

Cel ćwiczenia:

Rozwiązanie równania $Ay = b$, przy użyciu wzoru Shermana-Morrisona. Następnie sprawdzenie wyniku i porównanie czasu działania z biblioteką numeryczną numpy.

Teoria wykorzystana w zadaniu:

Przekształcamy macierz poprzez obniżenie każdego elementu o jeden, tworząc macierz rzadką z dwiema diagonalami. Drugi składnik sumy, który zamieniamy na mnożenie wektora zbudowanego z samych jedynek razy wektor transponowany również z samych jedynek. Otrzymujemy równanie:

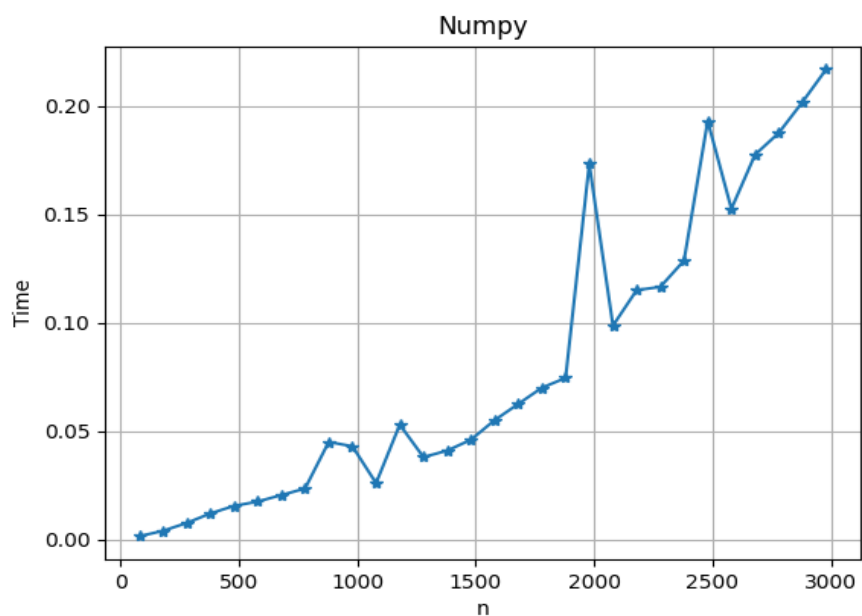
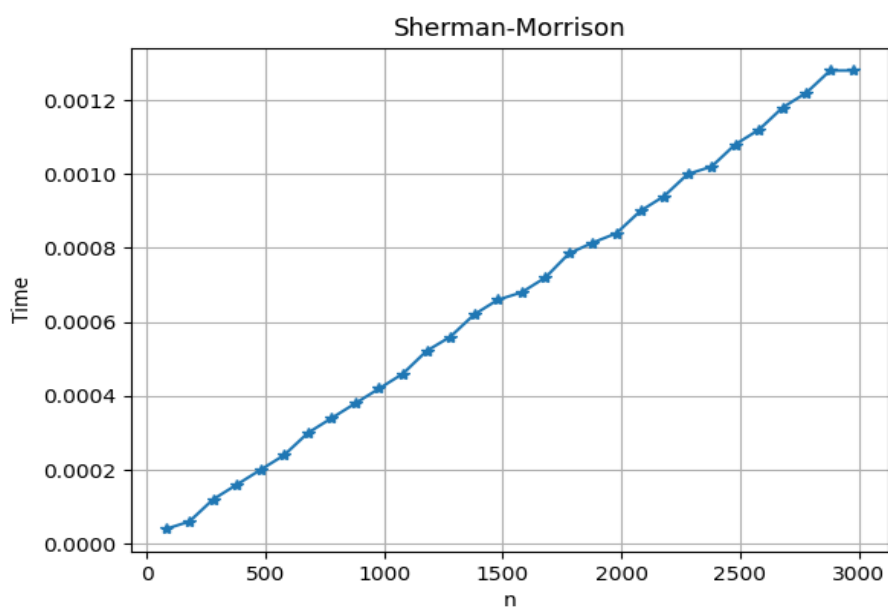
$$Ay = b \leftrightarrow (B + uv^T)y = b \leftrightarrow y = (B + uv^T)^{-1}b$$

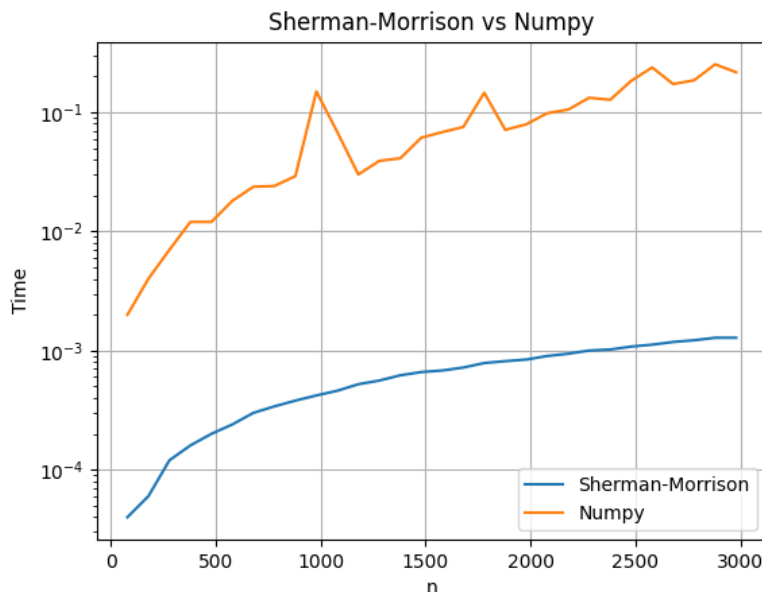
gdzie nasza macierz rzadka to B , a wektory to u i v

Następnie wykorzystujemy wzór Shermana-Morrisona:

$$(A + uv^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}uv^T A^{-1}}{1 + v^T A^{-1}u}$$

Wyniki:





(różnica w czasie jest na tyle duża, że wymagało to użycia skalowania logarytmicznego (`plt.yscale('log')`), aby dało się czytelnie korzystać z wykresu)

[0.05081874647092044, 0.050818746470920495, 0.05081874647092047, 0.05081874647092052, 0.05081874647092041, 0.05081874647092058, 0.050818746470920356, 0.05081874647092066, 0.050818746470920106, 0.05081874647092108, 0.050818746470919524, 0.05081874647092194, 0.05081874647091819, 0.050818746470924075, 0.050818746470914805, 0.050818746470929294, 0.050818746470906534, 0.05081874647094228, 0.05081874647088616, 0.05081874647097445, 0.050818746470835674, 0.05081874647105364, 0.050818746470711135, 0.05081874647124948, 0.050818746470403436, 0.050818746471732956, 0.05081874646964374, 0.05081874647292675, 0.050818746467767656, 0.05081874647587489, 0.05081874646313486, 0.05081874648315496, 0.05081874645169479, 0.050818746501132245, 0.050818746423444944, 0.0508187465455249, 0.05081874635368483, 0.05081874665514788, 0.05081874618142024, 0.05081874692584937, 0.050818745756032235, 0.05081874759431626, 0.05081874470558426, 0.05081874924502022, 0.05081874211162085, 0.050818753321248494, 0.05081873570611922, 0.05081876338703667, 0.05081871988845221, 0.05081878824337052, 0.05081868082849891, 0.05081884962329722, 0.05081858437432846, 0.050819001194136515, 0.05081834619158099, 0.0508193754813111, 0.05081775802602087, 0.050820299741476976, 0.05081630561718872, 0.05082258209821314, 0.05081271905660334, 0.05082821812199029, 0.05080386244781074, 0.05084213565009288, 0.05078199204650674, 0.05087650342357064, 0.050727985545327314, 0.05096137078256685, 0.050594622552619095, 0.05117094119967974, 0.050265297611441606, 0.05168845182153001, 0.04945206663424831, 0.05296638621426247, 0.047443884017097315, 0.05612210175549964, 0.04248490245229605, 0.06391478707161591, 0.03023925409839895, 0.08315794877059712]

Wnioski:

Program daje wyniki niemal identyczne jak obliczenia z użyciem biblioteki numpy, minimalne różnice są wynikiem błędów związanych z precyzją obliczeń. Dzięki zastosowaniu wzoru Shermana-Morrisona udało się znacznie szybciej obliczyć równanie co pokazują powyższe wykresy. Ponadto wykres dla Shermana-Morrisona jest liniowy, czego nie możemy powiedzieć dla obliczeń przy użyciu biblioteki numpy.