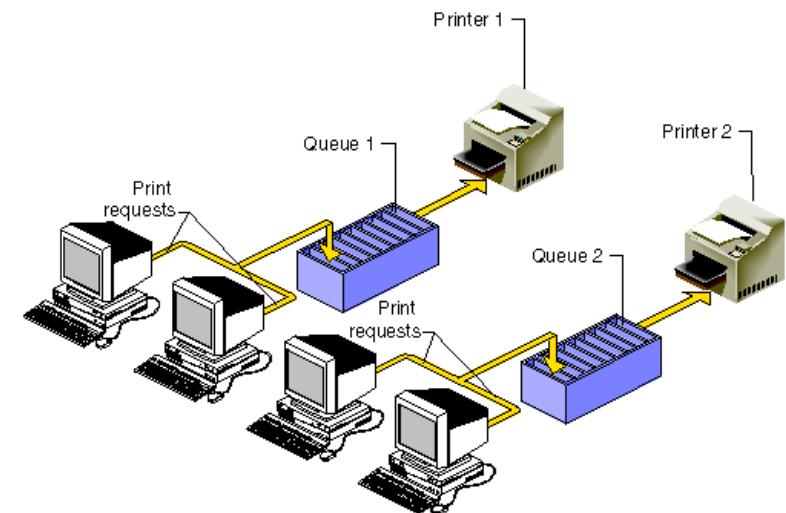
Coda (queue)

- Esistono molti possibili utilizzi di una struttura dati con questo comportamento

- Simulazione del funzionamento di uno sportello bancario
 - Clienti inseriti in coda per rispettare priorità di servizio

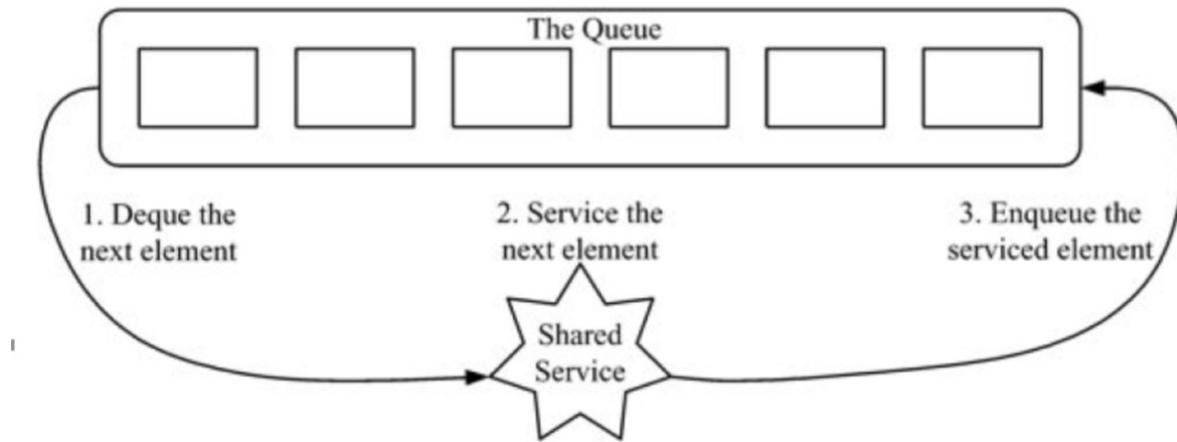


- File da stampare vengono inseriti in una **coda di stampa**.
 - La stampante estrae dalla coda e stampa un file alla volta



Coda circolare

- Spesso si utilizza una coda secondo una modalità **circolare**: gli elementi vengono **estratti** dalla prima posizione, “**serviti**”, e **reinseriti** in ultima posizione
- Esempio: lo **scheduler** di un sistema operativo assegna le risorse della **CPU** a molti processi attivi in parallelo



Coda (queue)

- I metodi che caratterizzano una coda sono
 - **enqueue** per inserire un oggetto nella coda
 - **dequeue** per esaminare ed eliminare dalla coda l'oggetto che vi si trova da più tempo
 - **getFront** per esaminare l'oggetto che verrebbe eliminato da **dequeue**, senza estrarrelo
- Infine, ogni ADT di tipo “contenitore” ha i metodi
 - **isEmpty** per sapere se il contenitore è vuoto
 - **makeEmpty** per vuotare il contenitore

Coda (queue)

```
public interface Queue extends Container
{ void enqueue(Object obj);
  Object dequeue();
  Object getFront();
}
```

- Si notino le similitudini con la pila
 - **enqueue** corrisponde a **push**
 - **dequeue** corrisponde a **pop**
 - **getFront** corrisponde a **top**



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

ADT Coda doppia (Deque)

Coda doppia

- In una **coda doppia** gli oggetti possono essere **inseriti** ed **estratti** ai due estremi di una disposizione lineare, cioè all'**inizio** e alla **fine** della coda doppia
- Consente l'ispezione degli oggetti che verrebbero estratti, alle due estremità



Coda doppia

- Double-ended queue, ovvero coda con due estremità terminali
 - Si usa la parola **deque** (le prime due lettere sono le iniziali di double-ended) che si pronuncia **deck**, per non confondersi con il metodo deque



Coda doppia (deque)

```
public interface Deque extends Container
{
    void addFirst(Object obj);
    void addLast(Object obj);

    Object removeFirst() throws EmptyDequeException;
    Object removeLast() throws EmptyDequeException;

    Object getFirst() throws EmptyDequeException;
    Object getLast() throws EmptyDequeException;
}
```

Coda doppia (deque)

```
public interface Deque extends Container
{ . . . }
```

- Si noti che, pur essendo la coda doppia una “coda con ulteriori funzionalità” tradizionalmente **non** viene definita come estensione di `queue`
- Quindi, dal punto di vista dell'ereditarietà tra interfacce, una coda doppia **NON** è una coda particolare
- D'altra parte una coda doppia può essere vista anche come pila doppia!





DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Strutture dati associative

Associazioni tra i dati

- Uno dei metodi più semplici e versatili per organizzare le informazioni è archiviarle in **tabelle**.
- Il modello relazionale (utilizzato nella progettazione di database) è centrato su questa idea:
 - I dati sono organizzati in raccolte di tabelle bidimensionali chiamate "relazioni".

Tabella ORDINI

ordine	prodotti
1	tv
2	radio
3	radio
4	computer
5	tv

Tabella CLIENTI

cliente	ordine
Rossi	1
Verdi	2
Bianchi	3
Rossi	4
Verdi	5

ordine	prodotti	cliente
1	tv	Rossi
5	tv	Verdi

Relazioni binarie

Nella maggior parte dei casi siamo interessati ad una tabella costruita di **relazioni binarie** ovvero costituite dalla coppia (**CHIAVE**, **VALORE**), ad esempio

- 1 “Mario Rossi”
- 2 “Alda Bianchi”
- 3 “Silvia Verdi”

Obiettivo

- Studiare le caratteristiche di ADT associative
 - Mappa (Map)
 - Chiave unica
 - Dizionario – Multimappa (Dictionary – Multimap)
 - Chiave non unica
 - Tabella (Table)
 - Chiave intera in un range noto a priori
 - Tabella Hash (Hash-table)
 - Chiave generica in un range non noto a priori



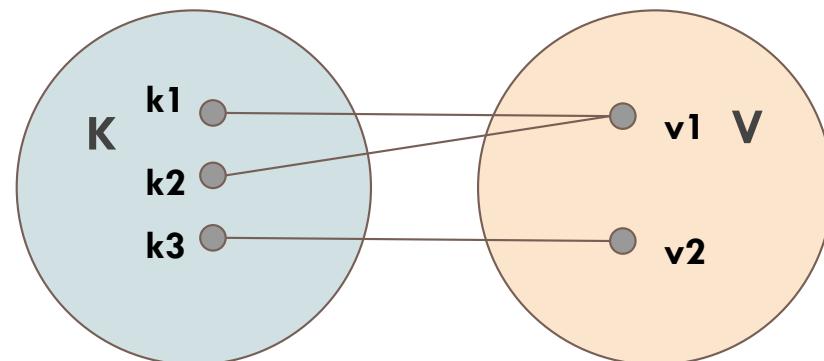
DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

ADT Mappa Map

Mappa: definizione matematica

- In una **Mappa** (**map**) ogni elemento dell'insieme delle chiavi e' collegato ad al piu' un solo elemento dell'insieme dei valori

$$K \times V = \{ (k, v) \mid k \in K \text{ and } v \in V \}$$



A ciascuna chiave corrisponde un solo valore

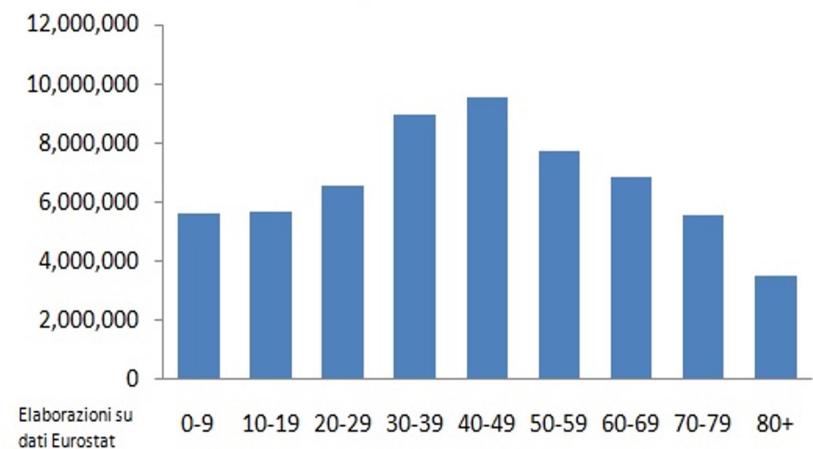


Esempio

Ad esempio potremmo considerare la funzione che descrive l'istogramma della popolazione italiana per classe di età come rilevata dal censimento del 2010.

Le **chiavi** in questo caso sono tutte **le classi di età individuate**. Mentre il **valore** e' il **numero di residenti in una data classe di età**.

Popolazione residente in Italia nel 2010,
per età'



ADT Mappa: definizione

- Un contenitore con le seguenti proprietà
 - Contiene dati che sono coppie (associazioni) di tipo **chiave/valore**
 - Non può contenere coppie con identica chiave: ogni chiave deve essere **unica** nell'insieme dei dati memorizzati
 - Consente di inserire nuove coppie chiave/valore
 - Consente di effettuare ricerca e rimozione di valori **usando la chiave come identificatore**
 - Una mappa realizza, quindi, una **funzione** (mapping) tra l'insieme delle chiavi e l'insieme dei valori



Mappa - interfaccia

```
public interface Map extends Container
{
    /**
     * restituisce il valore al quale la chiave
     * specificata e' associata, o null se questa mappa
     * non contiene associazione per la chiave.
     */
    Object get(Object key);

    /**
     * rimuove l'associazione di chiave specificata se
     * questa e' presente nella mappa. Restituisce il
     * valore associato (o null se non c'era
     * associazione)
     */
    Object remove(Object key);

    ...
}
```



Mappa - interfaccia

```
public interface Map extends Container
{
    . . .
    /**
     * Inserisce l'associazione di chiave e valore specificati
     * in questa mappa. Se la mappa già conteneva un'asso-
     * ciazione con questa chiave (altrimenti null), il
     * vecchio valore è sostituito con il valore specificato
     * e restituito in uscita.
     */
    Object put(Object key, Object value);

    /**
     * restituisce un array contenente le chiavi di tutte le
     * associazioni presenti nella mappa
     */
    Object[] keys();
}
```

Mappa con chiavi ordinabili

- Se si pone il vincolo aggiuntivo che le chiavi siano Comparable, è possibile definire un ADT “mappa ordinata”, **SortedMap**
 - Aggiunge il solo metodo **sortedKeys**, che restituisce un array contenente le chiavi ordinate

```
public interface SortedMap extends Map
{
    Comparable[] sortedKeys();
}
```

- Le implementazioni di **sortedMap** devono però lanciare eccezioni ogni volta che viene fornita a **put** una chiave che non sia **Comparable**



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

ADT Dizionario (Multimappa)

Dizionario

- L'ADT **dizionario** ha molte similitudini con l'ADT **mappa**
 - E' un contenitore di associazioni chiave/valore
 - Valgono tutte le proprietà dell'ADT mappa, tranne una
 - **Non si richiede che le chiavi siano uniche nel dizionario**

Mappa vs Dizionario

MAPPA

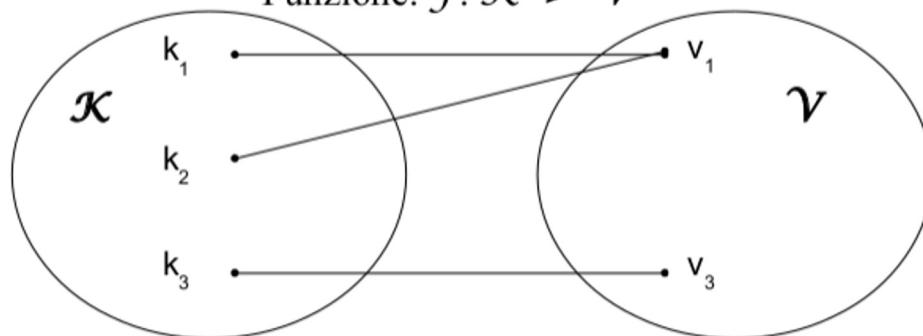
Insieme delle chiavi

\mathcal{K}

Insieme dei valori

\mathcal{V}

Funzione: $\mathcal{F}: \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{V}$



- A ciascun elemento del dominio (insieme delle chiavi) corrisponde uno e uno solo elemento del codominio (insieme dei valori)

DIZIONARIO

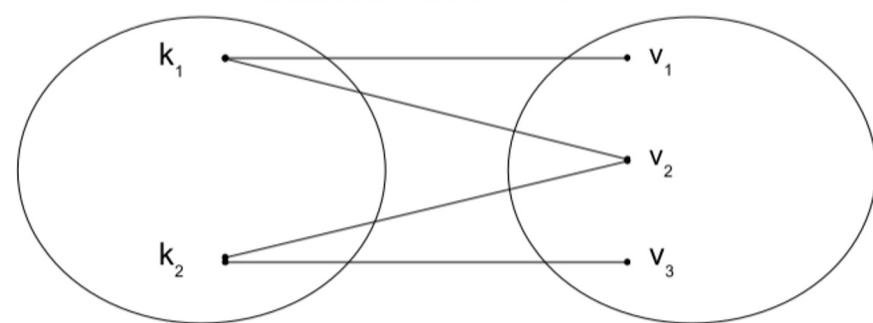
Insieme delle Chiavi

\mathcal{K}

Relazione: $\mathcal{R}: \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{V}$

Insieme dei Valori

\mathcal{V}



- A ciascun elemento del dominio (insieme delle chiavi) corrispondono uno o più elementi del codominio (insieme dei valori)

Dizionario

- C'è analogia con il dizionario di uso comune, in cui
 - Le **chiavi** sono le singole **parole**
 - I valori sono le **definizioni** delle parole nel dizionario
 - Le chiavi (parole) possono **essere associate a più valori** (definizioni) e quindi apparire più volte nel dizionario
 - La ricerca di un valore avviene tramite la sua chiave



Esempio

Dizionario che associa a una parola inglese tutte le possibili traduzioni.

car LISTEN: UK-RP ▾

UK: * /'ka:r/ | US: /kar/, (kär)

[definizione](#) | [Sinonimi inglesi](#) | [collocazioni inglesi](#) | [in spagnolo](#) | [Conjugatore \[IT\]](#) | [Conjugator \[EN\]](#) | [nel contesto](#) | [immagini](#)

[WordReference](#) [Collins](#) [WR Reverse \(83\)](#)

WordReference English-Italiano Dictionary © 2020:

Principal Translations/Traduzioni principali	
Inglese	Italiano
car <i>n</i> (automobile) <i>(informale)</i> macchina <i>nf</i>	automobile, auto <i>nf</i> macchina <i>nf</i>
The car sped down the highway. La macchina percorreva rapida l'autostrada.	
car <i>n</i> US (railway coach)	vagone <i>nm</i> carrozza <i>nf</i> carro <i>nm</i>
The brakeman uncoupled the cars. Il frenatore ha sganciato i vagoni.	

La traduzione della parola inglese “**car**” e’ collegabile ai termini:
{ “automobile”, “auto”, “macchina”,
“vagone”, “carrozza”, “carro”, “tram”,
“ascensore”, “cabina” }

car <i>n</i>	US (streetcar) I paid my fare as I stepped into the car. Ho pagato il biglietto mentre salivo sul tram.	tram <i>nm</i>
Traduzioni aggiuntive		
car <i>n</i>	(elevator) <i>(di ascensore)</i> cabina <i>nf</i>	ascensore <i>nm</i> cabina <i>nf</i>

Dizionario

- Si distinguono **dizionari ordinati** e **dizionari non-ordinati**
 - A seconda che sull'insieme delle chiavi sia o no definita una relazione totale di ordinamento, cioè (in Java) che le chiavi appartengano ad una classe che implementa **Comparable**
 - Nella realizzazione del dizionario non ordinato, per ricercare e confrontare si usa il metodo **equals()**
 - Nella realizzazione del dizionario ordinato, per ricercare e confrontare si usa il metodo **compareTo()**

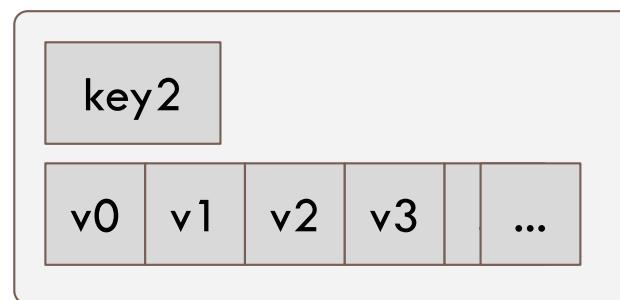
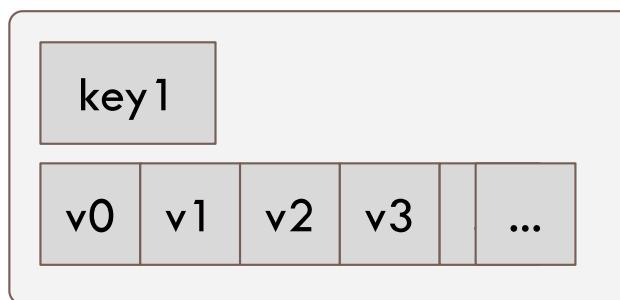
Dizionario: scelte implementative

- Dizionari con chiavi non ordinate
 - Sempre possibile
 - Inserimento veloce, ricerca lenta
- Dizionari con chiavi ordinate
 - Se le chiavi sono ordinabili
 - Inserimento lento, ricerca veloce

Dizionario: scelte implementative

- Gestione delle occorrenze multiple
 - Usiamo una struttura dati che abbia una chiave e un array di valori (simulo una mappa: array di coppie con chiave univoca associata a sua volta a un contenitore di valori).

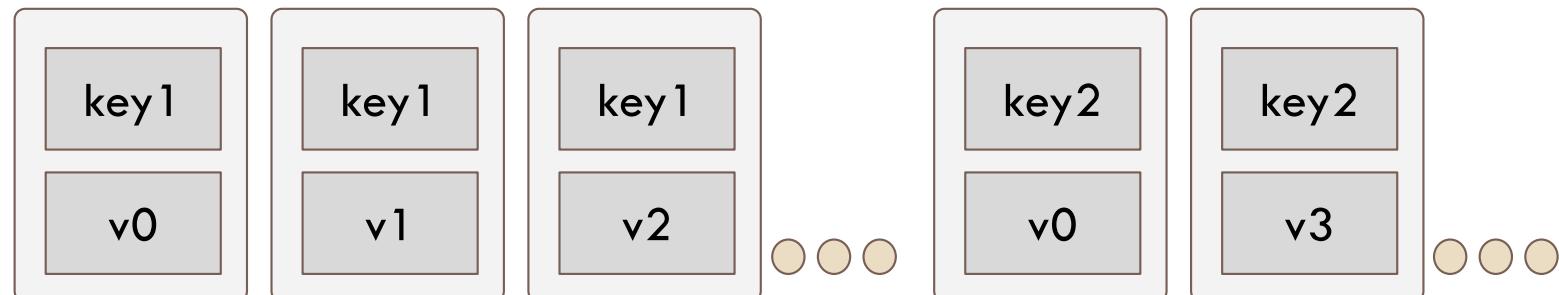
1



Dizionario: scelte implementative

- Gestione delle occorrenze multiple
 - Manteniamo una struttura di coppia standard (chiave, valore)
 - Gestiamo la presenza di piu' chiavi identiche che associano valori diversi

2





Dizionario

```
public interface Dictionary extends Container
{
    /**
     * Inserisce nel dizionario un'associazione avente
     * chiave uguale a key e valore uguale a value.
     * @param key la chiave specificata
     * @param value il valore specificato
     * @throws IllegalArgumentException se key o value sono null
     */
    void insert(Object key, Object value);

    /**
     * Elimina dal dizionario un'associazione di chiave specificata
     * restituendone il valore associato oppure null se non e'
     * presente nel dizionario.
     * @param key la chiave specificata
     * @return un valore associato alla chiave specificata,
     *         se presente (di solito il primo trovato), o null altrimenti
     */
    Object remove(Object key);

}
```



Dizionario

```
public interface Dictionary extends Container
{
    . . .
    /**
     * Se ci sono associazioni di chiave uguale a key, ne
     * restituisce i valori, altrimenti restituisce un
     * array vuoto. Le associazioni trovate sono eliminate dalla
     * struttura dati.
     * @param key la chiave specificata
     * @return un array con i valori associati alla chiave
     * specificata, se presente, o un array vuoto altrimenti
     */
    Object[] removeAll(Object key);

    /**
     * @return un array contenente le chiavi del
     * dizionario, eventualmente ripetute. Restituisce un
     * array vuoto (0 elementi) se il dizionario e' vuoto
     */
    Object[] keys();
}
```



Dizionario

```
public interface Dictionary extends Container
{
    . . .
    /**
     * Restituisce uno dei valori associati alla chiave specificata
     * @param key la chiave specificata
     * @return uno dei valori associati se la chiave specificata e'
     *         presente, altrimenti null
     */
    Object find(Object key);

    /**
     * Se il dizionario contiene una o più associazioni aventi chiave
     * uguale a key, restituisce i valori, altrimenti restituisce un
     * array vuoto
     * @param key la chiave specificata
     * @return un array con i valori associati alla chiave specificata,
     *         se presente, o un array vuoto se non presente
     */
    Object[] findAll(Object key);

    . . .
}
```



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

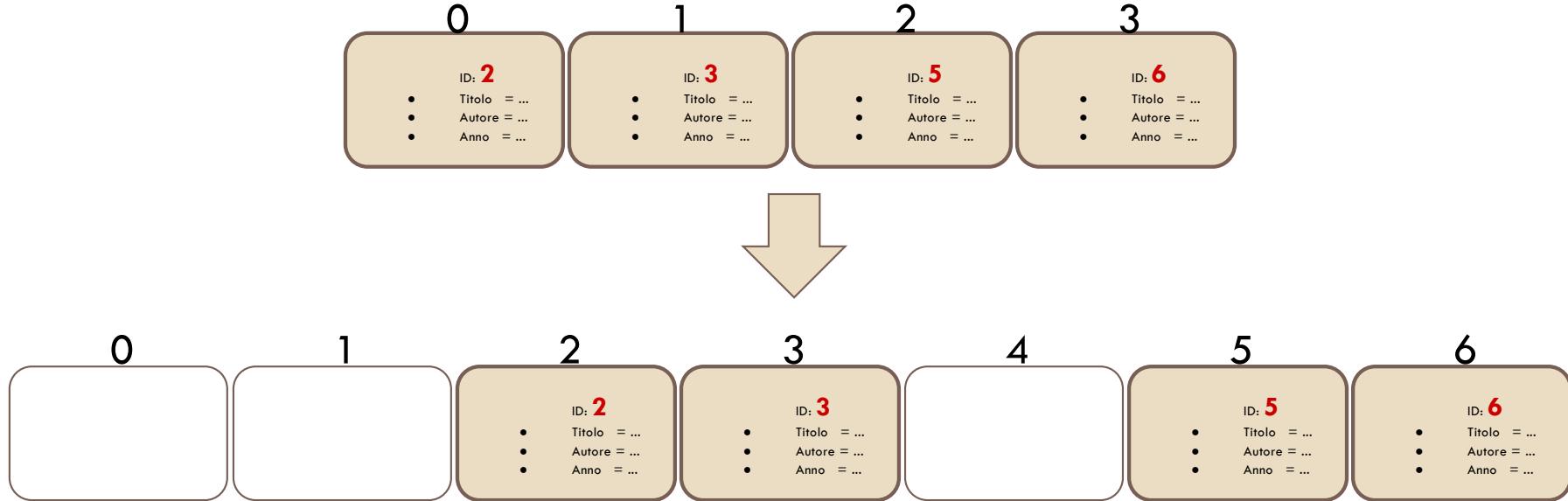
ADT Tabella (Table)

Chiavi numeriche

- Imponiamo una restrizione al campo di applicazione di una mappa
 - Supponiamo che le chiavi siano **numeri interi** in un intervallo noto a priori
allora si può realizzare una mappa con prestazioni **O(1)** per tutte le operazioni
- Si usa un array che contiene soltanto i riferimenti ai valori, usando **le chiavi come indici nell'array**
 - Celle dell'array che hanno come indice una chiave che non appartiene alla mappa hanno valore **null**



Esempio biblioteca

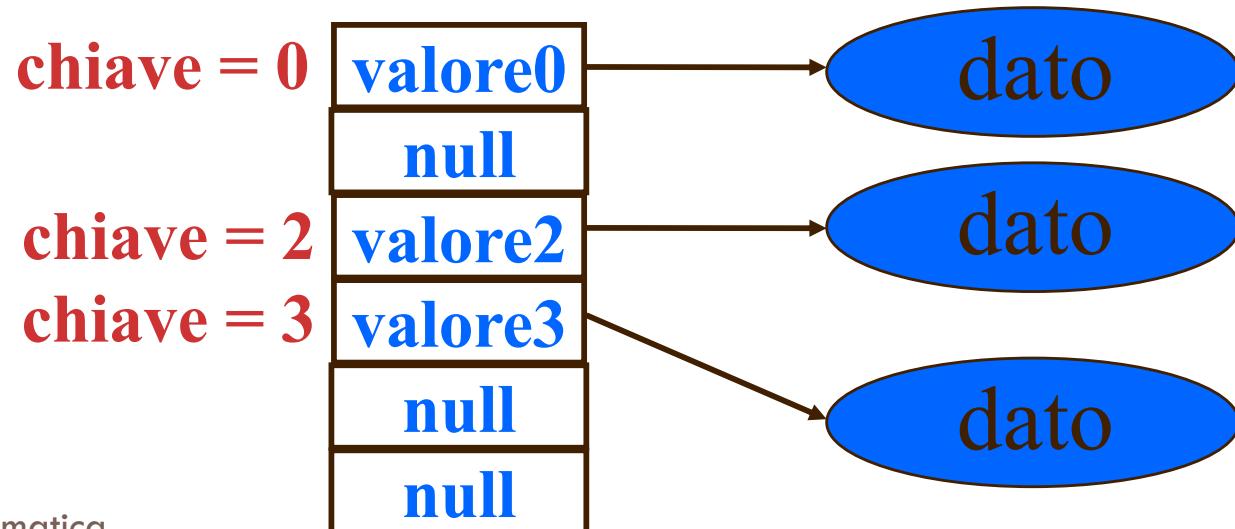


Accedere all'elemento $ID = 2$ corrisponde ad accedere al elemento di indice 2 dell'array.

Tempo di ricerca/accesso $O(1)$ a scapito di possibile consumo di memoria per posizioni mancanti.

Tabella

- Una mappa con chiavi numeriche intere viene detta **tabella (table)**
- L'analogia è la seguente
 - un valore è una riga nella tabella
 - le righe sono numerate usando le chiavi
 - alcune righe possono essere vuote (senza valore)



Tabella

- Definiamo il tipo di dati astratto **Table** con un comportamento identico alla mappa
 - l'unica sostanziale differenza è che le chiavi non sono riferimenti ad oggetti di tipo **Comparable**, ma sono **numeri interi** (che evidentemente sono confrontabili)

```
public interface Table extends Container
{ void insert(int key, Object value);
  Object remove(int key);
  Object find(int key);
}
```

Tabella – punti deboli

- La tabella non utilizza la memoria in modo efficiente
 - l'occupazione di memoria richiesta per contenere n dati **non dipende** da n in modo lineare (come invece avviene per tutti gli altri ADT) ma dipende dal **contenuto informativo** presente nei dati
 - in particolare, dal valore della chiave massima
- Può essere necessario un array di milioni di elementi per contenere poche decine di dati
 - si definisce **fattore di riempimento (load factor)** della tabella il numero di dati contenuti nella tabella diviso per la dimensione della tabella stessa

Tabella – punti deboli

- La tabella è un mappa con prestazioni ottime
 - ▣ tutte le operazioni sono **O(1)**
- ma con le seguenti limitazioni
 - ▣ le **chiavi** devono essere **numeri interi** (non negativi)
 - in realtà si possono usare anche chiavi negative, sottraendo ad ogni chiave il valore dell'estremo inferiore dell'intervallo di variabilità
 - ▣ **l'intervallo di variabilità delle chiavi deve essere noto a priori**
 - per dimensionare la tabella (ed avere inserimento O(1))
 - ▣ se il fattore di riempimento è molto basso, si ha un grande **spreco di memoria**
 - ciò avviene se le chiavi sono molto “disperse” nel loro insieme di variabilità



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Hash Table

Hash Table

- Cerchiamo di eliminare una delle limitazioni
 - ▣ **l'intervallo di variabilità delle chiavi deve essere noto a priori** per dimensionare la tabella
- Risolviamo il problema in modo diverso
 - ▣ fissiamo la dimensione della tabella in modo arbitrario
 - in questo modo si definisce di conseguenza l'intervallo di variabilità delle chiavi utilizzabili
 - ▣ per usare chiavi esterne all'intervallo, si **usa una funzione di trasformazione delle chiavi**
 - **funzione di hash**

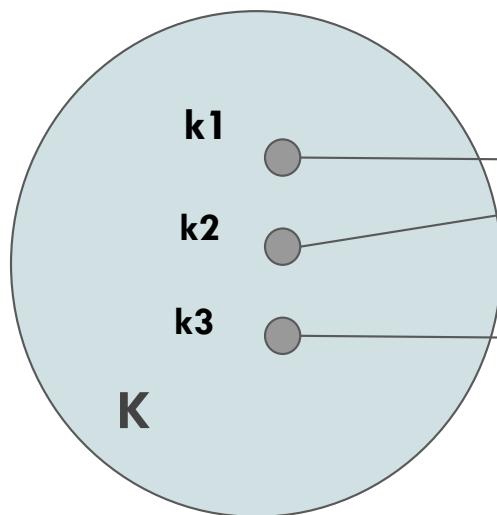
Funzione di hash

- Una funzione di hash ha
 - come **dominio** l'insieme delle chiavi che identificano univocamente i dati da inserire nella mappa
 - come **codominio** l'insieme degli indici validi per accedere ad elementi della tabella
 - il risultato dell'applicazione della funzione di hash ad una chiave si chiama **chiave ridotta**
- Se manteniamo la limitazione di usare numeri interi come chiavi
 - una semplice funzione di hash è il calcolo del **resto della divisione intera tra la chiave e la dimensione della tabella**

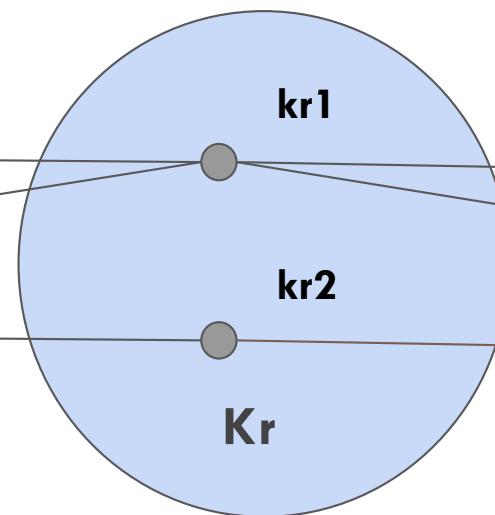
$$K_r = k \% \dim$$

Funzione di hash

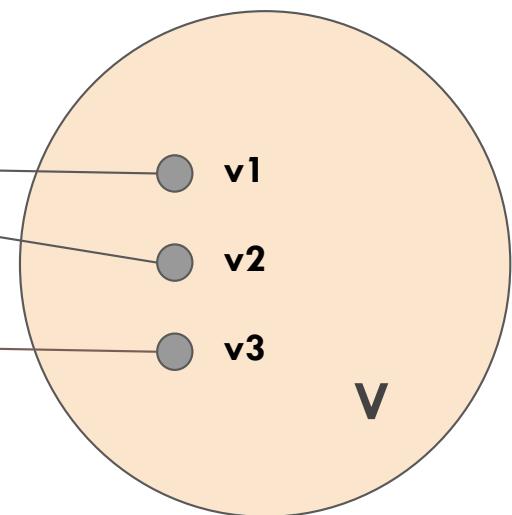
Insieme delle chiavi



Insieme delle chiavi ridotte



Insieme dei valori

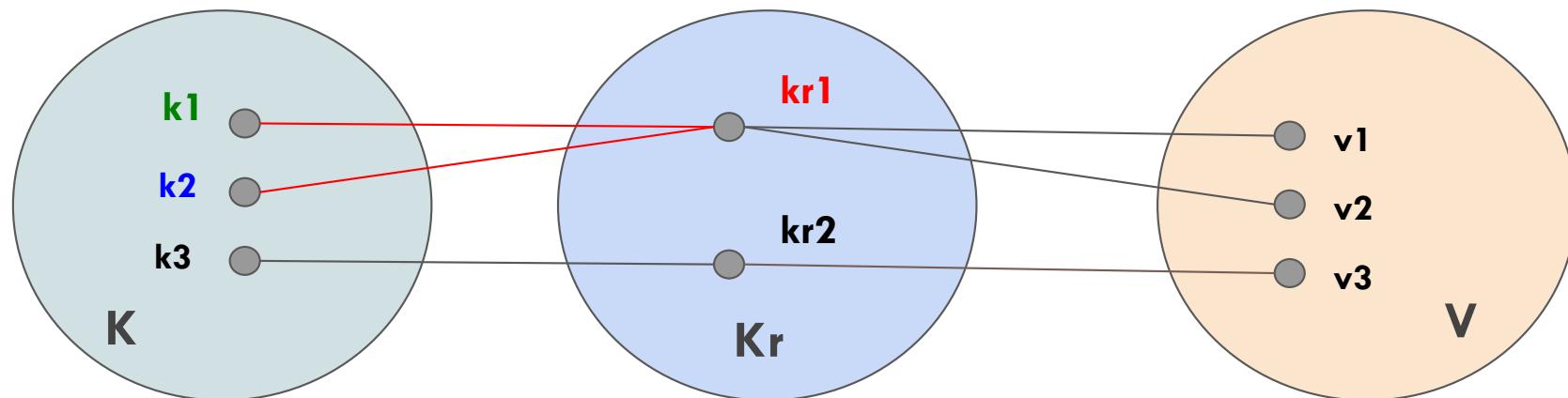


Funzione di hash

- Per come è definita, la **funzione di hash** è **generalmente non biunivoca**, cioè non è invertibile
 - **chiavi diverse possono avere lo stesso valore per la funzione di hash**
- Per questo si chiama funzione di **hash**
 - è una funzione che “**fa confusione**”, nel senso che “mescola” dati diversi...

Funzione di hash

- Il fatto che la funzione di hash non sia univoca genera un problema nuovo
 - inserendo un valore nella tabella, può darsi che la sua chiave ridotta sia uguale a quella di un valore già presente nella tabella e avente una **diversa chiave, ma la stessa chiave ridotta**



Funzione di hash

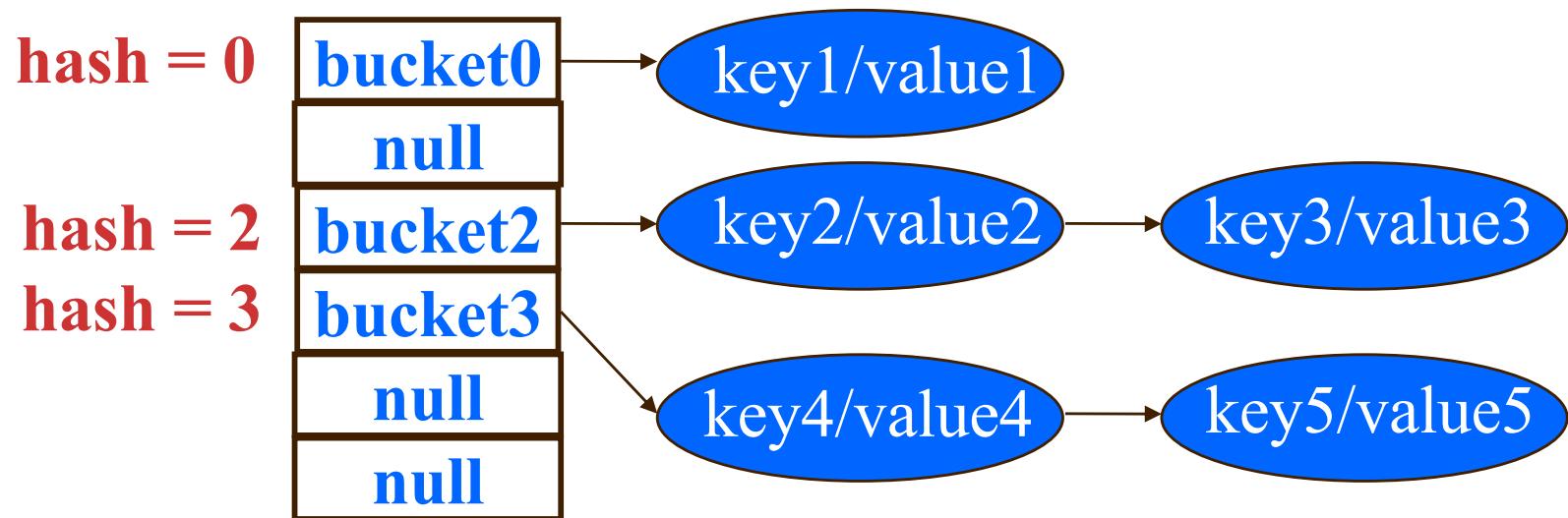
- Usando i criteri già visto per la tabella
 - Il nuovo valore andrebbe a sostituire il vecchio
 - Il nuovo valore viene ignorato
- In entrambi i casi perdo un valore
 - questo non è corretto perché i due valori hanno, in realtà, chiavi diverse
- Questo fenomeno si chiama **collistione** nella tabella e si può risolvere in molti modi diversi

Risoluzione delle collisioni

- **ciascun valore deve essere memorizzato insieme alla sua vera chiave, per poter fare ricerche correttamente**
- Possiamo risolvere il problema **usando una lista** per ogni cella dell'array
 - Usiamo un array che è un array di riferimenti a liste
 - ciascuna lista contiene le coppie **chiave/valore** che hanno la stessa chiave ridotta

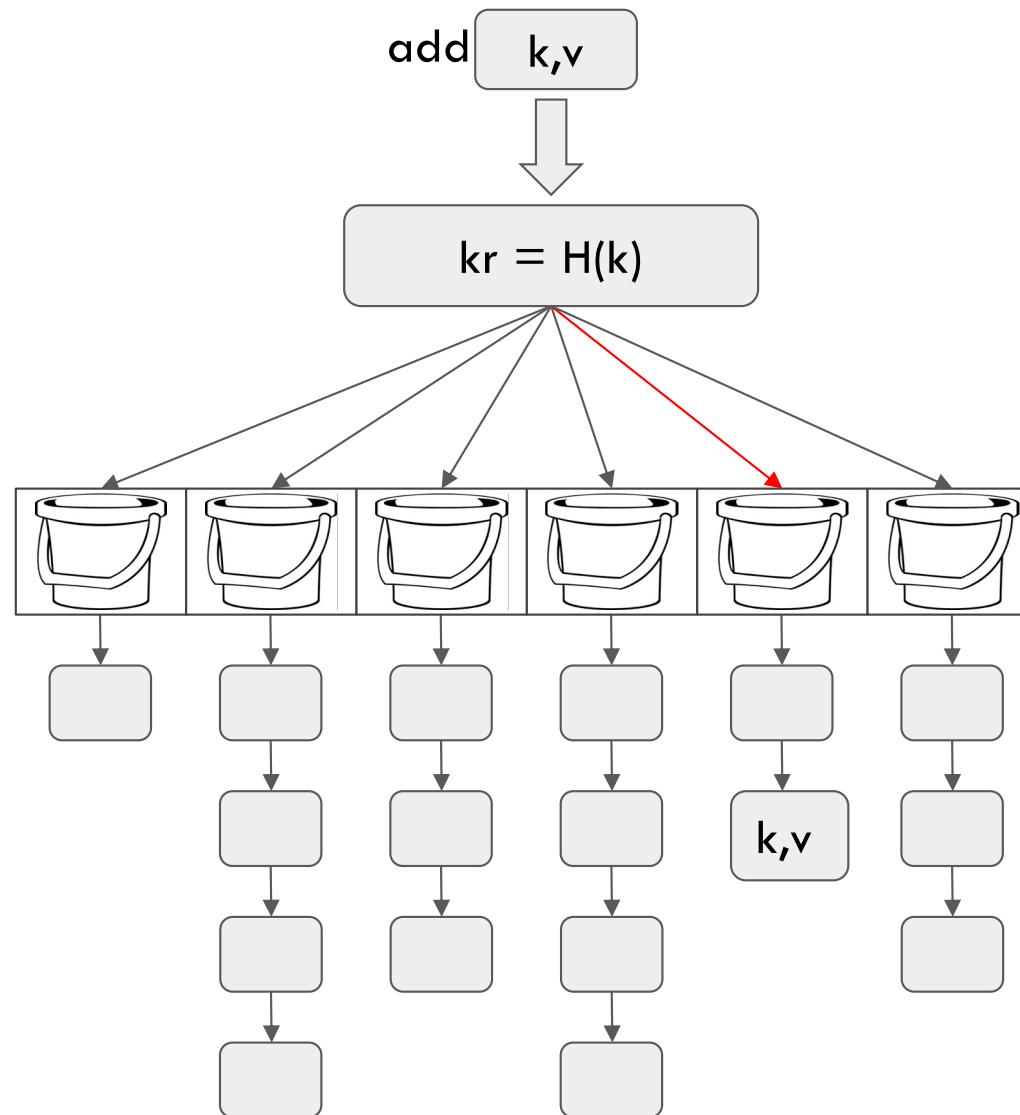
Risoluzione delle collisioni

- Questo sistema di risoluzione delle collisioni si chiama **tabella hash con bucket**
 - un **bucket** è una delle liste associate ad una chiave ridotta





Add in una hash table

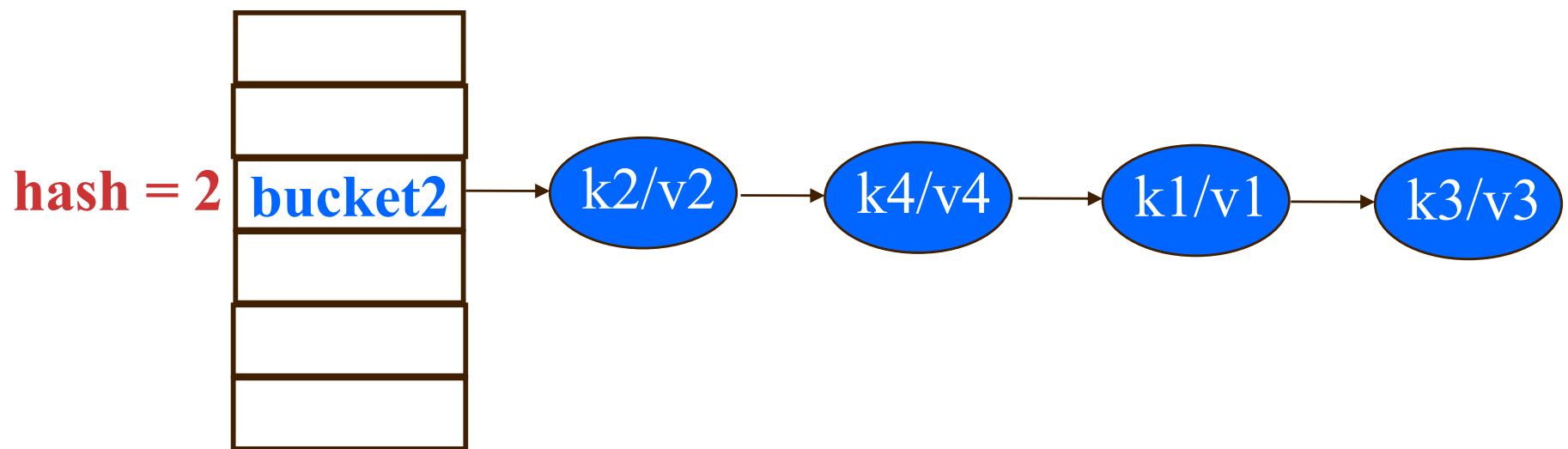


Risoluzione delle collisioni

- Le prestazioni della tabella hash con bucket non sono più, ovviamente, $O(1)$ per tutte le operazioni
- **Le prestazioni dipendono fortemente da**
 - **Numero di bucket**
 - **Dalle caratteristiche della funzione di hash**

Impatto funzione di hash

- **caso peggiore:** la funzione di hash restituisce sempre la stessa chiave ridotta, per ogni chiave possibile
 - tutti i dati vengono inseriti in un'unica lista
 - le prestazioni della tabella hash degenerano in quelle di una lista
 - tutte le operazioni sono $O(n)$



Hash table con bucket

- **caso migliore:** la funzione di hash restituisce chiavi ridotte che si **distribuiscono uniformemente** nella tabella
 - Dato un insieme S di n elementi, la distribuzione uniforme attribuisce a ciascun elemento la stessa probabilità di occorrere
 - Es: in un dado non truccato, ogni faccia ha probabilità $1/6$ di occorrere
 - Es: in una moneta non truccata, ogni faccia ha probabilità $1/2$ di occorrere
 - Es: Se la nostra tabella ha 100 posizioni, quindi 100 chiavi ridotte, ciascuna chiave ridotta ha probabilità $1/100$ di essere il risultato della funzione di hash

Hash table con bucket

- In questo caso tutte le liste associate ad una chiave ridotta hanno la stessa lunghezza media
 - se **M** è la dimensione della tabella, la lunghezza media di ciascuna lista è **n/M**
 - es: se ho $n=100$ chiavi e una tabella di dimensione $M=20$, ciascuna posizione(=chiave ridotta) avrà (circa) 5 elementi (cui corrispondono chiavi diverse trasformate nella stessa chiave ridotta)
 - tutte le operazioni sono **O(n/M)**
- per avere prestazioni **O(1)** occorre dimensionare la tabella in modo che **M** sia dello stesso ordine di grandezza di **n**

Riassumendo

- In una **hash table con bucket** si ottengono prestazioni ottimali (tempo-costanti) se:
 - la dimensione della tabella è circa uguale al numero di dati che saranno memorizzati nella tabella
 - fattore di riempimento circa unitario
 - così si riduce al minimo anche lo spreco di memoria
 - la funzione di hash genera chiavi ridotte uniformemente distribuite
 - liste di lunghezza quasi uguale alla lunghezza media



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Insieme (Set)

Insieme (set)

- Il tipo di dati astratto “**insieme**” (**set**) è un contenitore (eventualmente vuoto) di oggetti **distinti** (cioè non contiene duplicati)
 - senza alcun particolare ordinamento
 - senza memoria dell’ordine temporale in cui gli oggetti vengono inseriti od estratti
 - si comporta come un insieme matematico

Set

```
public interface Set extends Container
{    void add(Object obj);
    boolean contains(Object obj);
    Object[] toArray();
}
```

- Le operazioni consentite sull'insieme sono
 - **inserimento** di un oggetto
 - fallisce silenziosamente se l'oggetto è già presente
 - **verifica della presenza** di un oggetto
 - **ispezione di tutti** gli oggetti
 - metodo che restituisce un array di riferimenti agli oggetti contenuti nell'insieme, senza alcun requisito di ordinamento di tale array (anche perché i dati non sono ordinabili...)

Set

```
public interface Set extends Container
{ void add(Object obj);
  boolean contains(Object obj);
  Object[] toArray();
}
```

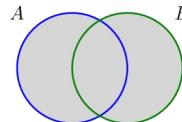
- **Non** esiste un'operazione di **rimozione**
 - si usa la sottrazione tra insiemi



Operazioni definite su insieme

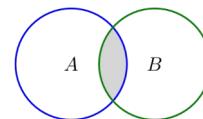
Per due insiemi A e B , si definiscono le operazioni caratteristiche di:

- **unione** $A \cup B$



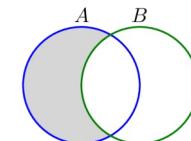
appartengono all'unione di due insiemi tutti e soli gli elementi che appartengono ad almeno uno dei due insiemi

- **intersezione** $A \cap B$



appartengono all'intersezione di due insiemi tutti e soli gli elementi che appartengono ad entrambi gli insiemi

- **sottrazione** $A - B$ (oppure anche $A \setminus B$)



appartengono all'insieme sottrazione $A-B$ tutti e soli gli elementi che appartengono all'insieme A e non appartengono all'insieme B

non è necessario che B sia un sottoinsieme di A

Link utili

- <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Realizzazione della pila

Realizzazione della pila

- Per realizzare una pila è facile ed efficiente usare una struttura di tipo **array** “riempito solo in parte”
- In fase di realizzazione vanno affrontati due problemi
 - Cosa fare quando **l'array è pieno** e viene invocato il metodo **push**
 - la prima soluzione proposta prevede il **lancio di un'eccezione**
 - la seconda soluzione proposta usa il **ridimensionamento dell'array**
 - Cosa fare quando vengono invocati i metodi **pop** o **top** e la pila **è vuota**
 - Una possibile soluzione è lanciare un'eccezione

Eccezioni nella pila

- Definiamo due eccezioni (che sono classi),
EmptyStackException e **FullStackException**, come
estensione di **RuntimeException**, in modo che chi
usa la pila non sia obbligato a gestirle

```
public class EmptyStackException extends RuntimeException
{ }

public class FullStackException extends RuntimeException
{ }
```



Pila senza ridimensionamento

```
public class FixedArrayStack implements Stack
{
    // v è un array riempito solo in parte
    protected Object[] v;
    protected int vSize;

    public FixedArrayStack()
    {
        v = new Object[100]; // 100 è un numero scelto
                            // a caso
        // per rendere vuota la struttura, invoco
        // il metodo makeEmpty, è sempre meglio evitare
        // di scrivere codice ripetuto
        makeEmpty();
    }

    // dato che Stack estende Container,
    // occorre realizzare anche i suoi metodi

    public void makeEmpty()
    {
        vSize = 0;
    }

    public boolean isEmpty()
    {
        return (vSize == 0);
    }

    ...
}
```

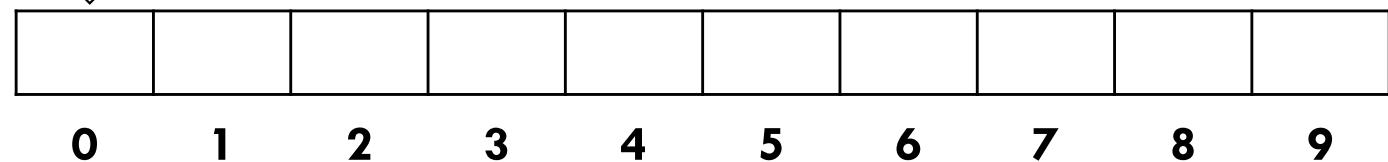


Pila senza ridimensionamento

```
public class FixedArrayStack implements Stack
{
    ...
    public void push(Object obj)
    {   if (vSize == v.length)
        throw new FullStackException();
        v[vSize++] = obj;
    }
    public Object top()
    {   if (isEmpty())
        throw new EmptyStackException();
        return v[vSize - 1];
    }
    public Object pop()
    {   Object obj = top();
        vSize--;
        return obj;
    }
}
```

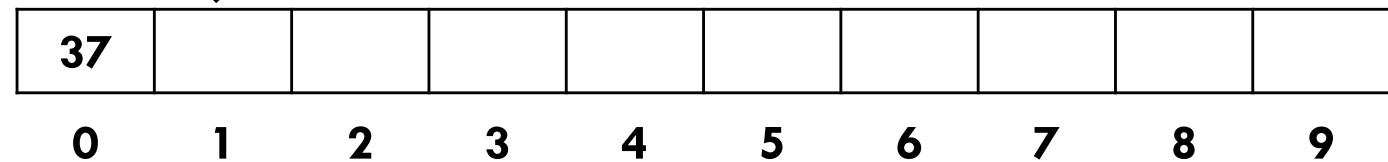
Esempio

vSize = 0



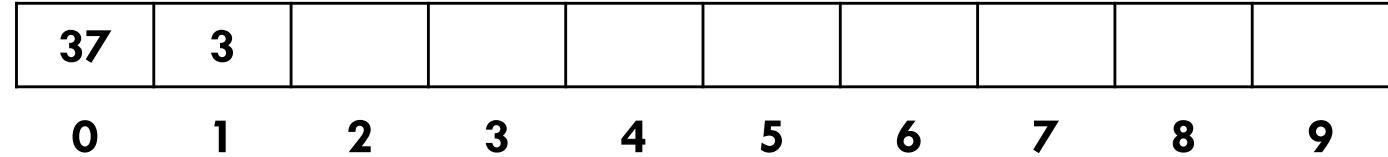
push(37)

vSize = 1



push(3)

vSize = 2



Esempio

3 \leftarrow top()

vSize = 2



37	3								
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3 \leftarrow pop()

vSize = 1



37	3								
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

push(84)

vSize = 2



37	84								
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Pile di oggetti e pile di numeri

- Abbiamo visto che la pila così definita è in grado di gestire dati di qualsiasi tipo, cioè riferimenti ad oggetti di qualsiasi tipo (stringhe, conti bancari...)
- I tipi primitivi definiti nel linguaggio Java (**int**, **double**, **char**...) però non sono oggetti
- Possiamo gestire una pila di numeri come quella dell'esempio precedente? V. codice StackTester.java



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Classi involucro e conversioni automatiche (“auto-boxing”)



```
Stack s = new FixedArrayStack();  
s.push(2);
```

Auto-boxing

- In Java 5.0 è stato introdotto l'auto-boxing
 - Se un valore di un tipo di dato primitivo viene assegnato ad una variabile della corrispondente classe involucro, viene implicitamente creato un esemplare di tale classe

```
Integer intObj = 2;  
// equivale a Integer intObj = new Integer(2);
```

- La stessa “conversione”隐式的 avviene se il valore di tipo primitivo viene assegnato ad una variabile di tipo Object

```
Object obj = 2;  
// equivale a Object obj = new Integer(2);
```



Auto-boxing

□ Attenzione:

- Alcune conversioni che potrebbero apparire “ovvie” non funzionano con l’auto-boxing

```
Double doubleObj = 2.0;  
// questo funziona...  
Double doubleObj = 2;  
// questo non viene compilato perché equivale a  
// Double doubleObj = new Integer(2);
```



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Pila con ridimensionamento



Pila con ridimensionamento

- Definiamo una pila che non generi mai l'eccezione **FullStackException**

```
public class GrowingArrayStack implements Stack
{
    public void push(Object obj)
    {   if (vSize == v.length)
        v = resize(v, 2*vSize);
        v[vSize++] = obj;
    }
    ... // tutto il resto è identico!
}
```

- Possiamo evitare di riscrivere tutto il codice di **FixedArrayStack** in **GrowingArrayStack**?

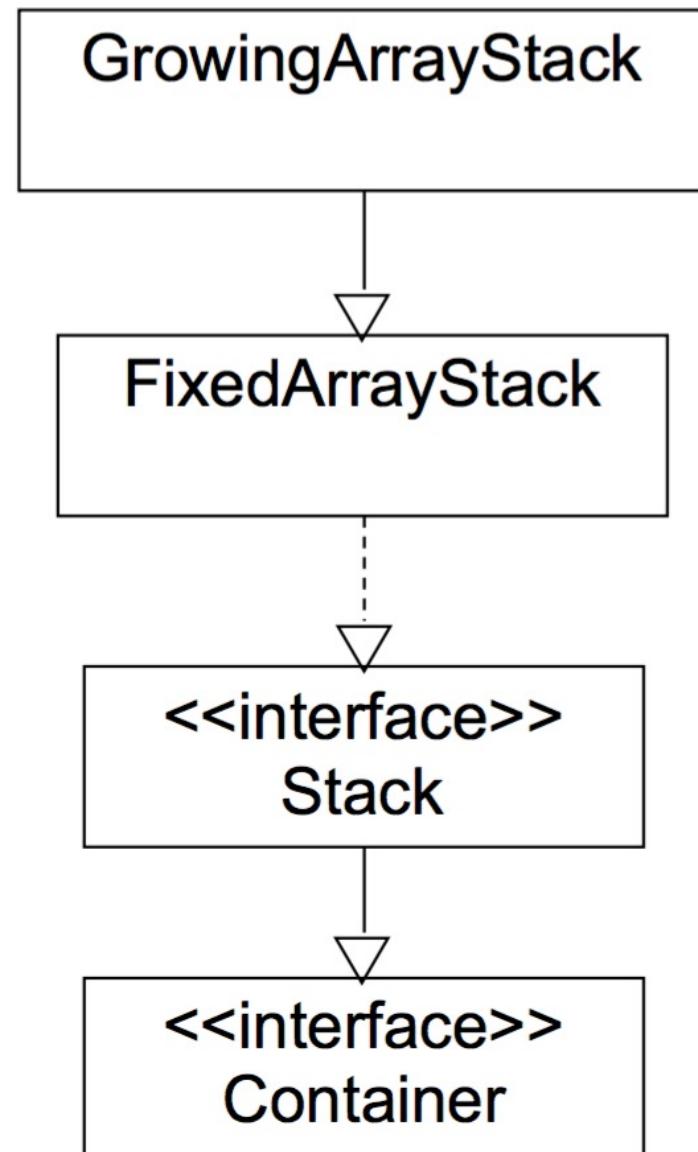
Pila con ridimensionamento

```
public class GrowingArrayStack extends FixedArrayStack {  
  
    public void push(Object obj) {  
        if (vSize == v.length) {  
            v = resize(v, 2*vSize);  
        }  
        super.push(obj);  
    }  
}
```

- Il metodo **push** sovrascritto deve poter accedere alle variabili di esemplare della superclasse
- Questo è consentito dalla definizione **protected**
 - le variabili **protected** sono come private, ma vi si può accedere anche dalle classi derivate

Gerarchie di classi e interfacce

- Abbiamo realizzato la seguente **gerarchia** di classi e interfacce
 - L'interfaccia **Stack** estende l'interfaccia **Container**
 - La classe **FixedArrayList** implementa l'interfaccia **Stack**
 - La classe **GrowingArrayList** estende la classe **FixedArrayList**





DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Prestazioni della pila e analisi ammortizzata

Prestazioni della pila

- Il tempo di esecuzione di ogni operazione su una **pila realizzata con array di dimensioni fisse** è **costante**, cioè **non dipende** dalla dimensione **n** della struttura dati stessa (non ci sono cicli...)
- si noti che **le prestazioni dipendono dalla definizione della struttura dati** e non dalla sua interfaccia...
- per valutare le prestazioni è necessario conoscere il codice che realizza le operazioni!

Prestazioni della Pila

- Nella realizzazione con array ridimensionabile, l'unica cosa che cambia è l'operazione push
 - “**alcune volte**” richiede un tempo **$O(n)$**
 - tale tempo è necessario per copiare tutti gli elementi nel nuovo array, all'interno del metodo **resize**
 - il ridimensionamento viene fatto ogni **n** operazioni
- cerchiamo di valutare **il costo medio** di ciascuna operazione
 - tale metodo di stima si chiama **analisi ammortizzata** delle prestazioni asintotiche

Analisi ammortizzata

- Dobbiamo calcolare il valore medio di n operazioni, delle quali

- **n-1** richiedono un tempo $O(1)$
 - **una** richiede un tempo $O(n)$

$$T(n) = [(n-1)*O(1) + O(n)]/n = O(n)/n = O(1)$$

- Distribuendo il tempo speso per il ridimensionamento in parti uguali a tutte le operazioni **push**, si ottiene quindi ancora **$O(1)$**

Analisi ammortizzata

- Le prestazioni di **push** con ridimensionamento rimangono **O(1)** per qualsiasi costante **moltiplicativa** usata per calcolare la nuova dimensione, anche diversa da 2
- Se, invece, si usa una costante **additiva**, cioè la dimensione passa da **n** a **n+k**, si osserva che su **n** operazioni di inserimento quelle “lente” sono **n/k**
 - Ad esempio se $k=20$, su 100 inserimenti ho 5 volte ridimensionamento
- $$\begin{aligned} T(n) &= [(n-n/k)*O(1)+(n/k)*O(n)]/n \\ &= [O(n) + n*O(n)]/n \\ &= O(n)/n + O(n^2)/n \\ &= O(1) + O(n) = O(n) \end{aligned}$$

Analisi ammortizzata

- Tecnica di **analisi delle prestazioni** di un algoritmo
- Si usa per mostrare che, in una sequenza di operazioni, il **costo medio** di una operazione è piccolo, anche se una singola operazione della sequenza è “costosa”
- E’ diversa dall’ **analisi di caso medio** vista in precedenza
 - ▣ Analisi di caso medio: si basa su stime statistiche dell’input
 - ▣ Analisi ammortizzata: fornisce il **costo medio** di una singola operazione **nel caso peggiore**



Schema riassuntivo delle prestazioni

operazione	FixedArray	GrowingArray
push	$O(1)$	$O(1)$ *
top	$O(1)$	$O(1)$
pop	$O(1)$	$O(1)$

* Costo medio



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Esercizio

Realizzazione di una pila “sicura”

Realizzazione di una “pila sicura”

- Tutte le strutture dati che abbiamo definito possono contenere oggetti di qualsiasi tipo
- Solitamente vengono utilizzate per contenere oggetti omogenei
 - ▣ cioè oggetti che siano tutti dello stesso tipo ma in generale questo vincolo non c'è

Realizzazione di una “pila sicura”

- Anche quando vengono usate come contenitori di oggetti omogenei, è possibile introdurre oggetti disomogenei, per errore
- Vogliamo realizzare una struttura dati, ad esempio una pila, che possa contenere soltanto oggetti di un certo tipo

```
// rivediamo la definizione della pila
public class ArrayStack implements Stack
{ private Object[] v = new Object[100];
  private int vSize = 0;

  public boolean isEmpty() { return vSize == 0; }
  public void makeEmpty() { vSize = 0; }

  public void push(Object obj)
  { if (vSize == v.length) v = resize(v, 2*v.length);
    v[vSize++] = obj; }
  public Object top()
  { if (isEmpty()) throw new EmptyStackException();
    return v[vSize - 1]; }
  public Object pop()
  { Object obj = top();
    vSize--;
    return obj;
  }
  private static Object[] resize(Object[] old, int newLength)
  { Object[] newArray = new Object[newLength];
    for (int i = 0; i < old.length; i++)
      newArray[i] = old[i];
    return newArray;
  }
}
```



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

L'operatore instance of



L'operatore *instanceof*

□ Sintassi:

variabileOggetto instanceof NomeClasse

□ Scopo: è un operatore booleano che restituisce **true** se e solo se la **variabileOggetto** contiene un riferimento ad un oggetto che è un esemplare della classe **NomeClasse** (o di una sua sottoclasse)

- in tal caso l'assegnamento di **variabileOggetto** ad una variabile di tipo **NomeClasse** **NON** lancia l'eccezione **ClassCastException**

□ Nota: il risultato non dipende dal tipo dichiarato per la **variabileOggetto**, ma dal tipo dell'oggetto a cui la variabile si riferisce effettivamente al momento dell'esecuzione



Realizzazione di una “pila sicura”

- Per realizzare una pila che possa contenere soltanto stringhe, ad esempio
 - si può riscrivere tutto il codice modificando il solo metodo **push**

```
public class StringArrayStack implements Stack{  
    ...  
    public void push(Object obj){  
        if (!(obj instanceof String)){  
            throw new InvalidTypeException();  
        }  
        if (vSize == v.length){  
            v = resize(v, 2*v.length);  
        }  
        v[vSize++] = obj;  
    }  
}
```



Realizzazione di una “pila sicura”

- Si potrebbe pensare di evitare il controllo di tipo nel metodo modificando il tipo del parametro

```
public class StringArrayStack implements Stack
{    ... // NON FUNZIONA
    public void push(String obj)
    {    if (vSize == v.length)
        v = resize(v, 2*v.length);
        v[vSize++] = obj;    }
}
```

- **Non funziona:** il compilatore segnala che la classe non definisce tutti i metodi richiesti dall'interfaccia **Stack**
 - il metodo **push** ha una firma diversa



Realizzazione di una “pila sicura”

- Un modo più “elegante” sfrutta l'ereditarietà
 - che, come sappiamo, è spesso utile per evitare di ricopiare codice...

```
public class StringArrayStack extends FixedArrayStack
{ public void push(Object obj)
    { if (!(obj instanceof String))
        throw new InvalidTypeException();
    super.push(obj);
}
}
```

- Il metodo **push** viene sovrascritto (si noti la firma identica...), per cui negli esemplari di **StringArrayStack** verrà invocato il metodo qui definito e non quello di **ArrayStack**



Realizzazione di una “pila sicura”

- Vediamo come utilizzare **StringArrayStack**

```
Stack s = new StringArrayStack();  
s.push("pippo");  
String st = (String) s.pop();  
s.push(new Integer(2)); // lancia un'eccezione
```

- Usando **StringArrayStack** è possibile fare il cast esplicito dopo l'estrazione di un elemento con la certezza che andrà a buon fine



Realizzazione di una “pila sicura”

- Viene la tentazione di ridefinire il metodo **pop** come segue, per non dover fare il cast

```
{ ...  
    public String pop() { ... }  
}
```

- Questo di nuovo non funziona, per lo stesso motivo citato in precedenza
 - il compilatore segnala che la classe non definisce tutti i metodi richiesti dall’interfaccia **Stack**
 - il metodo **pop** ha una firma diversa

 CODICE

 DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE