

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

NGUYỄN QUỐC DINH – BÙI THỊ DÂN

TÀI LIỆU

LÝ THUYẾT MẠCH

(Dùng cho hệ đào tạo đại học)

Chủ biên

NGUYỄN QUỐC DINH

HÀ NỘI 2013

LỜI GIỚI THIỆU

Lý thuyết mạch là một trong số các môn cơ sở của kỹ thuật điện tử, viễn thông, tự động hoá, nhằm cung cấp cho sinh viên khả năng nghiên cứu các mạch tương tự, đồng thời nó là cơ sở lý thuyết để phân tích các mạch số. Nội dung chính của học phần này đề cập tới các loại bài toán mạch kinh điển và các phương pháp phân tích-tổng hợp chúng.

Học liệu này gồm có sáu chương. Chương I đề cập đến các khái niệm, các thông số cơ bản của lý thuyết mạch, đồng thời giúp sinh viên có một cách nhìn tổng quan những vấn đề mà môn học này quan tâm. Chương II nghiên cứu mối quan hệ giữa các thông số trạng thái của mạch điện, các nguyên lý và các phương pháp cơ bản phân tích mạch điện. Chương III đi sâu nghiên cứu phương pháp phân tích các quá trình quá độ trong mạch. Chương IV trình bày các cách biểu diễn hàm mạch và phương pháp vẽ đặc tuyến tần số của hàm mạch. Chương V đề cập tới lý thuyết mạng bốn cực và ứng dụng trong nghiên cứu một số hệ thống. Chương VI giới thiệu các vấn đề cơ bản trong tổng hợp mạch tuyến tính. Cuối cùng là một số phụ lục và tài liệu tham khảo cho công việc biên soạn.

Đây là lần soạn thảo thứ tư. Tác giả đã có nhiều cố gắng cấu trúc lại nội dung nhưng cũng không thể tránh khỏi những sai sót. Xin chân thành cảm ơn các ý kiến đóng góp của bạn đọc và đồng nghiệp. Các ý kiến đóng góp xin gửi về địa chỉ dinhptit@gmail.com.

Nguyễn Quốc Dinh

MỤC LỤC

Lời nói đầu

Từ và thuật ngữ viết tắt

Chương I: Các khái niệm cơ bản **3**

1.1. Mạch điện trong miền thời gian **3**

1.1.1 Tín hiệu liên tục **3**

1.1.2 Mô hình mạch điện **4**

1.1.3 Thông số tác động và thụ động của mạch **7**

1.2. Mạch điện trong miền tần số **15**

1.2.1 Các dạng biểu diễn của số phức **15**

1.2.2 Phức hóa dao động điều hòa **16**

1.2.3 Trở kháng và dẫn nạp **16**

1.3. Cấu trúc hình học của mạch **24**

1.4. Tính chất tuyến tính, bất biến, nhân quả và tương hỗ của mạch **25**

1.4.1 Tính tuyến tính, bất biến và nhân quả **25**

1.4.2 Tính tương hỗ của mạch **27**

1.5. Công suất **27**

1.5.1 Các thành phần công suất **27**

1.5.2 Điều kiện để công suất tải đạt cực đại **29**

1.6. Các định luật Kirchhoff **29**

1.6.1 Định luật Kirchhoff 1 **29**

1.6.2 Định luật Kirchhoff 2 **30**

1.7. Kỹ thuật tính toán trong lý thuyết mạch **32**

1.7.1 Chuẩn hóa giá trị **32**

1.7.2 Các đại lượng logarit	32
Câu hỏi và bài tập chương I	33
Chương II: Các phương pháp cơ bản phân tích mạch	38
2.1. Phương pháp dòng điện nhánh	38
2.2. Phương pháp dòng điện vòng	40
2.3. Phương pháp điện áp nút	44
2.4. Định lý nguồn tương đương	49
2.5. Nguyên lý xếp chồng	53
Câu hỏi và bài tập chương II	55
Chương III: Đáp ứng quá độ trong các mạch RLC	60
3.1. Các phương pháp phân tích mạch quá độ	60
3.2. Biến đổi Laplace	62
3.2.1 Biến đổi Laplace thuận	62
3.2.2 Các tính chất của biến đổi Laplace	63
3.2.3 Biến đổi Laplace của một số hàm thường dùng	64
3.2.4 Biến đổi Laplace ngược, phương pháp Heaviside	64
3.2.5 Mối quan hệ giữa vị trí các điểm cực và tính xác lập của hàm gốc	68
3.3. Ứng dụng biến đổi Laplace để giải mạch quá độ	69
3.3.1 Các bước cơ bản để giải mạch điện quá độ	69
3.3.2 Laplace hóa các phần tử thụ động	69
3.3.3 Ứng dụng giải mạch quá độ RL	70
3.3.4 Ứng dụng giải mạch quá độ RC	73
3.3.5 Ứng dụng giải mạch quá độ RLC	76
Câu hỏi và bài tập chương III	83
Chương IV: Đáp ứng tần số của mạch	89

4.1. Hệ thống và đáp ứng tần số của hệ thống mạch	89
4.1.1 Các đặc trưng của hệ thống	89
4.1.2 Các phương pháp vẽ đáp ứng tần số của hệ thống mạch	90
4.2. Đồ thị Bode	91
4.2.1 Nguyên tắc đồ thị Bode	91
4.2.2 Đồ thị của thành phần hệ số K	93
4.2.3 Đồ thị của thành phần ứng với điểm không ở gốc tọa độ	93
4.2.4 Đồ thị của thành phần ứng với điểm không nằm trên trục σ	94
4.2.5 Đồ thị của thành phần ứng với cặp điểm không phức liên hiệp	95
4.2.6 Đồ thị của thành phần ứng với điểm không nằm trên trục ảo	97
4.2.7 Đồ thị của thành phần ứng với các điểm cực	98
4.3. Ứng dụng đồ thị Bode để khảo sát mạch điện	100
Câu hỏi và bài tập chương IV	104
Chương V: Mạng bốn cực	107
5.1. Các hệ phương trình đặc tính và sơ đồ tương đương mạng bốn cực tương hỗ	107
5.1.1 Các hệ phương trình đặc tính	107
5.1.2 Điều kiện tương hỗ của bốn cực	112
5.1.3 Sơ đồ tương đương của bốn cực tuyến tính, thụ động, tương hỗ	112
5.1.4 Các phương pháp ghép nối bốn cực	113
5.2. Mạng bốn cực đối xứng	118
5.2.1 Khái niệm bốn cực đối xứng	118
5.2.2 Định lý Bartlett-Brune	120
5.3. Các thông số sóng của mạng bốn cực	122
5.3.1 Trở kháng vào mạng bốn cực	123
5.3.2 Hàm truyền đạt điện áp của mạng bốn cực	123

5.3.3 Hệ số truyền đạt, lượng truyền đạt của bốn cực	124
5.3.4 Các thông số sóng của mạng bốn cực	125
5.3.5 Mối quan hệ giữa các loại thông số của bốn cực	126
5.3.6 Các thông số sóng của mạng bốn cực đối xứng	126
5.4. Mạng bốn cực tuyến tính không tương hỗ	129
5.4.1 Sơ đồ tương đương của mạng bốn cực không tương hỗ, tích cực	130
5.4.2 Một số bốn cực không tương hỗ, tích cực thường gặp	131
5.4.3 Mạng bốn cực có phản hồi	136
5.5. Một số ứng dụng lý thuyết mạng bốn cực	138
5.5.1 Mạng bốn cực suy giảm	138
5.5.2 Mạng bốn cực phối hợp trở kháng	139
5.5.3 Mạch lọc thụ động LC loại k	140
5.5.4 Mạch lọc thụ động LC loại m	149
5.5.5 Bộ lọc thụ động LC đầy đủ	154
5.5.6 Mạch lọc tích cực	160
Câu hỏi và bài tập chương V	162
Chương VI: Tổng hợp mạch tuyến tính	166
6.1. Khái niệm chung	166
6.1.1 Tính chất của bài toán tổng hợp mạch	166
6.1.2 Điểm cực và điểm không đặc trưng cho mạch điện	167
6.2. Tổng hợp mạng hai cực tuyến tính thụ động	168
6.2.1 Điều kiện trở kháng của mạng hai cực	168
6.2.2 Tổng hợp mạch hai cực LC, RC theo phương pháp Foster	169
6.2.3 Tổng hợp mạch hai cực LC, RC theo phương pháp Cauer	171
6.2.4 Tổng hợp mạch hai cực RLC theo phương pháp Brune	173

6.3. Tổng hợp hàm truyền đạt bốn cực thụ động	177
6.3.1 Các hàm truyền đạt cho phép	177
6.3.2 Vấn đề xấp xỉ trong tổng hợp mạch	178
6.3.3 Xác định các thông số của bốn cực	180
6.3.4 Thực hiện hàm mạch	180
6.4. Tổng hợp mạch tích cực RC	183
6.4.1 Các bước chính của quá trình tổng hợp mạch tích cực	183
6.4.2 Phương pháp tổng quát tổng hợp mạch tích cực RC	183
6.4.3 Ứng dụng phép biến đổi RC-CR	186
Câu hỏi và bài tập chương VI	187
Phụ lục 1: Mạch điện đối ngẫu	189
Phụ lục 2: Các thông số của mạch dao động đơn	190
Phụ lục 3: MatLab-Công cụ hỗ trợ	196
Tài liệu tham khảo	206

THUẬT NGỮ VIẾT TẮT

- AC (Alternating Current) chế độ dòng xoay chiều.
- ADC (Analog Digital Converter) bộ chuyển đổi tương tự -số.
- DC (Direct Current) chế độ dòng một chiều.
- FT (Fourier transform) biến đổi Fourier
- KĐTT Bộ khuếch đại thuật toán.
- LT (Laplace transform) biến đổi Laplace
- M4C Mạng bốn cực.

CHƯƠNG 1

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

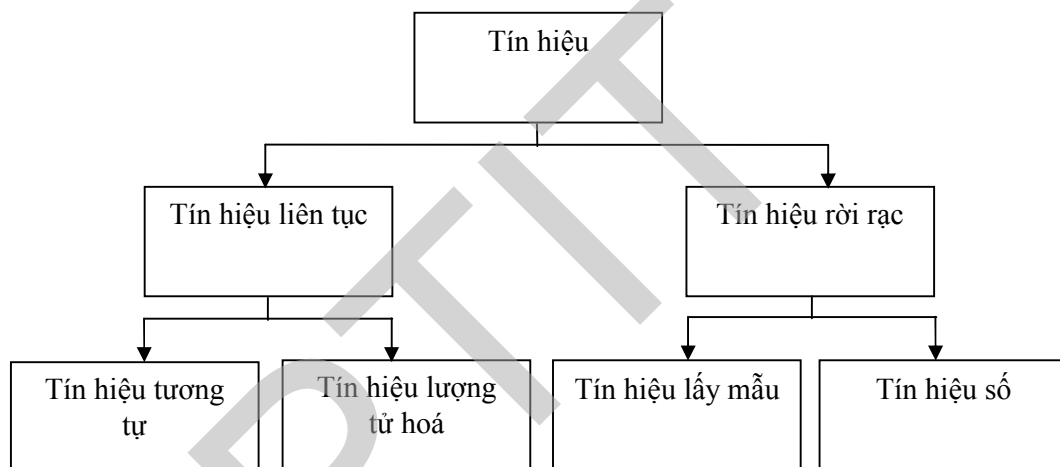
Chương này đề cập đến các khái niệm, các thông số và các nguyên lý cơ bản nhất của lý thuyết mạch truyền thống. Đồng thời, đưa ra cách nhìn tổng quan những vấn đề mà môn học này quan tâm.

1.1 MẠCH ĐIỆN TRONG MIỀN THỜI GIAN

1.1.1 Tín hiệu liên tục

Về mặt toán học, tín hiệu được biểu diễn chính xác hoặc gần đúng bởi hàm của các biến độc lập. Thí dụ: Tín hiệu âm thanh $x(t)$ là hàm của một biến độc lập, trong đó x là hàm, còn t là biến. Tín hiệu ảnh $x(i,j)$ là hàm của hai biến độc lập.

Chúng ta chỉ tập trung nghiên cứu đối với các tín hiệu là hàm của một biến độc lập.



Hình 1.1. Phân loại tín hiệu

Xét dưới góc độ thời gian, mặc dù trong các tài liệu là không giống nhau, nhưng trong tài liệu này chúng ta sẽ thống nhất về mặt phân loại cho các tín hiệu chủ yếu liên quan đến hai khái niệm *liên tục* và *rời rạc* như hình 1.1.

Khái niệm *tín hiệu liên tục* là cách gọi thông thường của loại tín hiệu *liên tục về mặt thời gian*. Một tín hiệu $x(t)$ được gọi là liên tục về mặt thời gian khi miền xác định của biến thời gian t là liên tục.

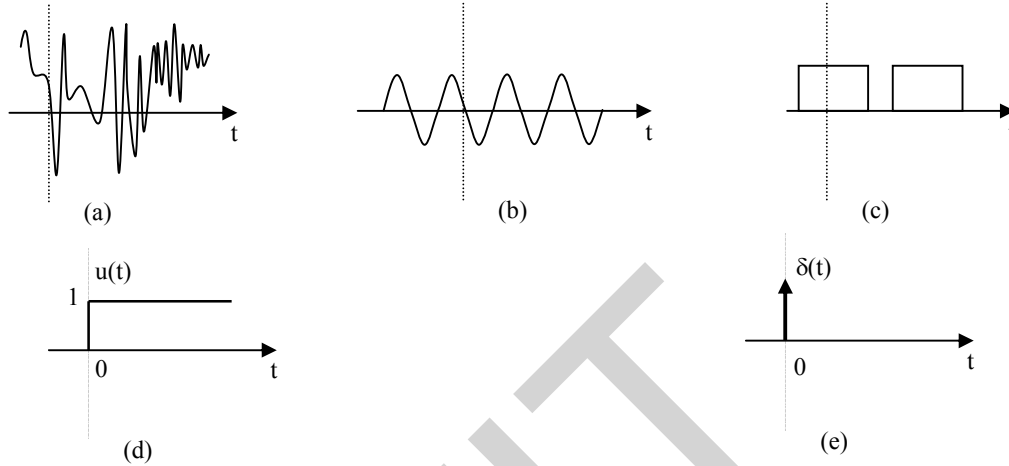
Hình 1.2 mô tả một số dạng tín hiệu liên tục về mặt thời gian, trong đó: Hình 1.2a mô tả một tín hiệu bất kỳ; tín hiệu tiếng nói là một thí dụ điển hình về dạng tín hiệu này. Hình 1.2b mô tả dạng tín hiệu điều hòa. Hình 1.2c mô tả một dãy xung chữ nhật tuần hoàn. Hình 1.2d mô tả tín hiệu dạng *hàm bước nhảy đơn vị*, ký hiệu là $u(t)$ hoặc $1(t)$:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Còn hình 1.2e mô tả tín hiệu dạng *hàm xung đơn vị*, còn gọi *hàm delta*. Hàm này có *phân bố Dirac* và ký hiệu là $\delta(t)$:

$$\delta(t) = 0, \quad t \neq 0$$

và
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1.2)$$



Hình 1.2: một số dạng tín hiệu liên tục về mặt thời gian

Cần lưu ý rằng, về mặt biên độ, tín hiệu liên tục về mặt thời gian chưa chắc đã nhận các giá trị liên tục. Nếu biên độ của loại tín hiệu này là liên tục tại mọi thời điểm trong miền hữu hạn đang xét, thì tín hiệu đó mới là *tín hiệu liên tục thực sự*, còn được gọi là *tín hiệu tương tự*.

Xử lý tín hiệu là một khái niệm rộng để chỉ các quá trình biến đổi, phân tích, tổng hợp tín hiệu nhằm đưa ra các thông tin phục vụ cho các mục đích khác nhau. Các hệ thống khuếch đại và chọn lọc tín hiệu; Các hệ thống điều chế và giải điều chế tín hiệu; các hệ thống phân tích, nhận dạng và tổng hợp thông tin phục vụ các lĩnh vực an ninh-quốc phòng, chẩn đoán bệnh, dự báo thời tiết hoặc động đất... là những thí dụ điển hình về xử lý tín hiệu.

1.1.2 Mô hình mạch điện

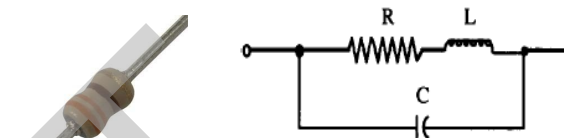
Mạch điện (circuit) tổng quát là một hệ thống gồm các thiết bị và linh kiện điện, điện tử ghép lại thành các vòng kín để dòng điện có thể phát sinh, trong đó xảy ra các quá trình truyền đạt và biến đổi năng lượng. Trong các hệ thống này, sự tạo ra, tiếp thu và xử lý tín hiệu là những quá trình phức tạp. Việc phân tích trực tiếp các thiết bị và hệ thống điện thường gặp một số khó khăn nhất định. Vì vậy, về mặt lý thuyết, các hệ thống điện thường được nghiên cứu thông qua một mô hình toán học thay thế căn cứ vào các phương trình trạng thái của hiện tượng vật lý xảy ra trong hệ thống. Mô hình đó gọi là *mô hình mạch điện*, hay là *mạch điện lý thuyết*. Trong tài liệu này, thuật ngữ

“mạch điện” được ngầm hiểu là mạch điện lý thuyết. Về mặt cấu trúc, mạch điện lý thuyết được xây dựng từ các *phần tử* và *các thông số* của mạch.

Cần phân biệt sự khác nhau của hai khái niệm phần tử và thông số. Khái niệm *Phần tử* tổng quát (general elements) trong tài liệu này là mô hình toán học thay thế của các vật liệu linh kiện vật lý thực tế. Các vật liệu linh kiện thực có thể liệt kê ra ở đây như dây dẫn, tụ điện, cuộn dây, biến áp, diode, transistor, vi mạch...

Thông số (parameters) của một phần tử là đại lượng vật lý đặc trưng cho tính chất của phần tử nói riêng hay của mạch điện nói chung. Thường được ký hiệu bằng các ký tự và có thể nhận nhiều giá trị. Các thông số vật lý thụ động được đề cập ở đây là điện trở R , điện dung C , điện cảm L và hồ cảm M ; còn các thông số tác động bao gồm sức điện động của nguồn và dòng điện động của nguồn.

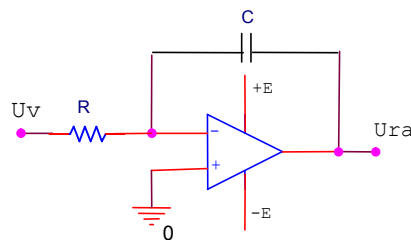
Một linh kiện có thể có nhiều thông số. Hình 1.3 là một trong những mô hình tương đương của một chiếc điện trở thực. Trong mô hình tương đương của cấu kiện này có sự có mặt của các thông số điện trở, điện cảm và điện dung. Những thông số đó đặc trưng cho những tính chất vật lý khác nhau cùng tồn tại trên linh kiện này và sự phát huy tác dụng của chúng phụ thuộc vào các điều kiện làm việc khác nhau.



Hình 1.3: Một minh họa linh kiện thực và các thông số có thể có

Phần tử đơn (simple element), còn gọi là *phần tử cơ bản*, là loại phần tử đơn giản nhất, chỉ chứa một loại thông số, nó không thể chia nhỏ thành các phần tử bé hơn. Các phần tử cơ bản bao gồm: phần tử điện trở, phần tử điện dung, phần tử điện cảm, nguồn áp lý tưởng và nguồn dòng lý tưởng. Bộ khuếch đại thuật toán không phải là một phần tử cơ bản vì nó có thể phân tách thành các phần tử bé hơn.

Trên quan điểm lý thuyết hệ thống, mạch điện là mô hình toán học chính xác hoặc gần đúng của một hệ thống điện, thực hiện một toán tử nào đó lên các tác động ở đầu vào, nhằm tạo ra các đáp ứng mong muốn ở đầu ra. Mô hình mạch điện thường được đặc trưng bởi một hệ phương trình mô tả



Hình 1.4: Mạch tích phân tích cực

mối quan hệ giữa các tín hiệu xuất hiện bên trong hệ thống. Trong miền thời gian, các hệ thống mạch liên tục được đặc trưng bởi một hệ phương trình vi tích phân, còn các hệ thống mạch rời rạc được đặc trưng bởi một hệ phương trình sai phân. Thí dụ hình

1.4 là một mạch điện liên tục thực hiện toán tử tích phân, trong đó mỗi quan hệ vào/ra thỏa mãn đẳng thức: $u_{ra} = k \int u_v dt$.

Về mặt hình học, mô hình mạch điện được mô tả bởi một sơ đồ kết nối các kí hiệu của các phần tử và các thông số của hệ thống thành các vòng kín theo một trật tự logic nhất định nhằm tạo và biến đổi tín hiệu. Sơ đồ đó phải phản ánh chính xác nhất & cho phép phân tích được các hiện tượng vật lý xảy ra, đồng thời là cơ sở để tính toán & thiết kế hệ thống. Sự lựa chọn mô hình mạch cụ thể của một hệ thống phải dựa trên cơ sở dữ liệu thực nghiệm và kinh nghiệm.

Sự ghép nối của hai phần tử trở lên tạo nên một *Mạng*. Một mạng điện sẽ được gọi là một mạch điện nếu trong cấu trúc của mạng đó tạo nên tối thiểu một đường khép kín để tạo nên dòng điện. Mạch đương nhiên là mạng, nhưng mạng chưa chắc đã là mạch.

Một hệ thống mạch được cấu thành từ phần lớn các phần tử mạch tuyến tính & không tuyến tính. Mạch tuyến tính lại được chia thành mạch có *thông số phân bố* (như dây dẫn, ống dẫn sóng, dụng cụ phát năng lượng...) và *mạch có thông số tập trung*. Trong mô hình mạch tập trung, bản chất quá trình điện từ được mô tả thông qua các đại lượng dòng điện, điện áp, và các hệ phương trình kirchhoff...

Có hai lớp bài toán về mạch điện: phân tích và tổng hợp mạch. *Phân tích mạch* có thể hiểu ở hai góc độ, với một kết cấu hệ thống sẵn có thì:

- +Các quá trình năng lượng trong mạch, quan hệ điện áp & dòng điện trên các phần tử xảy ra như thế nào? Nguyên lý hoạt động của mạch ra sao? Đây là các vấn đề của lý thuyết mạch thuần túy.

- +Ứng với mỗi tác động ở đầu vào, chúng ta cần phải xác định đáp ứng ra của hệ thống trong miền thời gian cũng như trong miền tần số là gì? Quá trình biến đổi tín hiệu khi đi qua mạch ra sao?

Ngược lại, *tổng hợp mạch* là chúng ta phải xác định kết cấu hệ thống sao cho ứng với mỗi tác động ở đầu vào sẽ tương ứng với một đáp ứng mong muốn ở đầu ra thỏa mãn các yêu cầu về kinh tế và kỹ thuật. Chú ý rằng phân tích mạch là bài toán đơn trị, còn tổng hợp mạch là bài toán đa trị.

Các bài toán mạch lại được phân thành bài toán mạch xác lập và mạch quá độ. Khi mạch ở trạng thái làm việc cân bằng & ổn định, ta nói rằng mạch đang ở *Trạng thái xác lập*. Ở chế độ xác lập, dòng điện, điện áp trên các nhánh biến thiên theo qui luật giống với qui luật biến thiên của các nguồn điện: đối với mạch điện một chiều (DC), dòng điện và điện áp là không đổi; đối với mạch điện xoay chiều sin, dòng điện và điện áp biến thiên theo qui luật sin với thời gian.

Khi trong mạch xảy ra đột biến, thường gặp khi đóng/ngắt mạch hoặc nguồn tác động có dạng xung, trong mạch sẽ xảy ra quá trình thiết lập lại sự cân bằng mới, lúc này mạch ở *Trạng thái quá độ*.

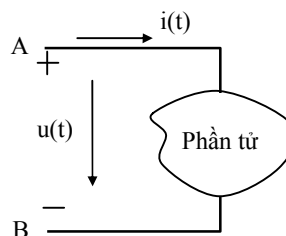
1.1.3 Thông số tác động và thụ động của mạch

Dưới góc độ năng lượng, ta hãy xem xét một *phần tử đơn*, hay còn gọi là *phần tử cơ bản* (chỉ chứa một thông số) như hình 1.5. Nếu ta chọn chiều dương dòng điện $i(t)$ là cùng chiều dương của điện áp $u(t)$ trên phần tử là từ cực A sang cực B. Công suất tiêu thụ tức thời trên phần tử tại thời điểm t là:

$$p(t) = u(t).i(t)$$

Trong khoảng thời gian $T = t_2 - t_1$, năng lượng có trên phần tử là:

$$W_T = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$$



Hình 1.5: Minh họa để xác định tính chất của phần tử

+ Nếu $p(t)$ có giá trị âm, tức chiều thực của $u(t)$ và $i(t)$ ngược nhau, thì tại thời điểm t phần tử cung cấp năng lượng, hay *phần tử là tác động* ở thời điểm đang xét, nghĩa là nó có *thông số tác động* (thông số tạo nguồn).

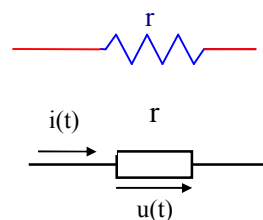
+ Nếu $p(t)$ có giá trị dương, tức $u(t)$ và $i(t)$ cùng chiều, thì tại thời điểm t phần tử nhận năng lượng, hay *phần tử là thụ động* tại thời điểm đang xét, nghĩa là nó có *thông số thụ động*. Lượng năng lượng nhận được đó có thể được tích lũy tồn tại dưới dạng năng lượng điện trường hay năng lượng từ trường, mà cũng có thể bị tiêu tán dưới dạng nhiệt hoặc dạng bức xạ điện từ. Các thông số thụ động đặc trưng cho sự tiêu tán và tích lũy năng lượng.

a. Các thông số thụ động

Người ta phân các thông số thụ động thành hai loại *thông số quán tính* và *thông số không quán tính*.

Điện trở

Thông số không quán tính r đặc trưng cho tính chất của phần tử thụ động khi điện áp và dòng điện trên nó tỉ lệ trực tiếp với nhau. Nó được gọi là điện trở (r). Phần tử điện trở cơ bản là phần tử thuần trở, thường có hai kiểu kí hiệu như hình 1.6 và thỏa mãn đẳng thức: $u(t) = r.i(t)$, hay



Hình 1.6: Kí hiệu phần tử điện trở

$$i(t) = \frac{1}{r}u(t) = g.u(t) \quad (1.3)$$

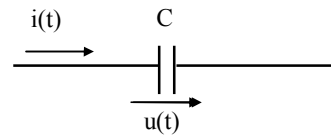
r có thứ nguyên vôn/ampe, đo bằng đơn vị ôm (Ω). Thông số $g = \frac{1}{r}$ gọi là điện dẫn, có thứ nguyên $1/\Omega$, đơn vị là Siemen(S).

Về mặt thời gian, dòng điện và điện áp trên phần tử thuần trở là trùng pha nên năng lượng nhận được trên phần tử thuần trở là luôn luôn dương, r đặc trưng cho sự tiêu tán năng lượng dưới dạng nhiệt.

Các thông số quán tính trong mạch gồm có điện dung, điện cảm và hồ cảm.

- Thông số điện dung (C):

Điện dung là thông số đặc trưng cho tính chất của phần tử thụ động khi dòng điện trong nó tỉ lệ với tốc độ biến thiên của điện áp, có thứ nguyên ampe.giây/vôn, đo bằng đơn vị fara (F). Phần tử điện dung cơ bản là phần tử thuần dung, kí hiệu như hình 1.7 và được xác định theo công thức:



Hình 1.7: Kí hiệu phần tử điện dung

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \quad (1.4)$$

$$\text{hay} \quad u(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt + u(t_0) \quad (1.5)$$

Trong thực tế, có thể chọn $t_0 = -\infty$ và $u(-\infty) = 0$, khi đó có thể viết:

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt$$

Cũng có thể viết lại đẳng thức trên dưới dạng tích phân bất định:

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt + k$$

Mặt khác, điện tích tích lũy được trên phần tử ở thời điểm t có thể viết thành:

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(t) dt$$

Nên ta còn có công thức: $q = C.u$

và năng lượng tích lũy trên C:

$$W_E = \int p(t) dt = \int C. \frac{du}{dt}. u(t). dt = \frac{1}{2} C u^2 \quad (1.6)$$

Xét về mặt năng lượng, thông số C đặc trưng cho sự tích lũy năng lượng điện trường.

Nhận xét:

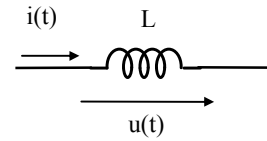
-Thông số điện dung không gây đột biến điện áp trên phần tử và thuộc loại thông số quán tính .

-Xét về thời gian, điện áp trên phần tử thuần dung chậm pha so với dòng một góc $\pi/2$.

-Ở chế độ DC, phần tử điện dung coi như hở mạch. Dòng điện trên nó bằng không.

- Thông số điện cảm (L):

Điện cảm đặc trưng cho tính chất của phần tử thụ động khi điện áp trên nó tỉ lệ với tốc độ biến thiên của dòng điện, có thứ nguyên vôn*giây/ampe, đo bằng đơn vị hery(H). Phần tử điện cảm cơ bản là phần tử thuần cảm, kí hiệu như hình 1.8 và được xác định theo công thức:



Hình 1.8: Kí hiệu phần tử điện cảm

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (1.7)$$

$$\text{hay} \quad i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt + i(t_0) \quad (1.8)$$

Trong thực tế, có thể chọn $t_0 = -\infty$ và $u(-\infty) = 0$, khi đó có thể viết:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(t) dt$$

Cũng có thể viết lại đẳng thức trên dưới dạng tích phân bất định:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int u(t) dt + k$$

và năng lượng tích lũy trên L:

$$W_H = \int L \frac{di}{dt} i(t) dt = \frac{1}{2} Li^2 \quad (1.9)$$

Xét về mặt năng lượng, thông số L đặc trưng cho sự tích lũy năng lượng từ trường.

Nhận xét:

- Thông số điện cảm không gây đột biến dòng điện trên phần tử và thuộc loại thông số quán tính.

-Xét về mặt thời gian, ở chế độ ac, điện áp trên phần tử thuần cảm nhanh pha so với dòng điện một góc là $\pi/2$.

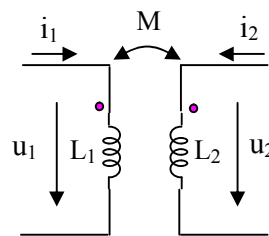
-Ở chế độ DC, phần tử điện cảm coi như ngắn mạch. Điện áp trên nó bằng không.

-Thông số hổ cảm (M):

Hổ cảm là thông số có cùng bản chất vật lý với điện cảm, nhưng nó đặc trưng cho sự ảnh hưởng qua lại của hai phần tử đặt gần nhau khi có dòng điện chạy trong chúng.

Các phần tử này có thể nối hoặc không nối với nhau về điện. Cũng cần chú ý rằng, không có phần tử hồ cảm, mà chỉ có các phần tử ghép hồ cảm.

Thí dụ như trên hình 1.9, với chiều dương quy ước của dòng và áp trên L_1 và L_2 như hình vẽ, giả thiết hệ số hồ cảm giữa hai điện cảm là bằng nhau và bằng M , khi đó dòng điện i_1 chạy trong phần tử điện cảm thứ nhất sẽ gây ra trên phần tử thứ hai một điện áp hồ cảm là:



Hình 1.9: Mô hình ghép hồ cảm

$$u_{21} = M \frac{di_1}{dt} \quad (1.10)$$

Ngược lại, dòng điện i_2 chạy trong phần tử điện cảm thứ hai sẽ gây ra trên phần tử thứ nhất một điện áp hồ cảm là:

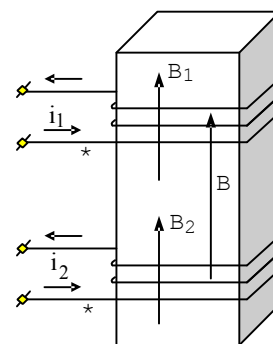
$$u_{12} = M \frac{di_2}{dt} \quad (1.11)$$

Như vậy do tác dụng đồng thời của các thông số điện cảm và hồ cảm, trên mỗi phần tử sẽ có tương ứng một điện áp tự cảm và một điện áp hồ cảm. Tổng hợp ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad (1.12)$$

trong đó $M = k\sqrt{L_1 L_2}$ (k là *hệ số ghép*, có giá trị trong khoảng từ 0 đến 1). Nếu các dòng điện cùng chảy vào hoặc cùng chảy ra khỏi các đầu cùng tính thì điện áp hồ cảm lấy dấu '+', nếu ngược lại sẽ lấy dấu '-'. Trong các sơ đồ, các đầu cùng tính thường được ký hiệu bằng các dấu (*).

Quy tắc đánh dấu cực cùng tính: Xét hai cuộn dây cuốn trên lõi sắt hình 1.10. Dòng điện i_1 chạy qua cuộn dây, tạo ra trên lõi sắt từ một cảm ứng từ B_1 . Dòng điện i_2 chạy qua cuộn dây, tạo ra trên lõi sắt từ một cảm ứng từ B_2 . Hai dòng điện chạy vào hai cuộn dây, chúng sẽ tạo lên lõi sắt từ một cảm ứng từ tổng hợp:



Hình 1.10: Minh họa các cực cùng tên

$$B = B_1 \pm B_2$$

Nếu dòng điện i_1 và i_2 cùng chạy vào hoặc cùng chạy ra các cực tính của hai cuộn dây để B_1 cùng chiều B_2 thì các cực đó gọi là cực cùng tính, được đánh dấu bằng ký tự (*).

Trong trường hợp có một số các phần tử cùng loại mắc nối tiếp hoặc song song với nhau thì các thông số được tính theo các công thức ghi trong bảng 1.1.

Cách mắc	Thông số điện trở	Thông số điện cảm	Thông số điện dung
Nối tiếp	$r = \sum_k r_k$	$L = \sum_k L_k$	$\frac{1}{C} = \sum_k \frac{1}{C_k}$
Song song	$\frac{1}{r} = \sum_k \frac{1}{r_k}$	$\frac{1}{L} = \sum_k \frac{1}{L_k}$	$C = \sum_k C_k$

Bảng 1.1

Thí dụ 1.1:

Minh họa công thức tính điện cảm tương đương của hai phần tử điện cảm L_1 và L_2 trong hai trường hợp mắc nối tiếp và mắc song song.

Giải:

a. Trong trường hợp mắc nối tiếp (hình 1.11):

Ta có: $u_1 = L_1 \frac{di}{dt}$; và $u_2 = L_2 \frac{di}{dt}$

Mặt khác: $u = u_1 + u_2 = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt} = L_{td} \frac{di}{dt}$

Vậy $L_{td} = L_1 + L_2$

b. Trong trường hợp mắc song song (hình 1.12):

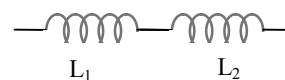
Ta xét trong cách biểu diễn phức:

$$i(t) = i_1 + i_2$$

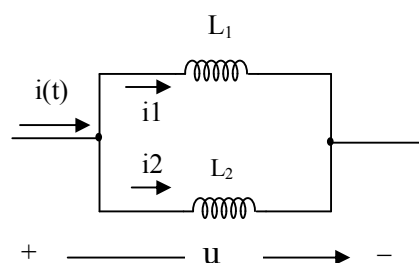
$$u = L_{td} \frac{di}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

Từ các phương trình trên rút ra:

$$\frac{1}{L_{td}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$



Hình 1.11



Hình 1.12

b. Các thông số tác động

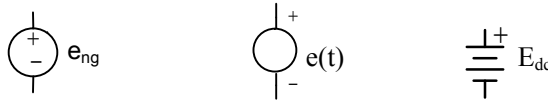
Thông số tác động còn gọi là *thông số tạo nguồn*, nó là thông số đặc trưng của *phần tử nguồn* có khả năng tự nó (hoặc khi nó được kích thích bởi các tác nhân bên ngoài) có thể tạo ra và cung cấp năng lượng điện tác động tới các cấu kiện khác của mạch. Thông số tác động có thể là:

+ *Sức điện động* (e_{ng}) của phần tử nguồn áp: là một đại lượng vật lý có giá trị là điện áp hở mạch của nguồn, đo bằng đơn vị “vôn” và được ký hiệu là V.

+ *Dòng điện động* (J_{ng}) của phần tử nguồn dòng: là một đại lượng vật lý có giá trị là dòng điện ngắn mạch của nguồn, đo bằng đơn vị “ampe” và được ký hiệu là A.

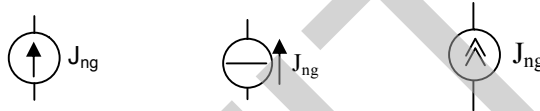
Sự xác định các thông số tạo nguồn dẫn đến khái niệm các *phần tử nguồn cơ bản*, đó là nguồn áp lý tưởng và nguồn dòng lý tưởng.

Nguồn áp lý tưởng là phần tử có điện áp trên hai cực của nó cấp cho tải ngoài không phụ thuộc vào giá trị của tải. *Nguồn dòng lý tưởng* là phần tử có dòng điện cấp cho mạch ngoài không phụ thuộc vào giá trị của tải.



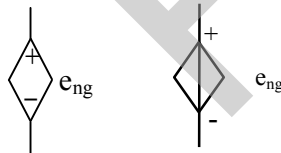
Hình 1.13: Các kiểu ký hiệu nguồn áp độc lập lý tưởng

Hình 1.13 là một số kiểu ký hiệu của nguồn áp độc lập, còn hình 1.14 là một số kiểu ký hiệu của nguồn dòng độc lập.

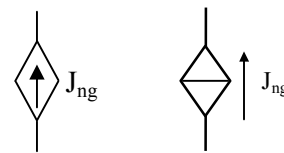


Hình 1.14: Các kiểu ký hiệu nguồn dòng độc lập lý tưởng

Hình 1.15 là ký hiệu của nguồn áp phụ thuộc, còn hình 1.16 là ký hiệu của nguồn dòng phụ thuộc. Nguồn phụ thuộc còn gọi là nguồn có điều khiển, bởi nó được điều khiển bởi một biến khác trong mạch.



Hình 1.15: Các kiểu ký hiệu nguồn áp phụ thuộc



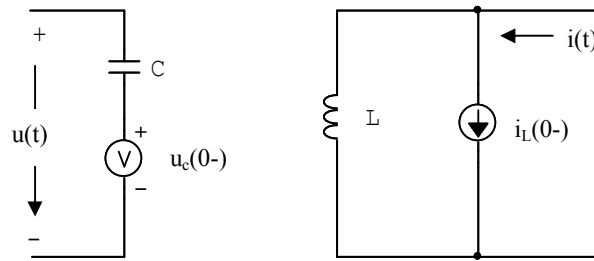
Hình 1.16: Các kiểu ký hiệu nguồn dòng phụ thuộc

Theo các quy ước trong tài liệu này, chiều dương sức điện động của phần tử nguồn sẽ ngược lại với chiều dương dòng điện chạy trong nguồn, và công suất của phần tử nguồn sẽ mang dấu âm.

Thí dụ 1.2: Mô hình hóa lại các phần tử quán tính thụ động khi cần nhấn mạnh đến năng lượng ban đầu tồn tại trong chúng tại thời điểm $t=0$.

Giải:

Xuất phát từ phương trình: $i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u(t)dt + i(0)$, $u_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t)dt + u(0)$, ta có thể vẽ lại mô hình hóa các phần tử khi có tính đến điều kiện đầu như hình 1.17.

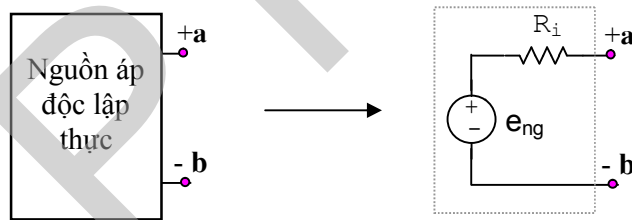


Hình 1.17: Mô hình hóa các phần tử L và C khi cần tách biệt điều kiện đầu

c. Mô hình hóa nguồn điện thực

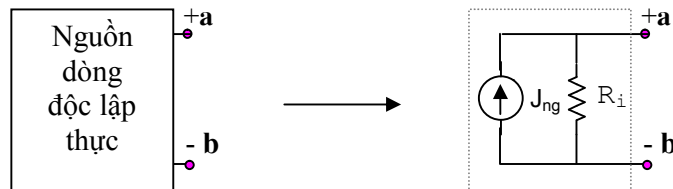
Nguồn điện lý tưởng là phần tử không có tổn hao năng lượng trên chính bản thân nguồn. Nhưng trong thực tế không tồn tại loại nguồn như vậy, nghĩa là phải tính đến tổn hao. Sự tổn hao trong các bộ nguồn thực là do có sự tồn tại *nội trở trong* hay còn gọi là *điện trở ra* của nguồn (R_i).

Nguồn áp độc lập thực có thể mô hình hóa gồm hai phần tử cơ bản là nguồn áp lý tưởng và điện trở đại diện cho nội trở trong của nguồn, mắc nối tiếp như hình 1.18.



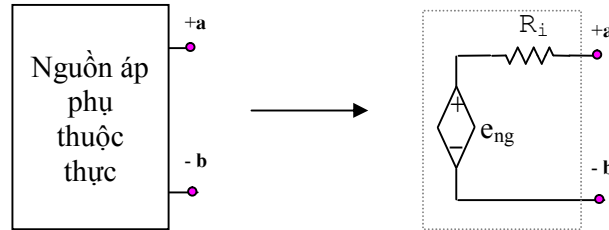
Hình 1.18: Mô hình nguồn áp độc lập thực

Nguồn dòng độc lập thực có thể mô hình hóa gồm hai phần tử cơ bản là nguồn dòng lý tưởng và điện trở đại diện cho nội trở trong của nguồn, mắc song song như hình 1.19.



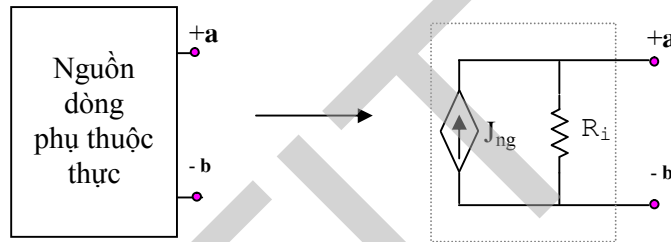
Hình 1.19: Mô hình nguồn dòng độc lập thực

Nguồn áp phụ thuộc thực có thể mô hình hóa gồm hai phần tử cơ bản là nguồn áp lý tưởng và nội trở trong của nguồn, mắc nối tiếp như hình 1.20.



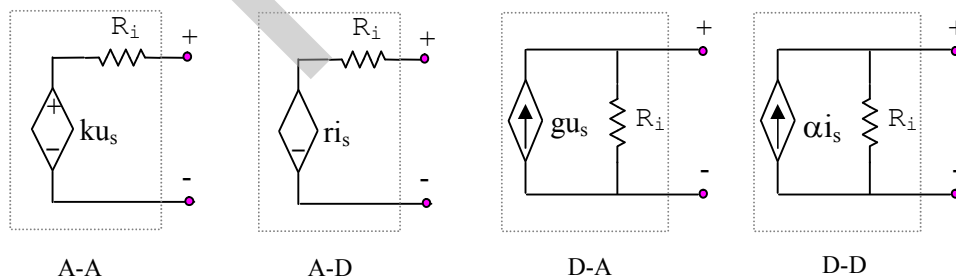
Hình 1.20: Mô hình nguồn áp phụ thuộc thực

- *Nguồn dòng phụ thuộc thực* có thể mô hình hóa gồm hai phần tử cơ bản là nguồn dòng lý tưởng và điện trở đại diện cho nội trở trong của nguồn, mắc song song như hình 1.21.



Hình 1.21: Mô hình nguồn dòng phụ thuộc thực

Nguồn phụ thuộc còn được gọi là nguồn có điều khiển. Do thông số tác động của nguồn chịu sự điều khiển bởi một dòng hoặc một điện áp nào đó, nên có thể phân loại chi tiết nguồn phụ thuộc thành bốn mô hình như hình 1.22, bao gồm:



Hình 1.22: Mô hình của bốn loại nguồn có điều khiển

+ *Nguồn áp được điều khiển bằng áp* (A-A), trong đó Sức điện động của nguồn e_{ng} liên hệ với điện áp điều khiển u_s theo công thức:

$$e_{ng} = k u_s \quad (1.13)$$

(với k là hệ số tỷ lệ)

+ Nguồn áp được điều khiển bằng dòng (A-D), trong đó suất điện động của nguồn e_{ng} liên hệ với dòng điện điều khiển i_s theo công thức:

$$e_{ng} = r i_s \quad (1.14)$$

(r là hệ số tỷ lệ)

+ Nguồn dòng được điều khiển bằng áp (D-A), trong đó dòng điện nguồn J_{ng} liên hệ với điện áp điều khiển u_s theo công thức:

$$J_{ng} = g u_s \quad (1.15)$$

(g là hệ số tỷ lệ)

+ Nguồn dòng được điều khiển bằng dòng (D-D), trong đó dòng điện nguồn J_{ng} liên hệ với dòng điều khiển i_s theo công thức:

$$J_{ng} = \alpha i_s \quad (1.16)$$

(α là hệ số tỷ lệ)

Trong các ứng dụng cụ thể, các nguồn tác động có thể được ký hiệu một cách rõ ràng hơn như nguồn một chiều, nguồn xoay chiều, nguồn xung...

Hai nguồn được gọi là *tương đương* nếu chúng cùng tác động lên một tải bất kỳ với các giá trị điện áp và dòng điện như nhau. Với định nghĩa như vậy, trừ trường hợp nguồn lý tưởng, nguồn áp thực sẽ tương đương với nguồn dòng thực và ngược lại nếu chúng có nội trở bằng nhau và thỏa mãn mối quan hệ:

$$e_{ng} = R_i J_{ng} \quad (1.17)$$

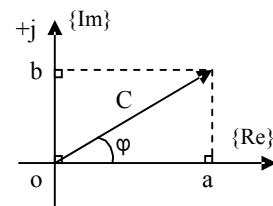
1.2 MẠCH ĐIỆN TRONG MIỀN TẦN SỐ

Trong các phương pháp phân tích mạch điện, có một phương pháp rất có hiệu quả dựa trên cách biểu diễn phức.

1.2.1 Các dạng biểu diễn của số phức

Số phức được xác định trên mặt phẳng phức như hình 1.23. Nó có các dạng biểu diễn sau:

- Dạng nhị thức: $\vec{C} = a + jb$; với j là đơn vị ảo, $j = \sqrt{-1}$; $j^2 = -1$; $j^3 = -j$; $j^4 = 1$;
- Dạng hàm mũ ảo: $\vec{C} = C e^{j\varphi}$; trong đó $C = |\vec{C}| = \sqrt{a^2 + b^2}$; $\varphi = \arg \vec{C} = \tan^{-1} \frac{b}{a}$
- Dạng cực: $\vec{C} = C \angle \varphi$

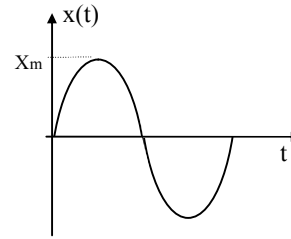


Hình 1.23

Các phép tính về số phức có thể tham khảo trong các tài liệu toán học.

1.2.2 Phức hóa dao động điều hoà

Theo lý thuyết chuỗi và tích phân Fourier, các tín hiệu ngẫu nhiên theo thời gian và hữu hạn về biên độ đều có thể phân tích thành các thành phần dao động điều hoà. Bởi vậy việc phân tích sự hoạt động của mạch, đặc biệt là mạch tuyến tính, dưới tác động bất kỳ, có thể được quy về việc phân tích phản ứng của mạch dưới các tác động điều hoà.



Hình 1.24

Ở một góc độ khác, xuất phát từ công thức của nhà toán học Euler:

$$\exp(j\varphi) = \cos\varphi + j\sin\varphi \quad (1.18)$$

Bất kỳ một dao động điều hoà $x(t)$ trong miền thời gian với biên độ X_m , tần số góc $\omega = \frac{2\pi}{T}$ [rad/s], và pha đầu là φ_0 [rad] (hình 1.24), đều có thể biểu diễn dưới dạng phức trong miền tần số:

$$\vec{X} = X_m \cdot \exp(j\omega t + \varphi_0) = \vec{X}_m \cdot \exp(j\omega t) \quad (1.19)$$

trong đó biên độ phức của $x(t)$ được định nghĩa:

$$\vec{X}_m = X_m \cdot \exp(j\varphi_0) = X_m \angle \varphi_0 \quad (1.20)$$

Biểu diễn $\vec{X}_m = X_m \angle \varphi_0$ trong hệ tọa độ cực được gọi là *phasor* của hàm điều hoà $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi_0)$, nó là một phép biến đổi từ miền thời gian sang miền tần số.

Ngược lại, một hàm điều hoà có biểu diễn phasor là $\vec{X}_m = X_m \angle \varphi_0$, thì biểu thức thời gian của nó sẽ là:

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow \text{Re}[\vec{X}]$$

Cần nhấn mạnh rằng, việc phân tích nguồn tác động thành các thành phần điều hoà và biểu diễn chúng dưới dạng phức làm cho sự tính toán các thông số trong mạch điện trở nên thuận lợi dựa trên các phép toán về số phức. Thông qua quá trình biến đổi này mà các phương trình vi tích phân biến thành phương trình đại số. Đặc biệt khi các nguồn tác động là điều hoà có cùng tần số, thì thành phần $\exp(j\omega t)$ trở nên không còn cần thiết phải viết trong các biểu thức tính toán nữa, lúc này biên độ phức hoàn toàn đặc trưng cho các thành phần dòng và áp trong mạch.

1.2.3 Trở kháng và dẫn nạp

Bây giờ hãy nói đến định luật ôm tổng quát viết dưới dạng phức:

$$\vec{U} = Z \cdot \vec{I} \quad (1.21)$$

$$\text{hay} \quad \vec{I} = \frac{1}{Z} \vec{U} = Y \vec{U} \quad (1.22)$$

trong đó Z chính là một toán tử có nhiệm vụ biến đổi dòng điện phức thành điện áp phức và gọi là *trở kháng* của mạch, đơn vị đo bằng ôm (Ω), còn $Y = \frac{1}{Z}$ là một toán tử có nhiệm vụ biến đổi điện áp phức thành dòng điện phức và gọi là *dẫn nạp* của mạch, đơn vị đo bằng Siemen (S). Chúng được biểu diễn dưới dạng phức:

$$Z = R + jX = |Z| \exp(j \arg Z) = |Z| \exp(j \varphi_Z) \quad (1.23)$$

$$Y = G + jB = |Y| \exp(j \arg Y) = |Y| \exp(j \varphi_Y) \quad (1.24)$$

trong đó R là điện trở, X là điện kháng, G là điện dẫn và B là điện nạp.

Mặt khác:

$$Z = \frac{\vec{U}}{\vec{I}} = \frac{U_m \exp[j(\omega t + \varphi_u)]}{I_m \exp[j(\omega t + \varphi_i)]} = \frac{U_m}{I_m} \exp[j(\varphi_u - \varphi_i)] \quad (1.25)$$

$$Y = \frac{\vec{I}}{\vec{U}} = \frac{I_m \exp[j(\omega t + \varphi_i)]}{U_m \exp[j(\omega t + \varphi_u)]} = \frac{I_m}{U_m} \exp[j(\varphi_i - \varphi_u)] \quad (1.26)$$

Như vậy, từ các biểu thức trên ta có thể rút ra:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{U_m}{I_m}; \quad \varphi_Z = \arg Z = \arctg \frac{X}{R} = \varphi_u - \varphi_i \quad (1.27)$$

$$\text{và: } |Y| = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{I_m}{U_m}; \quad \varphi_Y = \arg Y = \arctg \frac{B}{G} = \varphi_i - \varphi_u = -\varphi_Z \quad (1.28)$$

Sau đây ta xét trở kháng và dẫn nạp của các phần tử lý tưởng tương ứng với các tham số thụ động:

-Đối với phần tử thuần trở:

$$\vec{U}_r = Z_r \cdot \vec{I} = r \cdot \vec{I}$$

$$\text{vậy} \quad Z_r = r \quad \text{và} \quad Y_r = 1/r \quad (1.29)$$

-Đối với phần tử thuần dung:

$$\vec{U}_c = \frac{1}{C} \int \vec{I} dt = \frac{1}{C} \int I_m \exp[j(\omega t + \varphi)] dt = \frac{1}{j\omega C} I_m \exp[j(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{j\omega C} \vec{I} = Z_c \vec{I}$$

$$\text{vậy} \quad Z_c = \frac{1}{j\omega C} = -j \left| X_c \right| \quad (1.30)$$

$$Y_c = j\omega C = jB_c \quad (1.31)$$

trong đó $|X_C| = \frac{1}{\omega C}$; $B_C = \omega C$ (1.32)

-Đối với phần tử thuần cảm:

$$\vec{U}_L = L \frac{d\vec{i}}{dt} = L \frac{d\{I_m \exp[j(\omega t + \varphi)]\}}{dt} = j\omega L I_m \exp[j(\omega t + \varphi)] = j\omega L \vec{I} = Z_L \vec{I}$$

vậy $Z_L = j\omega L = jX_L$ (1.33)

$$Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -j|B_L|$$
 (1.34)

trong đó $X_L = \omega L$; $|B_L| = \frac{1}{\omega L}$ (1.35)

Như vậy nhờ có cách biểu diễn phức, ta đã thay thế các phép lấy đạo hàm bằng toán tử nhân p, còn phép lấy tích phân được thay thế bằng toán tử nhân 1/p (trong trường hợp cụ thể này thì p=jω). Tổng quát hơn, với p là một biến nằm trên mặt phẳng phức, sẽ được đề cập chi tiết trong các chương sau.

Trở kháng và dẫn nạp của các phần tử mắc nối tiếp và song song cho trong bảng 1.2.

Cách mắc	Trở kháng	Dẫn nạp
nối tiếp	$Z_{td} = \sum_k Z_k$	$\frac{1}{Y_{td}} = \sum_k \frac{1}{Y_k}$
song song	$\frac{1}{Z_{td}} = \sum_k \frac{1}{Z_k}$	$Y_{td} = \sum_k Y_k$

bảng 1.2

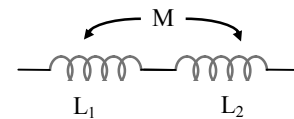
Ý nghĩa của việc phức hóa mạch điện liên tục trong miền thời gian (còn gọi là mạch điện truyền thống) chính là chuyển các hệ phương trình vi tích phân thành hệ phương trình đại số (trong miền tần số).

Thí dụ 1.3: Tính điện cảm tương đương của của hai phần tử điện cảm L_1 và L_2 trong hai trường hợp mắc nối tiếp và mắc song song (giả sử giữa chúng có hồ cảm M).

Giải:

a. Trong trường hợp mắc nối tiếp (hình 1.25):

Ta có: $u_1 = L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$; và $u_2 = L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$



Hình 1.25

Mặt khác: $u = u_1 + u_2 = (L_1 + L_2 \pm 2M) \frac{di}{dt} = L_{td} \frac{di}{dt}$

$$\text{Vậy} \quad L_{td} = L_1 + L_2 \pm 2M \quad (1.36)$$

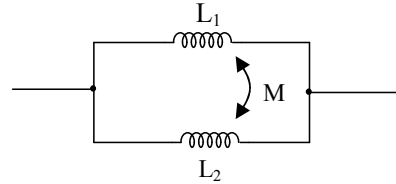
Dấu ‘-’ lấy khi đầu nối chung giữa hai phần tử là cùng cực tính, ngược lại lấy dấu ‘+’.

b. Trong trường hợp mắc song song (hình 1.26):

Ta xét trong cách biểu diễn phức:

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

$$\vec{U} = Z_1 \cdot \vec{I}_1 \pm Z_M \vec{I}_2 = \pm Z_M \vec{I}_1 + Z_2 \vec{I}_2$$



Hình 1.26

Từ các phương trình trên rút ra:

$$Z_{td} = j\omega L_{td} = \frac{\vec{U}}{\vec{I}} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 \pm 2Z_M} \quad (1.37)$$

$$\text{Vậy} \quad L_{td} = \frac{Z_{td}}{j\omega} \quad (1.38)$$

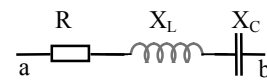
trong đó: $Z_1 = j\omega L_1$, $Z_2 = j\omega L_2$ là trở kháng của hai phần tử trong cách biểu diễn phức. $Z_M = j\omega M$ là trở kháng hồ cảm giữa hai phần tử. $Z_{td} = j\omega L_{td}$ là trở kháng tương đương của hai phần tử.

Dấu ‘-’ được lấy khi dòng điện cùng chảy vào hoặc cùng chảy ra khỏi các đầu có ký hiệu ‘*’, nếu ngược lại thì biểu thức lấy dấu ‘+’.

Thí dụ 1.4: Tính trở kháng của đoạn mạch hình 1.27, biết $R=100\Omega$, $X_L=20\Omega$, $X_C=5\Omega$ (lấy theo giá trị môđun)

Giải:

$$Z_{ab} = Z_R + Z_L + Z_C = R + jX_L - jX_C$$



hình 1.27

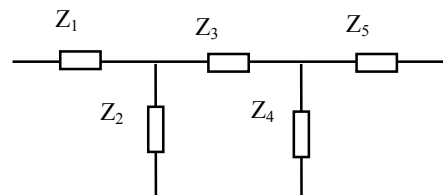
thay số ta có:

$$Z_{ab} = 100 + j20 - j5 = (100 + j15) \Omega$$

Thí dụ 1.5: Cho mạch điện như hình 1.28, với các số liệu viết dưới dạng phức: $Z_1=(2.4 + 5j) \Omega$; $Z_2=(5-j) \Omega$; $Z_3=j \Omega$; $Z_4=(2 - j4) \Omega$; $Z_5=(2 + j4) \Omega$.

a. Vẽ sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số r , X_L , X_C

b. Đặt lên mạch điện áp điều hòa có giá trị hiệu dụng là 5V, viết biểu thức thời gian của dòng điện chạy trong mạch.



Hình 1.28

Giải:

a. Sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số r , X_L , X_C có dạng như hình 1.29, lấy đơn vị là Ω .

b. Ta có:

$$Z_{45} = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5} = \frac{20}{4} = 5 \Omega$$

$$Z_{345} = Z_3 + Z_{45} = (5 + j) \Omega$$

$$Z_{2345} = \frac{Z_2 Z_{345}}{Z_2 + Z_{345}} = \frac{26}{10} = 2.6 \Omega$$

$$Z_V = Z_1 + Z_{2345} = (5 + 5j) \Omega.$$

$$\vec{I}_m = \frac{\vec{U}_m}{Z_V} = \frac{5\sqrt{2}}{5(1+j)} = \exp[j(\omega t - \frac{\pi}{4})]$$

Vậy biểu thức thời gian của điện áp và dòng điện trong mạch là:

$$u(t) = 5\sqrt{2} \cdot \cos \omega t$$

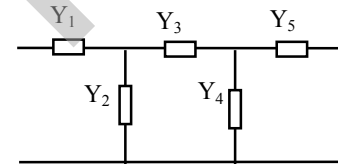
$$i(t) = \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

Thí dụ 1.6: Cho mạch điện như hình 1.30, với các số liệu dưới dạng phức (đơn vị là Siemen):

$$Y_1 = 5 + 5j \quad Y_4 = 0.5 + 4j$$

$$Y_2 = 4 + 5j \quad Y_5 = 0.5 - 3j$$

$$Y_3 = 1 - j$$



Hình 1.30

a. Vẽ sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số g , B_L , B_C

b. Cho dòng điện điều hòa chạy qua mạch có giá trị hiệu dụng là 5A, hãy viết biểu thức thời gian của điện áp đặt trên hai đầu mạch điện.

Giải:

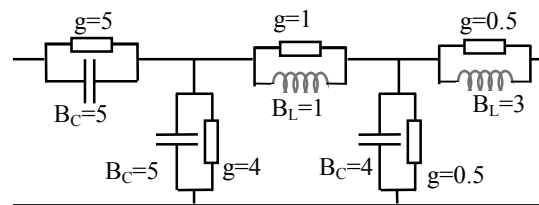
a. Sơ đồ tương đương chi tiết của mạch theo các tham số g , B_L , B_C có dạng như hình 1.31, (đơn vị là Siemen).

b. Ta có: $Y_{45} = Y_4 + Y_5 = 1 + j$

$$Y_{345} = \frac{Y_3 \cdot Y_{45}}{Y_3 + Y_{45}} = 1$$

$$Y_{2345} = Y_2 + Y_{345} = 5 + 5j$$

$$Y_V = \frac{Y_1 \cdot Y_{2345}}{Y_1 + Y_{2345}} = 2.5 + 2.5j$$



Hình 1.31

$$\vec{U}_m = \frac{\vec{I}_m}{Y_V} = \frac{5\sqrt{2}}{2.5(1+j)} = 2 \exp[j(\omega t - \frac{\pi}{4})]$$

Vậy biểu thức thời gian của điện áp và dòng điện trong mạch là:

$$i(t) = 5\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$u(t) = 2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

Thí dụ 1.7: Hãy xét các đặc tính về điện (theo tần số) ở chế độ xác lập của mạch RLC nối tiếp như hình 1.32.

Giải: Trở kháng của mạch:

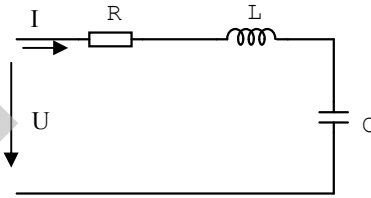
$$Z = \frac{\vec{U}}{\vec{I}} = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

$X_L = \omega L$ nằm ở nửa dương của trục ảo;

$X_C = \frac{1}{\omega C}$ nằm nửa âm của trục ảo.

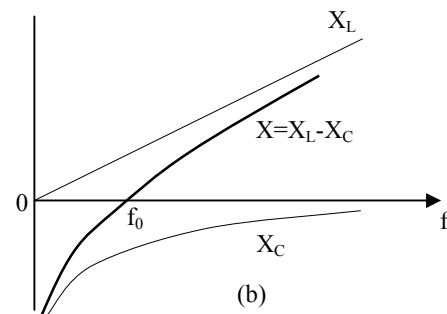
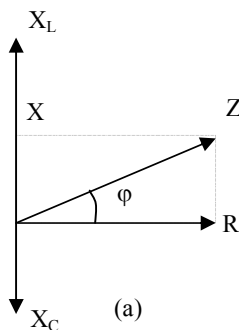
$X = X_L - X_C$ là thành phần điện kháng của mạch.

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad \varphi = \arg[Z] = \arctg \frac{X}{R}$$



Hình 1.32

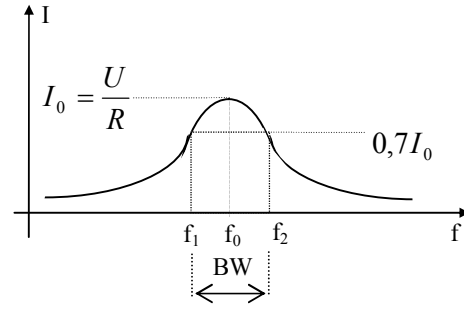
Mối tương quan của các thành phần trở kháng của mạch được biểu diễn trên mặt phẳng phức như hình 1.33a. Còn hình 1.33b mô tả đặc tính các thành phần điện kháng của mạch theo tần số. Khi tần số nhỏ hơn f_0 , X_C lớn hơn X_L , khi đó X có giá trị âm, mạch có tính điện dung, điện áp chậm pha hơn so với dòng điện. Khi tần số lớn hơn f_0 , X_C nhỏ hơn X_L , khi đó X có giá trị dương, mạch có tính điện cảm, điện áp nhanh pha hơn so với dòng điện.



Hình 1.33

Tại tần số cộng hưởng của mạch $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, X_L cân bằng với X_C , thành phần điện kháng X của mạch bị triệt tiêu, trở kháng của mạch là bé nhất và thuần trở, dòng điện

trên mạch đạt cực đại và đồng pha với điện áp. Khi tần số lệch khỏi giá trị cộng hưởng, phần điện kháng X của mạch sẽ tăng, tức là trở kháng của mạch tăng, nghĩa là dòng trong mạch sẽ giảm. Sự phụ thuộc của biên độ dòng điện vào tần số dẫn đến tính chọn lọc tần số của mạch. Hình 1.34 mô tả tính chọn lọc tần số của mạch (với nguồn tác động là nguồn áp lý tưởng).



Hình 1.34

-Dải thông của mạch:

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \quad (1.39)$$

trong đó f_1, f_2 là các tần số biên của dải thông, còn gọi là *tần số cắt*, được xác định tại vị trí mà biên độ đặc tuyến bị giảm đi 3dB (tức bằng $0,7I_0$); còn Q là đại lượng đặc trưng cho tính chọn lọc tần số của mạch và gọi là *phẩm chất* của mạch (tại tần số cộng hưởng). Khi Q tăng thì dải thông của mạch càng hẹp, độ chọn lọc càng cao.

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.40)$$

-Tại tần số cộng hưởng, điện áp trên L và C ngược pha nhau và đều gấp Q lần điện áp tác động:

$$\vec{U}_r = \vec{U} \quad (\text{điện áp trên } R \text{ bằng điện áp tác động cả về biên độ và pha}).$$

$$\vec{U}_c = -jQ\vec{U} \quad \text{điện áp trên } C \text{ chậm pha } \pi/2 \text{ so với } U.$$

$$\vec{U}_L = jQ\vec{U} \quad \text{điện áp trên } L \text{ nhanh pha } \pi/2 \text{ so với } U.$$

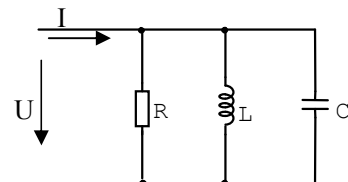
Chú ý rằng, thực tế, tại tần số cộng hưởng, điện áp tổng U sẽ đạt cực tiểu, nhưng trong L và C tồn tại các điện áp ngược pha nhau với độ lớn bằng nhau và gấp Q lần điện áp tổng. Vì vậy người ta nói mạch RLC nối tiếp là mạch cộng hưởng điện áp.

Thí dụ 1.8: Hãy xét các đặc tính về điện (theo tần số) ở chế độ xác lập của mạch RLC song song như hình 1.35.

Giải: Dẫn nạp của mạch:

$$Y = \frac{\vec{I}}{\vec{U}} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + j(B_C - B_L) = G + jB$$

$$B_C = \omega C = \frac{1}{X_C} \quad \text{nằm ở nửa dương của trục ảo;}$$



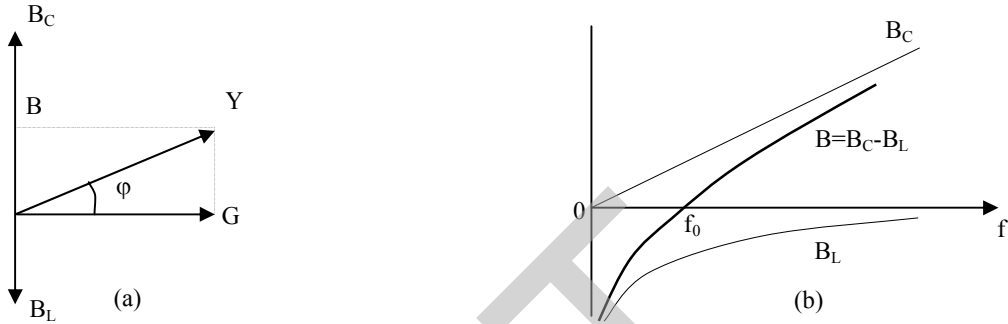
Hình 1.35

$$B_L = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{X_L} \text{ nằm nửa âm của trục ảo.}$$

$B = B_C - B_L$ là thành phần điện nạp của mạch.

$$|Y| = \frac{1}{|Z|} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (B_C - B_L)^2} = \sqrt{G^2 + B^2}; \quad \varphi = \arg[Y] = \arctg \frac{B}{G}$$

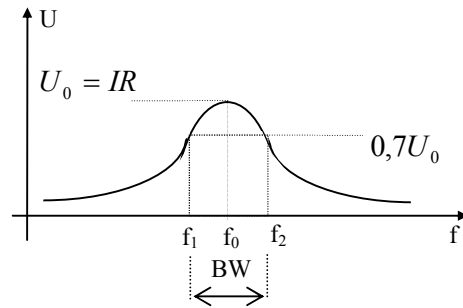
Mối tương quan của các thành phần dẫn nạp của mạch được biểu diễn trên mặt phẳng phức như hình 1.36a.



Hình 1.36

Còn hình 1.36b mô tả đặc tính các thành phần điện nạp của mạch theo tần số. Khi tần số nhỏ hơn f_0 , B_L lớn hơn B_C , khi đó B có giá trị âm, mạch có tính điện cảm, điện áp nhanh pha hơn so với dòng điện.

Khi tần số lớn hơn f_0 , B_L nhỏ hơn B_C , khi đó B có giá trị dương, mạch có tính điện dung, điện áp chậm pha hơn so với dòng điện. Tại tần số cộng hưởng của mạch $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, B_L cân bằng với B_C ,



Hình 1.37

thành phần điện nạp B của mạch bị

triệt tiêu, trở kháng của mạch là lớn nhất và thuần trở, điện áp trên mạch đạt cực đại và đồng pha với dòng điện. Khi tần số lệch khỏi giá trị cộng hưởng, phần điện nạp B của mạch sẽ tăng, tức là trở kháng của mạch giảm, nghĩa là điện áp trên mạch sẽ giảm. Hình 1.37 mô tả tính chọn lọc tần số của mạch (với nguồn tác động là nguồn dòng lý tưởng).

- *Dải thông* của mạch:

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \quad (1.41)$$

- *Phẩm chất* của mạch (tại tần số cộng hưởng):

$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (1.42)$$

Khi Q tăng thì dải thông càng hẹp, độ chọn lọc của mạch càng cao.

-Tại tần số cộng hưởng, dòng điện trên các thành phần của mạch đều đạt cực đại, trong đó dòng trên L và C ngược pha nhau và đều gấp Q lần dòng điện tác động:

$$\vec{I}_R = \vec{I} \quad (\text{dòng điện trên R bằng dòng tác động cả về biên độ và pha}).$$

$$\vec{I}_L = -jQ\vec{I} \quad \text{dòng trên L chậm pha } \pi/2 \text{ so với I.}$$

$$\vec{I}_C = jQ\vec{I} \quad \text{dòng trên C nhanh pha } \pi/2 \text{ so với I.}$$

Chú ý rằng, thực tế, tại tần số cộng hưởng, dòng điện tổng I qua mạch sẽ đạt cực tiểu, nhưng tồn tại một dòng điện luân chuyển và khép kín trong LC với độ lớn gấp Q lần dòng điện tổng. Vì vậy người ta nói mạch RLC song song là mạch cộng hưởng dòng điện. Các đặc tính đầy đủ về điện ở chế độ xác lập điều hòa của các mạch dao động đơn có thể tìm thấy trong phần sau.

1.3 CẤU TRÚC HÌNH HỌC CỦA MẠCH

Một khi mạch tương đương của một hệ thống đã được xây dựng, việc phân tích nó được tiến hành dựa trên một số các định luật cơ bản và các định luật này lại được xây dựng theo các yếu tố hình học của sơ đồ mạch. Đây là những khái niệm mang thuần ý nghĩa hình học, tạo cơ sở cho việc phân tích mạch được thuận tiện, chúng bao gồm:

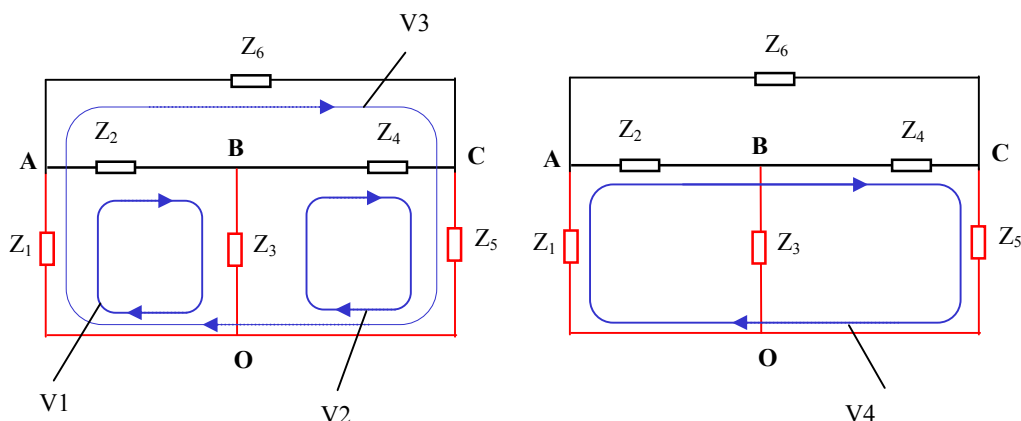
- + *Nhánh*: là phần mạch gồm các phần tử mắc nối tiếp trong đó có cùng một dòng điện chảy từ một đầu tới đầu còn lại của nhánh.
- + *Nút*: là giao điểm của các nhánh mạch.
- + *Cây*: là phần mạch bao gồm một số nhánh đi qua toàn bộ các nút, nhưng không tạo thành vòng kín. Xét một cây cụ thể, nhánh thuộc cây đang xét gọi là *nhánh cây* và nhánh không thuộc cây gọi là *nhánh bù cây*.
- + *Vòng*: bao gồm các nhánh và các nút tạo thành một vòng khép kín. *Vòng cơ bản* (ứng với một cây) là vòng chỉ chứa một nhánh bù cây. Nếu mạch điện có số nhánh N_{nh} , số nút N_n , ứng với một cây có số nhánh bù cây là N_b và số vòng cơ bản là N_v thì ta có:

$$N_b = N_v = N_{nh} - N_n + 1 \quad (1.43)$$

- + *Mắt lưới*: Là vòng kín không chứa vòng nào bên trong nó.

Để minh họa, ta xét mạch điện hình 1.38. Mạch điện này có các nút A, B, C, O (tức $N_n=4$); có các nhánh $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6$ (tức $N_{nh}=6$). Các nhánh Z_1, Z_3, Z_5 tạo thành một cây có ba nhánh, gốc tại O, các nhánh còn lại là các nhánh bù cây. Ứng với cây có gốc O, các vòng V1, V2, V3, là các vòng cơ bản; còn vòng V4, chứa 2 nhánh bù cây,

nên không phải vòng cơ bản. Vòng V1 và V2 là mắt lưới, còn V4 không phải là mắt lưới.



Hình 1.38: Minh họa các yếu tố hình học của mạch

1.4 TÍNH CHẤT TUYẾN TÍNH, BẤT BIẾN, NHÂN QUẢ VÀ TƯƠNG HỒ CỦA MẠCH ĐIỆN

1.4.1 Tính tuyến tính, bất biến và nhân quả

Tính tuyến tính

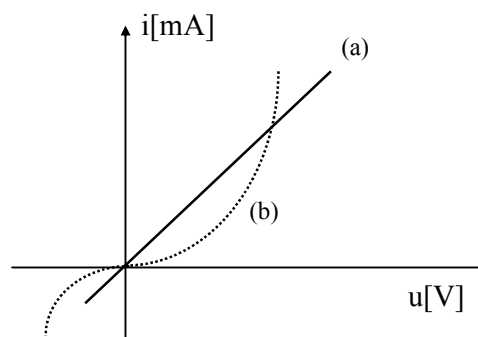
Một phần tử được gọi là tuyến tính khi các thông số của nó không phụ thuộc vào điện áp và dòng điện chạy qua nó, nếu không thỏa mãn điều này thì phần tử đó thuộc loại không tuyến tính.

Mạch điện được gọi là tuyến tính khi các thông số hợp thành của nó không phụ thuộc vào điện áp và dòng điện chạy trong mạch. Như vậy, trước hết mạch tuyến tính phải gồm các phần tử tuyến tính, chỉ cần trong mạch có một phần tử không tuyến tính thì mạch đó cũng không phải là mạch tuyến tính. Để hiểu rõ khía cạnh này, ta xét ngay đối với các phần tử thụ động:

+Điện trở là phần tử tuyến tính nếu đặc tuyến Vôn-Ampe của nó là một đường thẳng như trường hợp (a) trên hình 1.39, quan hệ giữa điện áp và dòng điện trên nó theo định luật Ôm, có dạng:

$$U = R \cdot I \quad \text{hay} \quad \frac{U}{I} = R \quad (\text{với } R \text{ là một}$$

hằng số), và nó sẽ là không tuyến tính (phi tuyến) nếu đặc tuyến Vôn-Ampe của nó không phải là một đường thẳng mà là một đường cong như trường hợp (b) trên hình 1.39, quan hệ giữa điện áp và dòng điện trên nó có dạng một hàm:



Hình 1.39: Minh họa tính tuyến tính

$$U=f(I) \quad \text{hay} \quad R=f(U,I)$$

+Tương tự như vậy, một tụ điện được gọi là tuyến tính nếu có quan hệ:

$$q = C.U \quad \text{hay} \quad \frac{q}{U} = C \quad (\text{với } C \text{ là một hằng số})$$

và nó sẽ là phần tử phi tuyến nếu có quan hệ hàm số:

$$q = f(U) \quad \text{hay} \quad C=f(U,I)$$

+Cũng như thế, một cuộn cảm được gọi là tuyến tính nếu có quan hệ:

$$\phi = L.I \quad \text{hay} \quad \frac{\phi}{I} = L \quad (\text{với } L \text{ là một hằng số})$$

và nó sẽ là phần tử phi tuyến nếu có quan hệ hàm số:

$$\phi = f(I) \quad \text{hay} \quad L=f(U,I)$$

** Các tính chất của các phần tử và mạch tuyến tính bao gồm:*

- +Có thể áp dụng nguyên lý xếp chồng.
- +Đặc tuyến đặc trưng cho phần tử là một đường thẳng.
- +Phương trình của mạch là phương trình vi phân tuyến tính.
- +Dưới tác động với tần số bất kỳ, trong mạch không phát sinh ra các hài mới.

** Đối với mạch không tuyến tính, thì các tính chất nói trên không còn đúng nữa:*

- Không áp dụng được nguyên lý xếp chồng.
- Đặc tuyến đặc trưng cho phần tử không là đường thẳng.
- Phương trình của mạch là phương trình vi phân không tuyến tính.
- Dưới tác động với tần số bất kỳ, trong mạch có thể phát sinh ra các hài mới.

Tính bất biến

Một mạch được gọi là bất biến nếu các thông số của mạch không phụ thuộc thời gian, khi một trong các thông số của nó chịu ảnh hưởng của thời gian thì mạch đó là mạch không bất biến (mạch thông số). Với mạch bất biến, giả thiết mạch không có năng lượng ban đầu, nếu $y(t)$ là đáp ứng của mạch tương ứng với tác động $x(t)$, thì $y(t-t_1)$ sẽ là đáp ứng của mạch tương ứng với tác động $x(t-t_1)$.

Tính nhân quả

Mạch điện (với giả thiết không có năng lượng ban đầu) được gọi là có tính nhân quả nếu đáp ứng ra của mạch không thể có trước khi có tác động ở đầu vào.

Cũng cần phải nhắc rằng tính chất tuyến tính và bất biến của mạch điện chỉ đúng trong điều kiện làm việc nhất định, khi điều kiện làm việc bị thay đổi thì các tính chất đó có thể không còn đúng nữa. Việc phân chia tính tuyến tính /không tuyến tính và bất biến /không bất biến chỉ mang tính chất tương đối.

1.4.2 Tính tương hỗ của mạch điện

Phần tử tương hỗ là phần tử có tính chất dẫn điện hai chiều. *Mạch điện tương hỗ* là mạch điện bao gồm các phần tử tương hỗ. Sang phần sau, khi đã nắm được khái niệm trở kháng Z và dẫn nạp Y , thì có thể tổng quát: Một phần tử được gọi là có tính tương hỗ nếu thỏa mãn điều kiện: $Z_{ab} = Z_{ba}$. Trong mạch tương hỗ, nó thỏa mãn điều kiện:

$$Z_{lk} = Z_{kl} \text{ hay } Y_{MN} = Y_{NM} \quad (1.44)$$

trong đó: Z_{lk} : trở kháng chung giữa vòng l và vòng k ,

Z_{kl} : trở kháng chung giữa vòng k và vòng l ,

Y_{MN} : dẫn nạp chung giữa nút M và nút N ,

Y_{NM} : dẫn nạp chung giữa nút N và nút M .

Như vậy trong mạch tương hỗ, dòng điện trong vòng l (sinh ra bởi các nguồn đặt trong vòng k) bằng dòng điện trong vòng k (sinh ra bởi chính nguồn đó chuyển sang vòng l). Hay nói một cách khác, dòng điện trong nhánh i (sinh ra bởi nguồn E đặt trong nhánh j) bằng dòng điện trong nhánh j (sinh ra bởi chính nguồn đó chuyển sang nhánh i).

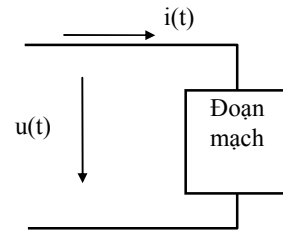
1.5 CÔNG SUẤT

1.5.1 Các thành phần công suất

Xét một đoạn mạch như hình 1.40. Ở chế độ xác lập điều hòa, dòng điện và điện áp trên mạch được biểu diễn dưới dạng:

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$



Hình 1.40

-*công suất tức thời* trên đoạn mạch tại thời điểm t là:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (1.45)$$

Trong khoảng thời gian $T = t_2 - t_1$, năng lượng mà đoạn mạch nhận được là:

$$W_T = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$$

-*Công suất trung bình*, còn gọi là *công suất tác dụng* trên mạch này là:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \frac{1}{2} U_m I_m \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) = UI \cdot \cos \varphi \quad (1.46)$$

trong đó U, I là các giá trị hiệu dụng của điện áp và dòng điện, còn φ là góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện trong đoạn mạch. Công suất tác dụng có ý nghĩa thực tiễn hơn so với công suất tức thì. Trong mạch thụ động, sự lệch pha của áp và dòng luôn

nằm trong giới hạn $\pm \frac{\pi}{2}$ nên P luôn luôn dương. Thực chất P chính là tổng công suất trên các thành phần điện trở của đoạn mạch. Đơn vị công suất tác dụng tính bằng W.

-*Công suất phản kháng* trên đoạn mạch này được tính theo công thức:

$$Q_r = \frac{1}{2} U_m I_m \cdot \sin(\varphi_u - \varphi_i) = UI \cdot \sin \varphi \quad (1.47)$$

Trong mạch thụ động, công suất phản kháng có thể có giá trị dương hoặc âm. Nếu mạch có tính cảm kháng, tức điện áp nhanh pha hơn so với dòng điện, thì q sẽ có giá trị dương. Nếu mạch có tính dung kháng, tức điện áp chậm pha hơn so với dòng điện, thì Q_r sẽ có giá trị âm. Thực chất Q_r chính là công suất luân chuyển từ nguồn tới tích lũy trong các thành phần điện kháng của mạch và sau đó lại được phóng trả về nguồn mà không bị tiêu tán. Nó có giá trị bằng hiệu đại số giữa công suất trên các thành phần điện cảm và công suất trên các thành phần điện dung. Khi Q_r bằng không, có nghĩa là công suất trên các thành phần điện cảm cân bằng với công suất trên các thành phần điện dung, hay lúc đó mạch là thuần trở. Đơn vị công suất phản kháng tính bằng VAR.

-*Công suất biểu kiến*, còn gọi là *công suất toàn phần* trên đoạn mạch này được tính theo công thức:

$$S = \sqrt{P^2 + Q_r^2} = \frac{1}{2} U_m I_m = UI \quad (1.48)$$

Đơn vị công suất toàn phần tính bằng VA. Công suất toàn phần mang tính chất hình thức về công suất trong mạch khi các đại lượng dòng và áp được đo riêng rẽ mà không chú ý tới sự lệch pha giữa chúng. Tổng quát công suất trong mạch còn được biểu diễn dưới dạng phức:

$$\vec{S} = P + jQ_r \quad (1.49)$$

-*Hệ số công suất* là tỉ số giữa P và S:

$$\frac{P}{S} = \cos \varphi \quad (1.50)$$

Về mặt lý thuyết, mặc dù Q_r không phải là công suất tiêu tán, nhưng trong thực tế dòng điện luân chuyển năng lượng giữa các thành phần điện kháng và nguồn lại gây ra sự tiêu hao công suất nguồn do nội trở trên các đường dây dài tải điện. Vì vậy trong kỹ thuật điện, để nâng cao hiệu suất truyền tải điện năng (giảm dòng điện trên đường dây) người ta thường phải sử dụng biện pháp đặc biệt để nâng cao hệ số công suất.

Thí dụ 1.9 : Cho mạch điện hình 1.41, trong đó: $Z_1 = 1-5j \Omega$; $Z_2 = 3+3j \Omega$; $Z_3 = 6+6j \Omega$. Điện áp vào có biên độ phức: $\vec{U}_{1m} = 9\sqrt{2} \cdot e^{-j30^\circ} \text{ V}$.

- Xác định $U_1(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ và $i_3(t)$.
- Tính công suất tác dụng của đoạn mạch.

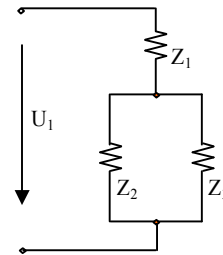
Giải:

a. Ta có: $Z_{td} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = 3 - 3j$

$$\vec{I}_{1m} = \frac{\vec{U}_{1m}}{Z_{td}} = 3.e^{j15^\circ}$$

$$\vec{I}_{2m} = \frac{\vec{I}_{1m}}{Z_2 + Z_3} Z_3 = 2.e^{j15^\circ}$$

$$\vec{I}_{3m} = \frac{\vec{I}_{1m}}{Z_2 + Z_3} Z_2 = 1.e^{j15^\circ}$$



Hình 1.41

-Vậy: $u_1(t) = 9\sqrt{2} \cos(\omega t - 30^\circ)$

$$i_1(t) = 3\cos(\omega t + 15^\circ) \quad i_2(t) = 2\cos(\omega t + 15^\circ) \quad i_3(t) = \cos(\omega t + 15^\circ)$$

b. Công suất tác dụng:

$$P = U.I \cos\varphi = 13,5W.$$

1.5.2 Điều kiện để công suất trên tải đạt cực đại

Xét một nguồn điều hòa có sức điện động E (giá trị hiệu dụng). Giả thiết rằng nội trở trong của nguồn là $Z_{ng} = R_{ng} + jX_{ng}$. Trong trường hợp không chú trọng đến hiệu suất của nguồn, nếu trở kháng tải nối với nguồn thỏa mãn điều kiện:

$$Z_t = Z_{ng}^* = R_{ng} - jX_{ng} \quad (1.51)$$

khi đó công suất trên tải sẽ đạt cực đại và có giá trị bằng:

$$P_0 = \frac{E^2}{4R_{ng}} \quad (1.52)$$

Tổng quát, với một nguồn áp hoặc một nguồn dòng, điều kiện để tải nhận được công suất cực đại là trở kháng của nó bằng liên hợp trở kháng của nguồn.

1.6. CÁC ĐỊNH LUẬT KIRCHHOFF

Bao trùm lên hầu hết các hiện tượng cơ bản trong mạch điện là các định luật Kirchhoff, các định luật này liên quan tới dòng điện tại các nút và sụt áp trong các vòng kín.

1.6.1 Định luật Kirchhoff I

Định luật này phát biểu về dòng điện, nội dung của nó là: “ Tổng các dòng điện đi vào một nút bằng tổng các dòng điện đi ra khỏi nút đó ”. Hoặc là: “Tổng đại số các dòng điện tại một nút bằng không”:

$$\sum_k a_k i_k = 0 \quad (1.53)$$

trong đó: $a_k = 1$ nếu dòng điện nhánh đi ra khỏi nút đang xét
 $a_k = -1$ nếu dòng điện nhánh đi vào nút đang xét
 $a_k = 0$ nếu nhánh không thuộc nút đang xét.

Như vậy định luật I có thể mô tả dưới dạng ma trận:

$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{I}}_{nh} = 0 \quad (1.54)$$

trong đó $\underline{\underline{A}}$ là ma trận hệ số có kích cỡ tối đa $[N_n \times N_{nh}]$ gọi là ma trận nút, và $\underline{\underline{I}}_{nh}$ có kích cỡ $[N_{nh} \times 1]$ gọi là ma trận dòng điện nhánh.

Chúng ta có thể thấy mặc dù từ định luật Kirchhoff I có thể viết được N_n phương trình, nhưng chỉ có $N_n - 1$ phương trình độc lập. Như vậy sẽ có $N_{nh} - N_n + 1$ dòng điện nhánh coi như những giá trị tự do.

1.6.2 Định luật Kirchhoff II

Định luật này phát biểu về điện áp, nội dung của nó là: “*Tổng đại số các sụt áp trên các phần tử thụ động của một vòng kín bằng tổng đại số các sức điện động có trong vòng kín đó*”. Hoặc là: “*Tổng đại số các sụt áp của các nhánh trong một vòng kín bằng không*”:

$$\sum_k b_k u_k = 0 \quad (1.55)$$

trong đó: $b_k = 1$ nếu chiều điện áp trên nhánh cùng chiều vòng quy ước,
 $b_k = -1$ nếu chiều điện áp trên nhánh ngược chiều vòng quy ước,
 $b_k = 0$ nếu nhánh đó không thuộc vòng đang xét.

Chúng ta cũng có thể chứng minh được từ định luật Kirchhoff 2 chỉ có thể viết được $(N_{nh} - N_n + 1)$ phương trình độc lập (tương ứng với số nhánh bù cây, hay số vòng cơ bản tương ứng với mỗi cây được lựa chọn).

Như vậy định luật Kirchhoff 2 có thể mô tả dưới dạng ma trận:

$$\underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{U}}_{nh} = 0 \quad (1.56)$$

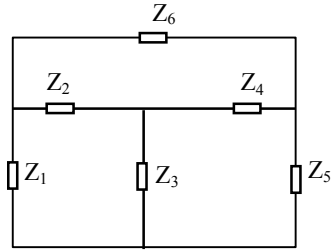
trong đó $\underline{\underline{B}}$ là ma trận hệ số thường có kích cỡ $[N_b \times N_{nh}]$ gọi là ma trận mạch, và $\underline{\underline{U}}_{nh}$ có kích cỡ $[N_{nh} \times 1]$ gọi là ma trận điện áp nhánh.

Thí dụ 1.10:

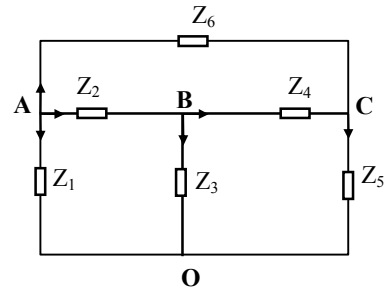
Thành lập các phương trình cần thiết cho mạch điện như hình 1.42 theo các định luật Kirchhoff.

Giải:

Mạch điện có 6 nhánh và 4 nút mạch. Ký hiệu tên các nút là ABCO.



Hình 1.42: Mạch điện của thí dụ 1.1



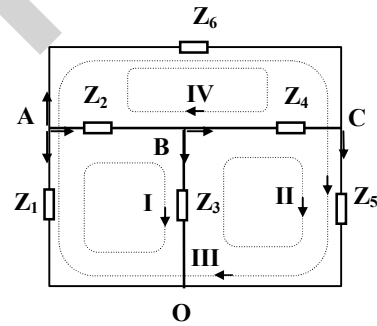
Hình 1.43

Với qui ước chiều các dòng điện nhánh như hình vẽ 1.43, theo định luật Kirchhoff I ta có thể viết được bốn phương trình, nhưng trong đó có một phương trình phụ thuộc:

$$\begin{array}{lclclclcl} \text{Nút A:} & i_1 & +i_2 & & & +i_6 & =0 \\ \text{Nút B:} & & -i_2 & +i_3 & +i_4 & & =0 \\ \text{Nút C:} & & & & -i_4 & +i_5 & -i_6 =0 \\ \text{Nút O} & -i_1 & & -i_3 & & -i_5 & =0 \end{array}$$

Viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = 0$$



Hình 1.44

Trở lại thành lập các vòng cơ bản cho mạch điện đã nêu ở trên, nếu áp dụng định luật Kirchhoff II cho các vòng cơ bản ứng với cây gốc tại O (hình 1.44) thì ta có thể viết được các phương trình tương ứng:

$$\begin{array}{lclclclcl} \text{Vòng I:} & -u_1 & +u_2 & +u_3 & & & =0 \\ \text{Vòng II:} & & & -u_3 & +u_4 & +u_5 & =0 \\ \text{Vòng III:} & -u_1 & & & & +u_5 & +u_6 =0 \end{array}$$

Viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = 0$$

1.7 KỸ THUẬT TÍNH TOÁN TRONG LÝ THUYẾT MẠCH

1.7.1 Chuẩn hóa giá trị

Ta biết rằng giá trị của các phần tử và các thông số trong mạch điện thường nằm trong một khoảng rất rộng và liên quan tới các giá trị mũ của 10, điều này gây khó khăn nhiều làm ảnh hưởng đến tốc độ tính toán. Để khắc phục nhược điểm này trong lý thuyết mạch thường sử dụng một số kỹ thuật tính toán, đặc biệt là sử dụng các giá trị đã được chuẩn hoá.

Nguyên tắc: Bằng việc chọn các giá trị chuẩn thích hợp, người ta thay việc phải tính toán trên các giá trị thực tế bằng việc tính toán qua các giá trị tương đối, điều đó cho phép giảm độ phức tạp trong biểu thức tính toán. Sau khi đã tính toán xong, người ta lại trả kết quả về giá trị thực của nó.

$$\langle \text{Giá trị tương đối} \rangle = \langle \text{Giá trị thực tế} \rangle / \langle \text{Giá trị chuẩn} \rangle.$$

Sau đây ta xét trường hợp mạch điện tuyến tính chứa các thông số R, L, C , và ω . Như vậy cần phải lựa chọn bốn giá trị chuẩn. Bốn giá trị chuẩn đó có mối liên hệ:

$$\begin{cases} R_{ch} = \omega_{ch} \cdot L_{ch} \\ R_{ch} = \frac{1}{\omega_{ch} \cdot C_{ch}} \end{cases} \quad (1.57)$$

Như vậy trong bốn giá trị chuẩn, có hai giá trị được chọn tự do và hai giá trị chuẩn còn lại được suy ra từ hệ thức trên.

Thí dụ 1.11: để chuẩn hóa các thông số của mạch điện hình 1.45, ta có thể chọn hai giá trị chuẩn một cách tùy ý, chẳng hạn ta chọn: $R_{ch} = 100\Omega$; $L_{ch} = 4\text{mH}$, và ta có hai giá trị chuẩn còn lại:

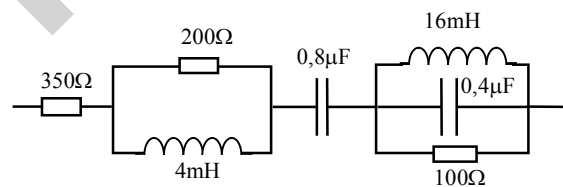
$$\omega_{ch} = \frac{R_{ch}}{L_{ch}} = \frac{100}{4 \cdot 10^{-3}} = 25 \text{ Krad / s}$$

$$C_{ch} = \frac{1}{\omega_{ch} \cdot R_{ch}} = \frac{1}{25 \cdot 10^3 \cdot 100} = 0.4 \text{ } \mu\text{F}$$

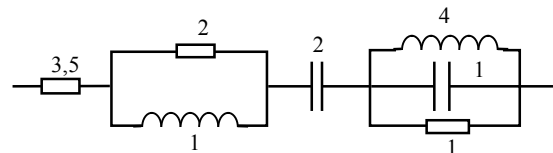
Từ đó, ta có thể biểu diễn giá trị các phần tử của mạch theo các giá trị đã được chuẩn hoá, tức là theo các giá trị tương đối như hình 1.46.

1.7.2 Các đại lượng lôgarit

Trong lý thuyết mạch ta luôn gặp những đại lượng có giá trị nằm trong một khoảng rất rộng, hơn nữa các khâu khuếch đại thường được nối ghép theo kiểu dây chuyền. Việc



Hình 1.45



Hình 1.46

dùng các đơn vị lôgarit sẽ giúp cho sự tính toán và biểu diễn các đặc tuyến được thuận lợi. Sau đây là một số đại lượng lôgarit thường dùng:

-Đối với tỉ số công suất:

$$a = 10 \cdot \log \frac{P_1}{P_0}, \quad \text{dB} \quad (1.58)$$

$$\text{hoặc} \quad a = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{P_1}{P_0}, \quad \text{Np} \quad (1.59)$$

-Đối với tỉ số điện áp: xuất phát từ hai công thức trên, người ta định nghĩa:

$$a = 20 \cdot \log \frac{U_1}{U_0}, \quad \text{dB} \quad (1.60)$$

$$\text{hoặc} \quad a = \ln \frac{U_1}{U_0}, \quad \text{Np} \quad (1.61)$$

$$\text{Quan hệ giữa dB và Np: } 1\text{Np}=8,7\text{dB} \quad \text{hay} \quad 1\text{dB}=0,115\text{Np} \quad (1.62)$$

-Đối với tỉ số của tần số:

$$v = \log_2 \frac{\omega}{\omega_0} \quad [\text{oct}] \quad (1.63)$$

$$\text{hoặc} \quad v = \lg \frac{\omega}{\omega_0} \quad [\text{D}] \quad (1.64)$$

$$\text{Quan hệ giữa } [\text{oct}] \text{ và } [\text{D}]: \quad 1\text{oct}=0,3\text{D} \quad \text{hay} \quad 1\text{D}=3,33\text{oct} \quad (1.65)$$

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG I

1.1 Phần tử cơ bản (phần tử đơn) có bao nhiêu thông số?

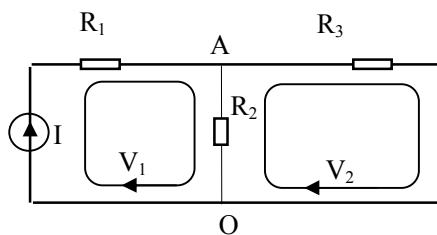
1.2 Khái niệm phần tử thụ động ?

1.3 Đặc điểm phần tử nguồn ?

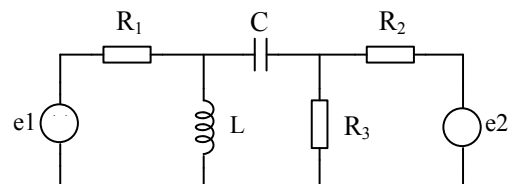
1.4 Đặc trưng của mô hình toán học của mạch điện trong miền thời gian ?

1.5 Hiệu quả khi chuyển một mạch điện analog từ miền thời gian sang miền tần số ?

1.6 Mạch điện hình 1.47 có mấy mắt lưới?



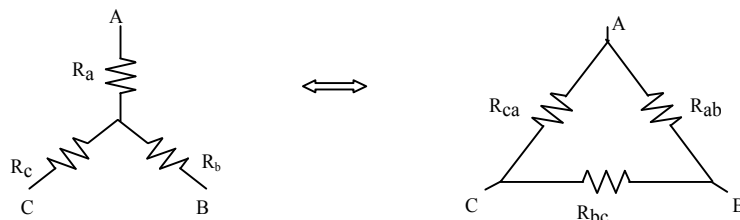
Hình 1.47



Hình 1.48

1.7 Mạch điện hình 1.48 có (nhiều nhất) bao nhiêu nút và nhánh ?

1.8 Chứng minh rằng từ một mạng hình sao có thể biến đổi tương đương thành mạng hình tam giác, hoặc ngược lại (hình 1.49).



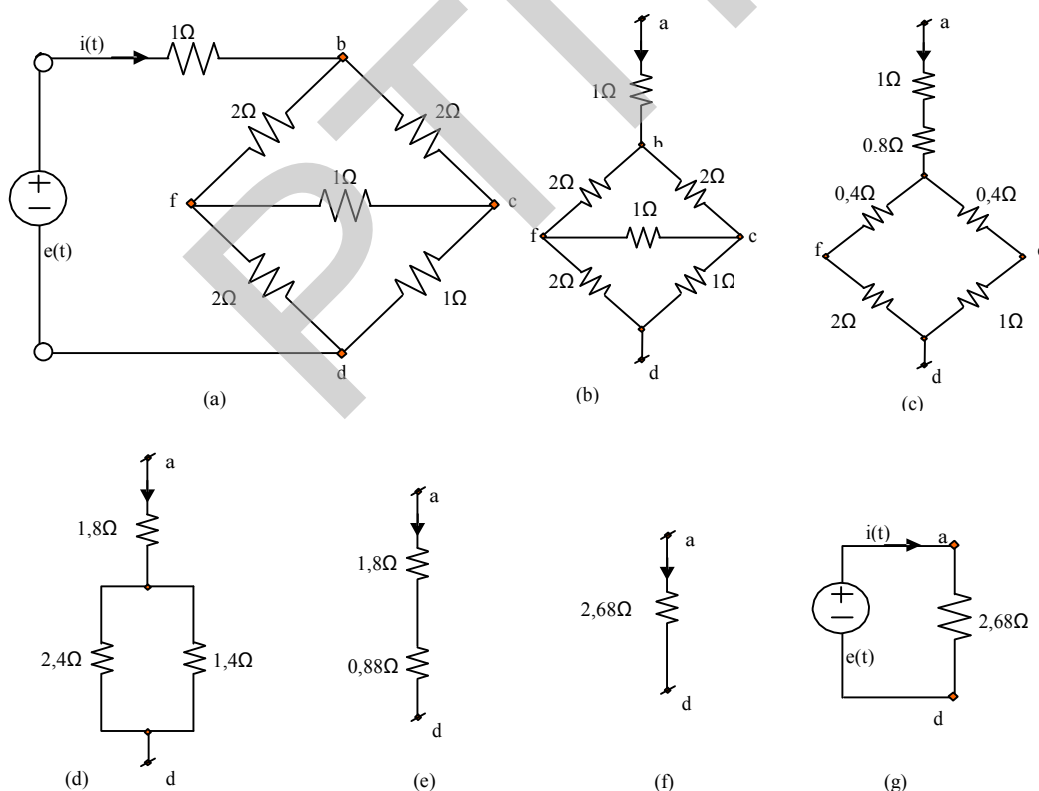
Hình 1.49

Trong đó, các điện trở liên hệ với nhau theo các công thức sau:

$$R_a = \frac{R_{ca} R_{ab}}{R_{ca} + R_{ab} + R_{bc}}; R_b = \frac{R_{bc} R_{ab}}{R_{ca} + R_{ab} + R_{bc}}; R_c = \frac{R_{ca} R_{bc}}{R_{ca} + R_{ab} + R_{bc}} \quad (1.66)$$

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}; R_{bc} = R_c + R_b + \frac{R_c R_b}{R_a}; R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b} \quad (1.67)$$

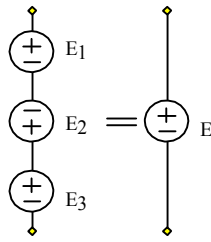
1.9 Hình 1.50 diễn tả điều gì?



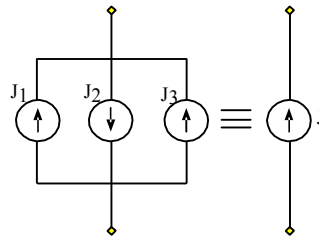
Hình 1.50

1.10 Chọn biểu thức đúng cho nguồn tổ hợp E, hình 1.51.

1.11 Chọn biểu thức đúng cho nguồn tổ hợp J, hình 1.52.

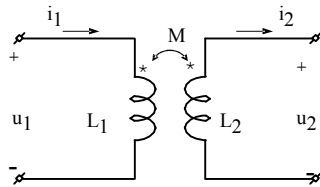


Hình 1.51

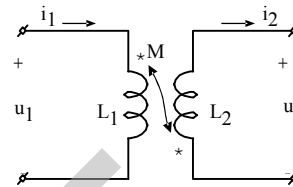


Hình 1.52

1.12 Viết mối quan hệ dòng và áp trên các mạch ghép hồ cảm hình 1.53

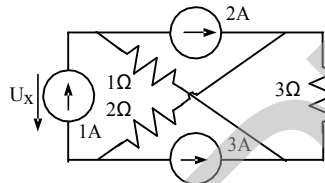


Hình 1.53a

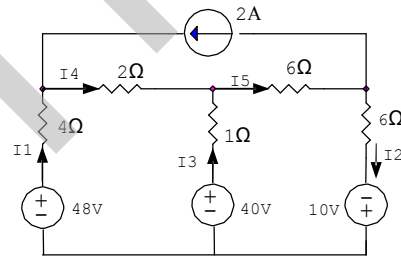


Hình 1.53b

1.13 Xác định U_x và I_x trên mạch hình 1.54.



Hình 1.54

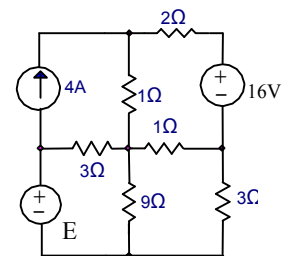


Hình 1.55

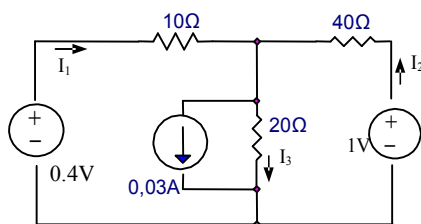
1.14 Cho mạch điện như hình 1.55. Biết $I_1 = 1A$, xác định dòng điện trong các nhánh và công suất cung cấp bởi nguồn dòng 2A.

1.15 Xác định E để nguồn áp 16V cung cấp công suất 32W trong mạch điện hình 1.56.

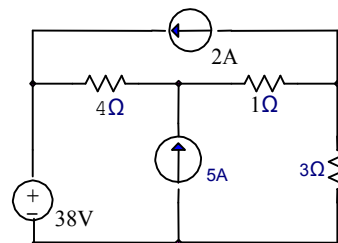
1.16 Tìm dòng điện trong các nhánh ở mạch điện hình 1.57.



Hình 1.56



Hình 1.57

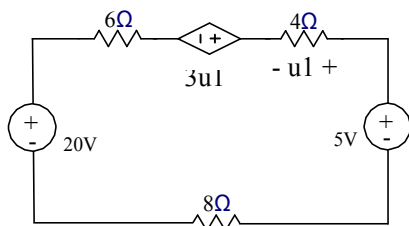


Hình 1.58

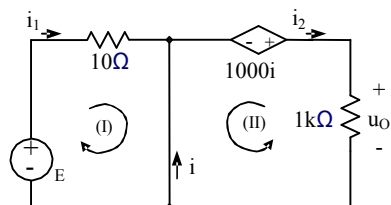
1.17 Tính dòng, áp và công suất trên các phần tử ở mạch điện hình 1.58. Từ đó rút ra kết luận về sự cân bằng công suất trong mạch.

1.18 Xác định u_1 và công suất tiêu tán trên điện trở 8Ω ở mạch điện hình 1.59.

1.19 Tìm hệ số khuếch đại u_o/E của mạch điện hình 1.60.



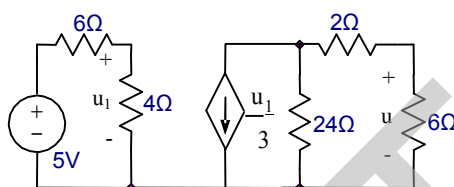
Hình 1.59



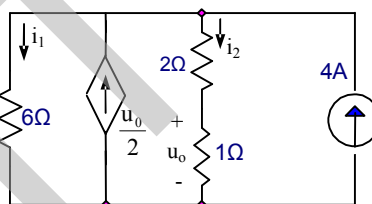
Hình 1.60

1.20 Tìm áp u trên mạch điện hình 1.61.

1.21 Xác định u_o ở mạch hình 1.62.



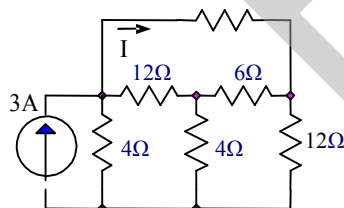
Hình 1.61



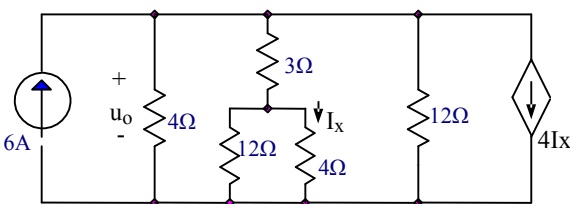
Hình 1.62

1.22 Dùng các phép biến đổi tương đương để tìm dòng I ở mạch hình 1.63.

1.23 Tìm u_o ở mạch điện hình 1.64.

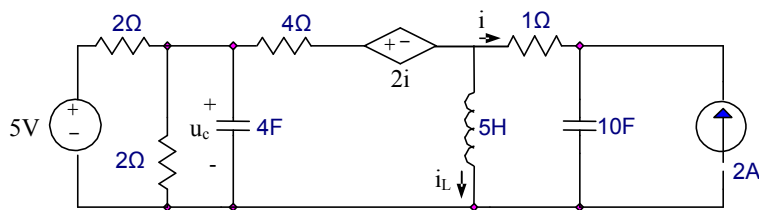


Hình 1.63



Hình 1.64

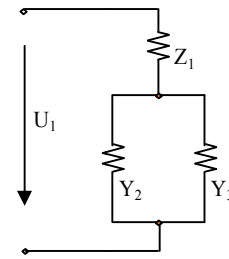
1.24 Xét mạch điện hình 1.65. Xác định u_c và i_L ở chế độ DC xác lập.



Hình 1.65

1.25 Cho mạch điện AC như hình 1.66 với $Z_1=1.5-2j(\Omega)$; $Y_2=1+j$ (s); $Y_3=1-j$ (s). Điện áp tác động có biên độ phức: $\vec{U}_{1m} = 6\sqrt{2}.e^{-j30^\circ}$.

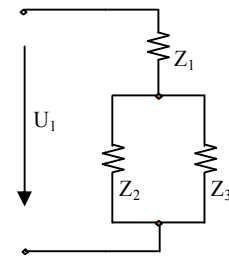
- Xác định $U_1(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ và $i_3(t)$.
- Vẽ sơ đồ tương đương đoạn mạch theo tính chất các thông số thụ động.
- Tính công suất tác dụng của đoạn mạch.



Hình 1.66

1.26 Đoạn mạch điện như hình 1.67, trong đó: $Z_1 = 1+5j\Omega$; $Z_2=3-3j\Omega$; $Z_3= 6-6j \Omega$. Điện áp vào có biên độ phức: $\vec{U}_{1m} = 6\sqrt{2}.e^{j60^\circ}$

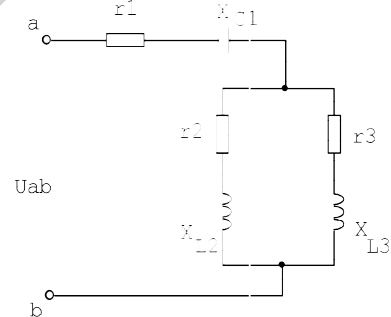
- Xác định $U_1(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ và $i_3(t)$.
- Vẽ sơ đồ tương đương đoạn mạch theo tính chất các thông số thụ động.
- Tính công suất tác dụng của đoạn mạch.



Hình 1.67

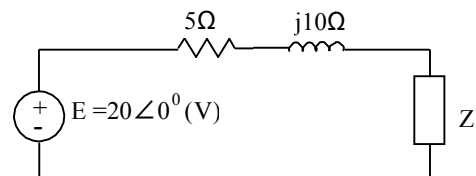
1.27 Mạch ab như hình 1.68. Biết $r_1=1\Omega$, $r_2=6\Omega$, $r_3=12\Omega$, $X_{C1}=9\Omega$, $X_{L2}=6\Omega$, $X_{L3}=12\Omega$. Điện áp tác động có biên độ phức: $\vec{U}_{abm} = 5\sqrt{2}.e^{-j30^\circ}$

- Xác định trở kháng tương đương của mạch
- Xác định biểu thức $U_{ab}(t)$, $i_{r1}(t)$, $i_{r2}(t)$, $i_{r3}(t)$
- Xác định công suất tác dụng trên đoạn mạch.



Hình 1.68

1.28 Cho mạch điện như hình 1.69. Xác định giá trị Z để công suất trên nó cực đại, tìm P_Z max?



Hình 1.69

CHƯƠNG II

CÁC PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN PHÂN TÍCH MẠCH

Trong chương một chúng ta đã xét các khái niệm cơ bản của mạch điện, trong đó chủ yếu dựa vào hai thông số trạng thái cơ bản là điện áp và dòng điện và mối quan hệ của các thông số trạng thái đó. Mối quan hệ này được quy định bởi các định luật cơ bản và chúng là căn cứ để xây dựng các phương pháp phân tích mạch điện.

2.1 PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN NHÁNH

Bài toán tổng quát:

Cho mạch điện với số nút mạch là N_n , số nhánh mạch là N_{nh} . Hãy tìm dòng điện chạy trong các nhánh. Các thông số nguồn AC giả thiết cho dưới dạng hiệu dụng phức.

- Trong mạch hình 2.1, ta có:

$$N_n=5, N_{nh}=8$$

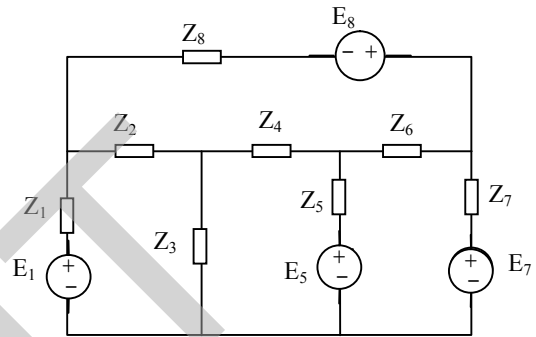
như vậy tương ứng sẽ có 8 biến số (là 8 dòng điện chạy trong 8 nhánh tương ứng).

Để giải bài toán này, phương pháp dòng điện nhánh có các bước:

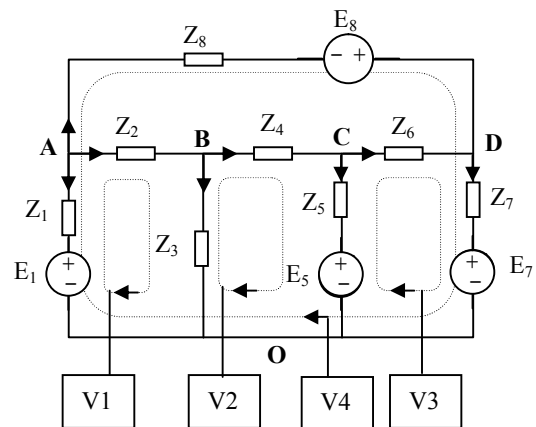
Bước 1: Đặt tên cho các nút của mạch (A, B, C, D, O), chọn một nút bất kỳ làm gốc (cụ thể ta chọn O làm nút gốc) như hình 2.2. Chú ý rằng cây tương ứng với nút gốc O sẽ chứa các nhánh lẻ, các nhánh chẵn là các nhánh bù cây.

Bước 2: Giả định chiều dòng trong các nhánh một cách tùy ý (cụ thể ta chọn chiều dòng trong 8 nhánh như hình 2.2). Chú ý rằng việc chọn chiều dòng trong các nhánh chỉ ảnh hưởng tới việc viết phương trình, còn dấu của kết quả cuối cùng mới cho ta biết chiều thực tế của dòng trong các nhánh.

Bước 3: thành lập các vòng cho mạch (mỗi vòng chứa 1 nhánh mới). Số vòng phải thành lập là $N_{nh}-N_n+1$. Thường vòng lựa chọn là các vòng cơ bản ứng với một cây nào đó. Chiều vòng có thể lựa chọn tùy ý. Cụ thể ta thành lập 4 vòng như hình 2.22.



Hình 2.1



Hình 2.2

Bước 4: thành lập hệ có N_{nh} phương trình dòng điện nhánh, bao gồm:

+ (N_n-1) phương trình theo định luật I (viết cho các nút, trừ nút gốc), cụ thể như sau:

$$\text{Nút A: } I_1 + I_2 + I_8 = 0$$

$$\text{Nút B: } I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

$$\text{Nút C: } I_4 - I_5 - I_6 = 0$$

$$\text{Nút D: } I_6 - I_7 + I_8 = 0$$

+ $(N_{nh}-N_n+1)$ phương trình theo định luật 2 (viết cho các vòng đã lập). Cụ thể như sau:

$$\text{p.trình cho V1: } Z_2.I_2 + Z_3.I_3 + (-E_1 - Z_1.I_1) = 0$$

$$\text{p.trình cho V2: } Z_4.I_4 + (Z_5.I_5 + E_5) - Z_3.I_3 = 0$$

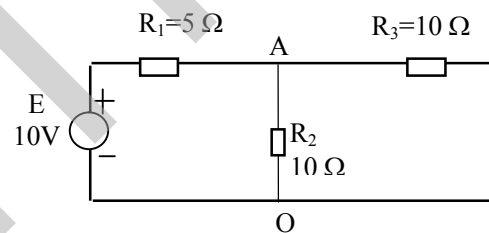
$$\text{p.trình cho V3: } Z_6.I_6 + (Z_7.I_7 + E_7) + (-E_5 - Z_5.I_5) = 0$$

$$\text{p.trình cho V4: } (Z_8.I_8 - E_8) + (Z_7.I_7 + E_7) + (-E_1 - Z_1.I_1) = 0$$

Bước 5: giải hệ phương trình đã thành lập để tính dòng điện trong các nhánh.

Thí dụ 2.1:

Tính dòng trong các nhánh của mạch điện như hình 2.3 bằng phương pháp dòng điện nhánh (giả thiết nguồn tác động là một chiều có giá trị 10V).



Hình 2.3

Giải: mạch có $N_n=2$, $N_{nh}=3$.

+Đặt tên các nút là A, O. Chọn O làm gốc.

+Giả định chiều dương dòng trong các nhánh và thành lập 2 vòng như hình 2.4.

+Viết hệ phương trình:

$$I_1 + I_3 = I_2$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 - E = 0$$

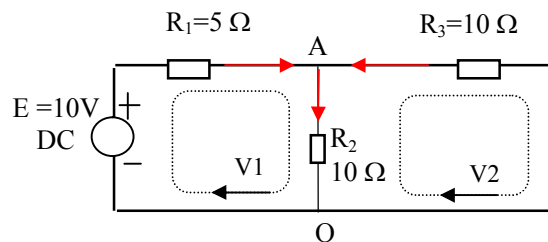
$$-R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0$$

Thay số liệu của mạch ta được:

$$I_1 + I_3 = I_2$$

$$I_1 + 2I_2 = 2$$

$$I_3 - I_2 = 0$$



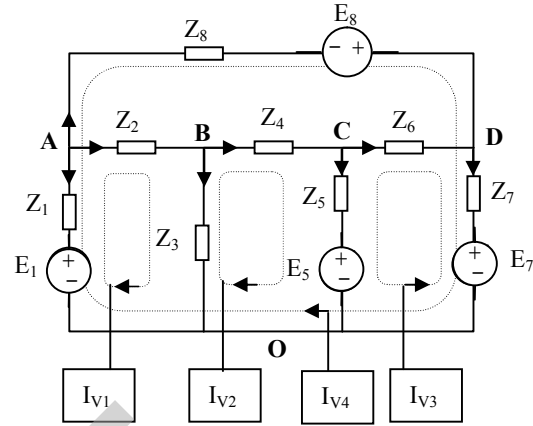
Hình 2.4

Giải hệ ta có: $I_1 = 1A$, $I_2 = 0,5A$, $I_3 = -0,5A$. Điều này chứng tỏ dòng I_3 thực tế chạy ngược lại

2.2 PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN VÒNG

Trở lại bài toán tổng quát hình 2.5, bây giờ ta sẽ tìm dòng điện chạy trong các nhánh bằng một phương pháp khác, trong đó thay các ẩn số thực là dòng trong các nhánh bằng các ẩn số trung gian là dòng điện vòng giả định trong các vòng kín.

Bước 1: Thành lập các vòng cho mạch như hình 2.5 (mỗi vòng tương ứng với một dòng điện vòng giả định). Chú ý rằng vòng thành lập sau phải chứa tối thiểu một nhánh mới so với các vòng đã thành lập trước. Các vòng cơ bản ứng với mỗi cây sẽ thỏa mãn điều kiện này. Số vòng phải thành lập là $N_{nh} - N_n + 1$. Cụ thể, ta thành lập bốn dòng điện vòng của mạch là I_{V1} , I_{V2} , I_{V3} , I_{V4} .

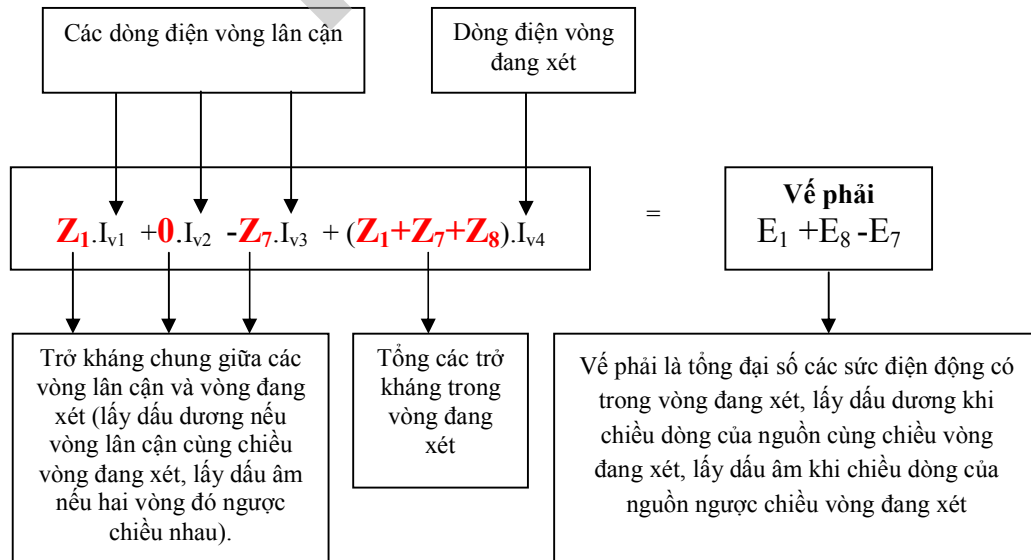


Hình 2.5

Bước 2: Thành lập hệ gồm $N_{nh} - N_n + 1$ phương trình cho mạch tương ứng với các vòng kín, trong đó ẩn số là các dòng điện vòng giả định, dựa trên cơ sở chỉ áp dụng định luật kirchhof 2. Hệ phương trình dòng điện vòng cho mạch như sau:

$$\begin{aligned} V1: & (Z_1 + Z_2 + Z_3) \cdot I_{V1} - Z_3 \cdot I_{V2} + 0 \cdot I_{V3} + Z_1 \cdot I_{V4} = E_1 \\ V2: & -Z_3 \cdot I_{V1} + (Z_3 + Z_4 + Z_5) \cdot I_{V2} + Z_5 \cdot I_{V3} + 0 \cdot I_{V4} = -E_5 \\ V3: & 0 \cdot I_{V1} + Z_5 \cdot I_{V2} + (Z_5 + Z_6 + Z_7) \cdot I_{V3} - Z_7 \cdot I_{V4} = E_7 - E_5 \\ V4: & Z_1 \cdot I_{V1} + 0 \cdot I_{V2} - Z_7 \cdot I_{V3} + (Z_1 + Z_7 + Z_8) \cdot I_{V4} = E_1 + E_8 - E_7 \end{aligned}$$

Để làm rõ quy luật thành lập hệ phương trình, ta xét một vòng cụ thể, chẳng hạn I_{V4} :



Định luật 2 áp dụng cho vòng bốn, nguyên thủy theo ẩn số thực (là dòng điện nhánh) được viết như sau:

$$(Z_8.I_8 - E_8) + (Z_7.I_7 + E_7) + (-E_1 - Z_1.I_1) = 0$$

Chú ý rằng: $I_8 = I_{V4}$; $I_7 = I_{V4} - I_{V3}$; và $I_1 = -(I_{V1} + I_{V4})$. Khi đó, phương trình của vòng bốn được viết lại theo các ẩn số mới (là dòng điện vòng giả định) như sau:

$$Z_1.I_{V1} + 0.I_{V2} - Z_7.I_{V3} + (Z_1 + Z_7 + Z_8).I_{V4} = E_1 + E_8 - E_7$$

Các vòng còn lại dễ dàng được viết dựa trên quy luật này.

Bước 3: giải hệ phương trình để tìm giá trị các dòng điện vòng giả định.

Bước 4: chuyển kết quả trung gian về dòng điện trong các nhánh, cụ thể là:

$$\begin{aligned} I_1 &= -(I_{V1} + I_{V4}) & I_2 &= I_{V1} \\ I_3 &= I_{V1} - I_{V2} & I_4 &= I_{V2} \\ I_5 &= I_{V2} + I_{V3} & I_6 &= -I_{V3} \\ I_7 &= I_{V4} - I_{V3} & I_8 &= I_{V4} \end{aligned}$$

Chú ý: Hệ phương trình dòng điện vòng có thể viết dưới dạng phương trình ma trận

$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_3 & -Z_3 & 0 & Z_1 \\ -Z_3 & Z_3 + Z_4 + Z_5 & +Z_5 & 0 \\ 0 & +Z_5 & Z_5 + Z_6 + Z_7 & -Z_7 \\ Z_1 & 0 & -Z_7 & Z_1 + Z_7 + Z_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{V1} \\ I_{V2} \\ I_{V3} \\ I_{V4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ -E_5 \\ E_7 - E_5 \\ E_1 + E_8 - E_7 \end{bmatrix}$$

trong đó ta gọi ma trận:

$$[Z_v] = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_3 & -Z_3 & 0 & Z_1 \\ -Z_3 & Z_3 + Z_4 + Z_5 & +Z_5 & 0 \\ 0 & +Z_5 & Z_5 + Z_6 + Z_7 & -Z_7 \\ Z_1 & 0 & -Z_7 & Z_1 + Z_7 + Z_8 \end{bmatrix}$$

là ma trận trở kháng vòng. Ma trận vuông này có đặc điểm là:

- Nằm trên đường chéo chính là các trở kháng vòng.
- Hai bên đường chéo là trở kháng chung đối xứng nhau qua đường chéo chính.

Thí dụ 2.2:

Tính dòng trong các nhánh của mạch điện trong thí dụ trước bằng phương pháp dòng điện vòng.

Giải: Thành lập 2 vòng, tương ứng I_{V1} và I_{V2} như hình 2.6.

Hệ phương trình được viết thành:

$$(R_1 + R_2) I_{V1} - R_2 I_{V2} = E$$

$$-R_2 I_{V1} + (R_2 + R_3) I_{V2} = 0$$

Thay số liệu, ta có:

$$15 I_{V1} - 10 I_{V2} = 10$$

$$-10 I_{V1} + 20 I_{V2} = 0$$

Giải hệ ta được:

$$I_{V1} = 1A, I_{V2} = 0,5A.$$

Vậy dòng trong các nhánh là:

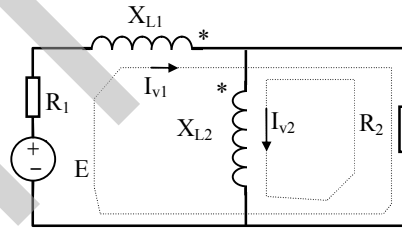
$$I_1 = I_{V1} = 1A, I_2 = I_{V1} - I_{V2} = 0,5A, I_3 = I_{V2} = 0,5A.$$

Các kết quả này hoàn toàn trùng với kết quả trong cách giải bằng phương pháp dòng điện nhánh.

Thí dụ 2.3: Cho mạch điện hình 2.7.

a. Viết hệ phương trình dòng điện vòng khi không tính đến hồ cảm giữa các cuộn cảm.

b. Tính dòng điện chạy qua các nhánh trong trường hợp có tính đến ghép hồ cảm, cho biết các giá trị: $R_1 = 1\Omega$; $R_2 = 1\Omega$; $X_{L1} = 1\Omega$; $X_{L2} = 2\Omega$; $X_M = 1\Omega$; $E = 1V$.



Hình 2.7

Giải:

a. Các phương trình dòng điện vòng khi không tính đến hồ cảm:

$$(R_1 + jX_{L1} + R_2) I_{V1} - R_2 I_{V2} = E$$

$$-R_2 I_{V1} + (jX_{L2} + R_2) I_{V2} = 0$$

b. Các phương trình dòng điện vòng khi có tính đến hồ cảm:

$$(R_1 + jX_{L1} + R_2) I_{V1} - (R_2 + jX_M) I_{V2} = E$$

$$-(R_2 + jX_M) I_{V1} + (jX_{L2} + R_2) I_{V2} = 0$$

trong đó thành phần $-jX_M I_{V2}$ là điện áp hồ cảm do dòng điện I_{V2} chạy trong X_{L2} gây ra trên X_{L1} , còn thành phần $-jX_M I_{V1}$ là điện áp hồ cảm do dòng điện I_{V1} chạy trong X_{L1} gây ra trên X_{L2} .

Thay số ta có:

$$\begin{cases} (2 + j) I_{V1} - (1 + j) I_{V2} = 1 \\ -(1 + j) I_{V1} + (1 + 2j) I_{V2} = 0 \end{cases}$$

áp dụng quy tắc Cramer ta tính được:

$$I_{v1} = \frac{2-j}{3} A \quad I_{v2} = \frac{1-j}{3} A$$

Theo công thức biến đổi vòng:

$$i_{X_{L1}} = I_{v1} = \frac{2-j}{3} A; \quad i_{X_{L2}} = I_{v2} = \frac{1-j}{3} A; \quad i_{R_2} = I_{v1} - I_{v2} = \frac{1}{3} A$$

Thí dụ 2.4: hãy tính các dòng điện nhánh của mạch điện hình 2.8.

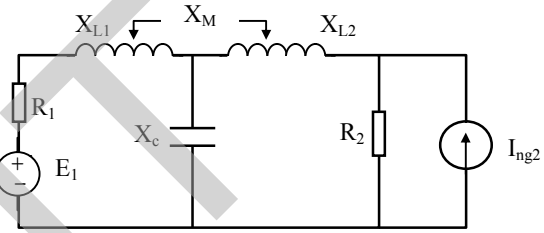
Giải: Trước hết ta phải chuyển nguồn dòng I_{ng2} về dạng nguồn áp: $E_2 = I_{ng2} \cdot R_2$, và mạch điện được vẽ lại như hình 2.9. Bây giờ ta viết hệ phương trình dòng điện vòng cho mạch mới:

$$\begin{cases} (R_1 + jX_{L1} - jX_c)I_{v1} + (-jX_c \pm jX_M)I_{v2} = E_1 \\ (-jX_c \pm jX_M)I_{v1} + (R_2 + jX_{L2} - jX_c)I_{v2} = E_2 \end{cases}$$

Theo quy tắc Crame ta có:

$$I_{v1} = \frac{\begin{bmatrix} E_1 & -j(X_c \pm X_M) \\ E_2 & R_2 + j(X_{L2} - X_c) \end{bmatrix}}{\Delta Z_v}$$

$$I_{v2} = \frac{\begin{bmatrix} R_1 + j(X_{L1} - X_c) & E_1 \\ -j(X_c \pm X_M) & E_2 \end{bmatrix}}{\Delta Z_v}$$



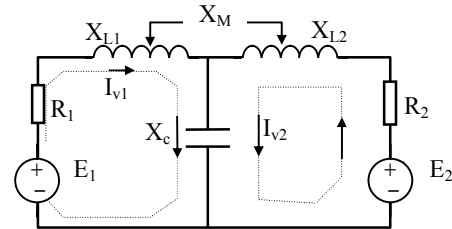
Hình 2.8

Các công thức biến đổi vòng của mạch điện:

$$I_{L1} = I_{v1}; \quad I_{L2} = I_{v2}; \quad I_C = I_{v1} + I_{v2}.$$

Chú ý rằng dòng điện trong R_2 của mạch điện ban đầu sẽ được tính theo công thức:

$$I_{R2} = I_{ng2} - I_{v2}.$$



Hình 2.9

Thí dụ 2.5: Tính dòng các điện nhánh của mạch điện hình 2.10 với các số liệu nguồn dưới dạng hiệu dụng phức:

$$E_1=1V; \quad E_6=j \text{ V}; \quad Z_1=1\Omega; \quad Z_2=-j\Omega; \quad Z_3=j\Omega; \quad Z_4=1\Omega; \quad Z_5=j\Omega; \quad Z_6=1\Omega.$$

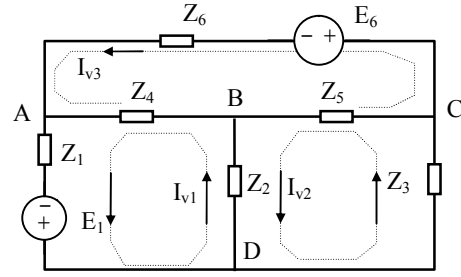
Giải: Ta sẽ sử dụng phương pháp dòng điện vòng để giải bài toán này:

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2 + Z_4)I_{v1} - Z_2I_{v2} - Z_4I_{v3} = E_1 \\ -Z_2I_{v1} + (Z_2 + Z_3 + Z_5)I_{v2} - Z_5I_{v3} = 0 \\ -Z_4I_{v1} - Z_5I_{v2} + (Z_4 + Z_5 + Z_6)I_{v3} = -E_6 \end{cases}$$

Thay số:
$$\begin{cases} (2-j)I_{v1} + jI_{v2} - I_{v3} = 1 \\ jI_{v1} + jI_{v2} - jI_{v3} = 0 \\ -I_{v1} - jI_{v2} + (2+j)I_{v3} = -j \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này theo phương pháp định thức:

$$\Delta Z_v = \begin{vmatrix} 2-j & j & -1 \\ j & j & -j \\ -1 & -j & 2+j \end{vmatrix} = 2+4j$$



Hình 2.10

Tính được:

$$I_{v1} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & j & -1 \\ 0 & j & -j \\ -j & -j & 2+j \end{vmatrix}}{2+4j} = \frac{3-j}{10}; \quad I_{v2} = \frac{\begin{vmatrix} 2-j & 1 & -1 \\ j & 0 & -j \\ -1 & -j & 2+j \end{vmatrix}}{2+4j} = -\frac{1+3j}{5}; \quad I_{v3} = \frac{\begin{vmatrix} 2-j & j & 1 \\ j & j & 0 \\ -1 & -j & -j \end{vmatrix}}{2+4j} = \frac{1-7j}{10}$$

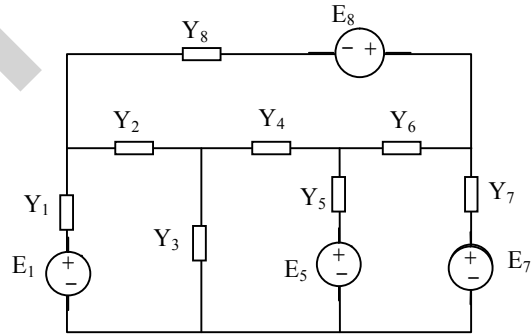
Theo các công thức biến đổi vòng ta tính được các dòng điện hiệu dụng phức:

$$I_1 = I_{v1} = \frac{3-j}{10}; \quad I_2 = I_{v1} - I_{v2} = \frac{1+j}{2}; \quad I_3 = I_{v2} = -\frac{1+3j}{5}; \quad I_4 = I_{v3} - I_{v1} = -\frac{1+3j}{5}$$

$$I_5 = I_{v3} - I_{v2} = \frac{3-j}{10}; \quad I_6 = I_{v3} = \frac{1-7j}{10}$$

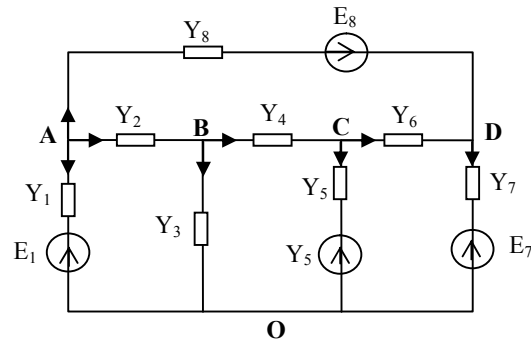
2.3 PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN ÁP NÚT

Trở lại xét bài toán tổng quát hình 2.11. Bây giờ ta sẽ tìm dòng điện chạy trong các nhánh bằng một phương pháp khác, trong đó ta thay các ẩn số thực bằng các ẩn số trung gian là điện áp của các nút. Trong bài toán này có một sự thay đổi nhỏ đó là biểu diễn các nhánh theo dẫn nạp.



Hình 2.11

Bước 1: đánh ký hiệu cho các nút A, B, C, D, O và chọn một nút làm gốc như hình 2.12. Nút gốc sẽ có điện thế quy ước là điểm chung (0V). Điện thế các nút còn lại chính là điện áp của nó so với gốc. Trong trường hợp cụ thể này ta chọn gốc là nút O.



Hình 2.12

Bước 2: Thành lập hệ phương trình điện áp nút cho mạch. Hệ phương trình viết cho N_n-1 nút, trừ nút gốc. Cơ sở là định luật Kirchhoff 1.

Ta viết được hệ phương trình điện áp nút cho mạch như sau:

$$A: (Y_1+Y_2+Y_8).U_A - Y_2.U_B - 0.U_C - Y_8.U_D = I_{ng1} - I_{ng8}$$

$$B: -Y_2.U_A + (Y_2+Y_3+Y_4).U_B - Y_4.U_C - 0.U_D = 0$$

$$C: 0.U_A - Y_4.U_B + (Y_4+Y_5+Y_6).U_C - Y_6.U_D = I_{ng5}$$

$$D: -Y_8.U_A - 0.U_B - Y_6.U_C + (Y_6+Y_7+Y_8).U_D = I_{ng7} + I_{ng8}$$

Để tìm quy luật thành lập, ta hãy xuất phát từ phương trình gốc của nút A:

$$I_1 + I_2 + I_8 = 0$$

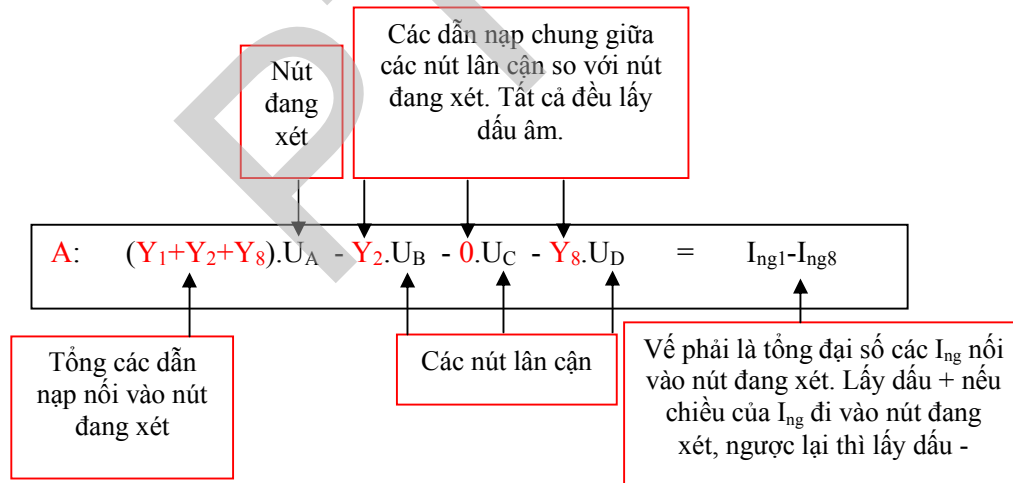
khi đó, phương trình của nút A được viết lại theo các ẩn số mới (là điện áp các nút) như sau:

$$\frac{U_A - E_1}{1/Y_1} + \frac{U_A - U_B}{1/Y_2} + \frac{U_A - U_D + E_8}{1/Y_8} = 0$$

nhóm số hạng và chuyển vế ta được:

$$(Y_1+Y_2+Y_8).U_A - Y_2.U_B - 0.U_C - Y_8.U_D = I_{ng1} - I_{ng8}$$

Ta rút ra quy luật thành lập các vế trái và phải của phương trình viết cho nút A:



trong đó, các dòng điện nguồn được tính theo biểu thức:

$$I_{ng1} = \frac{E_1}{Z_1} = E_1 Y_1, \quad I_{ng8} = \frac{E_8}{Z_8} = E_8 Y_8.$$

Bước 3: giải hệ phương trình để tìm ra điện áp các nút.

Bước 4: Chuyển đổi kết quả trung gian về dòng trong các nhánh, cụ thể là:

$$I_1 = \frac{U_A - E_1}{Z_1}; I_3 = \frac{U_B}{Z_3}; I_5 = \frac{U_C - E_5}{Z_5}; I_7 = \frac{U_D - E_7}{Z_7}; I_2 = \frac{U_A - U_B}{Z_2};$$

$$I_4 = \frac{U_B - U_C}{Z_4}; I_6 = \frac{U_C - U_D}{Z_6}; I_8 = \frac{U_A - U_D + E_8}{Z_8}$$

Chú ý: Hệ phương trình trên có thể viết dưới dạng phương trình ma trận:

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_8 & -Y_2 & 0 & -Y_8 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 + Y_4 & -Y_4 & 0 \\ 0 & -Y_4 & Y_4 + Y_5 + Y_6 & -Y_6 \\ -Y_8 & 0 & -Y_6 & Y_6 + Y_7 + Y_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \\ U_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{ng1} - I_{ng8} \\ 0 \\ I_{ng5} \\ I_{ng7} + I_{ng8} \end{bmatrix}$$

trong đó, ta gọi ma trận:

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_8 & -Y_2 & 0 & -Y_8 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 + Y_4 & -Y_4 & 0 \\ 0 & -Y_4 & Y_4 + Y_5 + Y_6 & -Y_6 \\ -Y_8 & 0 & -Y_6 & Y_6 + Y_7 + Y_8 \end{bmatrix}$$

là ma trận dẫn nạp nút, nó có đặc điểm là:

- Nằm trên đường chéo chính là các dẫn nạp nút.

- Hai bên đường chéo là dẫn nạp chung đối xứng nhau qua đường chéo chính.

Thí dụ 2.6: Tính dòng trong các nhánh của mạch điện hình 2.13 bằng phương pháp điện áp nút.

Giải: đặt tên các nút mạch là A, O. Chọn nút O làm gốc. Mạch chỉ có 1 phương trình cho nút A:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_A = \frac{E}{R_1}$$

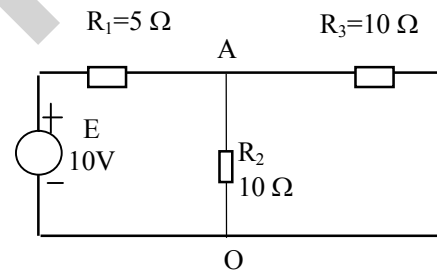
Thay số ta được:

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right)U_A = \frac{10}{5} \Rightarrow U_A = 5V$$

Cuối cùng, đổi kết quả trung gian về dòng trong các nhánh:

$$I_1 = \frac{U_A - E}{R_1} = -1A, \quad I_2 = \frac{U_A}{R_2} = 0.5A \quad I_3 = \frac{U_A}{R_3} = 0.5A$$

Dấu ‘-’ của I_1 có nghĩa là dòng thực tế của I_1 chạy vào nút A.

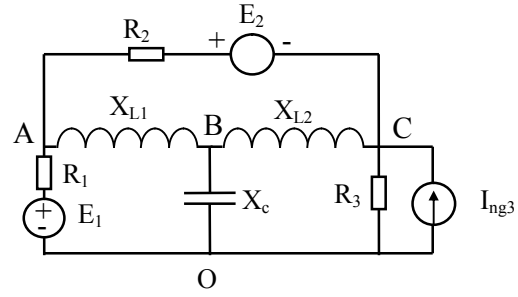


Hình 2.13

Thí dụ 2.7: Hãy viết hệ phương trình điện áp nút cho mạch điện hình 2.14.

Giải:

Ký hiệu các nút là A, B, C, O và chọn nút O làm gốc. Như vậy ta sẽ có hệ ba phương trình, ba ẩn số U_A, U_B, U_C :



Hình 2.14

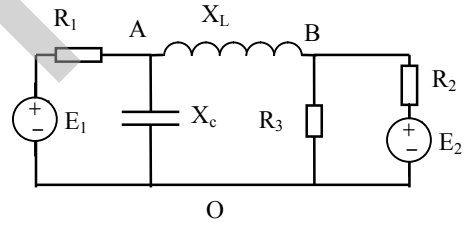
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{jX_{L1}}\right)U_A - \frac{1}{jX_{L1}}U_B - \frac{1}{R_2}U_C = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \\ -\frac{1}{jX_{L1}}U_A + \left(\frac{1}{jX_{L1}} + \frac{1}{jX_{L2}} + \frac{1}{-jX_c}\right)U_B - \frac{1}{jX_{L2}}U_C = 0 \\ -\frac{1}{R_2}U_A - \frac{1}{jX_{L2}}U_B + \left(\frac{1}{jX_{L2}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_C = I_{ng3} - \frac{E_2}{R_2} \end{cases}$$

Thí dụ 2.8:

Cho mạch điện hình 2.15. Hãy tính các dòng điện chạy qua R_1 và X_L bằng phương pháp điện áp nút.

Giải:

Chọn nút gốc là O, khi đó hệ hai phương trình điện áp nút là:



Hình 2.15

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{-jX_c} + \frac{1}{jX_L}\right)U_A - \frac{1}{jX_L}U_B = \frac{E_1}{R_1} \\ -\frac{1}{jX_L}U_A + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{jX_L}\right)U_B = \frac{E_2}{R_2} \end{cases}$$

Theo qui tắc Crame ta có:

$$U_A = \frac{\begin{vmatrix} \frac{E_1}{R_1} & -\frac{1}{jX_L} \\ \frac{E_2}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{jX_L} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{-jX_c} + \frac{1}{jX_L} & -\frac{1}{jX_L} \\ -\frac{1}{jX_L} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{jX_L} \end{vmatrix}} \quad U_B = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{-jX_c} + \frac{1}{jX_L} & \frac{E_1}{R_1} \\ -\frac{1}{jX_L} & \frac{E_2}{R_2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{-jX_c} + \frac{1}{jX_L} & -\frac{1}{jX_L} \\ -\frac{1}{jX_L} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{jX_L} \end{vmatrix}}$$

Theo công thức biến đổi nút của mạch ta tính được:

$$I_{R_1} = \frac{U_A - E_1}{R_1} \quad I_{X_L} = \frac{U_A - U_B}{jX_L}$$

Thí dụ 2.9: Cho mạch điện điều hòa hình 2.16 với các số liệu dưới dạng phức: $E_1=1V$; $E_6=jV$; $Z_1=1\Omega$; $Z_2=-j\Omega$; $Z_3=j\Omega$; $Z_4=1\Omega$; $Z_5=j\Omega$; $Z_6=1\Omega$. Tính các dòng điện nhánh bằng phương pháp điện áp nút.

Giải: Chọn nút B làm gốc, khi đó:

$$\begin{cases} (\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_6})U_A - \frac{1}{Z_6}U_c - \frac{1}{Z_1}U_D = -\frac{E_1}{Z_1} - \frac{E_6}{Z_6} \\ -\frac{1}{Z_6}U_A + (\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_5} + \frac{1}{Z_6})U_c - \frac{1}{Z_3}U_D = \frac{E_6}{Z_6} \\ -\frac{1}{Z_1}U_A - \frac{1}{Z_3}U_c + (\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3})U_D = \frac{E_1}{Z_1} \end{cases}$$

Thay số ta có:

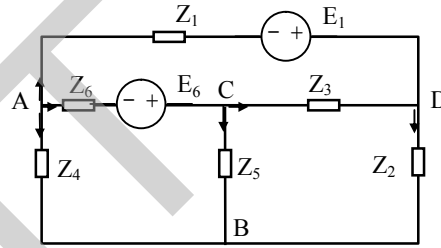
$$\begin{cases} 3U_A - U_c - U_D = -1 - j \\ -U_A + (1 - 2j)U_c + jU_D = j \\ -U_A + jU_c + U_D = 1 \end{cases}$$

Dùng qui tắc Cramer ta tính được:

$$U_A = -\frac{1+3j}{5}$$

$$I_5 = \frac{U_c}{Z_5} = -\frac{3-j}{10}$$

$$I_2 = \frac{U_D}{Z_2} = \frac{1+j}{2}$$



Hình 2.16

Và dòng điện nhánh sẽ là:

$$I_4 = \frac{U_A}{Z_4} = -\frac{1+3j}{5}; \quad I_5 = \frac{U_c}{Z_5} = -\frac{3-j}{10}; \quad I_2 = \frac{U_D}{Z_2} = \frac{1+j}{2}$$

$$I_1 = \frac{U_A - U_D + E_1}{Z_1} = \frac{3-j}{10}$$

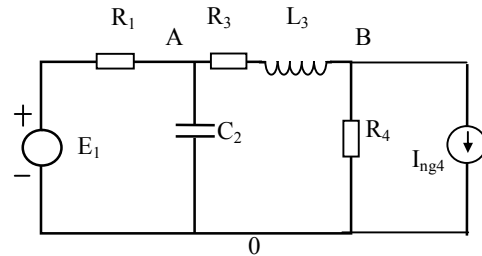
$$I_3 = \frac{U_c - U_D}{Z_3} = \frac{1+3j}{5}$$

$$I_6 = \frac{U_A - U_c + E_6}{Z_6} = -\frac{1-7j}{10}$$

Thí dụ 2.10: Cho mạch điện hình 2.17.

a. Viết hệ phương trình điện áp nút.

b. Dựa vào câu a, hãy viết công thức tính dòng trong các nhánh theo điện áp các nút.



Hình 2.17

Giải:

a. Chọn 0 làm gốc. Hệ phương trình điện áp nút:

$$U_A(Y_1+Y_2+Y_3) - U_B \cdot Y_3 = I_{ng1}$$

$$-U_A \cdot Y_3 + U_B(Y_3+Y_4) = -I_{ng4}$$

b. Dòng trong các nhánh:

$$I_1=(U_A-E_1)/R_1; \quad I_2=U_A/Z_{C2}; \quad I_3=(U_A - U_B)/(R_3+Z_{L3}); \quad I_4=U_B/R_4.$$

Thí dụ 2.11: Mạch điện như hình 2.18, với các số liệu: $R_1=R_2=R_3=2\Omega$; $E_1=1,5V$; $E_2=3V$. Hãy tính dòng điện trong các nhánh bằng phương pháp dòng điện vòng và phương pháp điện áp nút?

Giải:

a. Theo phương pháp dòng điện vòng:

-Giả thiết chọn chiều các vòng như hình 2.19:

$$\text{Xét vòng 1: } I_{V1}(R_1+R_3) - I_{V2} \cdot R_3 = E_1.$$

$$\text{Xét vòng 2: } -I_{V1}R_3 + I_{V2}(R_2+R_3) = E_2.$$

-Dòng trong các nhánh:

$$I_{R1} = I_{V1} = 1A.$$

$$I_{L2} = I_{V2} = 1,25A.$$

$$I_{R3} = I_{V2} - I_{V1} = 0,25A.$$

b. Theo phương pháp điện áp nút:

-Chọn 0 làm gốc như hình 2.20.

-Phương trình điện áp nút:

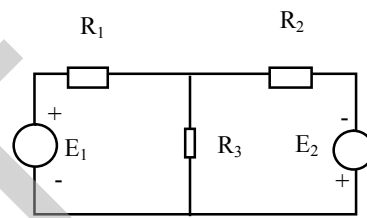
$$U_A(G_1+G_2+G_3) = I_{ng1}-I_{ng2}$$

-Thay số tính được:

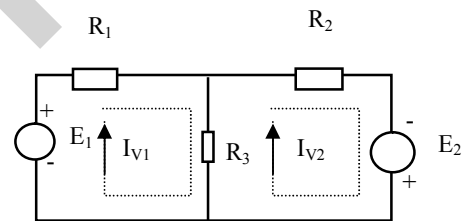
$$U_A = -0,5V.$$

-Với chiều dương của dòng trong các nhánh chọn như hình vẽ, ta có:

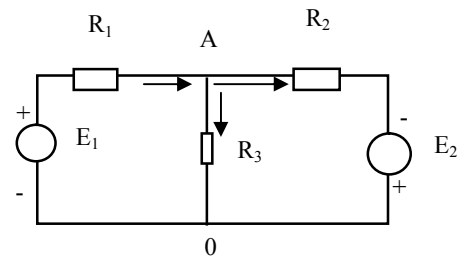
$$I_1=1,0A; \quad I_2=1,25A; \quad I_3=-0,25A.$$



Hình 2.18



Hình 2.19



Hình 2.20

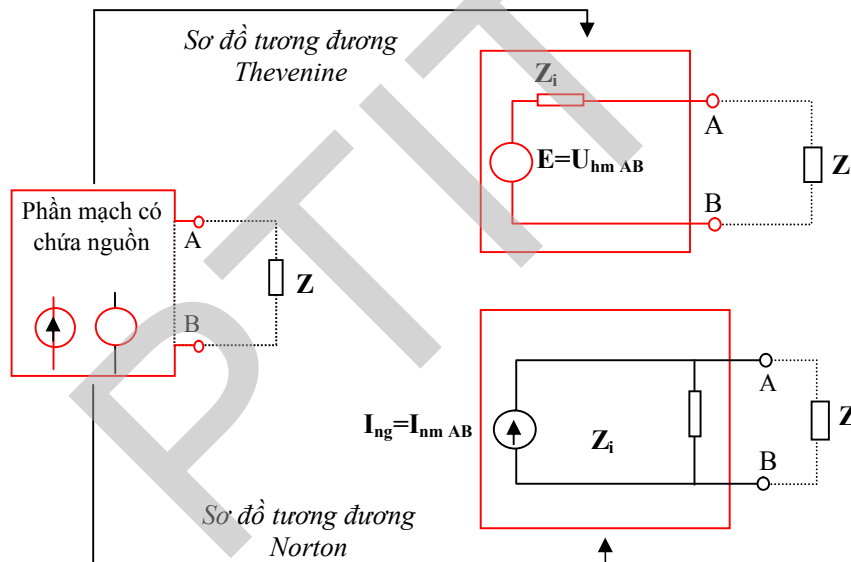
2.4 ĐỊNH LÝ NGUỒN TƯƠNG ĐƯƠNG

Trong một số trường hợp, nhiệm vụ phân tích mạch không đòi hỏi phải tính tất cả dòng và áp của tất cả các nhánh, mà chỉ đòi hỏi tính toán trên một nhánh hay một phần mạch nào đó. Lúc đó việc vận dụng các phương pháp nêu trên sẽ dẫn đến các phép

tính không cần thiết và các kết quả thừa. Phương pháp nguồn tương đương mà cơ sở của nó là định lý *Thevenine-Norton* cho phép chúng ta giải các bài toán như vậy một cách đơn giản hơn bằng cách thay thế phần mạch có chứa nguồn bởi một nguồn áp hay nguồn dòng tương đương.

Nội dung định lý Thevenine-Norton

Xét mạch điện gồm phần mạch AB có chứa nguồn, nối với phần còn lại Z của mạch tại cặp điểm AB. Giả thiết giữa hai phần mạch không có ghép hồ cảm với nhau, thì phần mạch AB có thể được thay thế tương đương bằng một nguồn áp có sức điện động bằng điện áp hở mạch trên cặp điểm AB (hay một nguồn dòng có dòng điện nguồn bằng dòng điện ngắn mạch trên cặp điểm AB). Nếu mạch ban đầu chỉ chứa nguồn độc lập thì trở kháng của nguồn tương đương Z_i bằng trở kháng tương đương nhìn từ cặp điểm AB với nguyên tắc ngắn mạch các nguồn sức điện động và hở mạch các nguồn dòng có trong phần mạch này. Nội dung định lý được mô tả như hình 2.21.



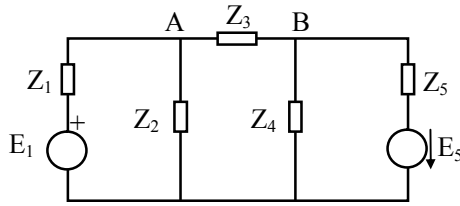
Hình 2.21

Định lý này có thể suy ra trực tiếp từ sự mở rộng định nghĩa của nguồn điện và nếu phần mạch gốc chỉ chứa các phần tử tuyến tính thì nguồn tương đương của nó cũng là nguồn tuyến tính. Như vậy, định lý Thevenine-Norton cho phép biến đổi phần mạch điện có chứa nguồn thành 2 sơ đồ tương đương: sơ đồ tương đương nguồn áp (còn gọi là *sơ đồ Thevenine*), và sơ đồ tương đương nguồn dòng (còn gọi là *sơ đồ Norton*).

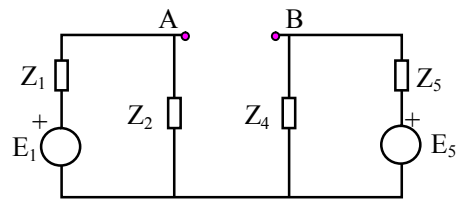
Thí dụ 2.12: Cho mạch điện như hình 2.22a, hãy tính dòng điện chạy qua Z_3 .

Giải:

Ta thấy ở đây chỉ tính dòng chạy qua một nhánh, do đó để đơn giản hãy áp dụng phương pháp nguồn tương đương.



Hình 2.22a



Hình 2.22b

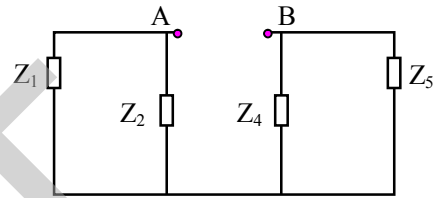
-Trước hết cắt bỏ Z_3 , phần mạch còn lại chính là phần mạch có chứa nguồn như hình 2.22b.

-Xác định điện áp hở mạch trên cặp điểm AB:

$$U_{hmAB} = U_A - U_B = \frac{E_1}{Z_1 + Z_2} Z_2 - \frac{E_5}{Z_4 + Z_5} Z_4$$

-Xác định Z_{tdAB} nhìn từ cặp điểm AB, ngắn mạch nguồn sđđ E_1 & E_5 như hình 2.23:

$$Z_{tdAB} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5}$$

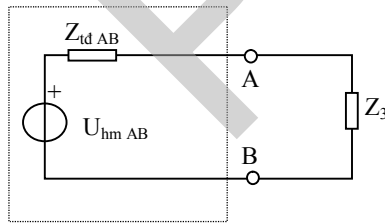


Hình 2.23

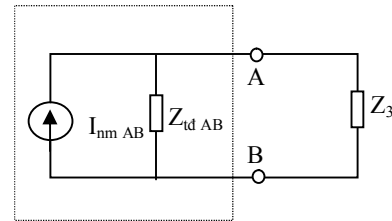
-Từ đó suy ra được dòng điện ngắn mạch trên cặp điểm AB là:

$$I_{nmAB} = \frac{U_{hmAB}}{Z_{tdAB}}$$

Sơ đồ tương đương Thevenine và Norton có dạng như hình 2.24.



Sơ đồ Thevenine



Sơ đồ Norton

Hình 2.24

Rõ ràng việc tính dòng trên Z_3 lúc này trở nên đơn giản hơn nhiều:

$$I_3 = \frac{U_{hmAB}}{Z_{tdAB} + Z_3} = \frac{I_{nmAB}}{Z_{tdAB} + Z_3} Z_{tdAB}$$

Thí dụ 2.13: Cho mạch điện hình 2.25, hãy tính dòng I_0 bằng phương pháp nguồn tương đương.

Giải:

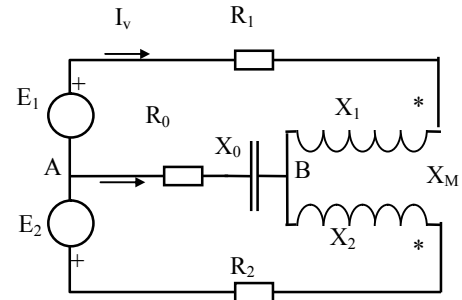
-Ngắt R_0 và X_0 ra khỏi mạch. Để tính U_{hmAB} , thì trước hết ta tính dòng điện vòng I_v chạy trong mạch theo công thức:

$$I_v = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2 - 2X_M)}$$

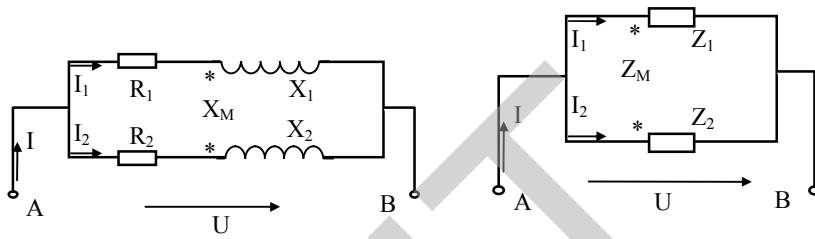
Mặt khác: $(R_1 + jX_1 - jX_M)I_v - U_{hmAB} = E_1$

Vậy: $U_{hmAB} = -E_1 + (R_1 + jX_1 - jX_M)I_v$

Bây giờ ta phải tính Z_{tdAB} . Sau khi ngắn mạch hai nguồn sđđ, nhìn từ cặp điểm AB có hai nhánh mạch như hình 2.26a.



Hình 2.25



Hình 2.26a

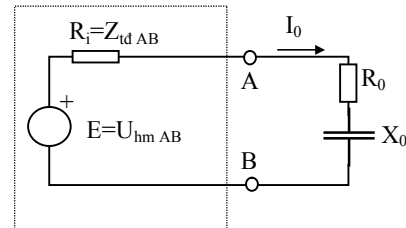
Hình 2.26b

Do có tính đến ghép hồ cảm nên ta không thể tính Z_{tdAB} theo quan niệm hai nhánh mạch ghép song song với nhau mà phải áp dụng phương pháp dòng điện vòng, đặt:

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 + jX_1 \\ Z_2 = R_2 + jX_2 \\ Z_M = jX_M \end{cases}$$

khi đó sơ đồ hình 2.26a có thể vẽ lại như hình 2.26b:

$$Z_{tdAB} = \frac{\vec{U}}{\vec{I}}$$



Hình 2.27

Theo kết quả của thí dụ đã xét trong chương I, áp dụng trường hợp cụ thể này ta có:

$$Z_{tdAB} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 - 2Z_M}$$

Như vậy theo sơ đồ tương đương Thevenine ở hình 2.27 ta tính được kết quả:

$$I_0 = \frac{U_{hmAB}}{Z_{tdAB} + R_0 - jX_0}$$

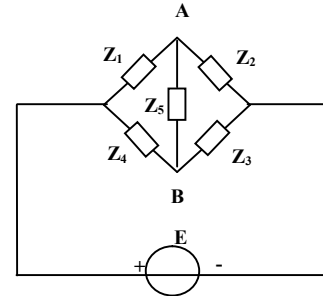
Thí dụ 2.14 Cho mạch điện như hình 2.28. Hãy xác định các thông số của mạch Thevenine.

Giải:

-Hở mạch tải Z_5 , ta xác định được sức điện động của nguồn tương đương là điện áp U_{AB} hở mạch:

$$E_{td} = E \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \right)$$

$$\text{hay } E_{td} = E \left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} \right)$$



Hình 2.28

Ngắn mạch nguồn E, nhìn từ cặp điểm AB ta xác định được nội trở của nguồn tương đương:

$$Z_{id} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}$$

2.5 NGUYÊN LÝ XẾP CHỒNG

Trong chương I chúng ta đã có dịp bàn đến khái niệm phần tử tuyến tính và mạch tuyến tính. Một trong những tính chất quan trọng nhất của loại mạch này là có thể áp dụng nguyên lý xếp chồng để phân tích các đáp ứng và các quá trình năng lượng xảy ra trong hệ thống.

Nội dung nguyên lý xếp chồng

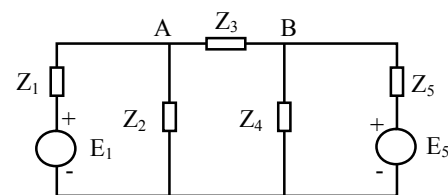
Trong hệ thống tuyến tính, nếu y_i là đáp ứng tương ứng với tác động x_i , thì $a.y_1 + b.y_2$ sẽ là đáp ứng tương ứng với tác động $a.x_1 + b.x_2$.

Cụ thể, nếu một mạch điện tuyến tính có chứa nhiều nguồn tác động, thì dòng điện vòng sinh ra trong vòng l bởi tất cả các nguồn của mạch bằng tổng các dòng điện vòng sinh ra trong vòng l bởi riêng các nguồn đặt trong mỗi vòng k của mạch. Hay nói một cách khác, dòng điện vòng sinh ra trong vòng l nào đó của mạch, bởi tất cả các nguồn của mạch bằng tổng các dòng điện vòng sinh ra trong vòng l đó bởi mỗi nguồn riêng rẽ của mạch (khi đó các nguồn không làm việc sẽ ngắn mạch nếu nó là nguồn sức điện động và hở mạch nếu nó là nguồn dòng).

Nguyên lý xếp chồng hoàn toàn đúng cho dòng điện nhánh, dòng điện vòng và cả điện áp nút. Việc mô tả nguyên lý này sẽ thông qua một số thí dụ minh họa dưới đây.

Thí dụ 2.15: Cho mạch điện tuyến tính như hình 2.29, hãy tính dòng điện chạy qua Z_3 bằng cách áp dụng nguyên lý xếp chồng.

Giải: Nếu nguồn E_1 gây nên trong Z_3 một dòng điện I_{3E1} và nguồn E_5 gây nên trong Z_3 một dòng điện I_{3E5} thì dòng tổng qua Z_3



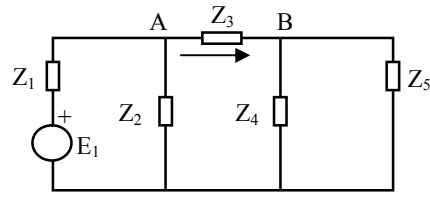
Hình 2.29

sẽ là sự xếp chồng của I_{3E1} và I_{3E5} .

-Để tính dòng I_{3E1} trước hết ta ngắn mạch nguồn E_5 , khi đó mạch như hình 2.30:

$$Z_{45} = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5}; \quad Z_{345} = Z_3 + Z_{45};$$

$$Z_{2345} = \frac{Z_2 Z_{345}}{Z_2 + Z_{345}}; \quad Z_{td1} = Z_1 + Z_{2345}$$



Hình 2.30

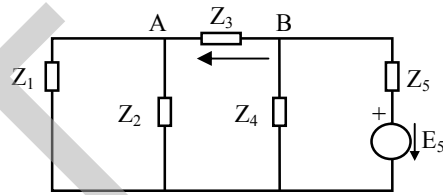
và như vậy: $I_{3E1} = \frac{E_1}{Z_{td1}} \frac{Z_2}{Z_2 + Z_{345}}$ (từ A sang B)

-Để tính dòng I_{3E5} ta phải loại bỏ nguồn E_1 , khi đó mạch trở thành như hình 2.31. Với cách tính tương tự ta sẽ tính được:

$$Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}; \quad Z_{123} = Z_3 + Z_{12}$$

$$Z_{1234} = \frac{Z_4 Z_{123}}{Z_4 + Z_{123}}; \quad Z_{td5} = Z_5 + Z_{1234}$$

và: $I_{3E5} = \frac{E_5}{Z_{td5}} \frac{Z_4}{Z_4 + Z_{123}}$ (từ B sang A).



Hình 2.31

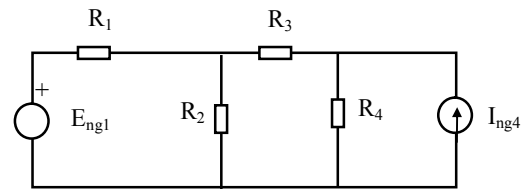
Như vậy nếu tính đến chiều dòng điện ta sẽ có: $I_3 = I_{3E1} - I_{3E5}$

Thí dụ 2.16: cho mạch điện như hình 2.32 với các số liệu: $R_1 = R_2 = 4\Omega$; $R_3 = R_4 = 2\Omega$. $E_{ng1} = 6V$ (nguồn một chiều). $I_{ng4} = 3A$ (nguồn một chiều). Hãy tính dòng điện I_{R3} .

Giải: Mạch là tuyến tính, nên có thể vận dụng nguyên lý xếp chồng:

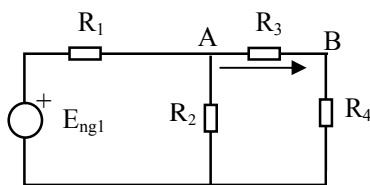
-Khi E_1 tác động, I_{ng4} bị hở mạch, lúc này mạch có dạng như hình 2.33:

Sau một vài phép tính đơn giản, dòng điện trên R_3 là $I_{3,1} = 0,5A$ (chiều từ A sang B).

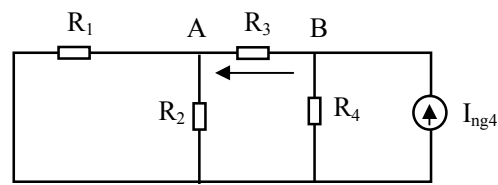


Hình 2.32

-Khi I_{ng4} tác động, E_1 bị ngắn mạch, lúc này mạch có dạng như hình 2.34. Ta cũng dễ dàng tìm được dòng điện trên R_3 là $I_{3,2} = 1A$ (chiều từ B sang A).



Hình 2.33



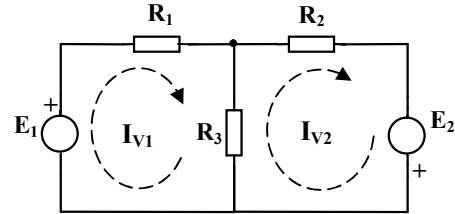
Hình 2.34

- Vậy khi cả hai nguồn đồng thời tác động, ta có dòng điện tổng hợp trên R_3 là:

$$I_3 = I_{3,2} - I_{3,1} = 0,5A \text{ (chiều từ B sang A).}$$

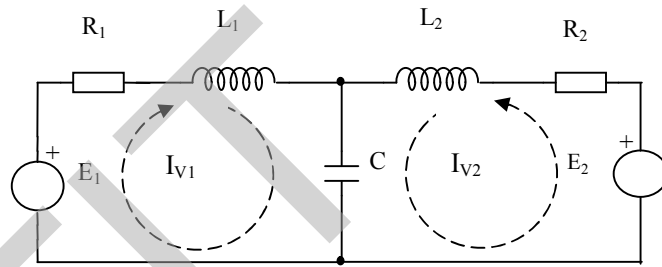
CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG II

2.1 Cho mạch điện hình 2.35, chọn chiều dòng điện trong các vòng như hình vẽ. Hãy viết các biểu thức dòng điện vòng cho mạch.



Hình 2.35

2.2 Cho mạch điện và chiều dòng điện trong các vòng như hình 2.36. Hãy viết các phương trình vòng theo phương pháp dòng điện vòng.

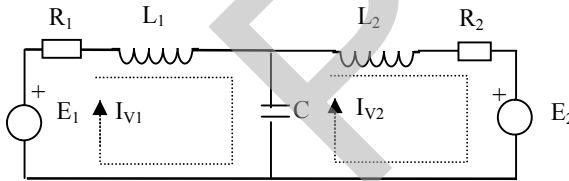


Hình 2.36

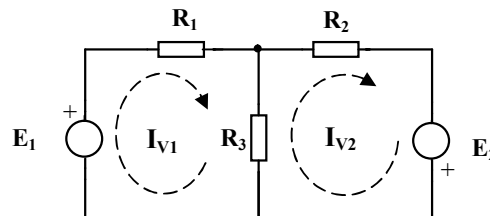
2.3 Cho mạch như hình 2.37:

a. Thành lập hệ phương trình dòng điện vòng cho mạch. So sánh với bài tập hình 2.36 trước để có nhận xét về ảnh hưởng của chiều vòng trong hệ phương trình.

b. Dựa vào câu a, viết công thức tính dòng trong các nhánh theo các dòng điện vòng.



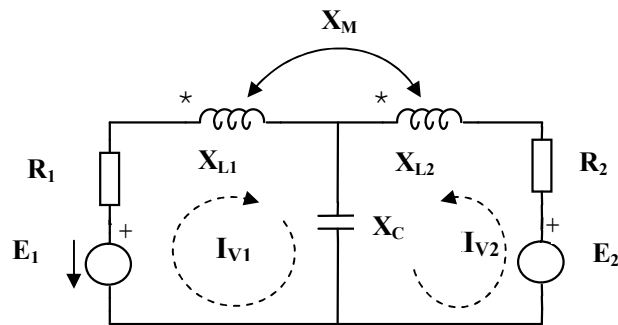
Hình 2.37



Hình 2.38

2.4 Cho mạch điện hình 2.38, chọn chiều dòng điện trong các vòng như hình vẽ. $R_1=R_2=R_3=2\Omega$; $E_1=10\text{ V}$; $E_2=4\text{ V}$. Hãy xác định dòng điện trên các nhánh theo phương pháp dòng điện vòng ?

2.5 Cho mạch điện hình 2.39, chọn chiều dòng điện trong các vòng như hình vẽ. Hãy viết các biểu thức dòng điện vòng ?



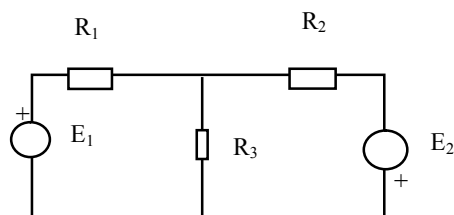
Hình 2.39

2.6 Mạch điện hình 2.40 với các số liệu:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 20\Omega.$$

$$E_1 = 3V.$$

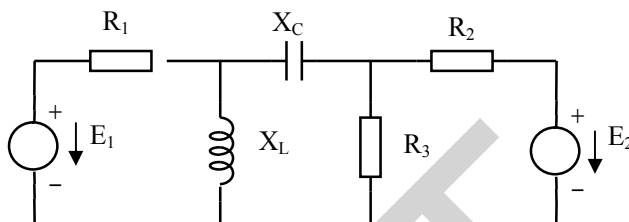
$$E_2 = 6V.$$



Hình 2.40

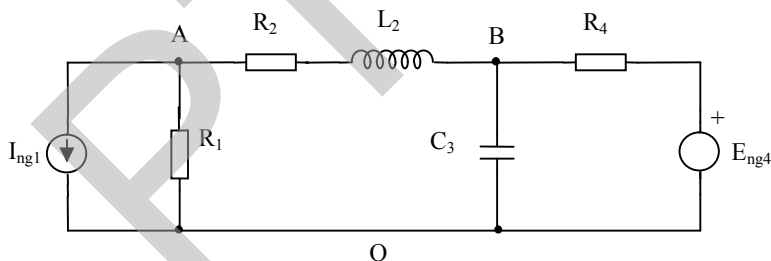
Hãy tính dòng điện trong các nhánh bằng phương pháp điện áp nút.

2.7 Cho mạch điện như hình 2.41. Chọn nút O là nút gốc, hãy viết các phương trình nút theo phương pháp điện áp nút ?



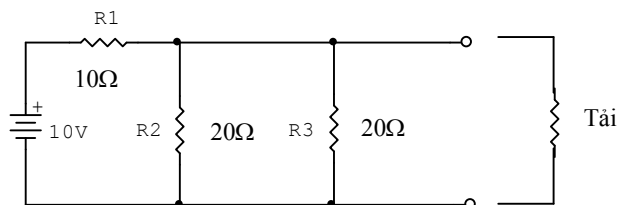
Hình 2.41

2.8 Cho mạch điện như hình 2.42. Chọn nút O làm nút gốc. Hãy viết các phương trình nút cho mạch theo phương pháp điện áp nút.



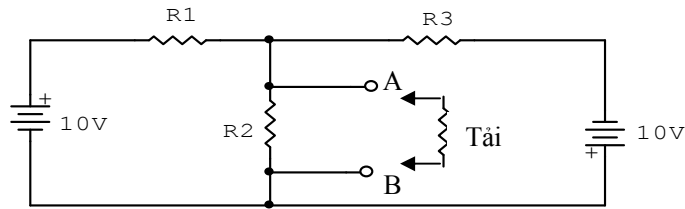
Hình 2.42

2.9 Cho mạch điện như hình 2.43. Tính điện áp E_{td} và nội trở trong R_{td} của nguồn tương đương khi chuyển sang mạch Thevenine.



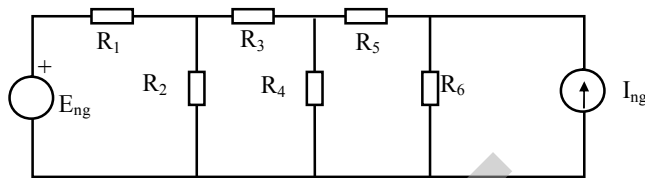
Hình 2.43

2.10 Xét mạch điện như hình 2.44. Tính điện áp E_{td} và nội trở trong R_{td} của nguồn tương đương khi chuyển sang mạch Thevenine.



Hình 2.44

2.11 Cho mạch điện hình 2.45. Hãy tính dòng điện I_{R4} theo phương pháp nguồn tương đương với các số liệu $I_{ng} = 4A$; $E_{ng} = 6V$; $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 2\Omega$.



Hình 2.45

2.12 Cho mạch điện như hình 2.46 với các số liệu:

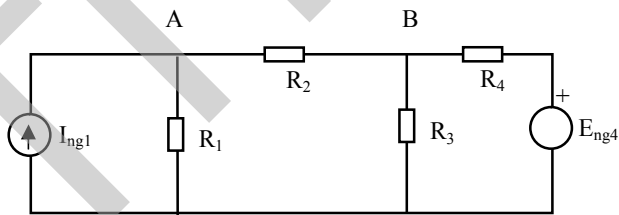
$$R_1 = R_2 = 5\Omega.$$

$$R_3 = R_4 = 10\Omega.$$

$$I_{ng1} = 6A.$$

$$E_{ng4} = 15V.$$

Hãy tính dòng điện i_{R2} bằng nguyên lý xếp chồng.



Hình 2.46

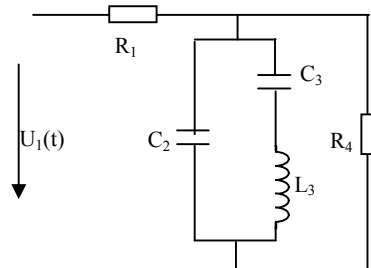
2.13 Mạch điện ở chế độ xác lập (hình 2.47) biết: $R_1 = R_4 = 100\Omega$, $L_3 = 1mH$, $C_2 = C_3 = 0,1\mu F$.

- Tính các tần số làm mạch phát sinh cộng hưởng trên các nhánh thuần kháng.
- Tìm giá trị tức thời của dòng trong các nhánh mạch khi điện áp tác động:

$$U_1(t) = 100[1 + \cos(10^5 t - 30^\circ)]$$

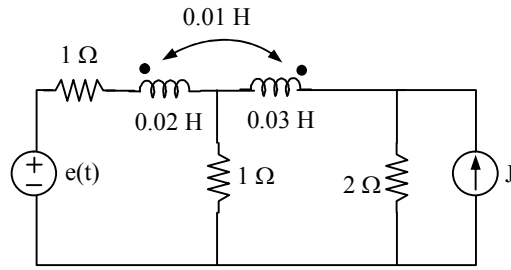
- Tìm giá trị tức thời của dòng trong các nhánh mạch khi điện áp tác động:

$$U_1(t) = 100[1 + \sin(\sqrt{2} \cdot 10^5 t)]$$



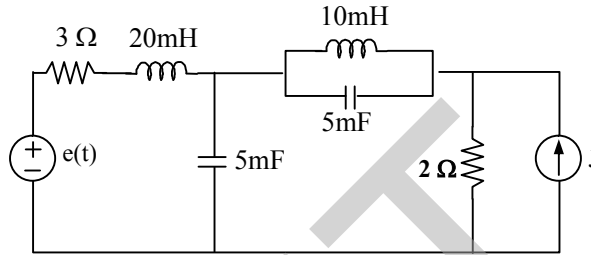
Hình 2.47

2.14 Cho mạch điện như hình 2.48 ở trạng thái xác lập, biết $e(t) = 10\cos 100t$ V; $J = 5$ A (nguồn DC). Hãy tìm dòng điện qua điện trở 2Ω .



Hình 2.48

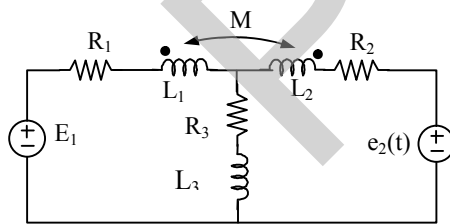
2.15 Cho mạch điện như hình 2.49 ở trạng thái xác lập, biết $e(t) = 15\cos 100t$ V; $J=8$ A (nguồn DC). Hãy tìm dòng điện qua điện trở $3\ \Omega$.



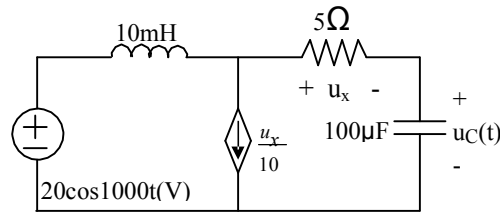
Hình 2.49

2.16 Cho mạch điện như hình 2.50 ở trạng thái xác lập, biết $E_1=10$ V (nguồn DC); $e_2(t)=20\cos 100t$ V; $R_1=R_2=2\ \Omega$; $R_3=4\ \Omega$; $L_1=L_2=40$ mH; $L_3=M=20$ mH. Hãy tìm dòng điện qua điện trở R_3 và công suất tiêu thụ trung bình trên điện trở đó.

2.17 Tìm áp $u_c(t)$ ở chế độ xác lập của mạch điện hình 2.51.

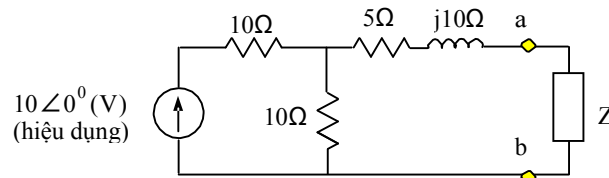


Hình 2.50



Hình 2.51

2.18 Cho mạch điện như hình 2.52. Xác định giá trị Z để công suất trên nó cực đại, tìm P_Z max?

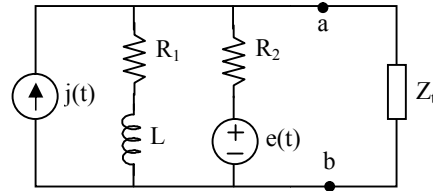


Hình 2.52

2.19 Cho mạch điện như hình 2.53, biết: $j(t)=2\sin 100t$ A, $e(t)=12\sin(100t+90^\circ)$ V, $R_1=R_2=2\ \Omega$, $L=20$ mH.

a. Hãy xác định các thông số trong sơ đồ tương đương Thevenin bên trái ab.

b. Với giá trị nào của Z_t thì công suất tác dụng lên Z_t lớn nhất? Hãy tính giá trị công suất đó.



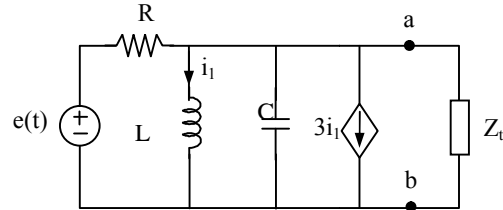
Hình 2.53

2.20 Cho mạch điện như hình 2.54, biết:

$R=10\ \Omega$, $L=200\text{mH}$, $C=1\text{mF}$, $e(t)=10\cos 100t\text{ V}$.

a. Hãy xác định các thông số trong sơ đồ tương đương Thevenin bên trái ab.

b. Với giá trị nào của Z_t thì công suất tác dụng lên Z_t lớn nhất? Hãy tính giá trị công suất đó.



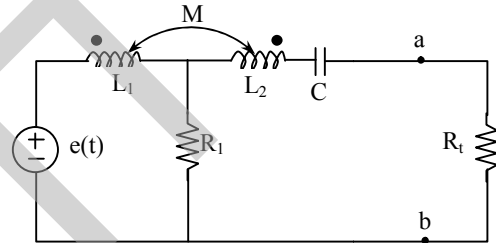
Hình 2.54

2.21 Cho mạch điện như hình 2.55, biết:

$e(t)=40\sin(100t)\text{ V}$, $R_1=4\Omega$, $R_t=3\Omega$, $L_1=L_2=40\text{mH}$, $M=20\text{mH}$, $C=10/3\text{ mF}$.

a. Hãy xác định các thông số trong sơ đồ tương đương Thevenin bên trái ab.

b. Hãy tìm công suất tiêu thụ trên R_t .



Hình 2.55

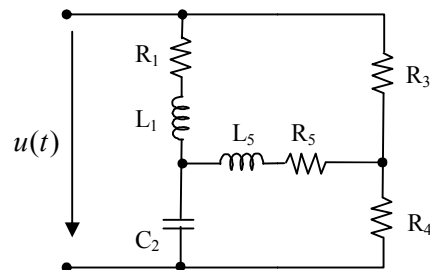
2.22 Cho mạch điện xác lập như hình 2.56, biết:

$u(t)=120(1+\cos 10^4 t)\text{ [V]}$;

$R_1=R_3=R_4=10\Omega$; $R_5=5\Omega$;

$L_1=L_5=1\text{mH}$; $C_2=10\mu\text{F}$;

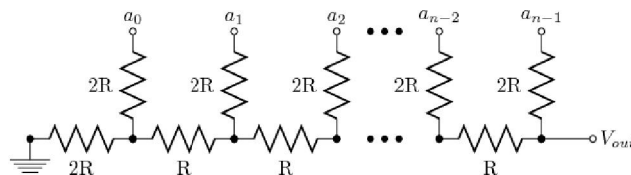
Hãy tính dòng điện qua điện trở R_5 .



Hình 2.56

2.23 Cho mạng hình thang R-2R như hình 2.57.

Hãy tính V_{out} theo n điện áp tác động tại các điểm a_0, a_1, \dots, a_{n-1} .



Hình 2.57

CHƯƠNG IV

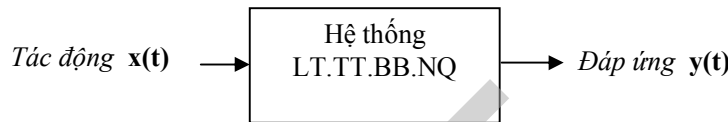
ĐÁP ỨNG TẦN SỐ CỦA MẠCH

Các phương pháp phân tích và tổng hợp hệ thống có một tầm quan trọng đặc biệt trong kỹ thuật điện tử. Nội dung được đề cập trong chương này bao gồm phương pháp phân tích mạch trên quan điểm hệ thống qua việc xác định đáp ứng tần số của mạch.

4.1 HỆ THỐNG VÀ ĐÁP ỨNG TẦN SỐ CỦA HỆ THỐNG MẠCH

4.1.1 Các đặc trưng của hệ thống

Xét hệ thống liên tục, tuyến tính, bất biến và nhân quả (bậc hữu hạn n) trong miền thời gian như hình vẽ 4.1:



Hình 4.1

Quan hệ giữa đáp ứng ra và tác động vào có thể tồn tại dưới hình thức là một phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng (bậc n) chuẩn hóa:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{i=0}^m b_i \frac{d^i x(t)}{dt^i} \quad (4.1)$$

Khi năng lượng đầu của hệ thống bằng không, *đáp ứng xung* $h(t)$ của hệ được định nghĩa:

$$h(t) = y(t)|_{x(t)=\delta(t)} \quad (4.2)$$

Còn trong miền tần số phức, *hàm truyền đạt* $H(p)$ của hệ thống được định nghĩa:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = LT[h(t)] \quad (4.3)$$

Dạng tổng quát của hàm truyền đạt thường là một phân thức hữu tỷ, có thể xác định trực tiếp từ các hệ số của phương trình vi phân đã nói ở trên:

$$H(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_{m-1} p^{m-1} + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_{n-1} p^{n-1} + p^n} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)} \quad (4.4)$$

Ký hiệu *Điểm không* của hệ thống là các điểm p_i mà tại đó $H_1(p_i)=0$. *Điểm cực* của hệ thống là các điểm p_k mà tại đó $H_2(p_k)=0$. Khi đó $H(p)$ có thể biểu diễn dưới dạng tích:

$$H(p) = b_m \frac{\prod_{i=1}^m (p - p_i)}{\prod_{k=1}^n (p - p_k)} \quad (4.5)$$

Nếu các nghiệm khác không, dạng tích còn được biểu diễn theo một cách khác:

$$H(p) = k_0 \frac{\prod_{i=1}^m (1 - \frac{p}{p_i})}{\prod_{k=1}^n (1 - \frac{p}{p_k})} \quad (4.6)$$

Khi Fourier hóa hệ thống sang miền tần số ta có khái niệm *đáp ứng tần số* $H(j\omega)$ của hệ thống:

$$H(j\omega) = FT[h(t)] = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = |H(j\omega)| e^{j \arg H(j\omega)} \quad (4.7)$$

trong đó $|H(j\omega)|$ là *đáp ứng biên độ* và $\arg H(j\omega)$ là *đáp ứng pha* của hệ thống.

Từ kết quả của chương trước, ta thấy rằng nếu vùng hội tụ của $H(p)$ bao hàm cả điều kiện tồn tại biến đổi Fourier thì ta có mối quan hệ:

$$H(j\omega) = H(p) \Big|_{p=j\omega} \quad (4.8)$$

Đối với các hệ thống nhân quả và ổn định, luôn tồn tại $H(j\omega)$.

Tính ổn định của hệ thống liên quan tới vị trí của các điểm không và các điểm cực của $H(p)$ trên mặt phẳng phức như hình 4.2. Chúng là một cơ sở quan trọng để xác định đặc trưng của hệ thống.

+ Trên các hệ thống ổn định, với mọi tác động hữu hạn thì đáp ứng cũng phải hữu hạn. Hệ thống là *ổn định* khi và chỉ khi mọi điểm cực của $H(p)$ nằm bên nửa trái của mặt phẳng phức, tức là $\text{Re}[p_k] < 0$, với mọi $k=1,2,\dots,n$.

+ Hệ thống nằm ở *biên giới ổn định* nếu khi và chỉ khi các điểm cực của $H(p)$ nằm bên nửa trái

mặt phẳng phức, ngoại trừ có thể tồn tại các điểm cực không lặp nằm trên trục ảo.

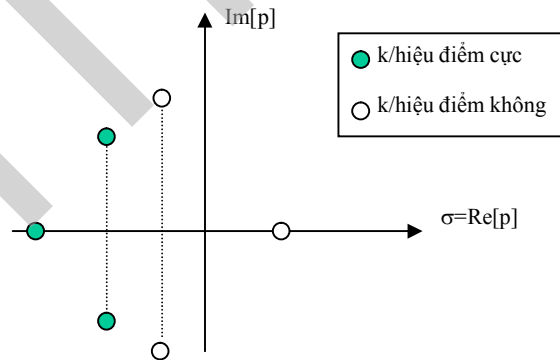
+ Hệ thống là *không ổn định* khi tồn tại điểm cực của $H(p)$ nằm bên nửa phải mặt phẳng phức, hoặc tồn tại điểm cực lặp nằm trên trục ảo.

Đối với các mạch thụ động, có thể tồn tại các điểm cực (không lặp) nằm trên trục ảo mà mạch vẫn ổn định bởi vì mạch không bao giờ bị tự kích với bất kỳ sự thay đổi nào của các thông số. Còn đối với các mạch tích cực, nếu tồn tại các điểm cực nằm trên trục ảo, thì dưới tác động của bất kỳ sự thay đổi nhỏ nào của các thông số mạch, các điểm cực hoàn toàn có thể nhảy sang nửa mặt phẳng phải và mạch sẽ bị tự kích.

4.1.2 Các phương pháp vẽ đáp ứng tần số của hệ thống mạch

Để vẽ đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của hệ thống mạch, có hai phương pháp cơ bản:

- Sử dụng hệ trục tọa độ tuyến tính, còn gọi là phương pháp vẽ trực tiếp.



Hình 4.2

- Sử dụng hệ trục tọa độ logarit (phương pháp vẽ gián tiếp).

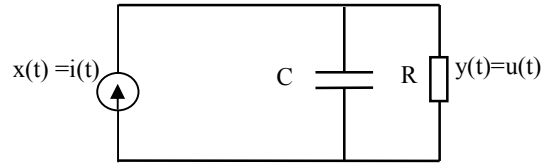
Thí dụ 4.1

Xét mạch điện như hình 4.3. Khi đó mối giữa $i(t)$ là dòng điện tác động, và $u(t)$ là đáp ứng ra sẽ là pt vi phân cấp 1:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{CR}y(t) = \frac{1}{C}x(t)$$

-Hàm truyền đạt tương ứng với các hệ số của phương trình là:

$$H(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = \frac{1/C}{p + \frac{1}{CR}}$$

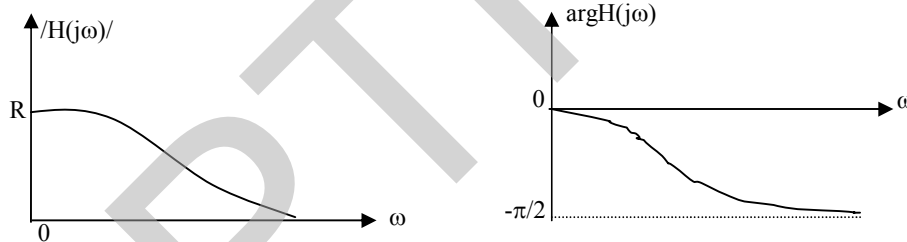


Hình 4.3

Hệ thống tuyến tính, bất biến và nhân quả này là ổn định vì chỉ có một điểm cực là nghiệm đơn $p_k = -1/RC$ nằm bên nửa mặt phẳng trái.

-Do hệ nhân quả ổn định nên tồn tại đáp ứng tần số:

$$H(j\omega) = H(p)|_{p=j\omega} = \frac{1/C}{\frac{1}{CR} + j\omega} = \frac{1/C}{\sqrt{\frac{1}{C^2 R^2} + \omega^2}} \cdot e^{-j \arctan RC\omega}$$



Hình 4.4

Cho tần số biến thiên từ 0 đến vô cùng, đặc tuyến tần số của hệ gồm đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha có thể vẽ định tính như hình 4.4. Đặc tuyến này mô tả mối tương quan về biên độ và pha của điện áp ra đối với dòng điện vào theo tần số.

Trong thí dụ trên, ta đã ngẫu nhiên đề cập tới phương pháp vẽ định tính đặc tuyến tần số của hệ thống một cách trực tiếp.

4.2 ĐỒ THỊ BODE

Trong mục này, chúng ta sẽ nói đến một phương pháp vẽ định tính đặc tuyến tần số của mạch theo phương pháp vẽ gián tiếp.

4.2.1 Nguyên tắc đồ thị Bode

Nguyên tắc đồ thị Bode là vẽ đáp ứng tần số (biên độ & pha) của mạch bằng cách tổng hợp trực tiếp các đặc tuyến tần số thành phần ứng với các điểm cực và điểm không của $H(p)$, cụ thể như sau:

-Đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = \ln|F(j\omega)| \text{ Np} \quad (4.9)$$

hoặc
$$a(\omega) = 20 \cdot \lg|F(j\omega)| \text{ dB} \quad (4.10)$$

-Đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arg[F(j\omega)] \text{ rad} \quad (4.11)$$

Các đặc tuyến này được thực hiện trên thang tỉ lệ logarit đối với ω , ký hiệu là trục v , đơn vị Decade:

$$v = \lg \frac{\omega}{\omega_0} [D] \quad (4.12)$$

hoặc đơn vị octave:
$$v = \log_2 \frac{\omega}{\omega_0} [\text{oct}] \quad (4.13)$$

trong đó ω_0 là tần số chuẩn dùng để chuẩn hoá giá trị cho ω .

Trong tài liệu này, ta quy ước các thí dụ về đồ thị Bode được thực hiện trên hệ trục tọa độ logarit như hình 4.5.



Hình 4.5

Đồ thị Bode là một công cụ đặc lực đặc biệt để vẽ định tính đặc tuyến tần số của hệ thống. Điều đó thể hiện qua sự phân tích về hệ đo lường của phương pháp này:

Tổng quát:
$$H(p) = K \frac{\prod_{i=1}^m H_i(p)}{\prod_{k=1}^n H_k(p)} \quad (4.14)$$

Khi đó, với sự thay thế $p=j\omega$, ta sẽ có:

$$H(j\omega) = K \frac{\prod_{i=1}^m H_i(j\omega)}{\prod_{k=1}^n H_k(j\omega)} \quad (4.15)$$

-Vậy đáp ứng pha sẽ là:

$$b(\omega) = \arg[H(j\omega)] = \arg[K] + \sum_{i=1}^m \arg[H_i(j\omega)] - \sum_{k=1}^n \arg[H_k(j\omega)] \quad (4.16)$$

-Còn đáp ứng biên độ sẽ là:

$$a(\omega)_{dB} = 20 \log |H(j\omega)| = |K|_{dB} + \sum_{i=1}^m |H_i(j\omega)|_{dB} - \sum_{k=1}^n |H_k(j\omega)|_{dB} \quad (4.17)$$

Về mặt toán học, việc sử dụng đơn vị dB cho phép phân giải tích các thừa số thành tổng đại số của các đại lượng thành phần, làm đơn giản hoá phép nhân đồ thị bằng phép cộng các thành phần đồ thị Bode cơ bản. Ngoài ra sự lôgarit hoá còn làm đơn giản việc phân tích các khâu mắc dây chuyền (mắc chuỗi xích) trong hệ thống.

Trục Decade giúp cho việc biểu diễn các vùng tần số dễ dàng hơn dù nó biến thiên trong một khoảng rất rộng. Đồng thời cho phép các đường phi tuyến trên trục ω (dạng $a(\omega)_{dB} = A \cdot \lg \frac{\omega}{\omega_0}$) biến thành đường thẳng trên trục v (dạng $a(\omega)_{dB} = A \cdot v$) và do đó

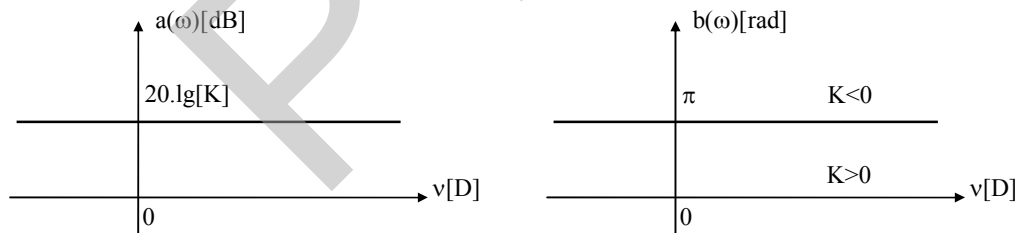
việc tổng hợp các đường cong sẽ được đơn giản hóa thành việc tổng hợp các đoạn thẳng tiệm cận gần đúng của các đồ thị thành phần cơ bản.

Như vậy đồ thị Bode của đáp ứng tần số $H(j\omega)$ dựa trên các thành phần thừa số K , $H_k(p)$ và $H_i(p)$ của hàm truyền đạt. Ngoại trừ thành phần hệ số K , dạng của các thành phần còn lại phụ thuộc hoàn toàn vào vị trí của các điểm không p_i (nghiệm của thừa số $H_i(p)$) và vị trí của các điểm cực p_k (nghiệm của thừa số $H_k(p)$).

4.2.2. Đồ thị của thành phần hệ số K:

$$a(\omega) = 20 \cdot \lg |K| \quad \text{dB}$$

$$b(\omega) = \arg K = \begin{cases} 0 & \text{khi } K > 0 \\ \pi & \text{khi } K < 0 \end{cases}$$



Hình 4.6

Đồ thị Bode của thành phần này được minh hoạ trên hình 4.6.

4.2.3 Đồ thị của thành phần ứng với điểm không ở gốc tọa độ:

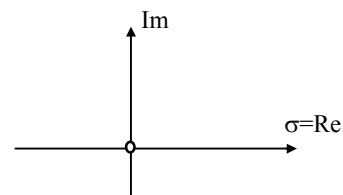
Trên hình 4.7 mô tả một điểm không ở gốc, $p_i = 0$, khi đó hàm truyền đạt thành phần sẽ có dạng:

$$H_i(p) = p$$

suy ra: $H_i(j\omega) = j\omega$

+ Xét đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = 20 \cdot \lg |j\omega| = 20 \cdot \lg \omega = 20v \quad [\text{dB}]$$



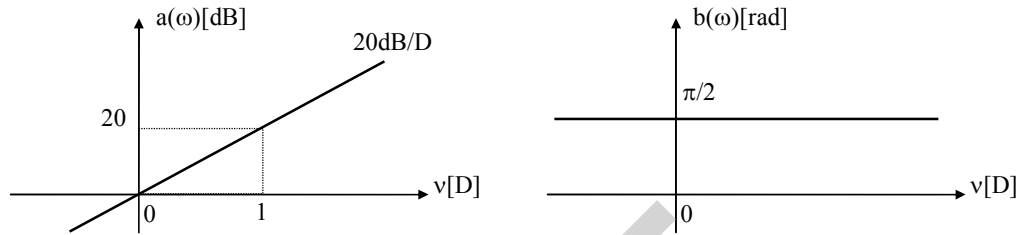
Hình 4.7

Lưu ý rằng ω viết ở đây đã được chuẩn hoá, tức là tỉ số của tần số đang xét và tần số chuẩn. Như vậy $a(\omega)$ là một đường thẳng đi qua gốc và có độ dốc 20dB/D.

+ Bây giờ ta xét sang đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arg(j\omega) = \frac{\pi}{2} [\text{rad}]$$

Đồ thị pha là một đường thẳng song song với trục hoành. Đồ thị Bode của thành phần này được minh hoạ trên hình 4.8.



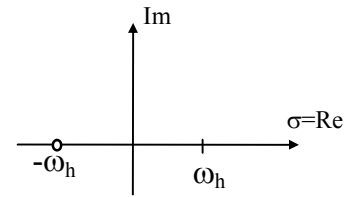
Hình 4.8

4.2.4 Đồ thị của thành phần ứng với điểm không (khác 0) nằm trên trục σ :

- Nếu điểm không nằm trên nửa trái trục σ :

Trên hình 4.9 mô tả một điểm không $p_i = -\omega_h$ trên nửa trái của trục σ , với ω_h là một hằng số dương, khi đó hàm truyền đạt thành phần sẽ có dạng:

$$H_i(p) = 1 + \frac{p}{\omega_h}$$



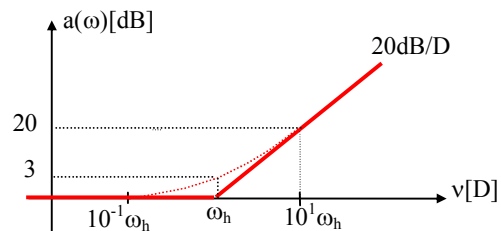
Hình 4.9

+ Xét đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = 20 \lg \left| 1 + \frac{j\omega}{\omega_h} \right| = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_h} \right)^2 \right] \quad [\text{dB}]$$

$$a(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_h \\ 3\text{dB} & \text{khi } \omega = \omega_h \\ 20 \lg \frac{\omega}{\omega_h} & \text{khi } \omega > 10\omega_h \end{cases}$$

$a(\omega)$ có thể được xấp xỉ là một đường gãy khúc tại tần số gãy ω_h trên trục D, độ dốc bằng 20dB/D như hình 4.10.



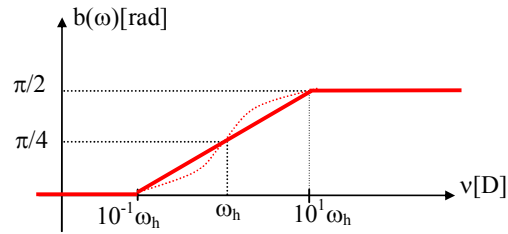
Hình 4.10

Đường chính xác của $a(\omega)$ sẽ là một đường cong tiệm cận với đường gãy khúc nói trên và đi qua giá trị 3dB tại điểm ω_h .

+ Bây giờ ta xét sang đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arg\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_h}\right) = \arctg \frac{\omega}{\omega_h}$$

$$b(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_h \\ \frac{\pi}{4} & \text{khi } \omega = \omega_h \\ \frac{\pi}{2} & \text{khi } \omega > 10\omega_h \end{cases}$$



Hình 4.11

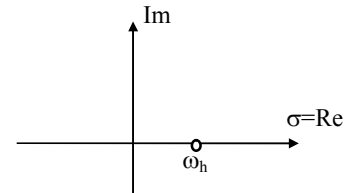
Vậy đặc tuyến pha cũng có thể xấp xỉ bằng một đường gãy khúc như hình vẽ:

Đường chính xác của $b(\omega)$ sẽ là một đường cong tiệm cận với đường gãy khúc nói trên và có giá trị là $\pi/4$ tại điểm ω_h .

- Nếu điểm không nằm trên nửa phải trục σ :

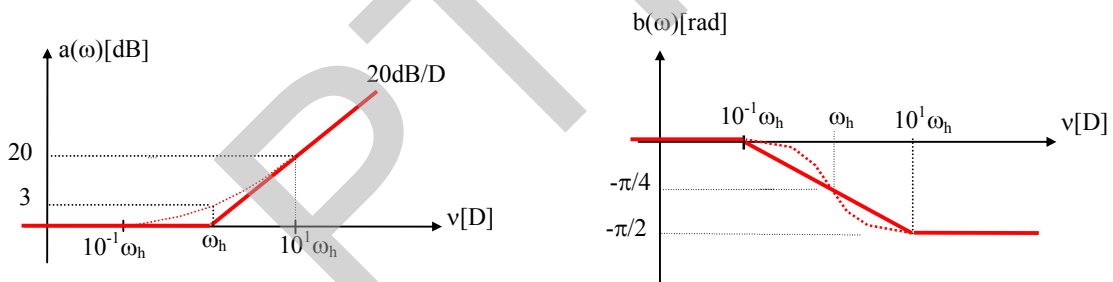
Khi điểm không nằm trên nửa phải của trục σ như hình 4.12, hàm truyền đạt thành phần sẽ có dạng:

$$H_i(p) = 1 - \frac{p}{\omega_h}$$



Hình 4.12

với ω_h là một hằng số dương.



Hình 4.13

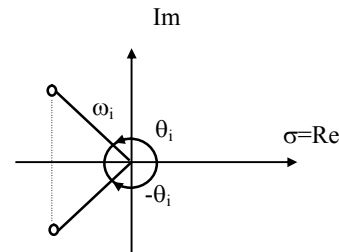
Đồ thị Bode trong trường hợp này có dạng như hình 4.13.

So với trường hợp $H_i(p) = 1 + \frac{p}{\omega_h}$, đồ thị biên độ của thành phần $H_i(p) = 1 - \frac{p}{\omega_h}$ có dạng không thay đổi, nhưng đồ thị pha có dạng lấy đối xứng qua trục hoành.

4.2.5 Đồ thị của thành phần ứng với cặp điểm không phức liên hợp:

- Nếu điểm không là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên nửa trái mặt phẳng phức:

Hình 4.14 dưới đây minh họa giá trị môđun và argumen của điểm không là cặp nghiệm phức liên



Hình 4.14

hợp nằm trên nửa trái mặt phẳng phức. Lúc đó tích hai thừa số tương ứng với cặp nghiệm này trong miền tần số phức có dạng:

$$H_i(p) = \left(1 - \frac{p}{\omega_i \cdot e^{j\theta_i}}\right) \left(1 - \frac{p}{\omega_i \cdot e^{-j\theta_i}}\right) = 1 - 2\cos\theta_i \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}$$

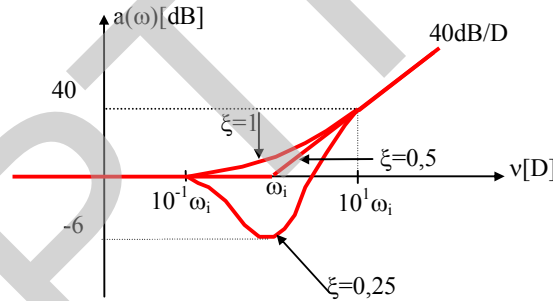
Hay: $H_i(p) = 1 + 2|\xi| \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}$, trong đó $\xi = -\cos\theta_i$, $0 < \xi < 1$, và $\omega_i > 0$:

+ Đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = 20 \lg \left| 1 + j2\xi \frac{\omega}{\omega_i} + \frac{\omega^2}{\omega_i^2} \right| = 10 \lg \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_i^2}\right)^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2 \right] \quad [\text{dB}]$$

$$\Rightarrow a(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_i \\ 10 \lg 4\xi^2 & \text{khi } \omega = \omega_i \\ 40 \lg \frac{\omega}{\omega_i} & \text{khi } \omega > 10\omega_i \end{cases}$$

$a(\omega)$ có dạng là các đoạn cong và đoạn gãy khúc tùy thuộc vào giá trị của ξ (với $0 < \xi < 1$) được mô tả như hình 4.15.

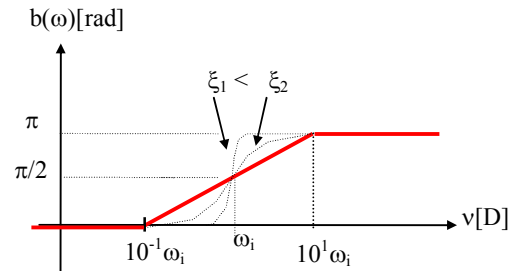


Hình 4.15

+ Bây giờ ta xét sang đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arctg \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_i}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_i^2}}$$

$$\Rightarrow b(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_i \\ \frac{\pi}{2} & \text{khi } \omega = \omega_i \\ \pi & \text{khi } \omega > 10\omega_i \end{cases}$$



Hình 4.16

Đặc tuyến pha cũng có thể xấp xỉ bằng các đoạn cong và gãy khúc tùy thuộc vào giá trị của ξ (với $0 < \xi < 1$) như hình 4.16.

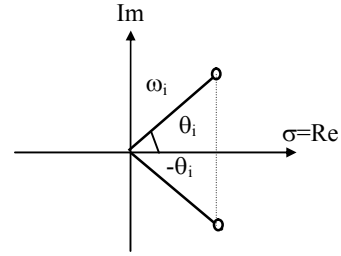
- Nếu điểm không là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên nửa phải mặt phẳng phức (như hình vẽ 4.17):

Hàm truyền đạt thành phần sẽ có dạng:

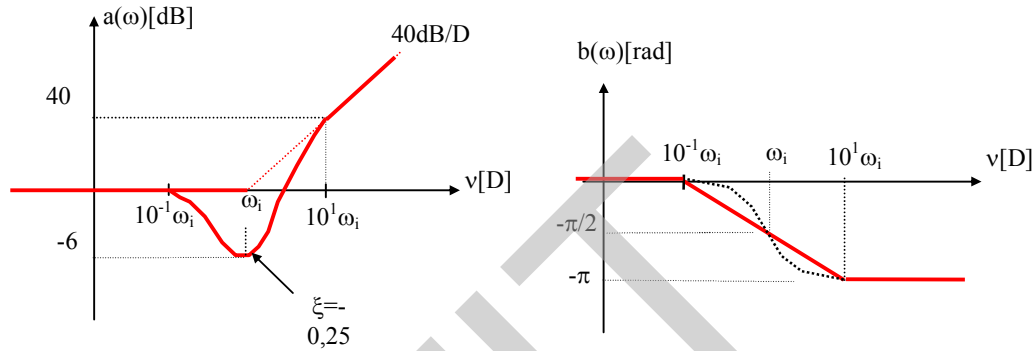
$$H_k(p) = 1 - 2|\xi| \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}$$

trong đó: $\xi = -\cos\theta_i$, $(-1 < \xi < 0)$

Hình 4.18 là thí dụ đồ thị Bode trường hợp ứng với $\xi = -0.25$.



Hình 4.17



Hình 4.18

So với trường hợp $\xi = 0.25$, đồ thị biên độ thành phần ứng với $\xi = -0.25$ có dạng không thay đổi, nhưng đồ thị pha có dạng lấy đối xứng qua trục hoành.

4.2.6 Thành phần ứng với điểm không nằm trên trục ảo:

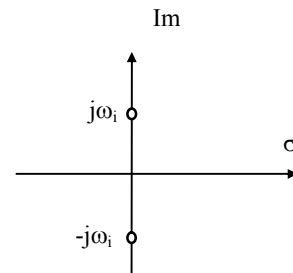
Hình vẽ 4.19 dưới đây minh họa điểm không là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên trục ảo. Đây là trường hợp đặc biệt của thành phần đã xét ở trên khi $\xi = 0$, lúc đó hàm mạch tương ứng với cặp nghiệm này trong miền p có dạng:

$$H_i(p) = \left(1 - \frac{p}{j\omega_i}\right)\left(1 + \frac{p}{j\omega_i}\right) = 1 + \frac{p^2}{\omega_i^2}$$

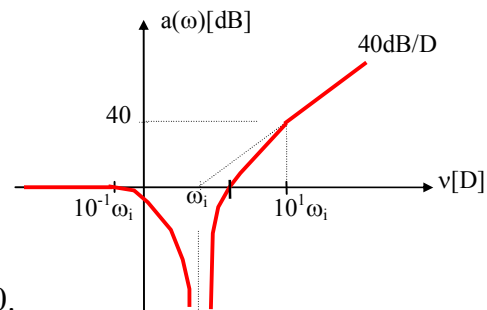
+ Đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = 20 \lg \left| 1 - \frac{\omega^2}{\omega_i^2} \right| \quad [dB]$$

Đặc tuyến biên độ được mô tả như hình 4.20.



Hình 4.19



Hình 4.20

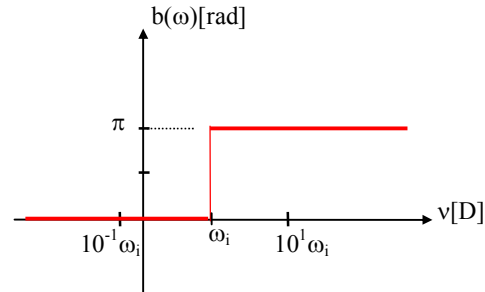
$$\Rightarrow a(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_i \\ -\infty & \text{khi } \omega = \omega_i \\ 40 \lg \frac{\omega}{\omega_i} & \text{khi } \omega > 10\omega_i \end{cases}$$

-Tại $\omega = \sqrt{2}\omega_i \Rightarrow a(\omega) = 0$

+ Bây giờ ta xét sang đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arg\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_i^2}\right] \quad [\text{rad}]$$

Đặc tuyến pha có dạng như hình 4.21:



Hình 4.21

$$\Rightarrow b(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < \omega_i \\ \pi & \text{khi } \omega > \omega_i \end{cases}$$

-Tại $\omega = \omega_i$ có sự nhảy vọt của pha.

4.2.7 Thành phần ứng với các điểm cực

Xét hai thành phần: $H_j(p)$ và $\frac{1}{H_j(p)}$, đồ thị Bode (biên độ và pha) của hai thành phần này hoàn toàn đối xứng nhau qua trục Decade. Vì vậy chúng ta chỉ cần xét dạng đồ thị Bode của các thành phần cơ bản ứng với điểm không, từ đó suy ra dạng đồ thị của các thành phần ứng với điểm cực theo nguyên tắc lấy đối xứng. Cũng cần phải nhắc lại rằng các điểm cực không nằm bên nửa phải của mặt phẳng phức.

4.2.8 Tổng hợp đồ thị Bode

Đặc tuyến tần số $H(j\omega)$ của một hệ thống được tổng hợp theo phương pháp đồ thị Bode như sau:

- + Phân tích hàm truyền đạt $H(p)$ thành dạng tích của các thành phần cơ bản.
- + Vẽ đặc tuyến biên độ và pha của từng thành phần tương ứng.
- + Tổng hợp đặc tuyến bằng phương pháp cộng đồ thị. Chú ý việc cộng đồ thị nên được thực hiện từ trái sang phải, chú ý các điểm gãy khúc.

Thí dụ 4.2

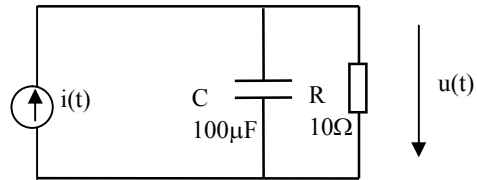
Trở lại xét mạch điện như hình vẽ 4.22, $i(t)$ là dòng điện tác động, và $u(t)$ là đáp ứng ra của mạch.

-Hàm truyền đạt tương ứng là:

$$H(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = \frac{1/C}{p + \frac{1}{CR}}$$

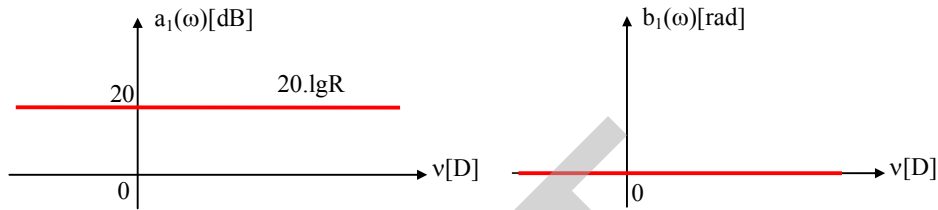
-Phân tích hàm truyền đạt $H(p)$ thành dạng tích của các thành phần cơ bản:

$$H(p) = R \cdot \frac{1}{1 + \frac{p}{1/RC}}$$



Hình 4.22

- Thành phần (1) ứng với hệ số R , $H_1(p)=R$, đồ thị biên độ và pha của nó có dạng như hình 4.23:

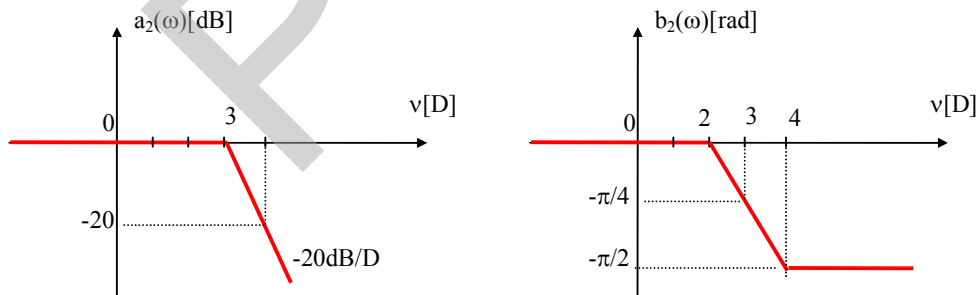


Hình 4.23

-Thành phần (2): tương ứng điểm cực nằm trên nửa trái trục σ :

$$H_2(p) = 1 + \frac{p}{\omega_h}, \text{ trong đó } \omega_h = \frac{1}{RC} = 10^3$$

Đồ thị biên độ và pha của nó có dạng như hình 4.24 (đối xứng với đồ thị của điểm không tương ứng qua trục Decade):

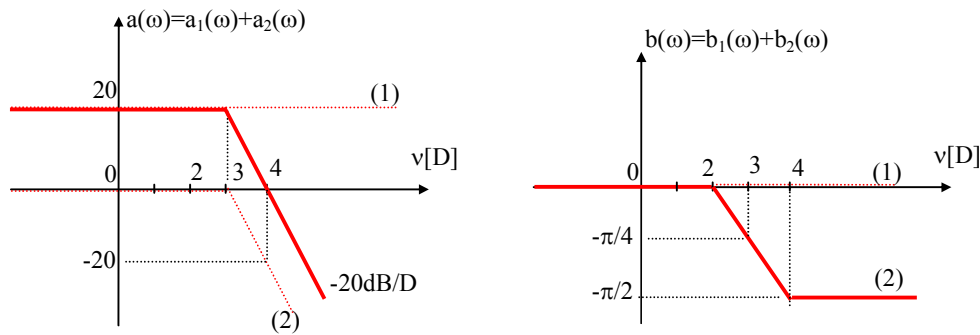


Hình 4.24

-Xếp chồng hai đồ thị thành phần lên nhau và thực hiện cộng đồ thị (bắt đầu từ trái qua phải, chú ý các vị trí gãy khúc), đồ thị tổng hợp có dạng như hình 4.25.

$a(\omega)$ được xấp xỉ là một đường gãy khúc tại tần số gãy $\omega_h = 3D$, độ dốc bằng 0 khi $\omega \ll \omega_h$, và độ dốc bằng $-20B/D$ khi $\omega \gg \omega_h$ như hình vẽ. Đường chính xác của $a(\omega)$ sẽ là một đường cong tiệm cận với đường gãy khúc nói trên.

$b(\omega)$ được xấp xỉ là một đường gãy khúc tại các tần số gãy $\omega_h \pm 1$ trên trục D . Đường chính xác của $b(\omega)$ là một đường cong tiệm cận với đường gãy khúc nói trên.



Hình 4.25

4.3 ỨNG DỤNG ĐỒ THỊ BODE ĐỂ KHẢO SÁT MẠCH ĐIỆN

Trong nhiều trường hợp, đáp ứng tần số dưới dạng các đặc tuyến gần đúng theo phương pháp Bode cũng đủ để khảo sát tính chất của hệ thống, vì vậy không cần phải vẽ đặc tuyến chính xác của nó.

Trong thí dụ vừa xét trên: Khi tần số tăng thì đặc tuyến biên độ bị suy hao. Tại điểm ω_h độ suy giảm là 3dB (so với gốc). Từ đặc tuyến tần số, ta có thể nhận biết được đặc trưng của mạch trong miền tần số là mạch lọc thông thấp. Ở vùng tần số thấp tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số cao tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc $\pi/2$. Cũng cần chú ý rằng đặc tuyến biên độ có đoạn $a(\omega) > 0\text{dB}$, tuy nhiên điều này không minh chứng được rằng đây là mạch khuếch đại bởi định nghĩa hàm truyền đạt của nó không phải áp dụng cho hai đại lượng vào và ra cùng loại.

Sau đây ta sẽ xét một vài thí dụ với định nghĩa hàm truyền đạt của hai đại lượng cùng loại.

Thí dụ 4.3: Hãy xác định đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp của mạch điện hình 4.26. Cho các số liệu: $R_1=40\text{k}\Omega$, $R_2=10\text{k}\Omega$, $C=100\text{nF}$.

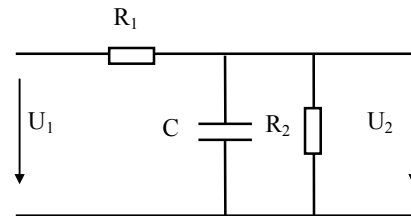
Giải:

Hàm truyền đạt điện áp của mạch:

$$K(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 pC}}{R_1 + \frac{R_2}{1 + R_2 pC}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + pR_1 R_2 C}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C \cdot p} = k \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_h}}$$

trong đó: $k = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10}{40 + 10} = 0,2$

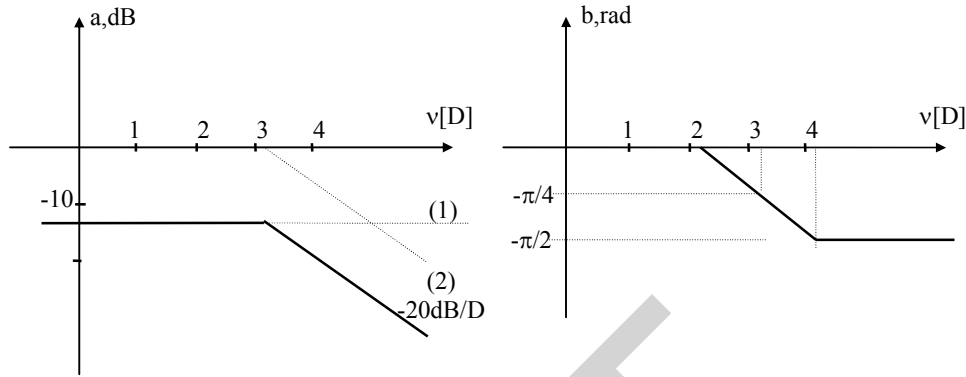


Hình 4.26

$$\omega_h = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} = \frac{(40 + 10) \cdot 10^3}{40 \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = 1250 \text{ rad.s}^{-1}$$

Đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp của mạch điện biểu thị trên hình 4.27 gồm có hai đồ thị thành phần, trong đó giá trị biên độ thành phần thứ nhất của đồ thị là:

$$a_1 = 20 \lg k = 20 \lg 0,2 = -14 \text{ dB}.$$



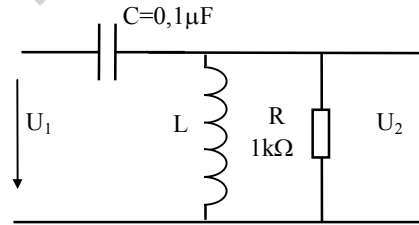
Hình 4.27

Thí dụ 4.4: Hãy xác định đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp của mạch điện hình 4.28 trong các trường hợp khác nhau của L (L=1H; L=4mH; L=0,4H).

Giải:

Hàm truyền đạt điện áp của mạch:

$$K(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{RLp}{R + Lp}}{\frac{1}{pC} + \frac{RLp}{R + Lp}} = \frac{LC \cdot p^2}{1 + \frac{L}{R}p + LC \cdot p^2}$$



Hình 4.28

a. Trường hợp L=1H:

Khi đó mẫu số có dạng:

$$H_2(p) = 1 + 10^{-3} \cdot p + 10^{-7} \cdot p^2$$

tam thức bậc hai này có hai nghiệm đơn:

$$p_1 = -1,12 \cdot 10^3; \quad p_2 = -8,9 \cdot 10^3$$

Đặt $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{10^7} = 3,16 \cdot 10^3$, Tử số có dạng $H_1(p) = \frac{p^2}{\omega_0^2}$.

$$K(p) = \frac{\frac{p^2}{\omega_0^2}}{\left(1 - \frac{p}{p_1}\right)\left(1 - \frac{p}{p_2}\right)} = \frac{\frac{p^2}{\omega_0^2}}{\left(1 + \frac{p}{|p_1|}\right)\left(1 + \frac{p}{|p_2|}\right)}$$

Thay số, K(p) có thể viết lại:

$$K(p) = 10^{-7} \frac{p \cdot p}{(1 + \frac{p}{1120})(1 + \frac{p}{8900})}$$

Đồ thị Bode của hàm mạch gồm có năm đồ thị thành phần tương ứng với:

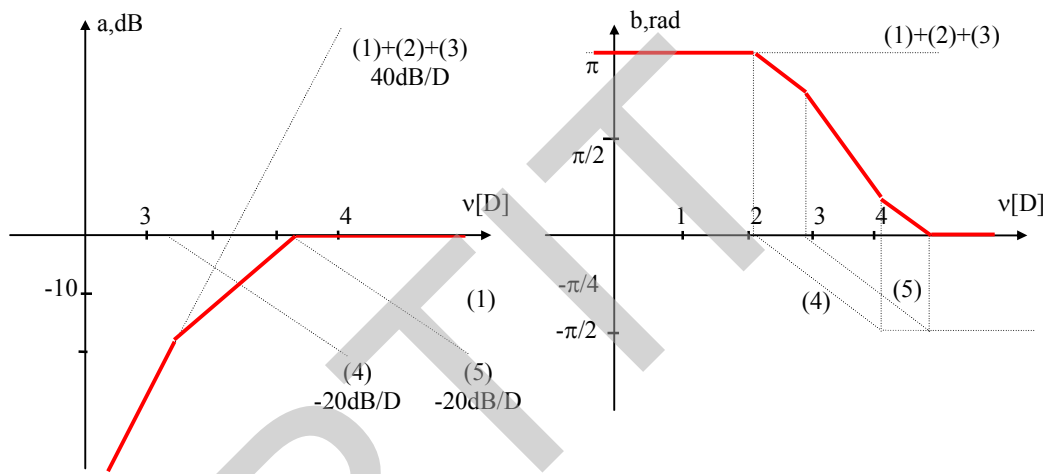
$$K_1(p) = 10^{-7}$$

$$K_2(p) = K_3(p) = p$$

$$K_4(p) = 1 + \frac{p}{1120}$$

$$K_5(p) = 1 + \frac{p}{8900}$$

và đồ thị tổng hợp của chúng như hình vẽ 4.29.



Hình 4.29

Như vậy ở vùng tần thấp, điện áp ra bị suy giảm nhiều, đồng thời nhanh pha hơn so với điện áp vào. Khi tần số tăng thì độ suy giảm tiến gần đến không và độ dịch pha cũng tiến dần đến không. Mạch đóng vai trò là bộ lọc thông cao (HPF).

b. Trường hợp $L=4\text{mH}$:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{0,25 \cdot 10^{10}} = 5 \cdot 10^4$$

Mẫu số có dạng:

$$H_2(p) = 1 + 4 \cdot 10^{-6} \cdot p + 4 \cdot 10^{-10} \cdot p^2 \quad (1)$$

tam thức bậc hai này có cặp nghiệm phức liên hiệp:

$$p_1 = -0,5 \cdot 10^4 + j0,5 \cdot 10^5; \quad p_2 = -0,5 \cdot 10^4 - j0,5 \cdot 10^5$$

Vậy ta sẽ đưa về dạng:

$$H_2(p) = 1 + 2\xi \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2} \quad (2)$$

Thực hiện đồng nhất hai biểu thức (1) & (2) ta có:

$$\omega_i = 5.10^4; \quad \xi = 0,1;$$

Vậy $K(p)$ có thể viết lại:

$$K(p) = \frac{p^2}{\omega_0^2} \quad \text{hay} \quad K(p) = 4.10^{-10} \frac{pp}{1 + 2\xi \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}}$$

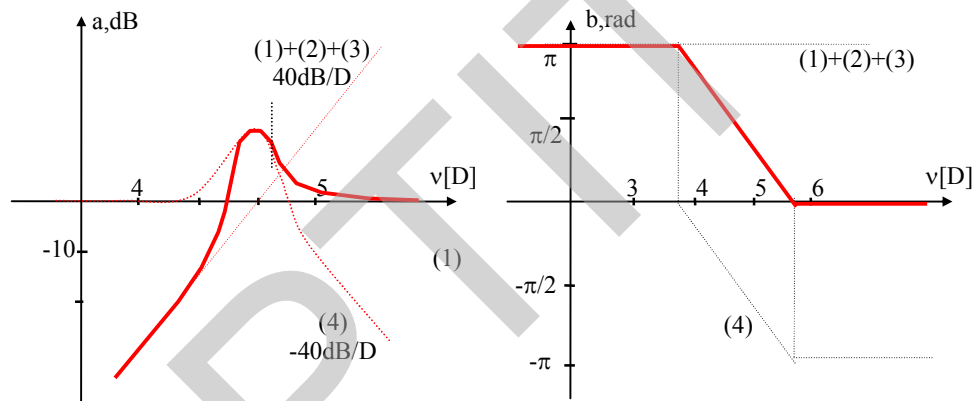
Đồ thị Bode của hàm mạch gồm có 4 đồ thị thành phần tương ứng với:

$$K_1(p) = 4.10^{-10}$$

$$K_2(p) = K_3(p) = p$$

$$K_4(p) = 1 + 2\xi \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}$$

và tổng hợp đồ thị Bode của chúng như hình vẽ 4.30.



Hình 4.30

Như vậy tại lân cận tần số $\omega_i = 5.10^4$, trong mạch xảy ra hiện tượng đặc biệt, đó là điện áp ra có biên độ lớn hơn điện áp vào. Điều đó nghĩa là có sự khuếch đại điện áp

(cộng hưởng điện áp) tại vùng tần số lân cận $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, đó là một trong những tính

chất quan trọng của các mạch thụ động bậc hai RLC. Lúc này mạch vẫn đóng vai trò là bộ lọc thông cao, nhưng đặc tuyến tần số của nó xuất hiện vùng bứu vòng lên.

c. Trường hợp $L=0,4H$:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,4.0,1.10^{-6}}} = \sqrt{0,25.10^8} = 5.10^3$$

Mẫu số có dạng:

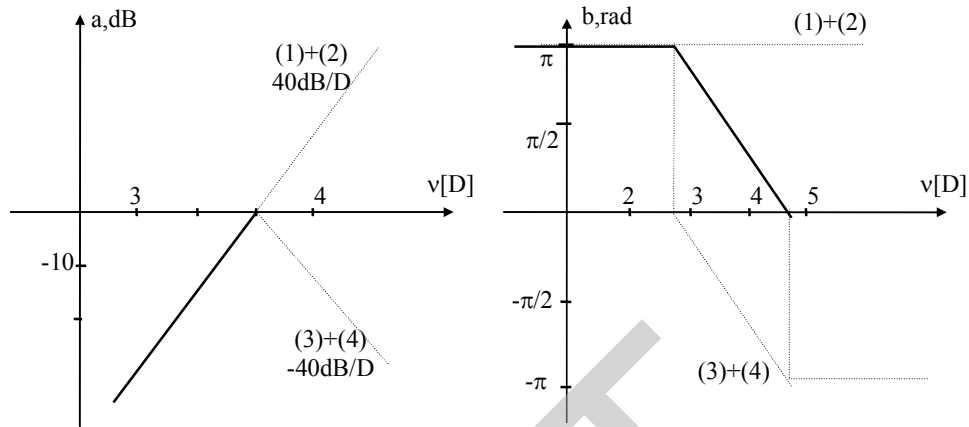
$$H_2(p) = 1 + 4.10^{-4}.p + 4.10^{-8}.p^2$$

tam thức bậc hai này có nghiệm kép:

$$p_{1,2} = -5.10^3$$

Vậy $K(p)$ có thể viết lại:
$$K(p) = \frac{\frac{p^2}{\omega_0^2}}{(1 + \frac{p}{|p_1|})^2}$$

Đồ thị Bode của hàm mạch gồm có bốn đồ thị thành phần như hình 4.31.



Hình 4.31

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG IV

4.1 Các điểm cực của hàm truyền đạt $H(p)$ của mạch có điều kiện gì để mạch điện thực sự ổn định ?

4.2 Xác định tính ổn định của hệ thống đặc trưng bởi hàm truyền đạt sau đây:

$$H(p) = \frac{p}{(1 + \frac{p}{1120})(1 + \frac{p}{8900})}$$

4.3 Xác định tính ổn định của hệ thống đặc trưng bởi hàm truyền đạt sau đây:

$$H(p) = \frac{p}{(1 + \frac{p}{11})(1 - \frac{p}{90})}$$

4.4 Xác định tính ổn định của hệ thống đặc trưng bởi hàm truyền đạt sau đây:

$$H(p) = \frac{k}{p \cdot (1 + \frac{p}{11})}$$

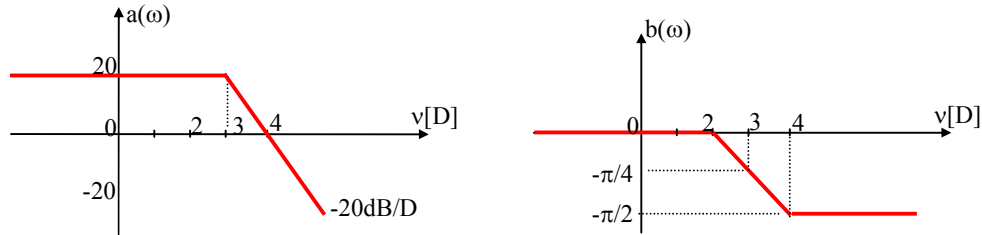
4.5 Xác định tính ổn định của hệ thống đặc trưng bởi hàm truyền đạt sau đây:

$$H(p) = \frac{k}{p^2 \cdot (1 + \frac{p}{11})}$$

4.6 Đối với các mạch điện nhân quả và ổn định, ta luôn có thể tính toán trực tiếp đáp ứng tần số $H(j\omega)$ từ hàm truyền đạt $H(p)$ bằng cách nào?

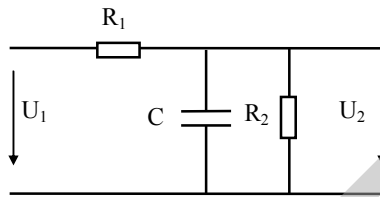
4.7 Đồ thị Bode của điểm cực có dạng thừa số tương ứng với dạng thừa số của điểm không thuộc nửa trái mặt phẳng phức được suy ra từ đồ thị của điểm không theo nguyên tắc nào?

4.8 Xác định hàm truyền đạt của hệ thống nếu đồ thị Bode của nó có dạng như hình vẽ 4.32

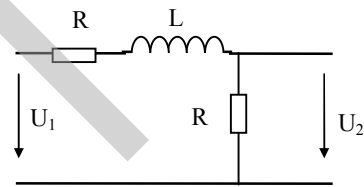


Hình 4.32

4.9 vẽ định tính trực tiếp (không dùng hệ trục tọa độ logarit) đặc tuyến hàm truyền đạt điện áp của mạch điện hình 4.33:



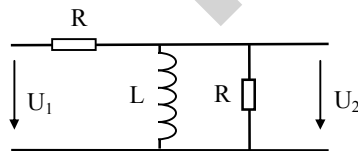
Hình 4.33



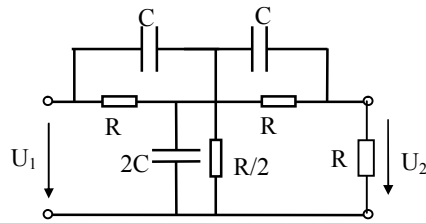
Hình 4.34

4.10 Vẽ đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp và nhận xét về tính chất của mạch điện hình 4.34.

4.11 Vẽ đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp và nhận xét về tính chất của mạch điện hình 4.35.



Hình 4.35



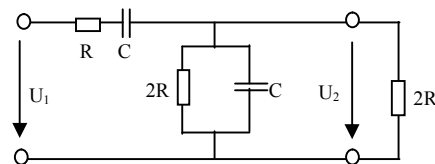
Hình 4.36

4.12 Vẽ đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp và nhận xét về tính chất của mạch hình 4.36

4.13 Cho mạng như hình 4.37.

a. Lập biểu thức hàm truyền đạt:

$$T(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}$$



Hình 4.37

b. Vẽ định tính đường cong $|T(j\omega)|$ và $\theta(\omega)=\arg[T(j\omega)]$.

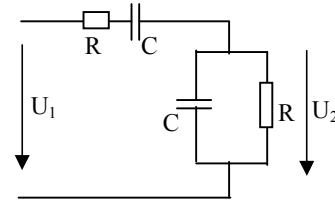
c. Ở chế độ xác lập điều hoà, khi nào điện áp ra đồng pha với điện áp vào?

d. Tính đáp ứng quá độ $U_2(t)$ khi $U_1(t) = 1(t) \cdot 3 \sin \frac{1}{RC} t$.

4.14 Cho mạch điện (hình 4.38):

a. Lập biểu thức hàm truyền đạt phức $T(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$.

b. Với các điều kiện đầu bằng không, tính đáp ứng



Hình 4.38

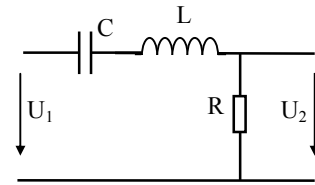
quá độ $U_2(t)$ khi $U_1(t) = 1(t) \cdot \sin \frac{1}{RC} t$.

4.15 Xét hệ thống hình 4.39

a. Vẽ đáp ứng tần số $H(j\omega)$. Khi nào đáp ứng ra đồng pha với tác động vào?

b. Tính đáp ứng khi $U_1(t) = 2 \cdot 1(t)$.

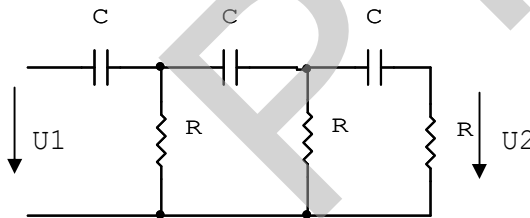
Giả thiết hệ không có năng lượng ban đầu.



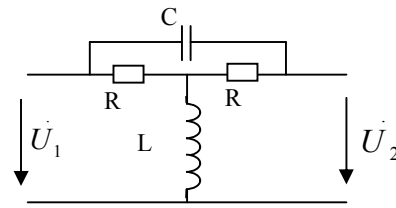
Hình 4.39

4.16 Xét mạng hình 4.40. Xác định hàm truyền đạt điện áp. Khi nào đáp ứng ra ngược pha với tác động vào?

4.17 Xác định hàm truyền đạt điện áp của mạng 4.41.

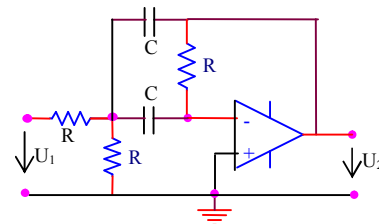


Hình 4.40



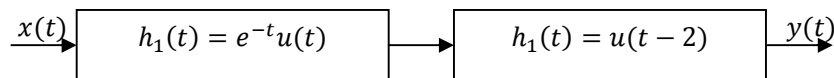
Hình 4.41

4.18 Xác định đặc tuyến tần số của hàm truyền đạt điện áp của mạch điện hình 4.42. Giả thiết vi mạch có $Z_V = \infty$, $Z_r = 0$, Hệ số khuếch đại vòng hở $A = 10^4$.



Hình 4.42

4.19 Xác định hàm truyền đạt của hệ thống hình 4.43



Hình 4.43

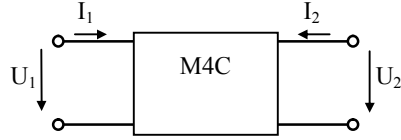
CHƯƠNG V

MẠNG BỐN CỰC

Mạng bốn cực (M4C), còn gọi là mạng hai cửa, là một hệ thống mạch có bốn đầu ra tương ứng với hai cửa (thông thường được phối ghép với nguồn tín hiệu và tải) diễn tả như hình 5.1, trong đó:

U_1, I_1 : điện áp và dòng điện tại cửa 1

U_2, I_2 : điện áp và dòng điện tại cửa 2



Hình 5.1

Trong tài liệu này, ta quy ước mang tính thống nhất như sau: chiều dương của điện áp từ trên xuống, chiều dương của dòng điện đi vào M4C.

Nội dung của chương này nghiên cứu mạch điện dưới góc độ lý thuyết mạng bốn cực.

5.1 CÁC HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẶC TÍNH VÀ SƠ ĐỒ TƯƠNG ĐƯƠNG M4C TƯƠNG HỖ

5.1.1 Các hệ phương trình đặc tính

Có tất cả 6 hệ phương trình đặc tính mô tả mối quan hệ giữa dòng và áp trên các cửa của M4C như bảng 5.1. Mỗi hệ phương trình tương ứng với một loại thông số.

Hệ phương trình đặc tính	Thông số tương ứng
$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$	Trở kháng hở mạch z_{ij}
$\begin{cases} U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}I_2 \end{cases}$	Truyền đạt a_{ij}
$\begin{cases} U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{cases}$	Hỗn hợp h_{ij}
$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases}$	Dẫn nạp ngắn mạch y_{ij}
$\begin{cases} I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2 \\ U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2 \end{cases}$	Hỗn hợp ngược g_{ij}
$\begin{cases} U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1 \\ I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1 \end{cases}$	Truyền đạt ngược b_{ij}

Bảng 5.1

Dạng tổng quát của phương trình đặc tính:

$$a_{11}U_1 + a_{12}U_2 + b_{11}I_1 + b_{12}I_2 = 0$$

$$a_{21}U_1 + a_{22}U_2 + b_{21}I_1 + b_{22}I_2 = 0$$

Sau đây ta sẽ xét một số hệ phương trình đặc tính cụ thể:

- *Hệ phương trình đặc tính trở kháng*

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \underline{Z} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

trong đó $\underline{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$ (gọi là ma trận trở kháng hở mạch)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases} \quad (5.2)$$

Các hệ số (thông số trở kháng hở mạch) được tính theo các công thức:

$$z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (\text{trở kháng vào hở mạch của cửa 1}) \quad (5.3)$$

$$z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (\text{trở kháng vào hở mạch của cửa 2}) \quad (5.4)$$

$$z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (\text{trở kháng truyền đạt hở mạch}) \quad (5.5)$$

$$z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (\text{trở kháng truyền đạt hở mạch}) \quad (5.6)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$z_{12} = z_{21} \quad (5.7)$$

- *Hệ phương trình đặc tính dẫn nạp*

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \underline{Y} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

trong đó $\underline{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận dẫn nạp ngắn mạch)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases} \quad (5.9)$$

Các hệ số (thông số dẫn nạp) được tính theo các công thức:

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} \quad (\text{dẫn nạp vào ngắn mạch của cửa 1}) \quad (5.10)$$

$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} \quad (\text{dẫn nạp vào ngắn mạch của cửa 2}) \quad (5.11)$$

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} \quad (\text{dẫn nạp truyền đạt ngắn mạch}) \quad (5.12)$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} \quad (\text{dẫn nạp truyền đạt ngắn mạch}) \quad (5.13)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$y_{12} = y_{21} \quad (5.14)$$

- *Hệ phương trình đặc tính truyền đạt*

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

trong đó $\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận truyền đạt)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}I_2 \end{cases} \quad (5.16)$$

Các hệ số (thông số truyền đạt) được tính theo các công thức:

$$a_{11} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_2=0} \quad a_{22} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{U_2=0} \quad a_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{U_2=0} \quad a_{21} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{I_2=0} \quad (5.17)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$\Delta a = -1 \quad (5.18)$$

- *Hệ phương trình đặc tính truyền đạt ngược*

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{B}} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

trong đó $\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận truyền đạt ngược)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1 \\ I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1 \end{cases} \quad (5.20)$$

Các hệ số (thông số truyền đạt ngược) được tính theo các công thức:

$$b_{11} = \left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{I_1=0} \quad b_{22} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{U_1=0} \quad b_{12} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{U_1=0} \quad b_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{I_1=0} \quad (5.21)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$\Delta b = -1 \quad (5.22)$$

- Hệ phương trình đặc tính hỗn hợp

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{H}} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

trong đó $\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận hỗn hợp)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{cases} \quad (5.24)$$

Các hệ số (thông số hỗn hợp) được tính theo các công thức:

$$h_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{U_2=0} \quad h_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{I_1=0} \quad h_{12} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_1=0} \quad h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{U_2=0} \quad (5.25)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$h_{12} = -h_{21} \quad (5.26)$$

- Hệ phương trình đặc tính hỗn hợp ngược

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{G}} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

trong đó $\underline{\underline{G}} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận hỗn hợp ngược)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2 \\ U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2 \end{cases} \quad (5.28)$$

Các hệ số (thông số hỗn hợp ngược) được tính theo các công thức:

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{I_2=0} \quad g_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{U_1=0} \quad g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{U_1=0} \quad g_{21} = \left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{I_2=0} \quad (5.29)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$g_{12} = -g_{21} \quad (5.30)$$

- Quan hệ giữa các thông số của mạng bốn cực

Trở kháng hở mạch	$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$	1	z_{11}	z_{12}	z_{21}	z_{22}	Δz
Hỗn hợp ngược	$\begin{cases} I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2 \\ U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2 \end{cases}$	g_{11}	1	$-g_{12}$	g_{21}	Δg	g_{22}
Truyền đạt ngược	$\begin{cases} U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1 \\ I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1 \end{cases}$	b_{21}	$-b_{22}$	1	Δb	b_{11}	$-b_{12}$
Truyền đạt	$\begin{cases} U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}I_2 \end{cases}$	a_{21}	a_{11}	$-\Delta a$	1	$-a_{22}$	$-a_{12}$
Hỗn hợp	$\begin{cases} U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{cases}$	h_{22}	Δh	h_{12}	$-h_{21}$	1	h_{11}
Dẫn nạp ngắn mạch	$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases}$	Δy	y_{22}	$-y_{12}$	$-y_{21}$	y_{11}	1

Bảng 5.2

Đặc điểm của bảng này là:

+ Trong một hình chữ nhật bất kỳ thuộc bảng, tích các thông số trên đường chéo bằng nhau. Chẳng hạn như $-z_{12}.h_{21} = h_{12}.z_{21}$.

+ Các hàng tỉ lệ với nhau theo một hệ số nhất định. Hệ số tỉ lệ chính là thông số trên hàng đã biết nằm cùng một cột với chữ số 1 trên hàng thông số chưa biết. Chẳng hạn, cho biết z_{ij} , để tìm h_{ij} ta làm như sau:

Lấy chữ số 1 trong hàng h_{ij} được hỏi, chiếu lên hàng z_{ij} đã cho ta sẽ tìm được z_{22} là hệ số tỉ lệ. Dóng theo cột ta sẽ có giá trị các thông số tương ứng, kết quả là:

$$h_{11} = \frac{\Delta z}{z_{22}}; \quad h_{12} = \frac{z_{12}}{z_{22}}; \quad h_{21} = -\frac{z_{21}}{z_{22}}; \quad h_{22} = \frac{1}{z_{22}}; \quad \Delta h = \frac{z_{11}}{z_{22}}$$

+ Sự tỉ lệ theo quy tắc trên cũng đúng với các cột. Như vậy có thể tìm các thông số trên một cột dựa theo một cột khác đã biết (như quy tắc đã nêu đối với hàng).

5.1.2. Điều kiện tương hỗ của bốn cực

Bốn cực tương hỗ được xây dựng từ các phần tử tương hỗ (tức là các phần tử có tính chất dẫn điện hai chiều (như RLC)). Ta có thể tóm tắt điều kiện của bốn cực tương hỗ như sau:

$$\begin{aligned} z_{12} &= z_{21} & g_{21} &= -g_{12} & y_{12} &= y_{21} \\ \Delta a &= -1 & h_{12} &= -h_{21} & \Delta b &= -1 \end{aligned} \quad (5.31)$$

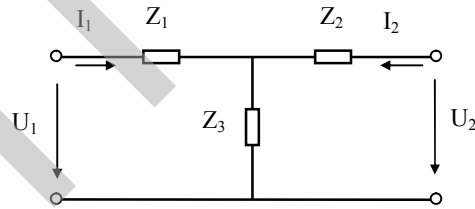
(trong đó ký hiệu Δa , Δb là định thức của ma trận thông số a_{ij} , b_{ij})

5.1.3 Sơ đồ tương đương của bốn cực tuyến tính, thụ động, tương hỗ

Như phần trên ta đã biết bốn cực tuyến tính, tương hỗ hoàn toàn được xác định bởi ba thông số. Quan hệ giữa dòng điện và điện áp ở hai cửa của bốn cực sẽ tương đương với quan hệ của ba thông số này trong mạng bốn cực có ba trở kháng được chọn một cách thích hợp. Các sơ đồ tương đương đơn giản nhất chứa ba trở kháng thường gặp là bốn cực hình T và hình π .

- Sơ đồ chuẩn hình T:

Kí hiệu các trở kháng của bốn cực hình T là Z_1, Z_2, Z_3 (hình 5.2):



Hình 5.2

Bây giờ ta tính các thông số z_{ij} của bốn cực tương hỗ theo các trở kháng trên. Theo định nghĩa ta có:

$$z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = Z_1 + Z_3 \quad (5.32)$$

$$z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = Z_2 + Z_3 \quad (5.33)$$

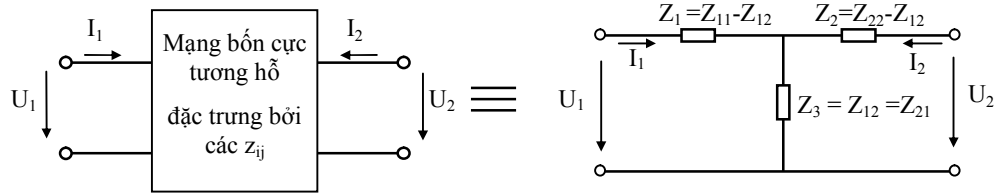
$$z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = Z_3 \quad (5.34)$$

$$z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = z_{12} = Z_3 \quad (5.35)$$

Và ta có thể suy ngược lại, xác định các trở kháng của sơ đồ tương đương hình T theo các thông số z_{ij} của bốn cực:

$$Z_1 = z_{11} - z_{12} \quad Z_2 = z_{22} - z_{12} \quad Z_3 = z_{12} = z_{21} \quad (5.36)$$

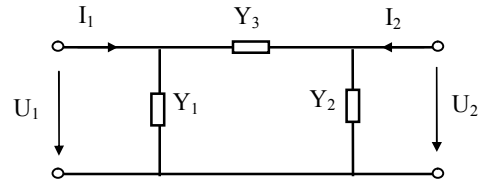
Đây là các thông số của sơ đồ tương đương chuẩn hình T của bốn cực tương hỗ, sự tương đương này thể hiện trên hình 5.3.



Hình 5.3

- Sơ đồ chuẩn hình π

Kí hiệu các dẫn nạp của bốn cực hình π là Y_1, Y_2, Y_3 (hình 5.4). Bây giờ ta tính các thông số y_{ij} của bốn cực tương hỗ theo các dẫn nạp trên. Theo định nghĩa ta có:



Hình 5.4

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} = Y_1 + Y_3 \quad (5.37)$$

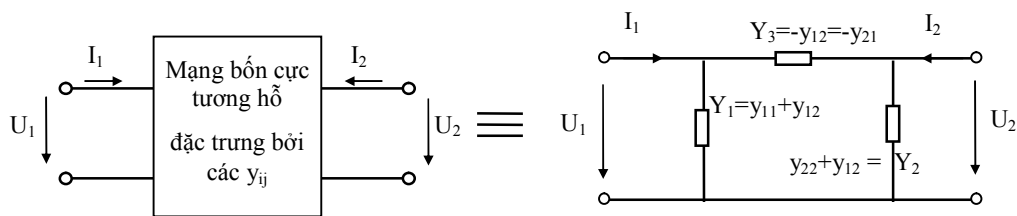
$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} = Y_2 + Y_3 \quad (5.38)$$

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} = -Y_3 \quad (5.39)$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} = y_{12} = -Y_3 \quad (5.40)$$

Và ta có thể suy ngược lại, xác định các dẫn nạp của sơ đồ tương đương hình π theo các thông số y_{ij} của bốn cực:

$$Y_1 = y_{11} + y_{12}; \quad Y_2 = y_{22} + y_{12}; \quad Y_3 = -y_{12} = -y_{21} \quad (5.41)$$



Hình 5.5

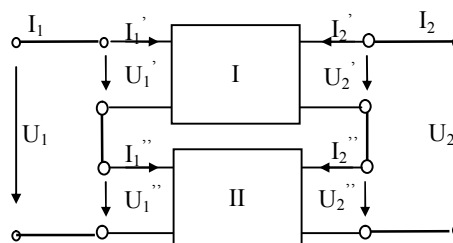
Đây là các thông số của sơ đồ tương đương chuẩn hình π của bốn cực tương hỗ, sự tương đương này thể hiện trên hình 5.5.

5.1.4 Các phương pháp ghép nối bốn cực

Có năm cách ghép nối bốn cực, bao gồm:

Ghép nối tiếp - nối tiếp (N-N)

Các bốn cực được gọi là mắc nối tiếp-nối tiếp với nhau nếu với mỗi cửa có dòng điện chung, còn điện áp là tổng các điện áp thành phần (hình 5.6). Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối này là hệ phương trình trở kháng. Với cách kí hiệu các thông số như hình vẽ, ta có:



Hình 5.6

Đối với bốn cực I:

$$\begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix} = \underline{\underline{Z'}} \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix}$$

Đối với bốn cực II:

$$\begin{bmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix} = \underline{\underline{Z''}} \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix}$$

Cộng hai phương trình ma trận theo từng vế và nhóm thừa số chung, ta có:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{Z'}} + \underline{\underline{Z''}}] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Vậy ta rút ra:

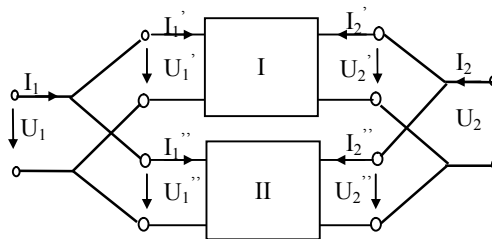
$$\underline{\underline{Z}} = \underline{\underline{Z'}} + \underline{\underline{Z''}}$$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc N-N với nhau:

$$\underline{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^n \underline{\underline{Z_k}} \quad (5.42)$$

Ghép song song - song song (S-S)

Các bốn cực được gọi là mắc theo kiểu S-S với nhau nếu đối với mỗi cửa có điện áp là chung, còn dòng điện là tổng của các dòng điện thành phần (hình 5.7). Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối này là hệ phương trình dẫn nạp. Ta có:



Hình 5.7

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{Y'}} + \underline{\underline{Y''}}] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Vậy ta rút ra:

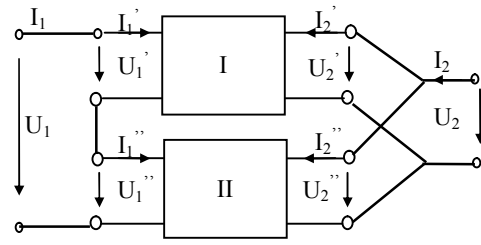
$$\underline{\underline{Y}} = \underline{\underline{Y'}} + \underline{\underline{Y''}}$$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc S-S với nhau:

$$\underline{\underline{Y}} = \sum_{k=1}^n \underline{\underline{Y}}_k \quad (5.43)$$

Ghép nối tiếp - song song (N-S)

Các bốn cực được gọi là mắc theo kiểu N-S với nhau nếu đối với cửa 1 có dòng điện là chung, còn điện áp là tổng các điện áp thành phần. Còn cửa 2 có điện áp là chung, còn dòng điện là tổng của các dòng điện thành phần (hình 5.8). Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối này là hệ phương trình hỗn hợp. Với cách kí hiệu các thông số như trên hình vẽ, ta có:



Hình 5.8

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{H}}' + \underline{\underline{H}}''] \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Vậy ta rút ra:

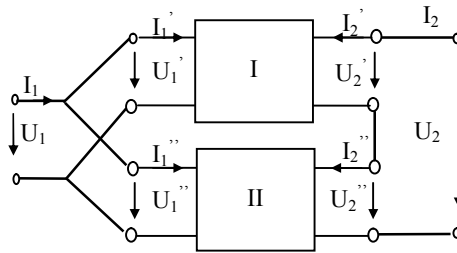
$$\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{H}}' + \underline{\underline{H}}''$$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc N-S với nhau:

$$\underline{\underline{H}} = \sum_{k=1}^n \underline{\underline{H}}_k \quad (5.44)$$

Ghép nối song song - nối tiếp (S-N)

Các bốn cực được gọi là mắc theo kiểu S-N với nhau nếu đối với cửa 1 có điện áp là chung, còn dòng điện là tổng của các dòng điện thành phần. Còn cửa 2 có dòng điện là chung, còn điện áp là tổng các điện áp thành phần (hình 5.9).



Hình 5.9

Hệ phương trình thích hợp nhất đặc

trưng cho đặc điểm của cách nối này là hệ phương trình hỗn hợp ngược. Với cách kí hiệu các thông số như trên hình vẽ, ta có:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{G}}' + \underline{\underline{G}}''] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Vậy ta rút ra:

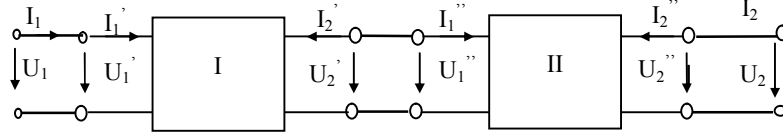
$$\underline{\underline{G}} = \underline{\underline{G}}' + \underline{\underline{G}}''$$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc S-N với nhau:

$$\underline{\underline{G}} = \sum_{k=1}^n \underline{\underline{G}}_k \quad (5.45)$$

Ghép nối theo kiểu dây chuyền

Các bốn cực được gọi là mắc theo kiểu dây chuyền với nhau nếu cửa ra của bốn cực này được nối với cửa vào của bốn cực kia theo thứ tự liên tiếp (hình 5.10).



Hình 5.10

Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối ghép này là hệ phương trình truyền đạt. Với cách kí hiệu các thông số như trên hình vẽ, ta có:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [\underline{A}^* \cdot \underline{A}'] \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Vậy ta rút ra:

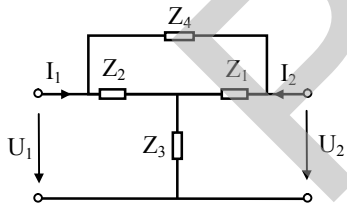
$$\underline{A} = \underline{A}^* \cdot \underline{A}'$$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc dây chuyền với nhau:

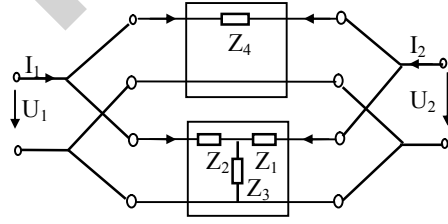
$$\underline{A} = \prod_{k=1}^{n-1} \underline{A}_k^* \cdot \underline{A}_n \quad (5.46)$$

Trong đó, ma trận A_k^* là A_k đã đổi dấu cột hai.

Thí dụ 5.1: Hãy nêu phương pháp xác định các thông số y_{ij} và z_{ij} của M4C như hình 5.11:



Hình 5.11



Hình 5.12

Giải: Có thể có vài phương pháp để xác định các thông số z_{ij} .

-Tách mạch điện trên thành hai bốn cực thành phần mắc nối tiếp-nối tiếp với nhau. Xác định các thông số z_{ij} của các bốn cực thành phần, sau đó tổng hợp lại thành các thông số z_{ij} của bốn cực theo công thức:

$$\underline{Z} = \sum_{k=1}^2 \underline{Z}_k$$

$$z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{Z_2(Z_1 + Z_4) + Z_3(Z_1 + Z_2 + Z_4)}{Z_1 + Z_2 + Z_4}$$

$$z_{22} = \frac{U_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = Z_3 + \frac{Z_1(Z_2 + Z_4)}{Z_1 + Z_2 + Z_4}$$

$$z_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} = z_{21} = \frac{Z_2 Z_1 + Z_3 (Z_1 + Z_2 + Z_4)}{Z_1 + Z_2 + Z_4}$$

Khi biết z_{ij} ta có thể tính y_{ij} (hoặc ngược lại) theo bảng quan hệ thông số. Hoặc tách mạng điện trên thành hai bốn cực thành phần mắc song song với nhau như hình 5.12. Xác định các thông số y_{ij} của các bốn cực thành phần, sau đó tổng hợp lại thành các thông số y_{ij} của bốn cực theo công thức:

$$\underline{Y} = \sum_{k=1}^2 \underline{Y}_k$$

Thí dụ 5.2: Cho mạng bốn cực hình 5.13, hãy xác định các thông số dẫn nạp ngắn mạch y_{ij} và các thông số truyền đạt a_{ij} của mạng.

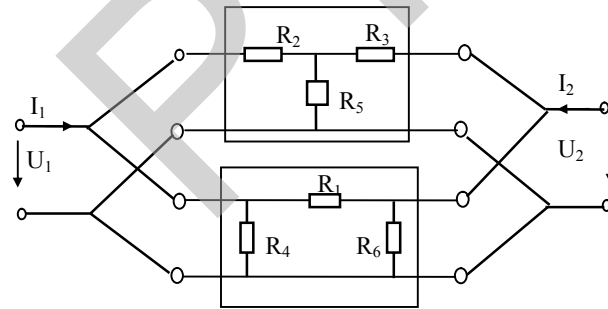
Cho biết $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 5\Omega$, $R_5 = 5\Omega$, $R_6 = 10\Omega$.

Giải:

Nhìn vào sơ đồ ta nhận thấy mạch điện có thể phân tích thành hai mạng bốn cực thành phần hình T và π mắc song song như hình 5.14. Ta có:

$$Y = Y_T + Y_\pi$$

Như vậy ta sẽ phải tính các thông số y_{ij} của từng bốn cực thành phần.



Hình 5-14

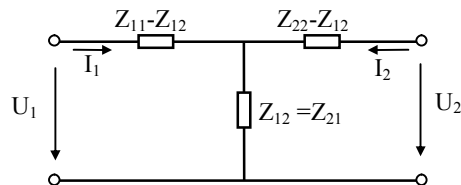
-Xét mạch hình T: là sơ đồ chuẩn của bốn cực (hình 5-15) với các thông số z_{ij} được tính theo phân tử của mạch:

$$z_{11} = R_2 + R_5$$

$$z_{12} = R_5$$

$$z_{22} = R_3 + R_5$$

$$\Delta Z = R_2 R_3 + R_2 R_5 + R_3 R_5$$



Hình 5-15

Theo bảng quan hệ thông số ta có các thông số y_{ij} của mạch hình T:

$$y_{11} = \frac{z_{22}}{\Delta Z} = \frac{R_3 + R_5}{R_2 R_3 + R_2 R_5 + R_3 R_5} = \frac{8}{6 + 10 + 15} = 0,258$$

$$y_{12} = -\frac{z_{12}}{\Delta Z} = -\frac{R_5}{R_2 R_3 + R_2 R_5 + R_3 R_5} = -\frac{5}{6 + 10 + 15} = -0,1615$$

$$y_{22} = \frac{z_{11}}{\Delta Z} = \frac{R_2 + R_5}{R_2 R_3 + R_2 R_5 + R_3 R_5} = \frac{7}{6 + 10 + 15} = 0,226$$

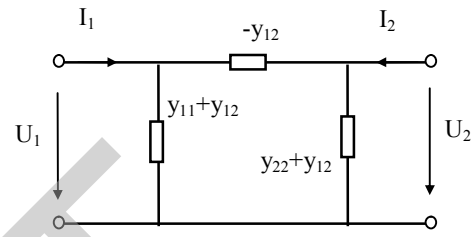
-Xét mạch hình π : đây là sơ đồ chuẩn của bốn cực (hình 5-16) với các thông số y_{ij} được tính theo phân tử của mạch:

$$y_{11} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 + R_4}{R_1 R_4} = \frac{15}{50} = 0,3S$$

$$y_{12} = -\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{10} = -0,1S$$

$$y_{21} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 + R_4}{R_1 R_4} = \frac{15}{50} = 0,3S$$

$$y_{22} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 + R_6}{R_1 R_6} = \frac{20}{100} = 0,2S$$



Hình 5-16

-Như vậy ta có các thông số y_{ij} của mạng dựa vào các bốn cực thành phần là:

$$Y = Y_T + Y_\pi = \begin{bmatrix} 0,258 & -0,161 \\ -0,161 & 0,226 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,3 & -0,1 \\ -0,1 & 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,558 & -0,261 \\ -0,261 & 0,426 \end{bmatrix}$$

$$\Delta Y = 0,558 \cdot 0,426 - 0,261^2 = 0,17S^2$$

-Theo bảng quan hệ thông số ta tính được các thông số a_{ij} :

$$a_{11} = -\frac{y_{22}}{y_{21}} = \frac{0,426}{0,261} = 1,635$$

$$a_{12} = \frac{1}{y_{21}} = -\frac{1}{0,261} = -3,84$$

$$a_{21} = -\frac{\Delta Y}{y_{21}} = \frac{0,17}{0,261} = 0,653S$$

$$a_{22} = \frac{y_{11}}{y_{21}} = -\frac{0,558}{0,261} = -2,14$$

$$\Delta a = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} = -1,635 \cdot 2,14 + 3,84 \cdot 0,653 = -1 \text{ (phù hợp với điều kiện tương hỗ)}$$

5.2 MẠNG BỐN CỰC ĐỐI XỨNG

5.2.1 Khái niệm bốn cực đối xứng

Một bốn cực được gọi là đối xứng về mặt điện nếu các cửa của nó có thể đổi chỗ cho nhau mà các thông số của bốn cực hoàn toàn không thay đổi. Cụ thể ta xét hệ phương trình trở kháng hở mạch:

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases} \quad (1)$$

Nếu bốn cực đối xứng, ta có thể đổi cửa 1 thành cửa 2, nghĩa là trong hệ phương trình trên các chỉ số 1 và 2 của các đại lượng điện áp và dòng điện có thể đổi lẫn nhau mà các thông số z_{ij} vẫn giữ nguyên:

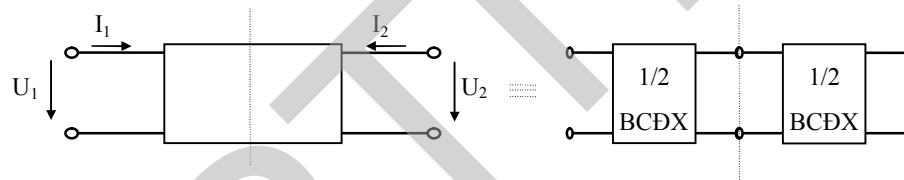
$$\begin{cases} U_2 = z_{11}I_2 + z_{12}I_1 \\ U_1 = z_{21}I_2 + z_{22}I_1 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta rút ra điều kiện đối xứng về mặt điện của bốn cực:

$$z_{12} = z_{21} \quad \text{và} \quad z_{11} = z_{22} \quad (5.47)$$

Như vậy đối với bốn cực đối xứng ta chỉ cần xác định hai trong số bốn thông số.

Bốn cực gọi là đối xứng về mặt hình học nếu nó tồn tại một trục đối xứng qua trục đứng chia bốn cực thành hai nửa giống nhau (hình 5-17a).



Hình 5-17a

Thí dụ về một M4C đối xứng về mặt hình học như hình vẽ 5-17b dưới đây:

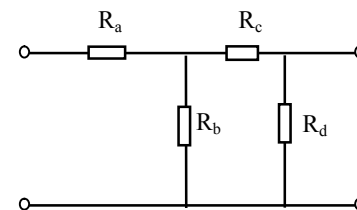


Hình 5-17b

Chú ý rằng một bốn cực đối xứng về mặt hình học thì đương nhiên đối xứng về mặt điện, nhưng điều ngược lại thì không đúng.

Thí dụ 5-3:

Hãy xác định điều kiện để mạng bốn cực (M4C) hình 5-18 thỏa mãn điều kiện đối xứng về mặt điện.



Hình 5-18

Giải: Ta có:

$$z_{11} = R_a + \frac{R_b(R_c + R_d)}{R_b + R_c + R_d}$$

$$z_{22} = \frac{R_d (R_b + R_c)}{R_b + R_c + R_d}$$

Điều kiện mạch điện thoả mãn điều kiện đối xứng về mặt điện là $z_{11} = z_{22}$, tức là:

$$R_a + \frac{R_b (R_c + R_d)}{R_b + R_c + R_d} = \frac{R_d (R_b + R_c)}{R_b + R_c + R_d}$$

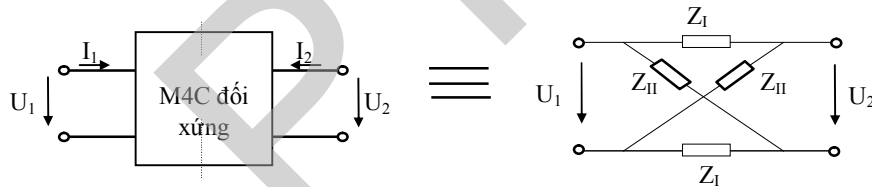
Từ đó ta rút ra mối quan hệ giữa các điện trở để mạch điện đối xứng điện là:

$$R_d = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}{R_c - R_a}$$

Ta thấy: Nếu $R_a > R_c$ thì mạch điện không thể đối xứng được. Nếu $R_a = 0$ thì điều kiện sẽ là $R_b = R_d$ và mạch trở thành đối xứng về mặt hình học. Còn nếu $R_c = R_a$ thì $R_d = \infty$ và mạch cũng trở thành đối xứng về mặt hình học.

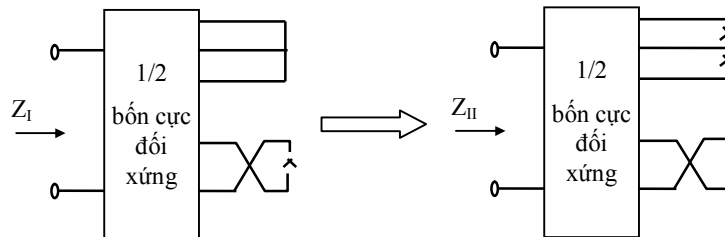
5.2.2 Định lý Bartlett - Brune

Nội dung: Bốn cực đối xứng về mặt hình học bao giờ cũng có thể thay thế bằng sơ đồ cầu tương đương (còn gọi là hình X, hình 5-19). Trở kháng Z_I bằng trở kháng vào của nửa bốn cực đối xứng khi ngắn mạch các dây dẫn nối hai nửa bốn cực và cuộn dây thứ cấp của biến áp 1:1, còn đối với các dây dẫn chéo và biến áp 1: -1 thì phải hở mạch. Trở kháng Z_{II} bằng trở kháng vào của nửa bốn cực đối xứng khi hở mạch các dây dẫn nối hai nửa bốn cực và cuộn dây thứ cấp của biến áp 1:1, còn đối với các dây dẫn chéo và biến áp 1: -1 thì phải ngắn mạch.



Hình 5-19

Nội dung định lý Bartlett-Brune được minh hoạ trên hình 5-20.

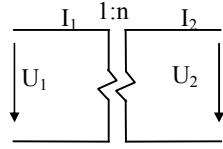


Hình 5-20

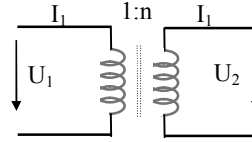
Trong định lý trên chúng ta thấy sự có mặt của biến áp, đây là một trong số các phần tử bốn cực cơ bản của mạch điện. Biến áp lý tưởng theo định nghĩa là một bốn cực được cách điện một chiều giữa cửa vào và cửa ra và có hệ phương trình đặc trưng:

$$\begin{cases} U_2 = n \cdot U_1 \\ I_2 = -\frac{1}{n} I_1 \end{cases} \quad (5.48)$$

Mô hình biến áp lý tưởng minh hoạ trên hình 5-21a. Bộ phận chủ yếu của biến áp thực gồm hai cuộn dây ghép hồ cảm với nhau, nếu bỏ qua điện trở của các cuộn dây thì biến áp được vẽ như hình 5-21b (n là tỉ số vòng dây giữa cuộn thứ cấp và sơ cấp)



Hình 5-21a



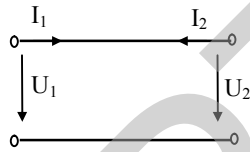
Hình 5-21b

Đối với biến áp lý tưởng ta có:

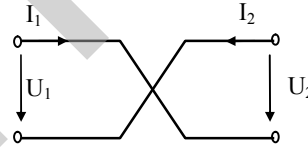
$$\text{Nếu } n=1 \text{ thì : } \begin{cases} U_2 = U_1 \\ I_2 = -I_1 \end{cases} \quad (5.49)$$

$$\text{Nếu } n=-1 \text{ thì: } \begin{cases} U_2 = -U_1 \\ I_2 = I_1 \end{cases} \quad (5.50)$$

Vậy biến áp 1:1 tương đương với bốn cực có hai dây dẫn song song hình 5-22a, còn biến áp 1:-1 tương đương với bốn cực có hai dây dẫn chéo nhau như hình 5-22b.

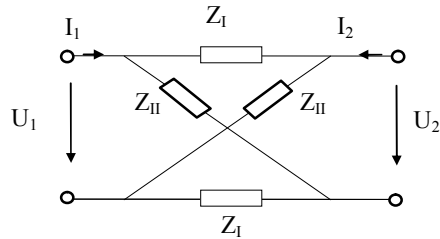


Hình 5-22a



Hình 5-22b

Bây giờ ta sẽ xét tới quan hệ giữa các thông số trong sơ đồ cầu của bốn cực đối xứng. Như ta đã biết, đối với bốn cực đối xứng chỉ cần xác định hai thông số, chẳng hạn hai thông số đó là z_{11} và z_{12} . Trong sơ đồ tương đương cầu của bốn cực đối xứng (hình 5-23) ta có:



Hình 5-23

$$z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{1}{2} (Z_I + Z_{II}) \quad (5.51)$$

$$z_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{1}{2} (Z_{II} - Z_I) \quad (5.52)$$

Như vậy suy ra mối quan hệ ngược lại:

$$Z_I = z_{11} - z_{12} \quad (5.53)$$

$$Z_{II} = z_{11} + z_{12} \quad (5.54)$$

Sau đây ta xét một thí dụ về ứng dụng của định lý Bartlett-Brune.

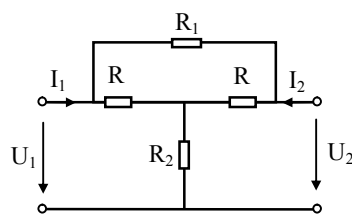
Thí dụ 5-4: Hãy xác định các thông số z_{ij} của mạch điện hình 5-24a.

Giải: Theo kết quả tính được từ các thí dụ trước, ta đã biết một số cách để giải:

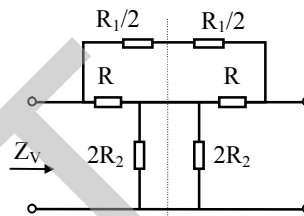
-Cách 1: Tách mạch điện trên thành hai mạng bốn cực thành phần mắc nối tiếp-nối tiếp với nhau. Xác định các thông số z_{ij} của các bốn cực thành phần, sau đó tổng hợp lại thành các thông số z_{ij} của bốn cực.

-Cách 2: Xác định các z_{ij} trực tiếp theo định nghĩa trong hệ phương trình trở kháng đặc tính của bốn cực.

$$z_{11} = \frac{R(R + R_1) + R_2(2R + R_1)}{2R + R_1}; \quad z_{12} = \frac{R^2 + R_2(2R + R_1)}{2R + R_1}$$



Hình 5-24a



Hình 5-24b

-Bây giờ ta sử dụng cách dùng định lý Bartlett-Brune để giải bài tập này. Trước hết ta bỏ đôi để lấy một nửa bốn cực (hình 5-24b), sau đó tính Z_I và Z_{II} :

$$Z_I = Z_{vngm} = \frac{R \frac{R_1}{2}}{R + \frac{R_1}{2}} = \frac{R \cdot R_1}{2R + R_1}$$

$$Z_{II} = Z_{vhm} = R + 2R_2$$

$$z_{11} = \frac{1}{2}(Z_I + Z_{II}) = \frac{1}{2} \left[\frac{R \cdot R_1}{2R + R_1} + R + 2R_2 \right] = \frac{R(R + R_1) + R_2(2R + R_1)}{2R + R_1}$$

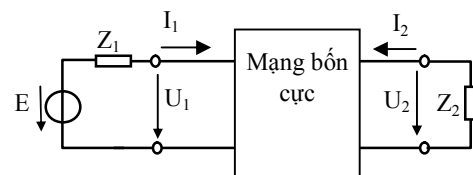
$$z_{12} = \frac{1}{2}(Z_{II} - Z_I) = \frac{1}{2} \left[R + 2R_2 - \frac{R \cdot R_1}{2R + R_1} \right] = \frac{R^2 + R_2(2R + R_1)}{2R + R_1}$$

Vậy kết quả này hoàn toàn trùng với kết quả ở cách trên.

5.3 CÁC THÔNG SỐ SỐNG CỦA M4C

Xét mạch như hình 5-25. Giả sử Z_1 là trở kháng của nguồn tín hiệu ở cửa 1, còn Z_2 là trở kháng của tải ở cửa 2 của M4C, trong đó:

$$Z_1 = R_1 + jX_1$$



Hình 5.25

$$Z_2 = R_2 + jX_2$$

5.3.1 Trở kháng vào M4C

Trở kháng vào của cửa 1:

$$Z_{V1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{z_{11}Z_2 + \Delta z}{z_{22} + Z_2} = \frac{-a_{11}Z_2 + a_{12}}{-a_{21}Z_2 + a_{22}} \quad (5.55)$$

Trở kháng vào của cửa 2:

$$Z_{V2} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{z_{22}Z_1 + \Delta z}{z_{11} + Z_1} = \frac{a_{22}Z_1 + a_{12}}{-a_{21}Z_1 - a_{11}} \quad (5.56)$$

Trường hợp riêng khi cửa 2 bị ngắn mạch hoặc hở mạch thì trở kháng vào cửa 1:

$$Z_{V1nm} = \frac{a_{12}}{a_{22}} \quad Z_{V1hm} = \frac{a_{11}}{a_{21}} \quad (5.57)$$

Tương tự như vậy, khi cửa 1 bị ngắn mạch hoặc hở mạch thì trở kháng vào cửa 2:

$$Z_{V2nm} = -\frac{a_{12}}{a_{11}} \quad Z_{V2hm} = -\frac{a_{22}}{a_{21}} \quad (5.58)$$

5.3.2 Hàm truyền đạt điện áp của M4C

$$K(p) = \frac{U_2}{E} = \frac{Z_2 \cdot z_{21}}{(z_{11} + Z_1)(z_{22} + Z_2) - z_{12} \cdot z_{21}} \quad (5.59)$$

Trường hợp riêng: khi $Z_1=0$, ta có:

$$K_u(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2 \cdot z_{21}}{z_{11}(z_{22} + Z_2) - z_{12} \cdot z_{21}} = \frac{Z_2}{a_{11}Z_2 - a_{12}} = -\frac{y_{21}}{y_{22} + 1/Z_2} \quad (5.60)$$

Thí dụ 5-5: Cho M4C như hình vẽ 5.26a

+ Xác định các thông số a_{ij} của M4C.

+ Vẽ định tính đặc tuyến biên độ của hàm truyền

đạt điện áp $T(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}$ khi đầu ra M4C có

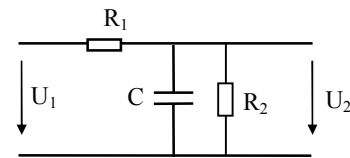
$Z_t=R_2$. Nhận xét tính chất của mạng.

Giải:

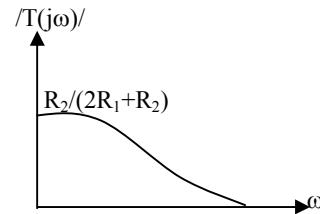
Theo định nghĩa, dễ dàng tính được:

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C p}{R_2} & -R_1 \\ pC + \frac{1}{R_2} & -1 \end{bmatrix}$$

Hàm truyền đạt điện áp được tính theo biểu thức:



Hình 5.26a



Hình 5.26b

$$T(j\omega) = \frac{Z_i}{a_{11}Z_i - a_{12}} = \frac{R_2}{2R_1 + R_2 + jR_1R_2C\omega}$$

Đặc tuyến biên độ định tính như hình vẽ 5.26b. Nhận xét: đây là mạch lọc thông thấp, ở vùng tần số thấp tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số cao tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc $\pi/2$.

5.3.3 Hệ số truyền đạt, lượng truyền đạt của bốn cực

Nếu từ nguồn lý tưởng ta có thể lấy được công suất lớn bất kỳ, thì với nguồn không lý tưởng có thể dễ dàng chứng minh công suất tác dụng lớn nhất tải có thể nhận được là:

$$P_0 = \frac{E^2}{4 \cdot R_1} \quad (5.61)$$

Công suất tiêu thụ trên tải ở đầu ra M4C được tính theo công thức:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} \quad (5.62)$$

- Hệ số truyền đạt của bốn cực theo định nghĩa đối với mạch thụ động:

$$|\Gamma|^2 = \frac{P_0}{P_2} > 1 \quad (5.63)$$

Từ đó có thể rút ra: $|\Gamma| = \sqrt{\frac{P_0}{P_2}} = \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$

Có thể viết lại biểu thức trên theo hàm của tần số phức p:

$$\Gamma(p) = \frac{\vec{E}}{2\vec{U}_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad (5.64)$$

Hệ số truyền đạt tính theo công thức trên chỉ dùng cho các mạch thụ động, để đặc trưng cho mạch điện tổng quát người ta phải sử dụng thêm biểu thức của hàm truyền đạt điện áp đã nêu ở mục trước.

Ta có thể viết lại hệ số truyền đạt cho mạch điện tổng quát:

$$\Gamma(p) = \frac{(z_{11} + R_1) \cdot (z_{22} + R_2) - z_{12} \cdot z_{21}}{2 \cdot z_{21} \cdot \sqrt{R_1 \cdot R_2}} \quad (5.65)$$

Như vậy hệ số truyền đạt và hàm truyền đạt điện áp tỉ lệ nghịch với nhau. Trong các mạch khuếch đại và tích cực thì $K(j\omega)$ lớn hơn 1, còn trong các mạch thụ động thì $\Gamma(j\omega)$ lớn hơn 1. Hệ số truyền đạt là một hàm phức và có thể biểu diễn theo bất kỳ loại thông số nào của bốn cực dựa theo bảng quan hệ giữa các thông số.

Xét riêng đối với trường hợp bốn cực đối xứng, trong trường hợp $R_1 = R_2$:

$$\Gamma(p) = \frac{(Z_I + R) \cdot (Z_{II} + R)}{(Z_{II} - Z_I) \cdot R} \quad (5.66)$$

- *Lượng truyền đạt* được viết dưới dạng lôgarit tự nhiên của hệ số truyền đạt:

$$g(\omega) = \ln \Gamma = \ln |\Gamma| + j \cdot \arg(\Gamma) = a(\omega) + jb(\omega) \quad (5.67)$$

trong đó $a(\omega) = \ln |\Gamma|$ gọi là suy giảm, đo bằng Nêpe (Nếu tính theo Đêxiben thì $a(\omega) = 20 \cdot \log |\Gamma|, \text{dB}$); còn $b(\omega) = \arg(\Gamma)$ gọi là dịch pha, đo bằng rad.

5.3.4 Các thông số sóng (các thông số đặc tính) của M4C

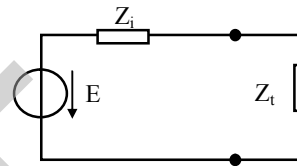
Trước hết ta xét tới khái niệm phối hợp trở kháng trong lý thuyết đường dây, khi có nguồn tác động điện áp E với nội trở trong là Z_i được mắc vào tải có trở kháng Z_t (hình 5-27a). Để có sự phối hợp trở kháng đảm bảo không có sự phản xạ tín hiệu thì phải thỏa mãn điều kiện: $Z_t = Z_i$, khi đó công suất trên tải sẽ là:

$$P_0 = \frac{E^2 \cdot R_i}{4(R_i^2 + X_i^2)}$$

(với $Z_i = R_i + jX_i$).

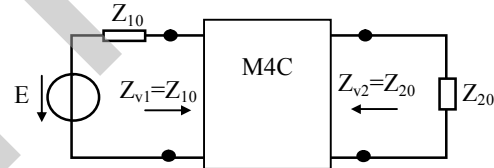
và hệ số phản xạ khi PHTK sẽ là:

$$r = \frac{Z_t - Z_i}{Z_t + Z_i} = 0$$



Hình 5-27a

Bây giờ ta xét mạng hai cửa như hình 5-27b. Để có sự phối hợp trên cả hai cửa (tức không có phản xạ) thì cần phải có hai điều kiện:



Hình 5-27b

- Với tải ở cửa 2 là Z_{20} thì trở kháng vào ở cửa 1 phải là Z_{10} ,

- Với tải ở cửa 1 là Z_{10} thì trở kháng vào ở cửa 2 phải là Z_{20} .

Nói một cách khác, điều kiện để có sự phối hợp trở kháng ở cả hai cửa là:

$$\begin{cases} Z_i = Z_{10} \\ Z_2 = Z_{20} \end{cases} \quad (5.68)$$

trong đó Z_{10} gọi là *trở kháng sóng của cửa 1* và tính theo công thức:

$$Z_{10} = \sqrt{\frac{a_{11} \cdot a_{12}}{a_{21} \cdot a_{22}}} \quad (5.69)$$

và Z_{20} gọi là *trở kháng sóng của cửa 2* và tính theo công thức:

$$Z_{20} = \sqrt{\frac{a_{22} \cdot a_{12}}{a_{21} \cdot a_{11}}} \quad (5.70)$$

Khi Bốn cực được phối hợp trở kháng ở cả hai cửa thì hệ số truyền đạt được gọi là *hệ số truyền đạt sóng* và ký hiệu là Γ_0 :

$$\Gamma_0 = \frac{(z_{11} + Z_{10}) \cdot (z_{22} + Z_{20}) - z_{12} \cdot z_{21}}{2 \cdot z_{21} \cdot \sqrt{Z_{10} \cdot Z_{20}}} \quad (5.71)$$

$$\text{hay } \Gamma_0 = \frac{a_{12} + Z_{10} \cdot a_{22} + Z_{20} \cdot a_{11} + a_{21} \cdot Z_{10} \cdot Z_{20}}{2 \cdot \sqrt{Z_{10} \cdot Z_{20}}} = \sqrt{a_{12} \cdot a_{21}} + \sqrt{a_{11} \cdot a_{22}} \quad (5.72)$$

Lượng truyền đạt lúc này sẽ là *lượng truyền đạt sóng*:

$$g_0 = \ln \Gamma_0 = \ln(\sqrt{a_{12} a_{21}} + \sqrt{a_{11} a_{22}}) = \ln|\Gamma_0| + j \cdot \arg(\Gamma_0) = a_0 + j b_0 \quad (5.73)$$

trong đó: $a_0 = \ln|\Gamma_0|$ gọi là suy giảm sóng, đo bằng Nêpe.

$b_0 = \arg(\Gamma_0)$ gọi là dịch pha sóng, đo bằng rad.

5.3.5 Môi quan hệ giữa các loại thông số của bốn cực:

$$Z_{10} = \sqrt{Z_{V1ngm} \cdot Z_{V1hm}}; Z_{20} = \sqrt{Z_{V2ngm} \cdot Z_{V2hm}} \quad (5.74)$$

$$\text{thg}_0 = \sqrt{\frac{Z_{V1ngm}}{Z_{V1hm}}} = \sqrt{\frac{Z_{V2ngm}}{Z_{V2hm}}} \quad (5.75)$$

Trong đó Z_{V1ngm} : trở kháng vào của cửa 1 khi ngắn mạch cửa 2.

Z_{V1hm} : trở kháng vào của cửa 1 khi hở mạch cửa 2.

Z_{V2ngm} : trở kháng vào của cửa 2 khi ngắn mạch cửa 1.

Z_{V2hm} : trở kháng vào của cửa 2 khi hở mạch cửa 1.

Các thông số sóng Z_{10} , Z_{20} , g_0 hoàn toàn xác định bốn cực tuyến tính có thông số tập trung, thụ động và tương hỗ. Từ các thông số sóng ta có:

$$\begin{aligned} z_{11} &= \frac{Z_{10}}{\text{thg}_0}; & y_{11} &= \frac{1}{Z_{10} \text{thg}_0}; & a_{11} &= \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{20}}} \cdot \text{chg}_0 \\ z_{12} &= \frac{\sqrt{Z_{10} \cdot Z_{20}}}{\text{shg}_0}; & y_{12} &= -\frac{1}{\sqrt{Z_{10} \cdot Z_{20}} \cdot \text{shg}_0}; & a_{12} &= \sqrt{Z_{10} \cdot Z_{20}} \cdot \text{shg}_0 \end{aligned} \quad (5.76)$$

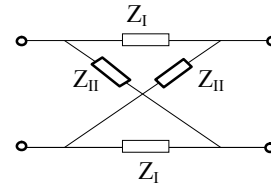
$$\begin{aligned} z_{22} &= \frac{Z_{20}}{\text{thg}_0}; & y_{22} &= \frac{1}{Z_{20} \text{thg}_0}; & a_{21} &= \frac{1}{\sqrt{Z_{10} \cdot Z_{20}}} \cdot \text{shg}_0; & a_{22} &= \sqrt{\frac{Z_{20}}{Z_{10}}} \cdot \text{chg}_0 \end{aligned}$$

5.3.6 Các thông số sóng của M4C đối xứng

Nếu là bốn cực đối xứng với sơ đồ tương đương là mạch cầu (hình 5-28), khi đó:

$$Z_{V1hm} = Z_{V2hm} = \frac{1}{2}(Z_I + Z_{II})$$

$$Z_{V1ngm} = Z_{V2ngm} = 2 \cdot \frac{Z_I \cdot Z_{II}}{Z_I + Z_{II}}$$



Hình 5-28

Từ đó suy ra *trở kháng sóng* được tính:

$$Z_{10} = Z_{20} = Z_0 = \sqrt{Z_I \cdot Z_{II}} = \sqrt{-\frac{a_{12}}{a_{21}}} \quad (5.77)$$

Nếu các trở kháng của mạch cầu là các phần tử đối ngẫu, nghĩa là:

$$Z_I Z_{II} = R_0^2 = \text{const}$$

khi đó $Z_0 = R_0$, trở kháng sóng của mạch cầu trong trường hợp này không phụ thuộc vào tần số.

Hệ số truyền đạt sóng của mạch cầu được tính theo công thức:

$$\Gamma_{0DX} = \frac{(Z_I + \sqrt{Z_I \cdot Z_{II}}) \cdot (Z_{II} + \sqrt{Z_I \cdot Z_{II}})}{(Z_{II} - Z_I) \cdot \sqrt{Z_I \cdot Z_{II}}} \quad (5.78)$$

$$\text{Đặt} \quad q = \sqrt{\frac{Z_I}{Z_{II}}} \quad (5.79)$$

$$\text{Khi đó:} \quad \Gamma_{0DX} = \frac{1+q}{1-q} \quad (5.80)$$

Mặt khác, trong M4C đối xứng có phối hợp trở kháng, $Z_{10} = Z_{V1}$, do đó:

$$\Gamma_{0DX} = \frac{\vec{E}}{2\vec{U}_2} \cdot \sqrt{\frac{Z_{20}}{Z_{10}}} = \frac{\vec{E}}{2\vec{U}_2} = \frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2} \quad (5.81)$$

Đồng thời lượng truyền đạt sóng được xác định theo biểu thức:

$$g_{0DX} = \ln \Gamma_{0DX} = \ln \frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2} = \ln \left| \frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2} \right| + j \cdot \arg\left(\frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2}\right) = a_{0DX} + j b_{0DX} \quad (5.82)$$

Thí dụ 5-6: Xác định các thông số sóng của mạch điện hình 5-29.

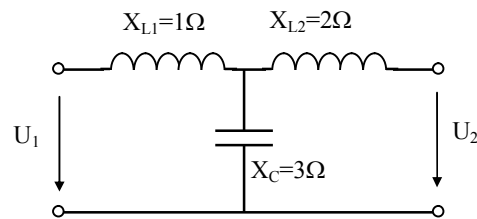
Giải: Ta xác định các trở kháng vào cửa 1:

$$Z_{V1ngm} = jX_{L1} \text{ nt } [jX_{L2} // (-jX_C)] = 7j$$

$$Z_{V1hm} = jX_{L1} \text{ nt } (-jX_C) = -2j$$

Vậy trở kháng sóng cửa 1 là:

$$Z_{10} = \sqrt{Z_{V1ngm} \cdot Z_{V1hm}} = \sqrt{14}.$$



Hình 5-29

Tương tự đối với cửa 2:

$$Z_{V2ngm} = jX_{L2} \text{ nt } [jX_{L1} // (-jX_C)] = \frac{7j}{2}$$

$$Z_{V2hm} = jX_{L2} \text{ nt } (-jX_C) = -j$$

Vậy trở kháng sóng của 2 là:

$$Z_{20} = \sqrt{Z_{V2ngm} \cdot Z_{V2hm}} = \sqrt{\frac{7}{2}}$$

Lượng truyền đạt sóng của mạch được tính theo công thức:

$$\text{thg}_0 = \sqrt{\frac{Z_{V1ngm}}{Z_{V1hm}}} = \sqrt{\frac{Z_{V2ngm}}{Z_{V2hm}}} = \sqrt{-\frac{7}{2}} = j\sqrt{3,5}.$$

Thí dụ 5-7: Cho một bốn cực đối xứng có trở kháng sóng $Z_0 = 1000\Omega$, lượng truyền đạt sóng $g_0 = 1 + j\frac{\pi}{2}$, trở kháng tải $Z_t = 1000\Omega$. Bốn cực mắc vào nguồn có $E_m = 100V$, điện trở trong của nguồn là 1000Ω . Hãy tính điện áp và dòng điện ở cửa 2.

Giải: Theo đề bài, $Z_t = Z_l = Z_0$, như vậy bốn cực đối xứng này được phối hợp trở kháng ở cả hai cửa. Theo lý thuyết đã phân tích ta có:

$$g_0 = \ln \left| \frac{U_1}{U_2} \right| + jb_0 = 1 + j\frac{\pi}{2}$$

Vậy $\ln \left| \frac{U_1}{U_2} \right| = \ln \left| \frac{E}{2U_2} \right| = 1$ suy ra $U_2 = \frac{E}{2 \cdot e} = \frac{50}{2,7} = 18,5V$

và $b_0 = \varphi_{U_1} - \varphi_{U_2} = \frac{\pi}{2}$ suy ra $\varphi_{U_2} = \varphi_E - \frac{\pi}{2}$

Vậy ta có $U_2 = 18,5 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} (V)$

Thí dụ 5-8: Cho M4C như hình 5-30, cho biết $R = 1$ đơn vị chuẩn, $C = 1$ đơn vị chuẩn.

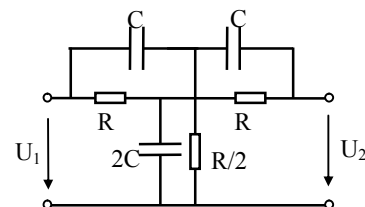
a. Xác định các thông số sóng của M4C.

b. Tính hệ số truyền đạt $\Gamma(p)$ khi mắc M4C trên vào nguồn và tải với các giá trị $R_i = R_t = R_0 = 1$ đơn vị chuẩn.

Giải:

a. Đây là bốn cực đối xứng, nên có thể áp dụng định lý Bartlett-Brune để đưa về bốn cực hình X với các thông số:

$$Z_1 = [C // R] = \frac{1}{p+1}$$



Hình 5-30

$$Z_{II} = [(C \text{ nt } R) // (C \text{ nt } R)] = \frac{p+1}{2p}$$

Vậy trở kháng sóng của bốn cực là:

$$Z_{10} = Z_{20} = Z_0 = \sqrt{Z_I \cdot Z_{II}} = \sqrt{\frac{1}{2p}}$$

Hệ số truyền đạt sóng được tính theo công thức:

$$\Gamma_{0DX} = \frac{1+q}{1-q} = \frac{p+1+\sqrt{2p}}{p+1-\sqrt{2p}} \quad (\text{trong đó } q = \sqrt{\frac{Z_I}{Z_{II}}})$$

b. Trong trường hợp này không còn sự phối hợp trở kháng nên hệ số truyền đạt của mạch được tính theo công thức:

$$\Gamma(p) = \frac{(Z_I + R_0) \cdot (Z_{II} + R_0)}{(Z_{II} - Z_I) \cdot R_0} = \frac{(p+2) \cdot (3p+1)}{1+p^2}$$

Bây giờ ta biến đổi $\Gamma(p)$ về dạng chứa các thành phần chuẩn:

$$\Gamma(p) = \frac{(p+2) \cdot (3p+1)}{1+p^2} = 2 \cdot \frac{(1+\frac{p}{2})(1+\frac{p}{3})}{1+p^2}$$

Đặc tuyến $\Gamma(j\omega)$ trong trường hợp này gồm có một thành phần tương ứng với hệ số k, hai thành phần ứng với điểm không nằm trên trục $-\sigma$, và một thành phần tương ứng với điểm cực là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên trục ảo.

5.4 MẠCH BỐN CỰC TUYẾN TÍNH KHÔNG TƯƠNG HỖ

Trở lại hệ phương trình đặc trưng của bốn cực tuyến tính, không chứa nguồn tác động độc lập gồm có hai phương trình tuyến tính, thuần nhất:

$$a_{11}U_1 + a_{12}U_2 + b_{11}I_1 + b_{12}I_2 = 0$$

$$a_{21}U_1 + a_{22}U_2 + b_{21}I_1 + b_{22}I_2 = 0$$

Từ hai phương trình trên ta có thể lập nên 6 hệ phương trình đặc tính. Mỗi một hệ phương trình đặc tính của bốn cực tương ứng với một tập thông số đặc tính. Trong phần trước ta đã nghiên cứu các hệ phương trình đặc tính của bốn cực với giả thiết về sự tương hỗ của mạch điện. Bây giờ ta sẽ xét ở góc độ tổng quát hơn, tức là trong mạch có thể tồn tại các phần tử không tương hỗ. Lúc này các điều kiện tương hỗ:

$$\begin{array}{lll} z_{12} = z_{21} & g_{21} = -g_{12} & y_{12} = y_{21} \\ \Delta a = -1 & h_{12} = -h_{21} & \Delta b = -1 \end{array}$$

sẽ không được thoả mãn, như vậy mạch tương đương của bốn cực không tương hỗ cần phải xác định bởi bốn phần tử (tương ứng với bốn thông số). Đa số các mạch không tương hỗ là tích cực, do đó trong phần này cũng sẽ xét một số phần tử tích cực.

Bốn cực không tương hỗ cần có bốn phần tử để biểu diễn, trong đó có ít nhất một phần tử không tương hỗ. Có một loại phần tử không tương hỗ, tích cực đã được nhắc tới trong chương I, đó là nguồn điều khiển.

5.4.1 Sơ đồ tương đương của mạng bốn cực không tương hỗ, tích cực

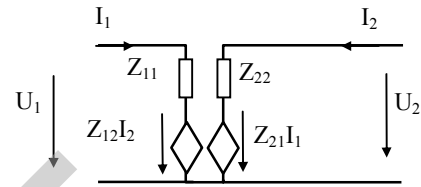
Tất cả các loại M4C không tương hỗ, tích cực đều có thể biểu diễn tương đương có chứa nguồn điều khiển. Ta sẽ biểu diễn sơ đồ tương đương của bốn cực với sự có mặt của nguồn điều khiển.

a. Sơ đồ tương đương gồm hai trở kháng và hai nguồn điều khiển

Nếu xuất phát từ hệ phương trình trở kháng:

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$$

ta sẽ biểu diễn được sơ đồ tương đương của bốn cực như hình 5-31.

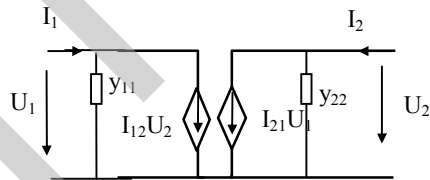


Hình 5-31

Nếu xuất phát từ hệ phương trình dẫn nạp:

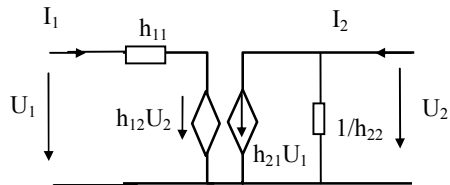
$$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases}$$

thì sơ đồ tương đương của bốn cực sẽ biểu diễn được như hình 5-32.



Hình 5-32

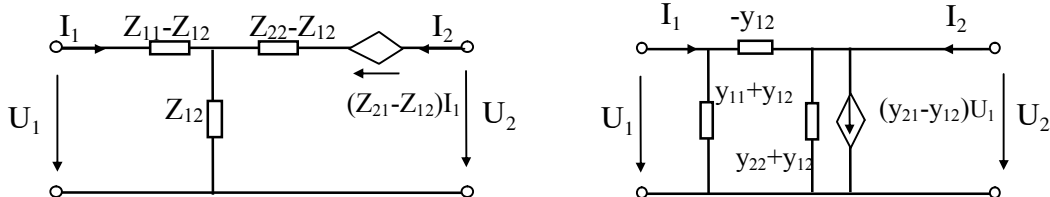
Tương tự như vậy cũng có thể biểu diễn mạng bốn cực không tương hỗ theo hệ phương trình hỗn hợp H như hình 5-33.



Hình 5.33

b. Sơ đồ tương đương gồm ba trở kháng và một nguồn điều khiển

Các sơ đồ có thể được thành lập từ các sơ đồ chuẩn hình T và hình π bằng cách gắn nối tiếp nguồn điện áp điều khiển vào một trong ba nhánh của sơ đồ hình T, hoặc mắc song song nguồn dòng điều khiển vào một trong ba nhánh của sơ đồ hình π . Như vậy sẽ có rất nhiều các trường hợp có thể, nhưng trong thực tế thường gặp là các sơ đồ hình 5-34, tương ứng với các hệ phương trình trở kháng và dẫn nạp:



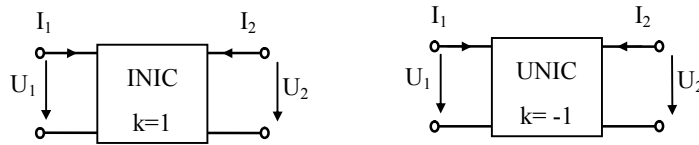
Hình 5-34

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \pm z_{12}I_1 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \pm z_{12}I_1 \pm z_{12}I_2 \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \pm y_{12}U_1 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \pm y_{12}U_1 \pm y_{12}U_2 \end{cases}$$

Theo các sơ đồ trên, nếu $z_{12} = z_{21}$ hoặc $y_{12} = y_{21}$ thì các sơ đồ này lại trở về dạng bốn cực tương hỗ đã biết. Sau đây ta xét một số phần tử phản tương hỗ, tích cực.

5.4.2 Một số bốn cực không tương hỗ, tích cực thường gặp

a. Bộ biến đổi trở kháng âm (NIC)



Hình 5-35

Kí hiệu của bộ biến đổi trở kháng âm như hình 5-35. Hệ phương trình đặc trưng của NIC là hệ phương trình hỗn hợp:

$$\begin{cases} U_1 = kU_2 \\ I_2 = kI_1 \end{cases} \quad (5.83)$$

-Nếu $k = 1$, ta sẽ có: $\begin{cases} U_1 = U_2 \\ I_2 = I_1 \end{cases}$

theo quy ước về dấu của bốn cực, điện áp ở hai cửa sẽ cùng chiều còn dòng điện ở hai cửa sẽ ngược chiều, phần tử NIC trong trường hợp này được ký hiệu là INIC.

-Nếu $k = -1$, ta có: $\begin{cases} U_1 = -U_2 \\ I_2 = -I_1 \end{cases}$

trường hợp này điện áp ở hai cửa sẽ ngược chiều còn dòng điện ở hai cửa sẽ cùng chiều, phần tử NIC với $k=-1$ được ký hiệu là UNIC.

Từ đó ta rút ra: $[H]_{NIC} = \begin{bmatrix} 0 & k \\ k & 0 \end{bmatrix}$, $[G]_{NIC} = \begin{bmatrix} 0 & 1/k \\ 1/k & 0 \end{bmatrix}$

Đối với NIC các hệ phương trình trở kháng và dẫn nạp không có ý nghĩa.

Trở kháng vào ở cửa 1 khi mắc tải ở cửa 2:

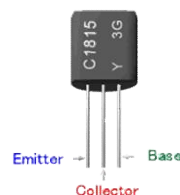
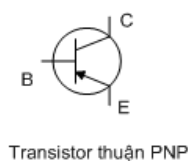
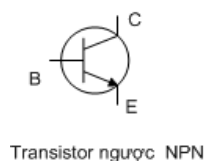
$$Z_{v1} = \frac{U_1}{I_1} = k^2 \frac{U_2}{I_2} = -k^2 \cdot Z_t \quad (5.84)$$

Như vậy NIC đóng vai trò là mạch biến đổi trở kháng âm. Chẳng hạn nếu tải là dung kháng thì đầu vào tương đương là dung kháng âm.

b. Transistor

Transistor lưỡng cực (Bipolar Junction Transistors-(BJT)) thuộc loại linh kiện bán dẫn. Hình 5.36 là ký hiệu của hai loại BJT npn và pnp.

Hình 5.37 là một minh họa về cách đóng gói của loại linh kiện này.



Hình 5.36: Kí hiệu của BJT

Hình 5.37: C1815 transistor

Transistor được coi là một bốn cực tích cực. Hình 5-38 là ký hiệu chiều dòng điện trong transistor PNP. Dòng Emitter được phân phối giữa Base và Collector, thoả mãn hệ thức:

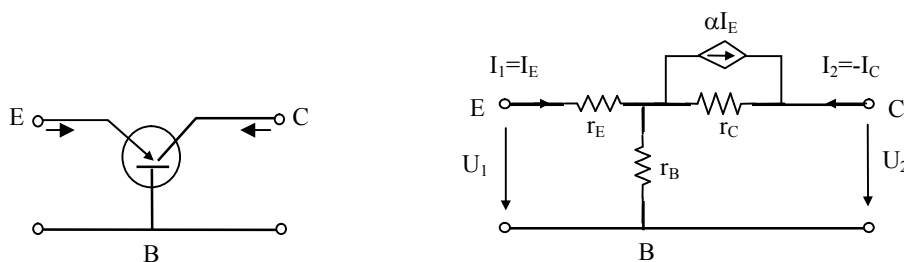
Hình 5-38

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{I_C}{I_E} = 0,98 \div 0,998 \\ I_B = (1 - \alpha)I_E \\ \beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} > 1 \end{array} \right. \quad (5.85)$$

Dòng Emitter chủ yếu được xác định bởi điện áp U_{BE} , ngoài ra còn phụ thuộc vào điện áp Collector, từ đó dòng I_C cũng phụ thuộc một ít vào điện áp U_{CE} .

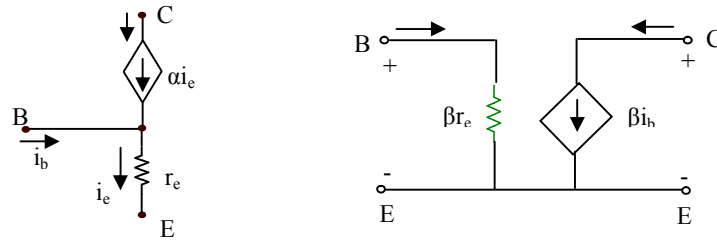
Để nghiên cứu BJT, người ta phải thay thế nó thành các các dạng mô hình gần đúng khác nhau. Mỗi mô hình có thể mạnh riêng tùy thuộc vào từng điều kiện làm việc cụ thể (tuyến tính/ phi tuyến, tần số công tác, hay cách mắc mạch) và yêu cầu tính toán.

Ở miền tín hiệu nhỏ và tần số thấp, người ta có thể dùng các dạng *sơ đồ tương đương vật lý* của mạng bốn cực, một minh họa như hình 5.39. Trong sơ đồ này có nguồn dòng phụ thuộc. Các điện trở trong sơ đồ là các điện trở vi phân của các thành phần dòng xoay chiều có biên độ nhỏ đảm bảo đoạn làm việc tuyến tính, và giá trị của chúng được xác định bởi hệ đặc tuyến vào/ ra của transistor.



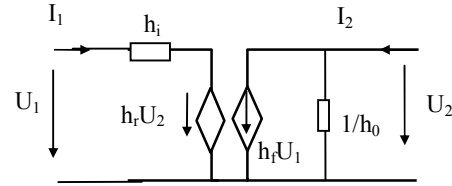
Hình 5.39: Một kiểu mô hình tương đương vật lý của transistor pnp

Cũng theo cách sử dụng các mô hình theo các thông số cơ bản của mạng bốn cực, người ta hay dùng một kiểu mô hình khác, đó là *mô hình r_e* như hình 5.40. Trong sơ đồ này cũng có mặt một nguồn dòng phụ thuộc. Điện trở ac emitter (r_e) là một thông số được xác định dựa theo điểm làm việc trong đoạn làm việc tuyến tính.



Hình 5.40: Mô hình r_e của BJT npn ở vùng tần số thấp

Một loại mô hình khác cũng hay được dùng, đó là mô hình hybrid đơn giản ở miền tần số thấp. Mô hình này cũng dựa vào các phương trình đặc tính H và tham số xác định trong chế độ tín hiệu nhỏ, với sự bỏ qua các thành phần tích điện. Mô hình này được minh họa như hình 5.41. Mặc dù các mô hình có thể được sử dụng để phân tích cho mọi cách mắc mạch, nhưng mô hình hybrid thường được sử dụng nhiều hơn để phân tích các mạch mắc emitter chung.



Hình 5.41

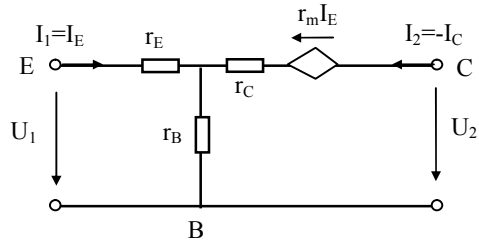
Ở miền tần số cao, mô hình BJT phải có sự tính đến ảnh hưởng của các điện dung và điện trở ký sinh.

Bây giờ ta sẽ quay lại nói thêm về sơ đồ tương đương vật lý của transistor với một nguồn điều khiển hình 5.39 dưới góc độ M4C. Trong sơ đồ này có nguồn dòng phụ thuộc αI_E . Điện trở r_E có giá trị vài ôm đến vài chục ôm, r_B khoảng vài trăm ôm, trong khi đó r_C có giá trị cao (từ hàng trăm kΩ đến vài MΩ). Nguồn dòng cũng có thể được thay thế bởi nguồn áp như hình 5.42, với $e_{ng} = r_C \cdot \alpha I_E = r_m \cdot I_E$, trong đó $r_m = \alpha \cdot r_C$.

Tuỳ theo cách chọn đầu vào và đầu ra, có thể có ba loại mạch khuếch đại transistor:

-Sơ đồ bazơ chung (hình 5.42). Dưới đây là ma trận trở kháng của transistor tương ứng với trường hợp này:

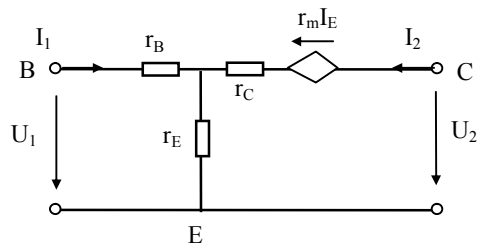
$$[Z]_{BC} = \begin{bmatrix} r_E + r_B & r_B \\ r_B + r_M & r_B + r_C \end{bmatrix}$$



Hình 5.42

-Sơ đồ Emitter chung (hình 5.43). Dưới đây là ma trận trở kháng của transistor tương ứng với trường hợp này:

$$[Z]_{EC} = \begin{bmatrix} r_E + r_B & r_E \\ r_E - r_M & r_E + r_C - r_M \end{bmatrix}$$



Hình 5.43

-Sơ đồ collector chung (hình 5.44). Dưới đây là ma trận trở kháng của transistor tương ứng:

$$[Z]_{CC} = \begin{bmatrix} r_C + r_B & r_C - r_M \\ r_C & r_E + r_C - r_M \end{bmatrix}$$

Trong thực tế, tùy vào chế độ phân cực bằng các nguồn một chiều, transistor có thể được ứng dụng để làm các mạch khóa, mạch khuếch đại, mạch biến đổi tần số...

Trong hình 5.45 là một thí dụ mạch khuếch đại tín hiệu sử dụng transistor mắc Emitter chung ghép RC. Việc lựa chọn các giá trị linh kiện bên ngoài đảm bảo sao cho transistor làm việc trong miền khuếch đại tuyến tính. Các ứng dụng cụ thể của transistor sẽ được nghiên cứu chi tiết trong các học phần kế tiếp.

c. Bộ khuếch đại thuật toán:

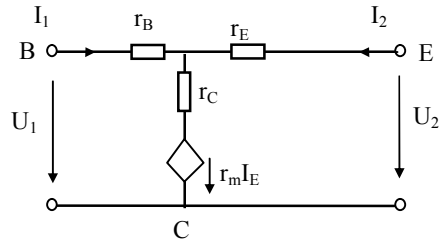
Bộ khuếch đại thuật toán là một trong những bốn cực không tương hỗ, tích cực điển hình. Tên gọi của mạch là dùng để chỉ những mạch khuếch đại liên tục đa năng ghép trực tiếp, có hệ số khuếch đại lớn, trở kháng vào lớn và trở kháng ra nhỏ, và với các mạch phản hồi khác nhau thì mạch khuếch đại thuật toán sẽ thực hiện những chức năng khác nhau. Ký hiệu và đặc tuyến vòng hở của mạch được vẽ trên hình 5.46.

Ở chế độ tuyến tính, bộ khuếch đại với hệ số khuếch đại vòng hở $A > 0$ sẽ cho điện áp đầu ra:

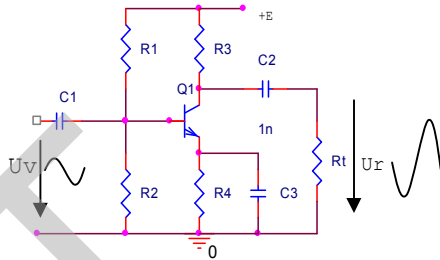
$$U_{ra} = A \Delta U = A(U_p - U_N) \quad (5.86)$$

trong đó $\Delta U = U_p - U_N$ là điện áp vào vi sai. Nếu $U_N = 0$ thì $U_{ra} = A \cdot U_p$ nghĩa là điện áp ra đồng pha với điện áp vào, do đó đầu vào (+) được gọi là đầu vào không đảo pha (P). Nếu $U_p = 0$ thì $U_{ra} = -A \cdot U_N$, nghĩa là điện áp ra ngược pha với điện áp vào, do đó đầu vào (-) được gọi là đầu vào đảo pha (N).

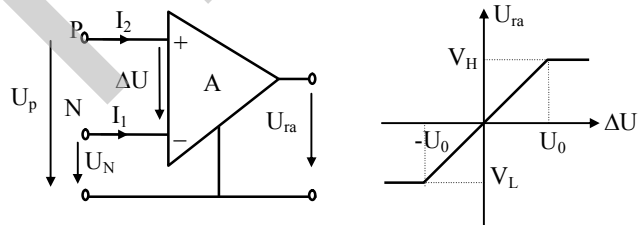
Trong miền tuyến tính, linh kiện này có thể được mô hình hóa thông qua các phần tử cơ bản là điện trở vào R_v và điện trở ra R_{ra} (hoặc tổng quát hơn là trở kháng vào Z_v , trở kháng ra Z_{ra}) và một nguồn áp được điều khiển bằng áp có giá trị sức điện động $e_{ng} = A \cdot \Delta U$ như hình 5.47. Cũng cần chú ý rằng, bộ KĐTT không thực sự chứa nguồn phụ thuộc, nhưng sự hoạt động của nó thì giống như một nguồn áp được điều khiển bằng áp.



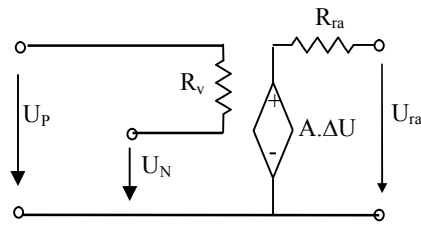
Hình 5.44



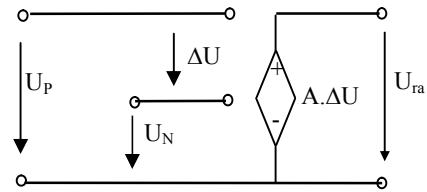
Hình 5.45



Hình 5.46



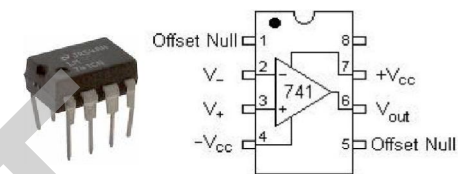
Hình 5.47: Mô hình của bộ KĐTT



Hình 5.48: Mô hình đơn giản (lý tưởng) của bộ KĐTT

Ở miền tần số thấp, hệ số khuếch đại vòng hở của bộ KĐTT thường nằm trong khoảng 10^3 đến 10^6 . Trở kháng vào thường có giá trị rất lớn từ $10^5\Omega$ đến $10^{15}\Omega$, còn trở kháng ra thường có giá trị nhỏ hơn từ 1Ω đến $10^3\Omega$, do đó trong các phân tích lý thuyết, lý tưởng thường coi như Z_v bằng vô cùng, tức đầu vào P và N là hở mạch; còn Z_{ra} bằng không, và hình 5.48 là một mô hình lý tưởng của loại linh kiện tích cực này.

Trong thế giới thực, một bộ KĐTT được xây dựng từ khoảng một chục điện trở và vài chục transistor dưới dạng mạch tích hợp. Hình 5.49 là một minh họa về cách đóng gói của loại vi mạch KĐTT này. Một số thiết kế có thể chứa vài bộ KĐTT trong cùng một chip.



Hình 5.49: Chip LM741 và sơ đồ bố trí chân của IC.

Trong thực tế hệ số khuếch đại của bộ KĐTT bị suy giảm đáng kể ở miền tần số cao. Đáp ứng tần số của $A(p)$ có thể coi như có dạng gần đúng như hình 5.50.

$$A(p) = \frac{A_0}{1 + \frac{p}{\omega_0}} \quad (5.87)$$

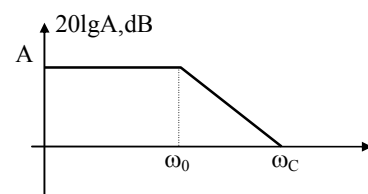
Mạch khuếch đại thuật toán có rất nhiều các ứng dụng trong thực tế cả ở chế độ tuyến tính và phi tuyến như các bộ so sánh, khuếch đại các thuật toán xử lý, lọc tích cực, dao động...

Nếu coi mạch KĐTT là lý tưởng, thì ở miền làm việc tuyến tính, ta không cần phải mô tả mô hình thông số của mạch khi phân tích; mà có thể coi gần đúng điện

áp vào (ΔU) được ghim xấp xỉ bằng không, sao cho điện áp ra không vượt qua ngưỡng bão hòa dương V_H hoặc bão hòa âm V_L . Điều này có thể thực hiện được nhờ các vòng hồi tiếp âm trong mạch.

Thí dụ 5-9: Hãy xét chức năng của mạch điện hình 5.51

Giải:



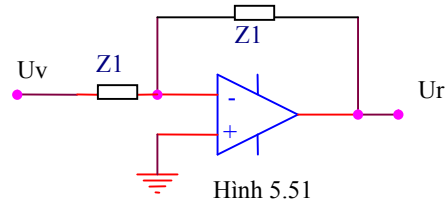
Hình 5.50

Nếu coi KĐTT là lý tưởng và làm việc trong miền tuyến tính thì ta có: $\Delta U = 0$
và khi đó điểm N được gọi là điểm đất ảo.

Dòng điện vào:
$$I_1 = \frac{U_v}{Z_1} = -\frac{U_{ra}}{Z_2}$$

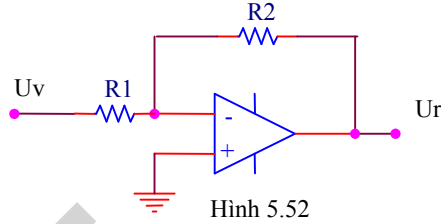
Từ đó ta rút ra:
$$U_{ra} = -\frac{Z_2}{Z_1} U_v ;$$

$$K(p) = -\frac{Z_2}{Z_1}$$



-Nếu Z_1, Z_2 là thuần trở thì chức năng của mạch là khuếch đại đảo pha (hình 5.52).

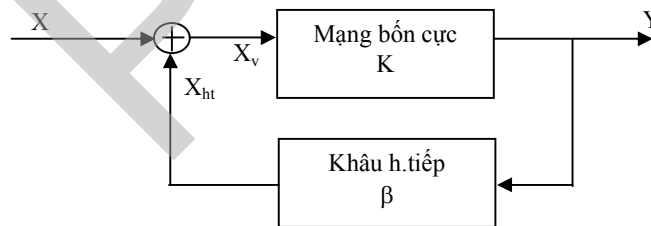
Nếu thay Z_1 là thuần trở, Z_2 là thuần dung khi đó mạch thực hiện chức năng của mạch tích phân, đóng vai trò là bộ lọc thông thấp tích cực bậc 1.



Nếu thay Z_1 là thuần dung, Z_2 là thuần trở thì mạch thực hiện chức năng của mạch vi phân đóng vai trò là bộ lọc thông cao tích cực bậc 1.

5.4.3 Mạng có phản hồi

Mạng bốn cực có phản hồi là một dạng kết cấu phổ biến của các hệ thống mạch. Trong đó một phần tín hiệu ra sẽ được đưa quay về không chế đầu vào. Mô hình tổng quát của mạng bốn cực có phản hồi như hình vẽ 5.53:



Hình 5.53

Giả thiết: M4C ban đầu có hệ số truyền đạt hở:

$$\vec{K} = \frac{\vec{Y}}{\vec{X}_v} \quad (5.88)$$

Khâu phản hồi có hệ số hồi tiếp:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{X}_{ht}}{\vec{Y}} \quad (5.89)$$

Như vậy, hệ thống kín (có phản hồi) sẽ có hệ số truyền đạt mới:

$$\bar{K}_{ht} = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} = \frac{\bar{K}}{1 - \bar{K} \cdot \bar{\beta}} \quad (5.90)$$

Trong trường hợp hồi tiếp âm (tín hiệu hồi tiếp làm suy yếu tín hiệu vào), khi đó $|1 - \bar{K}\bar{\beta}| > 1$, trị số hàm truyền đạt của hệ kín sẽ nhỏ hơn so với hệ hở.

Trong trường hợp hồi tiếp dương (tín hiệu hồi tiếp làm tăng cường tín hiệu vào), khi đó $|1 - \bar{K}\bar{\beta}| < 1$, trị số hàm truyền đạt của hệ kín sẽ lớn hơn so với hệ hở.

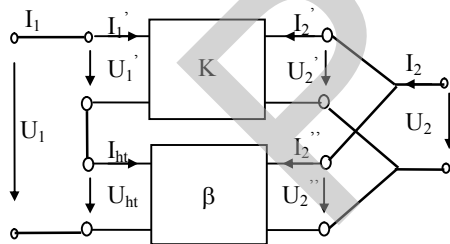
Nếu $\bar{K}\bar{\beta} = 1$, khi đó trị số hàm truyền đạt của hệ kín sẽ tiến đến vô cùng. Đó là trường hợp hồi tiếp dương gây ra hiện tượng tự kích, mạch rơi vào trạng thái không ổn định. Nếu cắt bỏ tín hiệu vào trong trường hợp này, thì hệ có thể tự dao động cho ra tín hiệu mà không cần tín hiệu vào.

Nếu $|\bar{K}\bar{\beta}| \gg 1$, khi đó trị số hàm truyền đạt của hệ kín sẽ chỉ phụ thuộc vào khâu hồi tiếp. Đó thường là trường hợp hồi tiếp âm sâu.

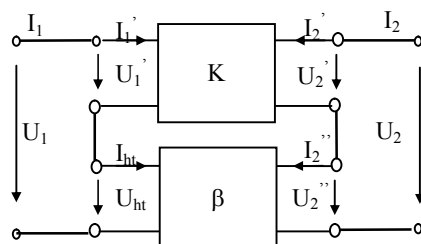
Nếu xét tới kết cấu và các thông số tham gia, người ta chia hồi tiếp thành các loại sau:

+Hồi tiếp nối tiếp điện áp: tín hiệu hồi tiếp nối tiếp với tín hiệu vào và tỉ lệ với điện áp đầu ra. Mô hình của nó được minh họa như hình 5.54.

+Hồi tiếp nối tiếp dòng điện: tín hiệu hồi tiếp nối tiếp với tín hiệu vào và tỉ lệ với dòng điện đầu ra. Mô hình của nó được minh họa như hình 5.55.

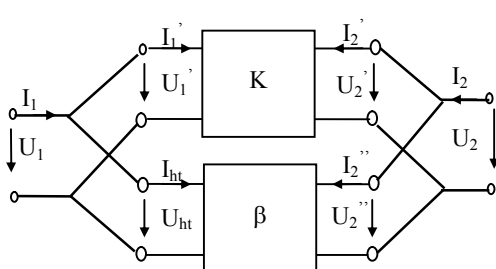


Hình 5.54

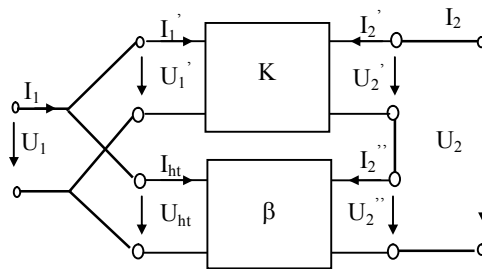


Hình 5.55

+Hồi tiếp song song điện áp: tín hiệu hồi tiếp song song với tín hiệu vào và tỉ lệ với điện áp đầu ra. Mô hình của nó được minh họa như hình 5.56.



Hình 5.56



Hình 5.57

+Hồi tiếp song song dòng điện: tín hiệu hồi tiếp song song với tín hiệu vào và tỉ lệ với dòng điện đầu ra. Mô hình của nó được minh họa như hình 5.57.

5.5 MỘT SỐ ỨNG DỤNG MẠNG BỐN CỰC

Nội dung chính phần này là những ứng dụng dựa trên lý thuyết của mạng bốn cực, trước hết đi sâu vào các ứng dụng của mạng bốn cực thụ động và tương hỗ.

5.5.1 Mạng bốn cực suy giảm

Mạng bốn cực suy giảm có thể định nghĩa một cách tổng quát là các mạch chia điện áp chính xác mà không làm thay đổi nội trở trong R_i của nguồn. Mạch suy giảm phải thỏa mãn các yêu cầu sau:

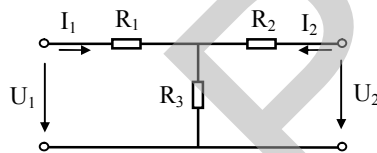
-Mạch suy giảm phải là bốn cực đối xứng với trở kháng đặc tính bằng điện trở trong của nguồn.

-Kết cấu đơn giản và tính toán dễ dàng, đồng thời không yêu cầu dịch pha giữa tác động vào và đáp ra, nghĩa là truyền đạt đặc tính:

$$g = a > 0 \quad (5.91)$$

Để đáp ứng được yêu cầu này thì các phần tử của bộ suy giảm phải là các thuần trở. Các phần tử của bộ suy giảm được tính toán theo các sơ đồ chuẩn của bốn cực như sau:

a. Sơ đồ hình T (hình 5.58):

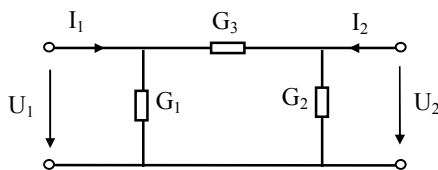


Hình 5.58

$$R_3 = \frac{R_i}{sha} \quad (5.92)$$

$$R_1 = R_2 = \frac{R_i}{tha} - \frac{R_i}{sha} \quad (5.93)$$

b. Sơ đồ hình π (hình 5.59):



Hình 5.59

$$G_3 = \frac{1}{R_i sha} \quad (5.94)$$

$$G_1 = G_2 = \frac{1}{R_i tha} - \frac{1}{R_i sha} \quad (5.95)$$

Thí dụ 5-10: Hãy tính mạch suy giảm làm việc với nguồn có điện trở trong là $R_i=600\Omega$, suy giảm đặc tính là 2,75 Nêpe.

Giải: Theo các điều kiện của bài toán:

$$R_i = 600\Omega \quad ; \quad a = 2,75Nêpe.$$

Vậy các phần tử của mạch suy giảm theo sơ đồ hình T là:

$$R_3 = \frac{R_i}{\sinh a} = \frac{600}{\sinh 2,75} = 77\Omega ;$$

$$R_1 = R_2 = \frac{R_i}{\tanh a} - \frac{R_i}{\sinh a} = \frac{600}{\tanh 2,75} - \frac{600}{\sinh 2,75} = 522\Omega$$

Tương tự bạn có thể tính các phần tử của mạch suy giảm theo sơ đồ hình π .

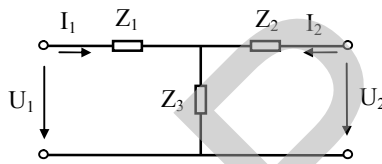
5.5.2 Mạng bốn cực phối hợp trở kháng

Khác với bốn cực suy giảm, nhiệm vụ của bốn cực phối hợp trở kháng là kết hợp với nguồn để làm thay đổi nội trở trong (R_{i1}) của nguồn thành giá trị mới (R_{i2}), hoặc ngược lại, biến đổi trở kháng tải thành trở kháng nguồn. Do đó đặc điểm chủ yếu của bốn cực phối hợp trở kháng là tính không đối xứng. Ngoài ra, yêu cầu khi kết hợp với nguồn thì truyền đạt đặc tính của nó là thuần ảo:

$$g = jb \quad (5.96)$$

Với các yêu cầu này, các phần tử của bộ phối hợp trở kháng được tính toán theo các sơ đồ chuẩn của bốn cực như sau:

a. Sơ đồ hình T (hình 5.60):



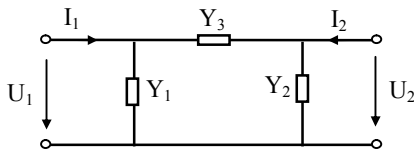
Hình 5.60

$$Z_3 = -j \frac{\sqrt{R_{i1} \cdot R_{i2}}}{\sin b} \quad (5.97)$$

$$Z_1 = j \left(\frac{\sqrt{R_{i1} R_{i2}}}{\sin b} - \frac{R_{i1}}{\operatorname{tg} b} \right) \quad (5.98)$$

$$Z_2 = j \left(\frac{\sqrt{R_{i1} R_{i2}}}{\sin b} - \frac{R_{i2}}{\operatorname{tg} b} \right) \quad (5.99)$$

b. Sơ đồ hình π (hình 5.61):



Hình 5.61

$$Y_3 = -j \frac{1}{\sqrt{R_{i1} R_{i2}} \sin b} \quad (5.100)$$

$$Y_1 = j \left(\frac{1}{\sqrt{R_{i1} R_{i2}} \sin b} - \frac{1}{R_{i1} \operatorname{tg} b} \right) \quad (5.101)$$

$$Y_2 = j \left(\frac{1}{\sqrt{R_{i1} R_{i2}} \sin b} - \frac{1}{R_{i2} \operatorname{tg} b} \right) \quad (5.102)$$

Thí dụ 5-11: Hãy tính mạch phối hợp trở kháng giữa nguồn có điện trở trong là 5000Ω và tải 75Ω . Giả sử điện áp điện áp ra chậm pha hơn điện áp vào 45° .

Giải: Theo các điều kiện của bài toán ta có:

$$R_{i1} = 5000\Omega; \quad R_{i2} = 75\Omega; \quad b = \pi/4 \text{ [rad/s]}.$$

Vậy các phần tử của mạch phối hợp trở kháng theo sơ đồ hình T là:

$$Z_3 = -j \frac{\sqrt{R_{i1} R_{i2}}}{\sin b} = -j \frac{\sqrt{5000 \cdot 75}}{\sqrt{2}/2} = -j866\Omega$$

$$Z_1 = j \left(\frac{\sqrt{R_{i1} R_{i2}}}{\sin b} - \frac{R_{i1}}{\operatorname{tg} b} \right) = j \left(\frac{\sqrt{5000 \cdot 75}}{\sqrt{2}/2} - \frac{5000}{1} \right) = -j4134\Omega$$

$$Z_2 = j \left(\frac{\sqrt{R_{i1} R_{i2}}}{\sin b} - \frac{R_{i2}}{\operatorname{tg} b} \right) = j \left(\frac{\sqrt{5000 \cdot 75}}{\sqrt{2}/2} - \frac{75}{1} \right) = j791\Omega$$

Tương tự bạn có thể tính các phần tử của mạch phối hợp theo sơ đồ hình π .

5.5.3 Mạch lọc thụ động LC loại k

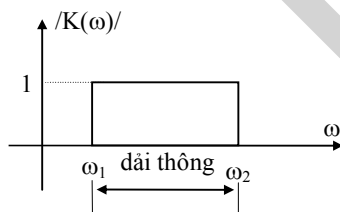
a. Khái niệm chung

Mọi mạch có chứa các phần tử điện kháng sao cho trở kháng của nó phụ thuộc vào tần số đều có thể coi như có tính chất chọn lọc đối với tần số. Một cách định tính có thể định nghĩa mạch lọc tần số là những mạch cho những dao động có tần số nằm trong một hay một số khoảng nhất định (gọi là dải thông) đi qua và chặn các dao động có tần số nằm trong những khoảng còn lại (gọi là dải chắn). Về mặt kết cấu, mạch lọc tần số lý tưởng là một bốn cực có suy giảm đặc tính thoả mãn:

$$a(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{trong dải thông} \\ \infty & \text{trong dải chắn} \end{cases} \quad (5.103)$$

Hay nói một cách khác, hệ số truyền đạt điện áp của mạch lọc tần số thoả mãn:

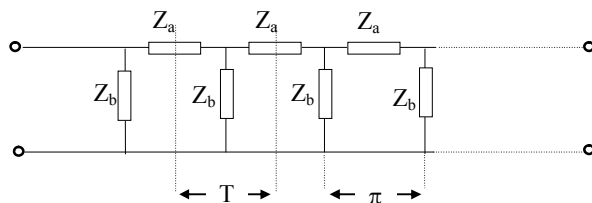
$$|K(\omega)| = \left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \begin{cases} 1 & \text{trong dải thông} \\ 0 & \text{trong dải chắn} \end{cases} \quad (5.104)$$



Hình 5.62

Đặc tính tần số $|K(\omega)|$ của mạch lọc lý tưởng biểu thị trong hình 5.62. Với mạch lọc thụ động, tính chất chọn lọc lý tưởng chỉ được thực hiện khi các phần tử xây dựng nên mạch là thuần kháng, đồng thời tải phối hợp trong dải thông là thuần trở.

Chúng ta sẽ xét các mạch lọc mà sơ đồ của nó có dạng hình cái thang như hình 5.63,

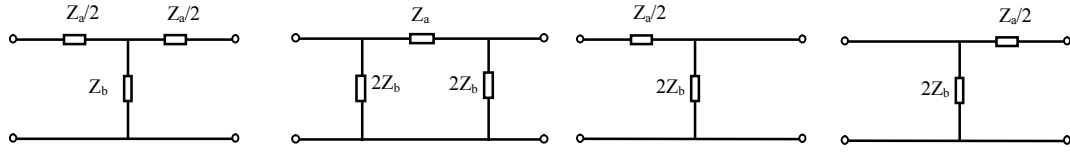


Hình 5.63

kết cấu này giúp cho mạch lọc làm việc ổn định do đó nó được sử dụng rất rộng rãi trong thực tế.

Để phân tích một mạch lọc phức tạp, thường dùng phương pháp cắt thành những đoạn nhỏ đơn giản theo các sơ

đồ hình T hoặc hình π , hình Γ thuận hoặc hình Γ ngược (hình 5.64) kết nối với nhau theo kiểu dây chuyền.



Hình 5.64

Các sơ đồ hình T và hình π thường được sử dụng để nghiên cứu về mặt lý thuyết mạch lọc. Các thông số đặc tính của hai loại sơ đồ này được tính theo các công thức:

$$Z_d(T) = \frac{Z_a}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}} \quad (5.105)$$

$$Z_d(\pi) = 2Z_b \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}}} \quad (5.106)$$

$$\text{th } g_{T,\pi} = \frac{\sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}}}{1 + \frac{2Z_b}{Z_a}} \quad (5.107)$$

b. Điều kiện dải thông của mạch lọc

Với kết cấu các phần tử tạo thành Z_a , Z_b đã cho, cần xác định điều kiện về dải thông (hay dải chắn) của mạch lọc. Trong dải thông ta phải có:

$$\begin{cases} a = 0 \\ g = jb \end{cases}$$

Rút ra hai điều kiện trong dải thông:

Thứ nhất: Các phần tử Z_a , Z_b là thuần kháng.

Thứ hai: $Z_d(T)$ và $Z_d(\pi)$ phải thuần trở.

và điều kiện này sẽ tương đương với:

$$1 \leq -4 \frac{Z_b}{Z_a} \leq \infty \quad \text{hay} \quad -1 \leq \frac{Z_a}{4Z_b} \leq 0 \quad (5.108)$$

Đây là điều kiện dải thông của mạch lọc có kết cấu hình cái thang.

Tại tần số ω_c của mạch lọc, ta sẽ có: $-4 \frac{Z_b(\omega_c)}{Z_a(\omega_c)} = 1 \quad (5.109)$

c. Mạch lọc loại k

Mạch lọc loại k là loại mạch lọc thuần kháng nói trên có các phần tử thỏa mãn điều kiện:

$$Z_a \cdot Z_b = k^2 \quad (5.110)$$

(trong đó k là một hằng số thực)

Để thoả mãn điều kiện trên, đơn giản nhất là chọn các nhánh Z_a , Z_b là các phần tử thuần kháng có tính chất ngược nhau. Sau đây ta xét cụ thể loại mạch lọc này.

d. Cấu trúc của mạch lọc loại k

- Mạch lọc thông thấp:

$$Z_a = j\omega L_a ; \quad Z_b = \frac{1}{j\omega C_b} \quad (5.111)$$



Hình 5.65

Hình 5.65 mô tả một mắt lọc hình T và hình π của mạch lọc thông thấp.

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo công thức:

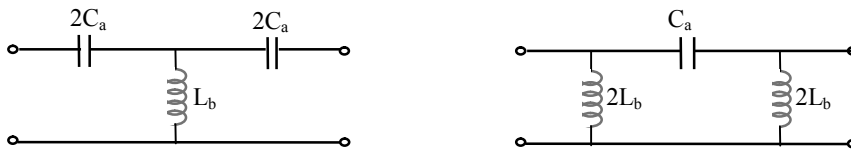
$$-4 \frac{Z_b(\omega_c)}{Z_a(\omega_c)} = \frac{4}{\omega^2 L_a C_b} = 1$$

Rút ra
$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}} \quad (5.112)$$

- Mạch lọc thông cao:

$$Z_a = \frac{1}{j\omega C_a} ; \quad Z_b = j\omega L_b \quad (5.113)$$

Hình 5.66 mô tả mắt lọc hình T và hình π của mạch lọc.



Hình 5.66

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo công thức:

$$-4 \frac{Z_b(\omega_c)}{Z_a(\omega_c)} = 4\omega^2 L_b C_a = 1$$

Rút ra
$$\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{L_b C_a}} \quad (5.114)$$

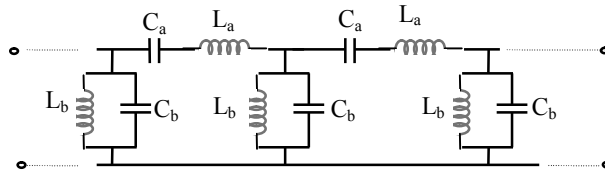
- Mạch lọc thông dải:

$$Z_a = j(\omega L_a - \frac{1}{\omega C_a}); \quad Z_b = \frac{1}{j(\omega C_b - \frac{1}{\omega L_b})} \quad (5.115)$$

Để thỏa mãn điều kiện của mạch lọc loại k, cần có:

$$\frac{1}{\sqrt{L_a C_a}} = \frac{1}{\sqrt{L_b C_b}} = \omega_0 \quad (5.116)$$

Hình 5.67 mô tả sơ đồ mạch lọc.



Hình 5.67

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo công thức:

$$-4 \frac{Z_b(\omega)}{Z_a(\omega)} = \frac{4}{\sqrt{\frac{L_a C_b}{L_b C_a} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

Đặt
$$p = \frac{L_b}{L_a} = \frac{C_a}{C_b} \quad (5.117)$$

Rút ra
$$\omega_{c1,2} = \omega_0 (\sqrt{p+1} \mp \sqrt{p}) \quad (5.118)$$

Dải thông của mạch lọc thông dải: $\omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2}$

Và ta có quan hệ sau:

$$\begin{cases} \omega_{c1} \omega_{c2} = \omega_0^2 \\ \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}} = 2\omega_0 \sqrt{p} \end{cases} \quad (5.119)$$

- Mạch lọc chắn dải:

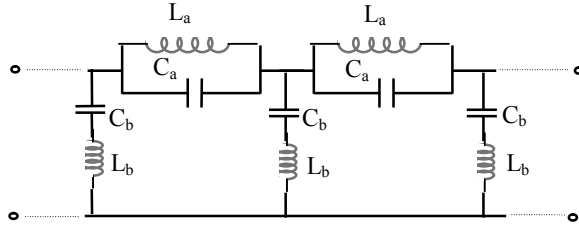
$$Z_a = \frac{1}{j(\omega C_a - \frac{1}{\omega L_a})}; \quad Z_b = j(\omega L_b - \frac{1}{\omega C_b}) \quad (5.120)$$

Tương tự để thỏa mãn điều kiện của mạch lọc loại k, cần có thêm điều kiện:

$$\frac{1}{\sqrt{L_a C_a}} = \frac{1}{\sqrt{L_b C_b}} = \omega_0 \quad (5.121)$$

Hình 5.68 mô tả sơ đồ mạch lọc chắn dải.

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo công thức:



Hình 5.68

$$-4 \frac{Z_b(\omega)}{Z_a(\omega)} = 4 \sqrt{\frac{L_b C_a}{L_a C_b}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2$$

Cũng đặt $p = \frac{L_b}{L_a} = \frac{C_a}{C_b}$; và $p' = \frac{1}{16p}$ (5.122)

Rút ra $\omega_{c1,2} = \omega_0 (\sqrt{p' + 1} \pm \sqrt{p'})$ (5.123)

Dải thông của mạch lọc thông dải có hai khoảng: $\omega \leq \omega_{c1}$; $\omega \geq \omega_{c2}$

Và ta cũng có quan hệ:

$$\begin{cases} \omega_{c1} \omega_{c2} = \omega_0^2 \\ \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{1}{2\sqrt{L_b C_a}} = 2\omega_0 \sqrt{p'} \end{cases} \quad (5.124)$$

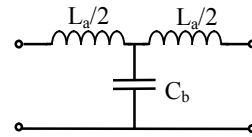
e. Tính chất của mạch lọc loại k

Ta sẽ xét trở kháng đặc tính và truyền đạt đặc tính của từng loại mạch lọc.

- Đối với mạch lọc thông thấp

* Xét trở kháng đặc tính của mắt lọc hình T (hình 5.69):

$$Z_d(T) = \frac{Z_a}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}} = j\omega \frac{L_a}{2} \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$



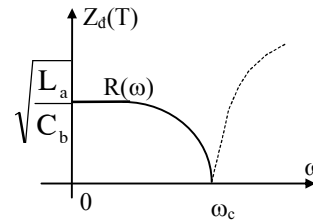
Hình 5.69

-Trong dải chặn ($\omega > \omega_c$): $Z_d(T)$ mang tính điện cảm.

-Trong dải thông ($\omega < \omega_c$): $Z_d(T)$ mang tính điện trở và được tính theo công thức:

$$Z_d(T) = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}} \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} = R(\omega)$$

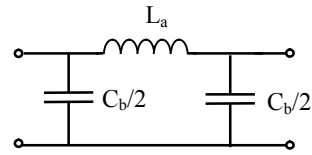
Sự phụ thuộc của $Z_d(T)$ theo tần số được biểu thị trong hình 5.70.



Hình 5.70

* Xét trở kháng đặc tính của mắt lọc hình pi (hình 5.71):

$$Z_d(\pi) = 2Z_b \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}}} = \frac{2}{j\omega C_b} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}}$$

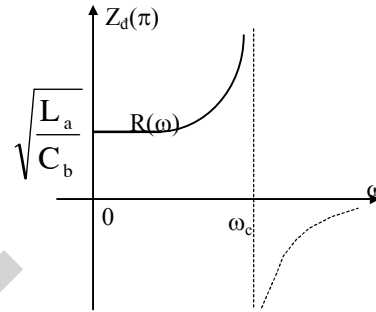


Hình 5.71

-Trong dải chặn ($\omega > \omega_c$): $Z_d(\pi)$ mang tính điện dung.

-Trong dải thông ($\omega < \omega_c$): $Z_d(\pi)$ mang tính điện trở và được tính theo công thức:

$$Z_d(\pi) = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}} = R(\omega)$$



Hình 5.72

Sự phụ thuộc của $Z_d(\pi)$ theo tần số được biểu thị trong hình 5.72.

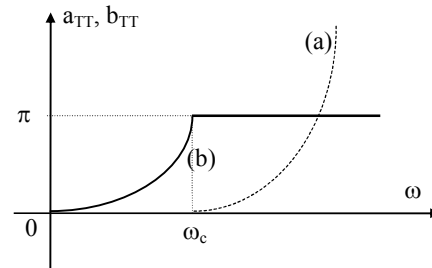
* Bây giờ ta xét sang truyền đạt đặc tính:

-Trong dải thông ($\omega < \omega_c$): suy giảm đặc tính $a = 0$, khi đó:

$$th_{g_{T,\pi}} = j.tgb = \frac{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}}{1 - \frac{\omega_c^2}{2\omega^2}} \quad \text{hay} \quad tgb = \pm \frac{\sqrt{\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1}}{1 - \frac{\omega_c^2}{2\omega^2}}$$

-Trong dải chặn ($\omega > \omega_c$): điện áp trên cửa ra giảm nhỏ một cách đáng kể sao cho lúc đó không cần để ý tới sự dịch pha giữa nó với điện áp vào. Người ta quy ước là b giữ nguyên giá trị của nó tại ω_c , sao cho sang dải chặn $tgb = 0$ và $thg = tha$. Khi đó:

$$a = arth \frac{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}}{1 - \frac{\omega_c^2}{2\omega^2}}$$



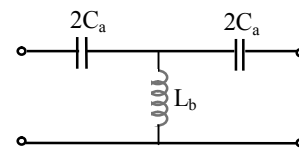
Hình 5.73

Hình 5.73 biểu diễn sự phụ thuộc của a và b theo tần số trong các dải khác nhau.

- Đối với mạch lọc thông cao

* Xét trở kháng đặc tính của mắt lọc hình T (hình 5.74):

$$Z_d(T) = \frac{Z_a}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}} = \frac{1}{2j\omega C_a} \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$



Hình 5.74

-Trong dải chặn ($\omega < \omega_c$): $Z_d(T)$ mang tính điện dung.

-Trong dải thông ($\omega > \omega_c$): $Z_d(T)$ mang tính điện trở và được tính theo công thức:

$$Z_d(T) = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} = R(\omega)$$

Sự phụ thuộc của $Z_d(T)$ theo tần số được biểu thị trong hình 5.75.

* Xét trở kháng đặc tính của mắt lọc hình π (hình 5.76):

$$Z_d(\pi) = 2Z_b \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}}} = 2j\omega L_b \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}$$

-Trong dải chặn ($\omega < \omega_c$): $Z_d(\pi)$ mang tính điện cảm.

-Trong dải thông ($\omega > \omega_c$): $Z_d(\pi)$ mang tính điện trở và được tính theo công thức:

$$Z_d(\pi) = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}} = R(\omega)$$

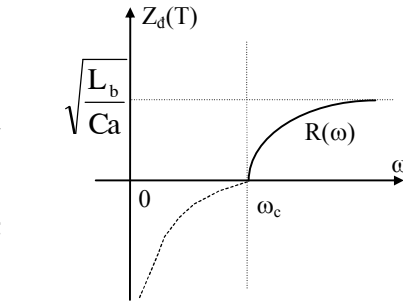
Sự phụ thuộc của $Z_d(\pi)$ theo tần số được biểu thị trong hình 5.77.

* Bây giờ ta xét sang truyền đạt đặc tính:

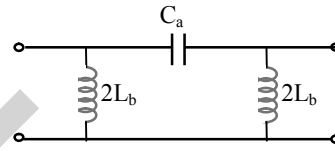
-Trong dải thông ($\omega > \omega_c$): suy giảm đặc tính $a = 0$, khi đó:

$$\text{th } g_{T,\pi} = j \text{tg}b = \frac{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}{1 - \frac{\omega^2}{2\omega_c^2}}, \quad \text{hay}$$

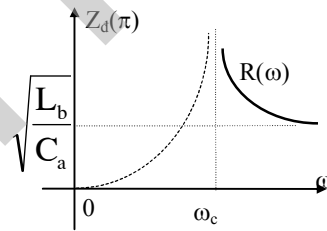
$$\text{tg}b = \pm \frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{\omega_c^2} - 1}}{1 - \frac{\omega^2}{2\omega_c^2}}$$



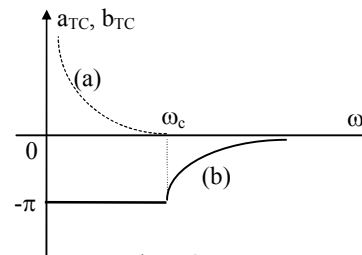
Hình 5.75



Hình 5.76



Hình 5.77



Hình 5.78

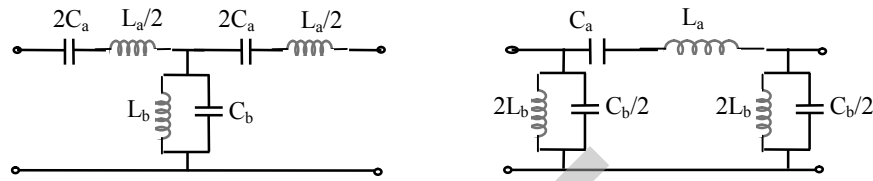
-Trong dải chặn ($\omega < \omega_c$): người ta cũng quy ước b giữ nguyên giá trị của nó tại ω_c , sao cho sang dải chặn $\text{tg}b = 0$ và $\text{th}g = \text{th}a$. Khi đó:

$$a = \operatorname{arth} \frac{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}{1 - \frac{\omega^2}{2\omega_c^2}}$$

Hình 5.78 biểu diễn sự phụ thuộc của a và b theo tần số trong các dải khác nhau.

- Đối với mạch lọc thông dải

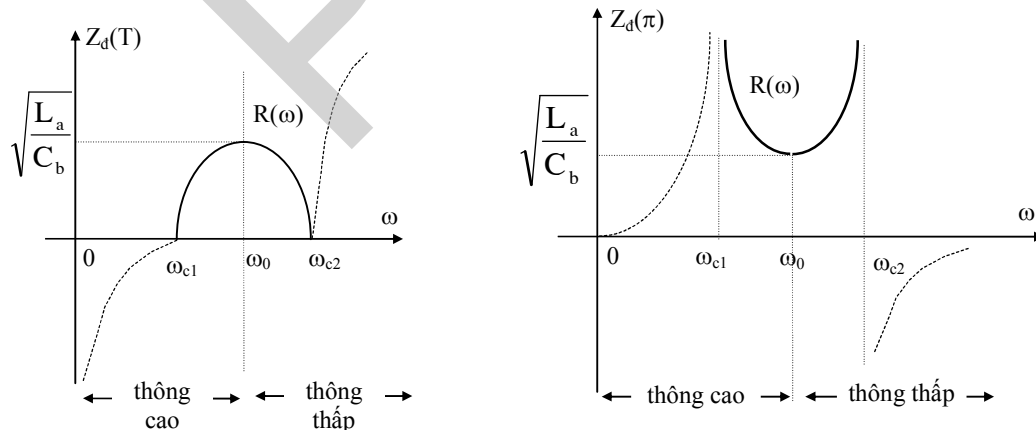
Xét mắt lọc hình T và hình π của mạch lọc thông dải (hình 5.79):



Hình 5.79

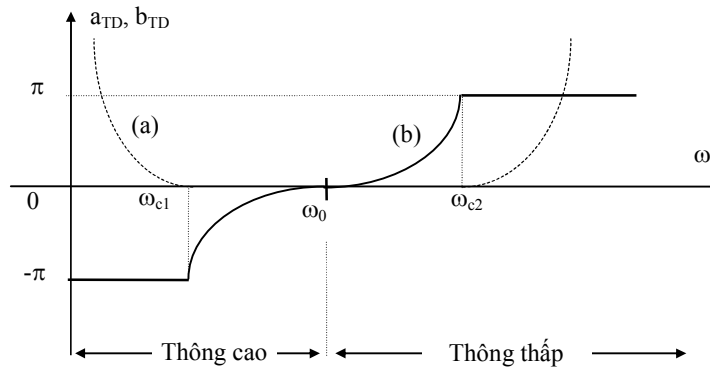
Do việc tính toán khá phức tạp, nên ở đây không thực hiện tính toán trực tiếp mà chỉ dựa vào tính chất tương đương của nó đối với các mạch lọc thông thấp và thông cao trên các đoạn tần số khác nhau. Cụ thể là:

-Trên đoạn $\omega > \omega_0$: nhánh Z_a mang tính điện cảm, còn Z_b mang tính chất điện dung, do đó mạch lọc thông dải sẽ tương đương như một mạch lọc thông thấp.



Hình 5.80

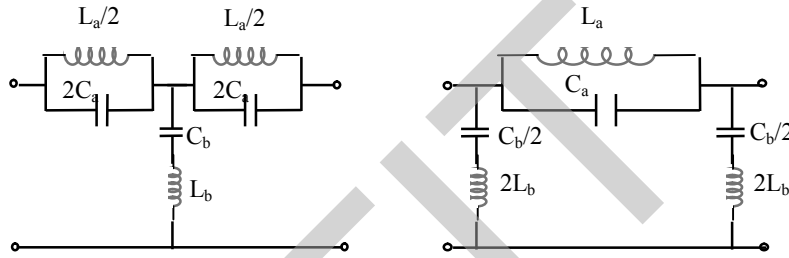
-Trên đoạn $\omega < \omega_0$: nhánh Z_a mang tính điện dung, còn Z_b mang tính chất điện cảm, do đó mạch lọc thông dải sẽ tương đương như một mạch lọc thông cao. Hình vẽ 5.80 và 5.81 biểu diễn sự phụ thuộc của các thông số đặc tính của mạch lọc thông dải theo các dải tần số khác nhau.



Hình 5.81

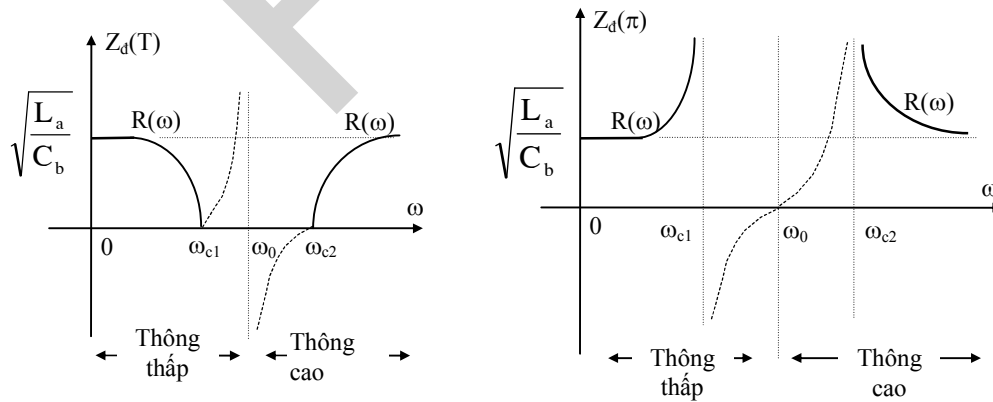
- Đối với mạch lọc chắn dải

Xét mạch lọc hình T và hình π của mạch lọc chắn dải (hình 5.82):



Hình 5.82

Tương tự như mạch lọc thông dải, dựa vào tính chất tương đương của mạch lọc chắn dải đối với các mạch lọc thông thấp và thông cao trên các đoạn tần số khác nhau. Cụ thể là:

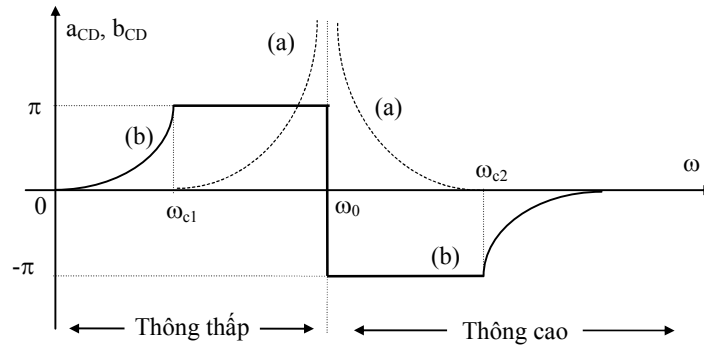


Hình 5.83

-Trên đoạn $\omega > \omega_0$: nhánh Z_a mang tính điện dung, còn Z_b mang tính chất điện cảm, do đó mạch lọc chắn dải sẽ tương đương như một mạch lọc thông cao.

-Trên đoạn $\omega < \omega_0$: nhánh Z_a mang tính điện cảm, còn Z_b mang tính chất điện dung, do đó mạch lọc chắn dải sẽ tương đương như một mạch lọc thông thấp.

Hình vẽ 5.83 và 5.84 biểu diễn sự phụ thuộc của các thông số đặc tính của mạch lọc chắn dải theo các dải tần số khác nhau.



Hình 5.84

Trên đây ta đã xét các tính chất của bộ lọc loại k, trong đó các thông số đặc tính được định nghĩa dựa vào điều kiện phối hợp trở kháng ở cả hai cửa. Nhưng điều kiện này lại rất khó thực hiện, bởi vì thông thường trở kháng tải và nội kháng của nguồn có giá trị là thuần trở cố định, hay nếu có phụ thuộc tần số thì cũng theo quy luật riêng của nó. Trong khi đó trở kháng đặc tính của mạch lọc loại K cho dù có tính chất thuần trở trong dải thông nhưng vẫn bị phụ thuộc khá nhiều vào tần số. Vì vậy nhược điểm của loại bộ lọc này là trở kháng đặc tính và sự truyền đạt tín hiệu bị ảnh hưởng nhiều bởi tần số.

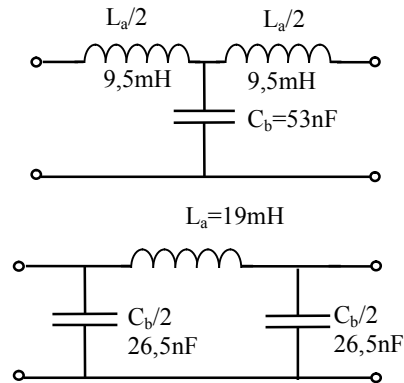
Thí dụ 5-12: Tính các phần tử của mạch lọc thông thấp loại k có dải thông từ 0 đến 1000Hz, trở kháng đặc tính ở đầu dải thông là 600Ω. Vẽ khâu T và π của mạch lọc.

Giải: Theo các giả thiết ta có:

$$\begin{cases} f_c = \frac{1}{\pi \sqrt{L_a C_b}} = 1000 \\ Z_d(0) = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}} = 600 \end{cases}$$

Rút ra

$$\begin{cases} C_b = \frac{1}{\pi \cdot 6 \cdot 10^6} = 53\text{nF} \\ L_a = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{\pi} = 19\text{mH} \end{cases}$$



Hình 5.85

Các sơ đồ mắt lọc thông thấp được vẽ ở hình 5.85

5.5.4 Mạch lọc thụ động LC loại m

Để khắc phục nhược điểm của bộ lọc loại k, người ta đã cải tiến một bước về mặt kết cấu để đạt được chất lượng cao hơn. Các mạch lọc đó được gọi là mạch lọc m.

a. Các phương pháp xây dựng bộ lọc loại m

Để xây dựng bộ lọc m, người ta dùng các phương pháp chuyển từ bộ lọc loại k.

- **Chuyển nối tiếp:** Bao gồm các bước như sau:

+Chọn khâu cơ bản hình T và tính toán dựa vào trở kháng của nhánh.

+Giữ lại một phần trên nhánh nối tiếp, sao cho trở kháng của nó trở thành:

$$Z'_a = m.Z_a \quad (\text{với } m < 1) \quad (5.125)$$

+Chuyển một phần của Z_a xuống nhánh song song sao cho tạo thành Z'_b .

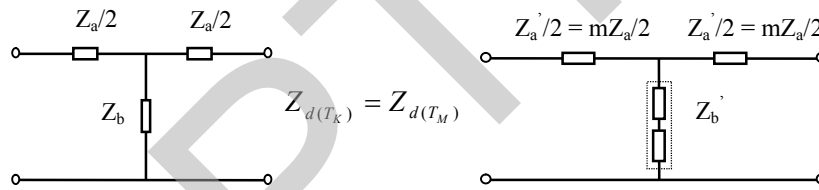
+Xác định Z'_b dựa vào điều kiện cân bằng các trở kháng đặc tính của các khâu loại k và loại m:

$$Z_{d(T_K)} = Z_{d(T_M)} \quad (5.126)$$

Bây giờ ta tính Z'_b , điều kiện trên được viết thành:

$$\frac{Z_a}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}} = \frac{mZ_a}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z'_b}{mZ_a}} \quad (5.127)$$

Rút ra
$$Z'_b = \frac{1-m^2}{4m} Z_a + \frac{Z_b}{m} \quad (5.128)$$



Hình 5.86

Khâu lọc m được xây dựng bằng cách này gọi là khâu lọc m nối tiếp. Nó cũng có kết cấu hình T. Hình 5.86 mô tả quá trình chuyển nối tiếp vừa trình bày ở trên.

- **Chuyển song song:** Bao gồm các bước như sau:

+Chọn khâu cơ bản hình π và tính toán dựa vào dẫn nạp của nhánh.

+Giữ lại một phần trên nhánh song song, sao cho dẫn nạp của nó trở thành:

$$Y'_b = m.Y_b \quad (\text{với } m < 1) \quad (5.129)$$

+Chuyển một phần của Y_b lên nhánh nối tiếp sao cho tạo thành Y'_a .

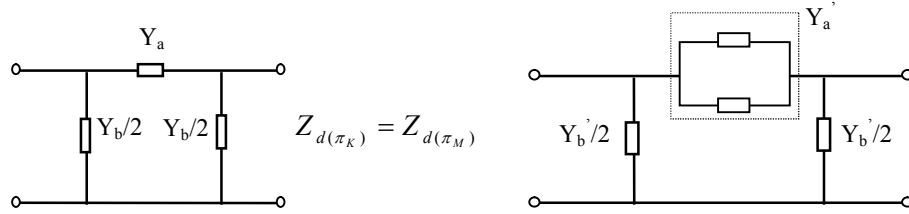
+Xác định Y'_a dựa vào điều kiện cân bằng các trở kháng đặc tính của các khâu loại K và loại M:

$$Z_{d(\pi_K)} = Z_{d(\pi_M)} \quad (5.130)$$

Bây giờ ta tính Y'_a , điều kiện trên được viết thành:

$$\frac{2}{Y_b} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Y_a}{Y_b}}} = \frac{2}{mY_b} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Y'_a}{mY_b}}} \quad (5.131)$$

Rút ra
$$Y'_a = \frac{1-m^2}{4m} Y_b + \frac{Y_a}{m} \quad (5.132)$$

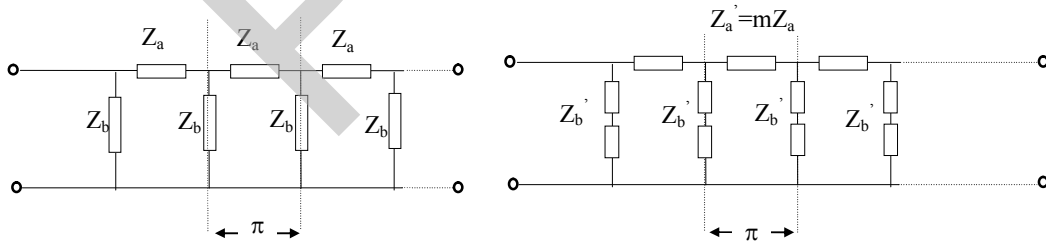


Hình 5.87

Khâu lọc M được xây dựng bằng cách này gọi là khâu lọc M song song. Nó cũng có kết cấu hình π . Hình 5.87 mô tả quá trình chuyển song song vừa trình bày ở trên.

b. Các tính chất của mạch lọc loại m

Trong phần trên ta đã xét cách xây dựng mạch lọc loại M từ mạch lọc loại K, trong đó cần chú ý rằng điều kiện cân bằng trở kháng đặc tính của các khâu loại K và loại M sẽ làm cho hai loại mạch lọc sẽ có cùng dải thông. Tuy nhiên điều đó chưa thể hiện những cải thiện của mạch lọc loại M so với mạch lọc loại K một cách thuyết phục. Bây giờ ta hãy xét tới các thông số đặc tính của mạch lọc M theo một cách nhìn khác, trước hết là trở kháng đặc tính của mắt lọc hình π trong cách chuyển nối tiếp (hình 5.88).



Hình 5.88

$$Z'_d(\pi_M) = 2Z'_b \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z'_b}{Z'_a}}} = 2\left(\frac{1-m^2}{4m} Z_a + \frac{Z_b}{m}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z'_b}{Z'_a}}}$$

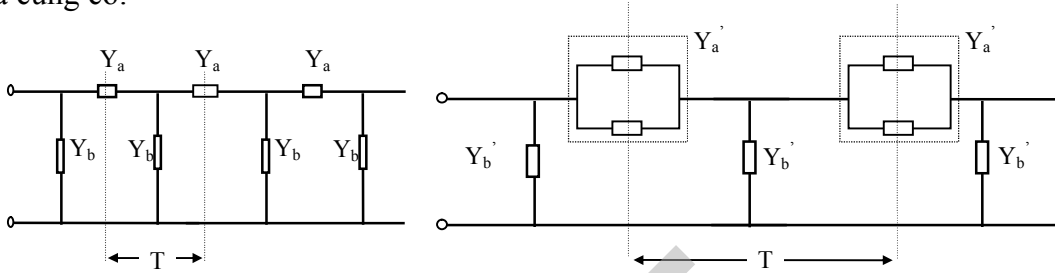
trong đó nếu chú ý đến điều kiện cân bằng trở kháng đặc tính ta sẽ có:

$$Z'_d(\pi_M) = 2\left(\frac{1-m^2}{4m} Z_a + \frac{Z_b}{m}\right) \frac{m}{\sqrt{1 + \frac{4Z'_b}{Z'_a}}} = \frac{2Z_b}{\sqrt{1 + \frac{4Z'_b}{Z'_a}}} \left(1 + \frac{1-m^2}{4} \frac{Z_a}{Z_b}\right)$$

$$\text{hay} \quad Z_{d'(\pi_M)} = Z_{d(\pi_K)} \left(1 + \frac{1-m^2}{4} \frac{Z_a}{Z_b} \right) \quad (5.133)$$

Kết quả trên nói lên rằng, trở kháng đặc tính của bộ lọc loại M trong cách chuyển nối tiếp còn phụ thuộc hệ số m. Điều này chỉ ra khả năng, nếu chọn m thích hợp có thể làm cho $Z_{d'(\pi_M)}$ ít phụ thuộc vào tần số nhất.

Đối với trở kháng đặc tính của mắt lọc hình T trong cách chuyển song song (hình 5.89) ta cũng có:



Hình 5.89

$$Z_{d'(\pi_M)} = \frac{Z_a'}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z_b'}{Z_a'}} = \frac{1}{2Y_a'} \sqrt{1 + \frac{4Y_b'}{Y_a'}} = \frac{1}{2\left(\frac{1-m^2}{4m}Y_b + \frac{Y_a}{m}\right)} \sqrt{1 + \frac{4Y_a'}{Y_b'}}$$

$$\text{hay} \quad Z_{d'(\pi_M)} = \frac{1}{2\left(\frac{1-m^2}{4m}Y_b + \frac{Y_a}{m}\right)} \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{4Y_a'}{Y_b'}}}{m} = \frac{\sqrt{1 + \frac{4Y_a'}{Y_b'}}}{2Y_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1-m^2}{4} \cdot \frac{Y_b}{Y_a}}$$

$$\text{tức là} \quad Z_{d'(\pi_M)} = Z_{d(\pi_K)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1-m^2}{4} \cdot \frac{Y_b}{Y_a}} \quad (5.134)$$

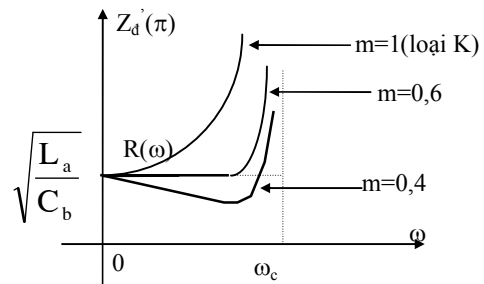
Kết quả trên cũng nói lên rằng, trở kháng đặc tính của bộ lọc loại M trong cách chuyển song song phụ thuộc hệ số m.

Cụ thể ta xét bộ lọc thông thấp, có các trở kháng xuất phát từ loại K:

$$Z_a = j\omega L_a; \quad Z_b = \frac{1}{j\omega C_b}$$

-Theo cách chuyển nối tiếp sẽ có bộ lọc loại M, tương ứng:

$$\begin{cases} Z_a' = j\omega m L_a \\ Z_b' = j\omega \frac{1-m^2}{4m} L_a + \frac{1}{j\omega m C_b} \end{cases}$$



Hình 5.90

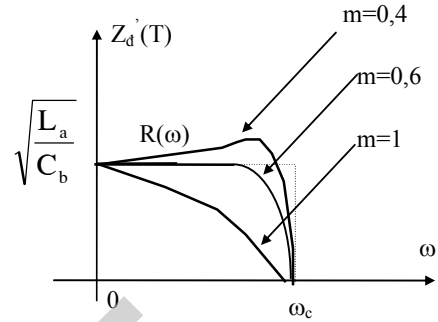
$$Z_{d'(\pi_M)} = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} \cdot [1 - (1 - m^2) \cdot \frac{\omega^2}{\omega_c^2}]$$

Hình 5.90 là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của trở kháng đặc tính mắt lọc hình π mạch lọc thông thấp nối tiếp theo giá trị của m .

-Theo cách chuyển song song sẽ có bộ lọc loại M, tương ứng:

$$\begin{cases} Y'_a = j\omega \frac{1-m^2}{4m} C_b + \frac{1}{j\omega m L_a} \\ Y'_b = j\omega m C_b \end{cases}$$

$$Z_{d'(\pi_M)} = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}} \cdot \frac{1}{[1 - (1 - m^2) \cdot \frac{\omega^2}{\omega_c^2}]}$$

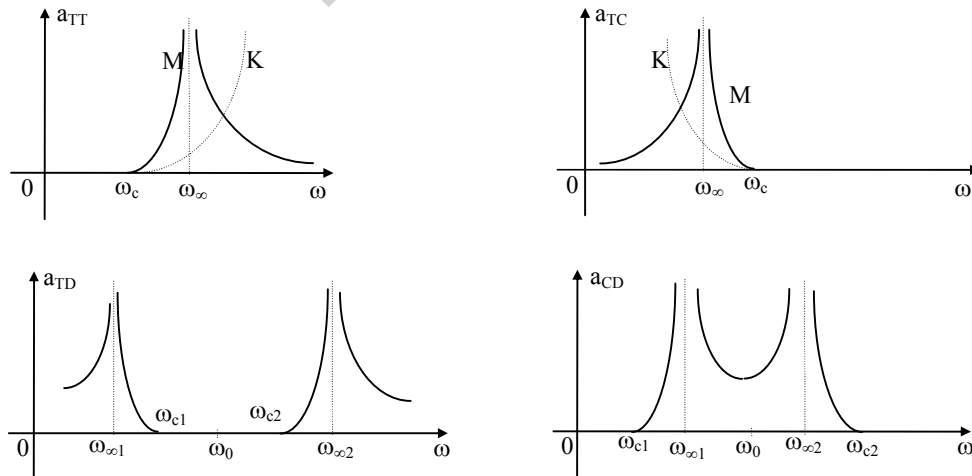


Hình 5.91

Hình 5.91 là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của trở kháng đặc tính mắt lọc hình T mạch lọc thông thấp song song theo m .

Như vậy, nếu chọn $m=0,6$ thì sẽ các kháng đặc tính của các mắt lọc nêu trên sẽ ít phụ thuộc vào tần số nhất. Đối với mạch lọc thông cao cũng có kết quả tương tự.

Bây giờ ta xét tới truyền đạt đặc tính (g) của mạch lọc loại M, trong đó chủ yếu xét đến suy giảm đặc tính (a). Khâu lọc M phức tạp hơn khâu lọc K, do đó trên các nhánh nối tiếp và song song của mạch lọc có thể xảy ra cộng hưởng làm hở mạch Y'_a hoặc ngắn mạch Z'_b . Khi đó suy giảm đặc tính sẽ lớn vô cùng, vì vậy các tần số cộng hưởng này được gọi ω_∞ . Chúng là nghiệm của các phương trình:



Hình 5.92

$$Y_a' = \frac{1-m^2}{4m} Y_b + \frac{Y_a}{m} = 0$$

hoặc

$$Z_b' = \frac{1-m^2}{4m} Z_a + \frac{Z_b}{m} = 0$$

$$\text{Hay là} \quad -\frac{4Z_b}{Z_a} = 1 - m^2 < 1 \quad (5.135)$$

Rõ ràng các tần số ω_∞ nằm trong dải chặn (vì biểu thức trên không thỏa mãn điều kiện dải thông) các tần số này phụ thuộc vào giá trị của m . Hình 5.92 minh họa sự tồn tại của các tần số ω_∞ và suy giảm đặc tính của các mạch lọc loại M. Chú ý rằng các thông số đặc tính của mạch lọc thông dải và chặn dải loại M đều có thể suy ra từ mạch lọc thông thấp và thông cao cùng loại.

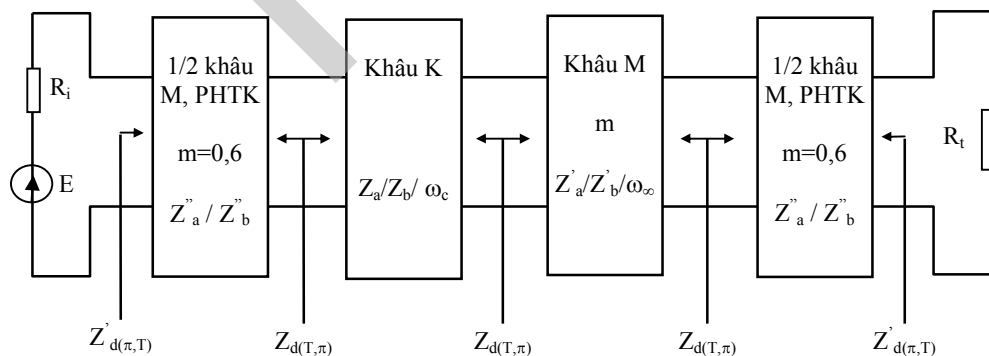
Nhận xét:

Trong khoảng tần số giữa ω_c và ω_∞ , suy giảm đặc tính tăng từ 0 đến ∞ . Do đó độ dốc của đặc tuyến phụ thuộc vào bề rộng của khoảng $(\omega_c, \omega_\infty)$, mà bề rộng này lại phụ thuộc vào m , từ đó ta có thể chọn độ dốc của đặc tuyến một cách tùy ý theo m . Đây là một ưu điểm lớn của mạch lọc M so với mạch lọc K. Tuy nhiên khi đi sâu vào dải chặn thì suy giảm đặc tính lại giảm khá nhỏ. Đây là nhược điểm của bộ lọc M so với bộ lọc loại K.

5.5.5 Bộ lọc thụ động LC đầy đủ

a. Nguyên tắc thiết kế chung

Nguyên tắc tính toán một bộ lọc là phải đảm bảo các yêu cầu kỹ thuật, sao cho chất lượng của nó càng đạt tới lý tưởng càng tốt. Nói một cách cụ thể:



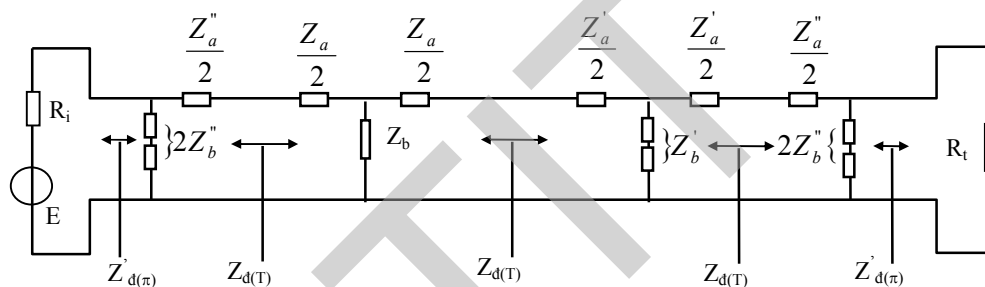
Hình 5.93

-Suy giảm đặc tính (a) phải hoàn toàn triệt tiêu trong dải thông và rất lớn trong toàn bộ dải chặn.

-Bộ lọc phải được phối hợp trở kháng tốt với nguồn và tải.

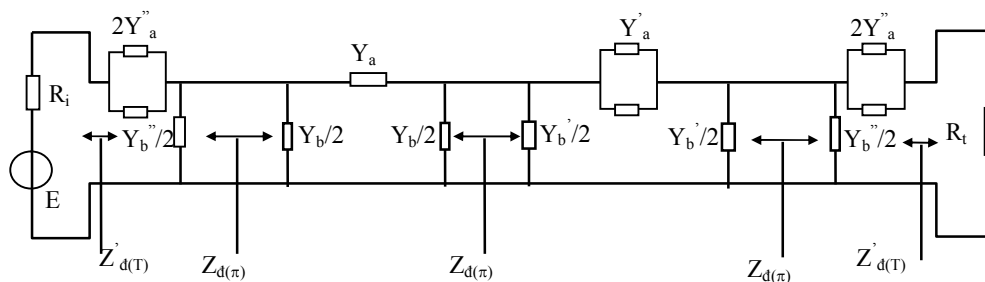
Trong thực tế, để đáp ứng đầy đủ các yêu cầu kỹ thuật, thường phải xây dựng các bộ lọc phức tạp gồm nhiều khâu khác nhau và có các tính chất bổ xung cho nhau. Nhìn chung một bộ lọc như vậy phải có hai khâu không đối xứng ở hai đầu làm nhiệm vụ phối hợp trở kháng với nguồn và tải, và một số khâu lọc đối xứng loại M hoặc K (hình T hoặc hình π) nối với nhau theo kiểu dây chuyền (hình 5.93). Sau đây ta đi sâu vào các khâu trong bộ lọc:

Khâu lọc M (đối xứng) được đưa vào để đảm bảo ra khỏi dải thông suy giảm đặc tính tăng rất nhanh. Do đặc tính càng đi sâu vào dải chắn thì suy giảm đặc tính của nó càng tăng, do đó Khâu lọc K (đối xứng) được đưa vào trước khâu lọc M để khắc phục nhược điểm về sự giảm của suy giảm đặc tính khi đi sâu vào dải chắn của khâu lọc M. Như vậy để đảm bảo các khâu này có cùng dải thông và sự phối hợp trở kháng thì khâu M sẽ được thực hiện bằng cách chuyển từ khâu K theo cách chuyển tương ứng. Hệ số m do tần số suy giảm vô cùng ω_∞ quyết định.



Hình 5.94

Hai khâu 1/2 M (không đối xứng): được đặt ở hai đầu bộ lọc để phối hợp trở kháng giữa bộ lọc với nguồn và tải. Do bản thân nhiệm vụ phối hợp trở kháng dẫn đến nó phải có tính không đối xứng. Mặt khác để vừa đảm bảo phối hợp với nguồn và tải, đồng thời vừa đảm bảo phối hợp đầu nối nó với các khâu K và khâu M ở phía trong bộ lọc một cách bình thường, người ta tạo ra các khâu này bằng cách: tạo ra khâu M từ khâu lọc K theo cách chuyển tương ứng, với hệ số $m=0,6$, sau đó bỏ đôi khâu M vừa tạo trên để chỉ giữ lại một nửa. Với hệ số $m=0,6$ thì trở kháng đặc tính ở cửa vào và cửa ra của bộ lọc sẽ đảm bảo thuần trở và ổn định, đảm bảo sự phối hợp trở kháng với nguồn và tải.



Hình 5.95

Việc ghép nối các khâu trong bộ lọc sao cho nhìn từ ngoài vào có trở kháng đặc tính $Z'_{d(\pi)}=R_i=R_t$ trong trường hợp chuyển nối tiếp (hình 5.94) và $Z'_{d(T)}=R_i=R_t$ trong trường hợp chuyển song song (hình 5.95).

b. Cách tính toán bộ lọc đầy đủ

Thông thường các số liệu sau đây sẽ được cho trước: Dải thông (tần số cắt), trở kháng đặc tính trong dải thông, điện trở trong của nguồn và điện trở tải, tần số suy giảm vô cùng, các yêu cầu về suy giảm đặc tính và phối hợp trở kháng ... Đầu tiên việc tính toán khâu K sẽ được thực hiện trước, sau đó mới chuyển sang tính toán các khâu M. Sau đây là các công việc tính toán cần thiết trên các loại bộ lọc:

1. Bộ lọc thông thấp:

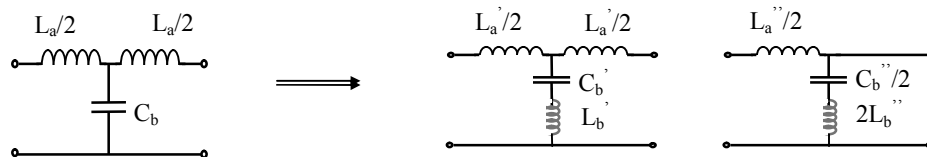
$$\text{- Khâu lọc K: } \begin{cases} \sqrt{\frac{L_a}{C_b}} = R_i = R_t = R \\ \omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_a = \frac{2R}{\omega_c} \\ C_b = \frac{2}{R\omega_c} \end{cases}$$

$$\text{- Các khâu lọc M: } \omega_\infty = \frac{\omega_c}{\sqrt{1-m^2}} \Rightarrow m = \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_\infty^2}}$$

(Với khâu 1/2M thì $m = 0,6$)

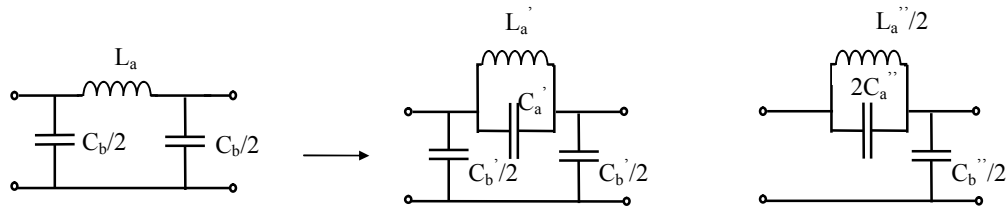
Hình 5.96 và 5.97 là cấu trúc của các khâu (K, M và 1/2M) của bộ lọc thông thấp đầy đủ trong các trường hợp chuyển nối tiếp và chuyển song song.

$$\text{Nếu chuyển nối tiếp: } \begin{cases} L'_a = mL_a \\ L'_b = \frac{1-m^2}{4m} L_a \\ C'_b = mC_b \end{cases}$$



Hình 5.96

$$\text{Nếu chuyển song song: } \begin{cases} C'_b = mC_b \\ L'_a = mL_a \\ C'_a = \frac{1-m^2}{4m} C_b \end{cases}$$



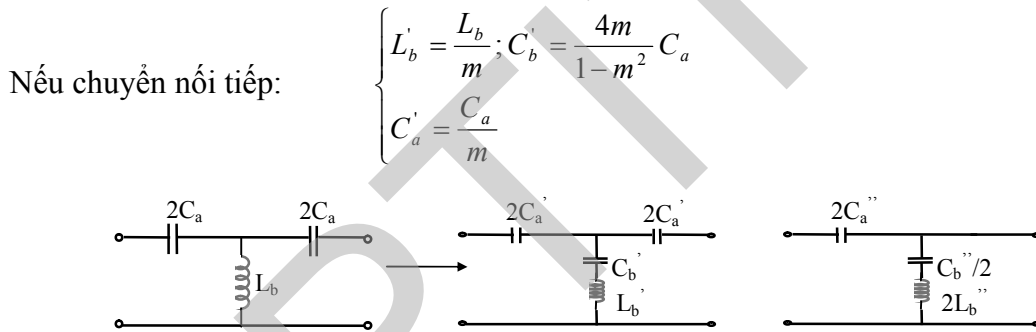
Hình 5.97

2. Bộ lọc thông cao:

- Khâu lọc K:
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{L_b}{C_a}} = R_i = R_t = R \\ \omega_c = \frac{1}{2\sqrt{L_b C_a}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_b = \frac{R}{2\omega_c} \\ C_a = \frac{1}{2R\omega_c} \end{cases}$$

- Các khâu lọc M: $\omega_\infty = \omega_c \sqrt{1-m^2} \Rightarrow m = \sqrt{1 - \frac{\omega_\infty^2}{\omega_c^2}}$ (Với khâu 1/2M thì $m = 0,6$).

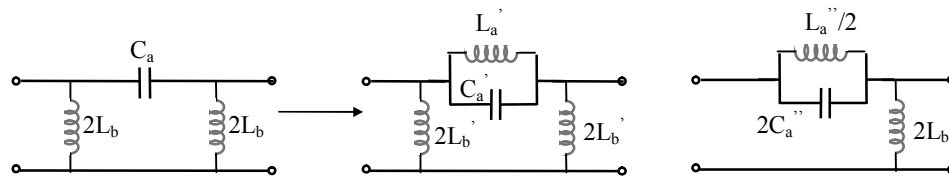
Hình 5.98 và 5.99 là cấu trúc của các khâu (K, M và 1/2M) của bộ lọc thông cao đầy đủ trong trường hợp chuyển nối tiếp và chuyển song song.



Hình 5.98

Nếu chuyển song song:

$$\begin{cases} L'_b = \frac{L_b}{m}; L'_a = \frac{4m}{1-m^2} L_b \\ C'_a = \frac{C_a}{m} \end{cases}$$



Hình 5.99

3. Bộ lọc thông dải:

- Khâu lọc K:
$$\omega_0^2 = \omega_{c1} \cdot \omega_{c2} = \frac{1}{L_a C_a} = \frac{1}{L_b C_b}$$

$$\omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}}; \quad \sqrt{\frac{L_a}{C_b}} = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}} = R_i = R_t = R$$

Rút ra $L_a = \frac{2R}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \quad C_a = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{2R\omega_{c1}\omega_{c2}}$

$$L_b = \frac{R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{2\omega_{c1}\omega_{c2}} \quad C_b = \frac{2}{R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}$$

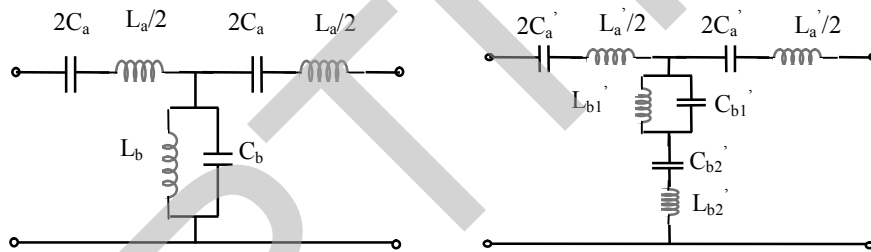
-Các khâu lọc M: $\omega_{\infty2} - \omega_{\infty1} = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}} \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\sqrt{1-m^2}}$

rút ra $m = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{\infty2} - \omega_{\infty1}} \right)^2}$ (Với khâu 1/2M thì $m = 0,6$).

Nếu chuyển nối tiếp:

$$L'_a = mL_a; \quad C'_a = \frac{C_a}{m}; \quad L'_{b1} = \frac{L_b}{m}; \quad C'_{b1} = mC_b; \quad L'_{b2} = \frac{1-m^2}{4m} L_a; \quad C'_{b2} = \frac{4m}{1-m^2} C_a$$

Trong hình 5-73a minh họa cách chuyển nối tiếp khâu lọc thông dải.

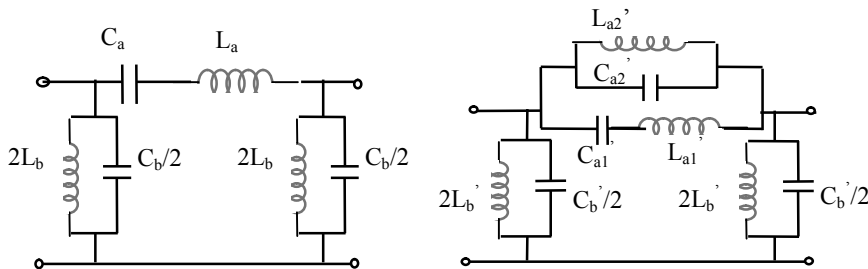


Hình 5-73a

Nếu chuyển song song:

$$L'_{a1} = mL_a; \quad C'_{a1} = \frac{C_a}{m}; \quad L'_b = \frac{L_b}{m}; \quad C'_b = mC_b; \quad C'_{a2} = \frac{1-m^2}{4m} C_b; \quad L'_{a2} = \frac{4m}{1-m^2} L_b$$

Trong hình 5-73b minh họa cách chuyển song song khâu lọc thông dải.



Hình 5-73b

4. Bộ lọc chắn dải:

- Khâu lọc K: $\omega_0^2 = \omega_{c1} \cdot \omega_{c2} = \frac{1}{L_a C_a} = \frac{1}{L_b C_b}; \quad \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{1}{2\sqrt{L_b C_a}}$

$$\sqrt{\frac{L_a}{C_b}} = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}} = R_i = R_t = R$$

Rút ra

$$L_b = \frac{R}{2(\omega_{c2} - \omega_{c1})} \quad C_b = \frac{2(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{R\omega_{c1}\omega_{c2}}$$

$$L_a = \frac{2R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_{c1}\omega_{c2}} \quad C_a = \frac{1}{2R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}$$

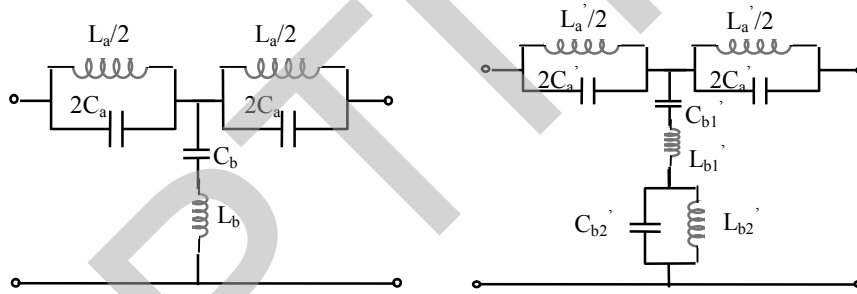
-Các khâu lọc M: $\omega_{\infty 2} - \omega_{\infty 1} = \frac{1}{2\sqrt{L_b C_a}} \sqrt{1 - m^2} = (\omega_{c2} - \omega_{c1}) \sqrt{1 - m^2}$

rút ra $m = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\infty 2} - \omega_{\infty 1}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}\right)^2}$ (Với khâu 1/2M thì $m = 0,6$).

Nếu chuyển nối tiếp:

$$C'_a = \frac{C_a}{m}; \quad L'_a = mL_a; \quad C'_{b1} = mC_b; \quad L'_{b1} = \frac{L_b}{m}; \quad C'_{b2} = \frac{4m}{1 - m^2} C_a; \quad L'_{b2} = \frac{1 - m^2}{4m} L_a$$

Trong hình 5-74a minh hoạ cách chuyển nối tiếp khâu lọc chắn dải.



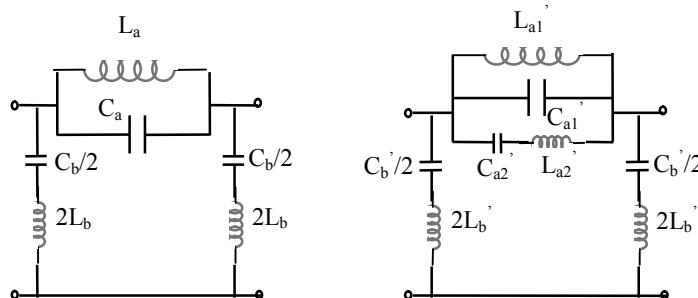
Hình 5-74a

Nếu chuyển song song:

$$C'_{a1} = \frac{C_a}{m}; \quad L'_{a1} = mL_a; \quad C'_b = mC_b; \quad L'_b = \frac{L_b}{m};$$

$$L'_{a2} = \frac{4m}{1 - m^2} L_b; \quad C'_{a2} = \frac{1 - m^2}{4m} C_b$$

Trong hình 5-74b minh hoạ cách chuyển song song khâu lọc chắn dải.



Hình 5-74b

5.5.6 Mạch lọc tích cực

Ở vùng tần số thấp, loại mạch lọc thụ động LC thường không thích hợp cho các ứng dụng thực tế vì sự cộng kênh của các phần tử trong mạch và phẩm chất của mạch bị suy giảm khá nhiều, thay vào đó là các loại mạch lọc tích cực RC dùng KĐTT.

a. Khái niệm chung:

Hàm truyền đạt tổng quát của mạch lọc tích cực RC có dạng:

$$K(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_{m-1} p^{m-1} + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_{n-1} p^{n-1} + p^n}, \quad (n \geq m) \quad (5.136)$$

Bậc của mạch lọc là bậc lớn nhất của mẫu số (n). Thông thường nó được quyết định bởi số lượng điện dung C trong các vòng hồi tiếp của mạch. Tùy vào dạng và độ gầy mà người ta còn chia đặc tuyến mạch lọc thành các loại Chebyshev, Butterworth và Bessel. Khi hàm mạch có bậc càng cao thì độ nhảy của các đại lượng đặc trưng của mạch đối với phần tử tích cực càng tăng mạnh, độ sắc của đặc tuyến tần số càng tiến dần đến lý tưởng.

Trong lý thuyết tổng hợp mạch, phương pháp thường dùng để xây dựng mạch lọc tích cực RC là phương pháp phân tách đa thức và mắc dây chuyền các khâu bậc một và bậc hai. Giả sử từ hàm mạch K(p) là phân thức hữu tỉ, khi đó có thể phân tích ra thành tích:

$$K(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = k_0 \cdot p^r \cdot \frac{\prod_i (p + \sigma_i) \cdot \prod_i (p^2 + b_i p + c_i)}{\prod_j (p + \sigma_j) \cdot \prod_j (p^2 + b_j p + c_j)} = F(p) \cdot K_1(p) \quad (5.137)$$

-Đầu tiên tách ra hàm F(p) có thể thực hiện bằng mạch thụ động RC. Trong đó các điểm cực của F(p) phải là thực:

$$F(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{P(p)}{\prod_j (p + \sigma_j)}$$

Trong đó Q(p) chứa các nghiệm thực là điểm cực thực của K(p). Còn P(p) chứa một phần các nghiệm của N(p), và bậc của P(p) nhỏ hơn hoặc bằng bậc của Q(p). Khi đó F(p) có thể được thực hiện bằng các phương pháp tổng hợp mạch thụ động. Nếu P(p) chỉ chứa các điểm không thực thì có thể thực hiện bằng mạch hình cái thang.

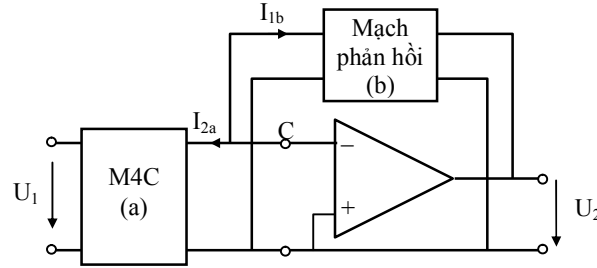
-Còn lại K₁(p) là tổ hợp các hàm truyền bậc hai và sẽ được thực hiện bằng các khâu bậc hai (chứa các phần tử tích cực) với ưu điểm có điện trở ra rất nhỏ.

b. Khâu lọc tích cực RC bậc 2:

Khâu lọc bậc hai có một ý nghĩa đặc biệt quan trọng vì đó là khâu cơ bản để tổng hợp các hàm bậc cao bất kỳ. Tổng quát, khâu lọc bậc hai tương ứng hàm truyền điện áp:

$$K_u(p) = \frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2}{a_0 + a_1 p + p^2} \quad (5.138)$$

Hàm mạch này hoàn toàn có thể thực hiện được bằng mạch KĐTT với các vòng phản hồi và mạch RC. Mạch phản hồi của KĐTT có thể là một vòng hoặc nhiều vòng.



Hình 5-75

-Khâu dùng phản hồi một vòng: Hình 5-75 mô tả một khâu tích cực RC có một vòng phản hồi âm dùng KĐTT, (a) là mạch thụ động RC, (b) là mạch phản hồi. Viết lại hàm truyền dưới dạng:

$$K_u(p) = k \frac{N(p)}{D(p)} \quad (5.139)$$

Trong đó hệ số của số hạng bậc cao nhất ở $N(p)$ và $D(p)$ bằng 1; $D(p)$ là đa thức Hurwitz có các nghiệm ở nửa mặt phẳng trái; $N(p)$ không có nghiệm trên trục σ dương để có thể thực hiện mạch điện có dây đất chung. Để dễ dàng thực hiện hàm mạch bằng khâu mạch bậc hai, người ta thường chọn một đa thức phụ $P(p)$ có các nghiệm thực, không dương và bậc i (tổng quát, $i = \max \{ \text{bậc } N, \text{ bậc } D \} - 1$; Có thể chọn bậc i cao hơn, nhưng khi đó số linh kiện sẽ tăng lên), sao cho:

$$K_u(p) = k \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{k_1 \frac{N(p)}{P(p)}}{k_2 \frac{D(p)}{P(p)}} \quad (1)$$

Theo hệ phương trình dẫn nạp của mạch “a” ta có:

$$I_{2a} = y_{21a}U_1 + y_{22a}U_C = y_{21a}U_1 \quad (\text{do } C \text{ là điểm đất ảo, } U_C = 0)$$

Theo hệ phương trình dẫn nạp của mạch “b” ta có:

$$I_{1b} = y_{11b}U_C + y_{12b}U_2 = y_{12b}U_2$$

Chú ý rằng $I_{1b} = -I_{2a}$; và đối với mạch thụ động tuyến tính $y_{12b} = y_{21b}$, nên:

$$K_u(p) = \frac{U_2}{U_1} = -\frac{y_{21a}}{y_{21b}} \quad (2)$$

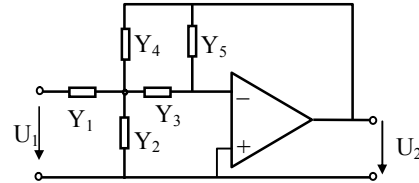
Từ (1) và (2) ta rút ra:

$$y_{21a} = k_1 \cdot \frac{N(p)}{P(p)}; \quad y_{21b} = k_2 \cdot \frac{D(p)}{P(p)}; \quad \frac{k_1}{k_2} = -k \quad (5.140)$$

Như vậy mạch “a” là sự thực hiện y_{21a} . Mạch “b” là sự thực hiện y_{21b} . Còn k_1 và k_2 là các hằng số sẽ được tìm ra khi thực hiện mạch RC. Còn y_{21a} và y_{21b} phải là các hàm cho phép của mạch thụ động RC. Rõ ràng tùy thuộc vào việc lựa chọn đa thức $P(p)$ ta có thể có rất nhiều mạch RC thực hiện hàm truyền đạt trên. Việc chọn mạch nào là tối ưu được dựa theo một quan điểm thiết kế nào đó.

-Khâu có phản hồi nhiều vòng: Sơ đồ hình 5-76 là một thí dụ khâu bậc hai được thực hiện với nhiều vòng phản hồi.

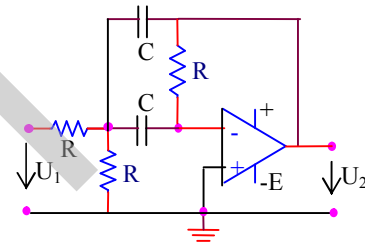
Tùy theo việc lựa chọn các phần tử Y_1, Y_2, \dots, Y_5 ta có thể thực hiện được hàm mạch $K(p)$ có các chức năng mạch khác nhau như lọc thông thấp, thông cao, thông dải, chặn dải ... Tuy nhiên cấu trúc này không thực hiện được hàm phân thức hữu tỉ bất kỳ.



Hình 5-76

Thí dụ 5-13:

Xác định chức năng của mạch điện hình 5-77a. Giả thiết vi mạch là lý tưởng và làm việc ở chế độ tuyến tính.



Hình 5-77a

Giải:

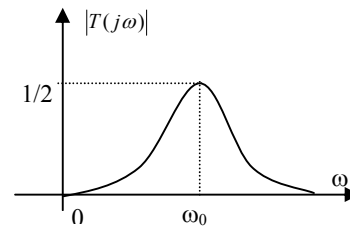
Tính hàm truyền đạt: Lập phương trình trạng thái tại các nút theo định luật Kirchhoff I, từ đó rút ra:

+ Trong miền p :

$$T(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = -\frac{RCp}{R^2C^2p^2 + 2RCp + 2}$$

+ Trong miền ω :

$$T(j\omega) = -\frac{j\omega RC}{2 - R^2C^2\omega^2 + 2jRC\omega}$$



Hình 5-77b

Giá trị biên độ:

$$|T(j\omega)| = \frac{RC\omega}{\sqrt{(2 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 4\omega^2 R^2 C^2}}, \text{ tại } \omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC} \text{ thì } |T(j\omega)|_{\max} = \frac{1}{2}.$$

Đồ thị định tính có dạng như hình 5-77b. Đây là khâu lọc tích cực thông dải bậc 2.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG V

5.1 Mạng bốn cực có chứa diode là loại M4C gì?

5.2 Mạng bốn cực có chứa transistor là loại M4C gì?

5.3 Tại sao Transistor là loại M4C không tương hỗ, tích cực?

5.4 Một mạng bốn cực tuyến tính, bất biến, tương hỗ có tính chất gì?

5.5 Mạng bốn cực tuyến tính, tương hỗ, thụ động có thể khai triển thành những sơ đồ tương đương nào?

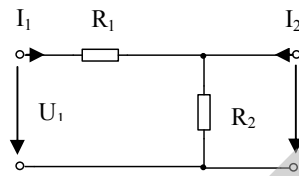
5.6 Mạng bốn cực tuyến tính, tương hỗ, thụ động và đối xứng có thể khai triển thành những sơ đồ tương đương nào?

5.7 Các trở kháng sóng của M4C có tính chất gì?

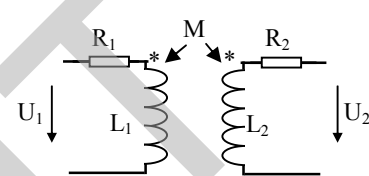
5.8 Hãy nêu nhận xét nếu một nguồn phát có nội trở thuần $Z_{ng}=R_0$ nối tới một tải thuần trở $Z_t=R_0$.

5.9 Về mặt kết cấu, mạng điện có hồi tiếp nối tiếp dòng điện phù hợp với kiểu ghép nào?

5.10 Cho mạng bốn cực như hình vẽ 5-78. Hãy xác định các thông số hỗn hợp H_{ij} của mạng bốn cực



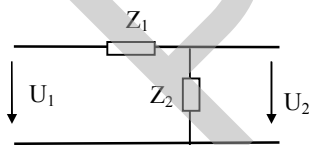
Hình 5-78



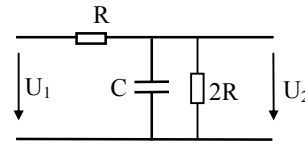
Hình 5-79

5.11 Hãy xác định sơ đồ tương đương hình T của mạng bốn cực như hình vẽ 5-79.

5.12 Cho mạng bốn cực như hình vẽ 5-80. Xác định điều kiện của Z_{ng} và Z_t để có sự phối hợp trở kháng trên cả hai cửa của M4C.



Hình 5-80



Hình 5-81

5.13 Cho bốn cực như hình 5-81:

a. Xác định các thông số y_{ij} của M4C.

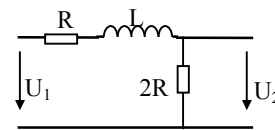
b. Vẽ định tính đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha của hàm truyền đạt điện áp khi đầu ra M4C có $Z_t=2R$.

c. Nhận xét tính chất của mạch (đối với tần số).

5.14 Cho mạng bốn cực như hình 5-82:

a. Xác định các thông số a_{ij} của M4C.

b. Vẽ định tính đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha của hàm truyền đạt điện áp khi đầu ra M4C có $Z_t=2R$.



Hình 5-82

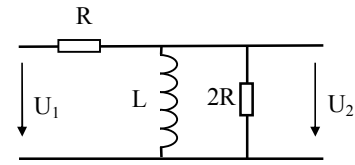
c. Nhận xét tính chất của mạch (đối với tần số).

5.15 Cho bốn cực như hình 5-83:

a. Xác định các thông số y_{ij} của M4C.

b. Vẽ định tính đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha

của hàm truyền đạt điện áp $T(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}$ khi đầu ra M4C có $Z_t = 2R$.



Hình 5-83

c. Nhận xét tính chất của mạch (đối với tần số).

5.16 Thiết kế mạch lọc thông dải loại k biết trở kháng đặc tính tại tần số trung tâm bằng $10k\Omega$, dải thông của mạch nằm trong khoảng $(10 - 12)kHz$.

5.17 Tính các phần tử của mạch lọc thông dải M với các số liệu: $Z_d(\omega_0) = 600\Omega$, $f_{c1} = 10kHz$, $f_{c2} = 12kHz$, $f_{\infty 1} = 9,5kHz$, $f_{\infty 2} = 12,8kHz$.

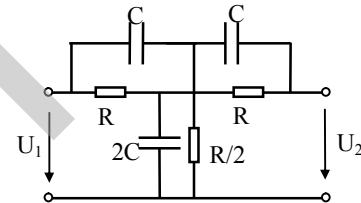
5.18 Cho M4C như hình 5.84, cho biết $R = 1$ đơn vị chuẩn, $C = 1$ đơn vị chuẩn.

-Xác định các thông số sóng của M4C.

-Tính ma trận Y của M4C.

-Vẽ đặc tuyến hàm truyền đạt điện áp hở tải.

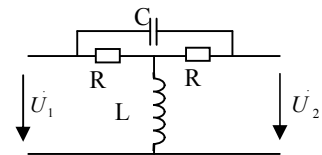
-Vẽ $|T(j\omega)|$ với $R = 1M\Omega$, $C = 1\mu F$



Hình 5.84

-Tính ma trận tham số $[Y]$ của M4C.

-Tính và vẽ định tính đồ thị $|T(j\omega)| = \left| \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|$ khi đầu ra



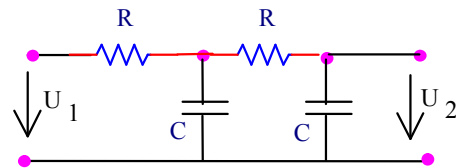
Hình 5.85

M4C hở mạch và khi $Z_t = R$.

5.20 Mạng bốn cực (M4C) như hình 5.86:

a. Xác định ma trận thông số truyền đạt $[A]$ của M4C.

b. Vẽ định tính đặc tuyến tần số của hàm truyền đạt



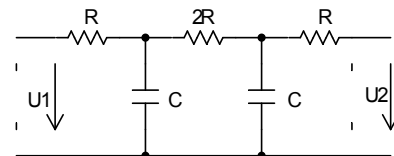
Hình 5.86

5.21 Cho M4C hình 5.87.

-Tính ma trận A.

-Vẽ đặc tuyến biên độ của $T(j\omega)$ của hàm truyền đạt điện áp khi Z_t hở mạch.

-Vẽ đường cong $|T(j\omega)|$ ứng với $R = 1\Omega$, $C = 1F$.

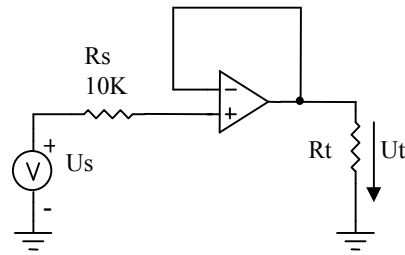


Hình 5.87

5.22 Cho mạch điện như hình 5.88.

a. Tính $K = \frac{U_t}{U_s}$ nếu KĐTT có các thông số lý tưởng.

b. Tính $K = \frac{U_t}{U_s}$ khi KĐTT có điện trở vào 100K, điện trở ra 1K, hệ số khuếch đại vòng hở 10^4 .



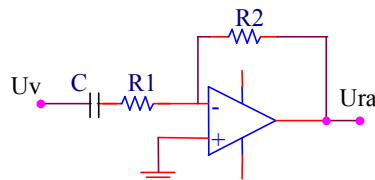
Hình 5.88

5.23 Cho khâu lọc tuyến tính như hình 5.89.

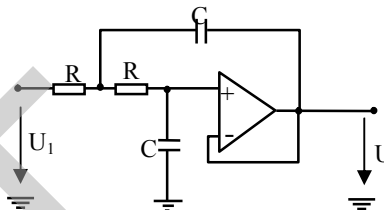
a. Xác định tính chất của khâu lọc.

b. Ở vùng tần số nào thì mạch đóng vai trò như một mạch khuếch đại đảo pha. Ở vùng tần số nào thì mạch đóng vai trò như một mạch vi phân?

c. Nếu R_1 tiến đến không (ngắn mạch) thì mạch đóng vai trò là mạch gì? Nhưng khi đó điều gì sẽ xảy ra cho vi mạch ở vùng tần số cao?



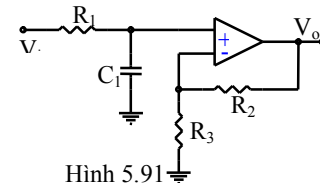
Hình 5.89



Hình 5.90

5.24 Cho khâu lọc tuyến tính bậc 2 Sallen-Key như hình 5.90. Tính hàm truyền đạt điện áp và vẽ đặc tuyến biên độ của khâu lọc.

5.25. Chứng minh rằng mạch hình 5.91 là khâu lọc thông thấp bậc một.



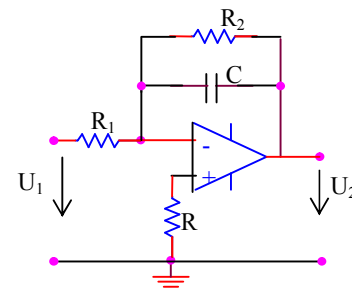
Hình 5.91

5.26 Cho khâu lọc tuyến tính như hình 5.92.

a. Xác định loại hồi tiếp, hàm truyền đạt, bậc, và tính chất chọn lọc tần số của khâu lọc.

b. Ở vùng tần số nào thì mạch đóng vai trò như một mạch khuếch đại đảo pha. Ở vùng tần số nào thì mạch đóng vai trò như một mạch tích phân?

c. Nhận xét về tính chất của khâu lọc khi $R_2 = \infty$.



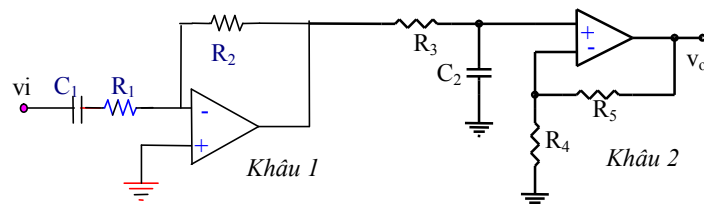
Hình 5.92

5.27 Cho hệ hai khâu lọc tuyến tính như hình 5.93.

a. Tính hàm truyền đạt của các khâu.

b. Tính hàm truyền đạt của toàn hệ.

c. Điều kiện để hệ thực hiện chức năng lọc thông dải.



Hình 5.93

CHƯƠNG VI

TỔNG HỢP MẠCH TUYẾN TÍNH

Hệ thống mạch làm nhiệm vụ thực hiện một toán tử nào đó, nhằm tạo và biến đổi tín hiệu. Hệ thống đó phải phản ánh chính xác được các hiện tượng vật lý xảy ra, đồng thời có thể tính toán & thiết kế kỹ thuật các hệ thống đó. Chương này nhằm giới thiệu tóm tắt một số vấn đề cơ bản trong tổng hợp mạch tuyến tính, bao gồm:

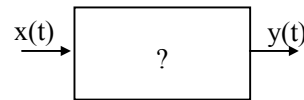
- Tổng hợp mạng hai cực tuyến tính thụ động
- Tổng hợp hàm truyền đạt của bốn cực
- Tổng hợp mạng tích cực RC

Để tìm hiểu chi tiết về các phương pháp này sinh viên có thể nghiên cứu thêm trong các tài liệu tham khảo.

6.1 KHÁI NIỆM CHUNG

Nội dung lý thuyết mạch chủ yếu đi sâu vào các phương pháp phân tích và tổng hợp các hệ thống tạo và biến đổi tín hiệu dựa trên các thông số & các phần tử hợp thành điển hình. Phân tích mạch có thể hiểu ở hai góc độ, với một kết cấu hệ thống sẵn có thì: Các quá trình năng lượng trong mạch, quan hệ điện áp & dòng điện trên các phần tử xảy ra như thế nào. Ứng với mỗi tác động ở đầu vào, chúng ta cần phải xác định đáp ứng ra của hệ thống trong miền thời gian cũng như trong miền tần số là gì, quá trình biến đổi tín hiệu khi đi qua mạch ra sao.

Ngược lại với quá trình trên, tổng hợp mạch phải xác định kết cấu hệ thống sao cho ứng với mỗi tác động $x(t)$ ở đầu vào sẽ tương ứng với một đáp ứng mong muốn $y(t)$ ở đầu ra (hình 6-1). Nói một cách khác, việc tìm các sơ đồ và các thông số của mạch thoả mãn các điều kiện đã cho là bài toán *tổng hợp mạch*.



Hình 6-1

Khác với kết quả duy nhất của bài toán phân tích mạch, đối với bài toán tổng hợp mạch có thể tìm ra nhiều sơ đồ thoả mãn yêu cầu đặt ra. Các quá trình truyền đạt trong mạch tuyến tính thường bị phụ thuộc vào tính chất tần số của mạch, do đó bài toán tổng hợp thường quy về việc tìm các thông số của mạch theo đặc tuyến tần số đã cho.

6.1.1 Tính chất của bài toán tổng hợp mạch

Bài toán tổng hợp mạch thường có bốn vấn đề cần phải xét đến, bao gồm:

1. Vấn đề tìm hàm cho phép: cần phải xét hàm mạch nào có thể thực hiện được với các phần tử mạch yêu cầu. Các hàm mạch đó gọi là các *hàm cho phép*.

2. Vấn đề xấp xỉ: cần phải tìm hàm mạch $F(p)$ là hàm cho phép sao cho nó gần đúng nhất với tính chất của hàm cho trước, bài toán này là bài toán xấp xỉ.
3. Vấn đề thực hiện mạch theo hàm mạch cho phép: đó là công việc thiết lập sơ đồ mạch điện theo hàm $F(p)$.
4. Vấn đề chọn sơ đồ tối ưu: sau khi tìm được các kiểu sơ đồ tương đương nhau về mặt thoả mãn hàm mạch, cần phải xem xét các yếu tố của nó, cộng thêm các điều kiện phụ (như điều kiện sản xuất, tiêu chuẩn kinh tế...) để lựa chọn lấy phương án tối ưu đưa vào thực thi.

Trong các vấn đề nêu trên, xấp xỉ là vấn đề khó khăn hơn cả, còn vấn đề thực hiện mạch theo hàm mạch cho phép chỉ là sự thực hiện một cách máy móc theo các phương pháp biết trước. Các đặc tuyến của trở kháng, dẫn nạp hoặc các hàm truyền đạt được cho dưới dạng graph, đồ thị... còn hàm cho phép được viết dưới dạng phân thức hữu tỉ, do đó bài toán xấp xỉ sẽ tìm ra được các hàm cho phép gần đúng với các tiêu chuẩn cho trước để thực hiện được dưới dạng mạch một cửa hoặc hai cửa.

6.1.2 Điểm cực và điểm không đặc trưng cho mạch điện

Ta đã biết các phương pháp để biểu diễn các hàm đặc trưng của mạch điện, bao gồm:

- Trong miền thời gian $f(t)$ với công cụ chính là phương trình vi phân.
- Trong miền tần số $F(\omega)$ với công cụ chủ yếu là cặp biến đổi Fourier.
- Trong miền tần số phức $F(p)$ sử dụng công cụ là cặp biến đổi Laplace.

Trong đó việc biểu diễn ở miền tần số phức p là dễ dàng nhất cho các quá trình tính toán và thiết kế mạch điện, hơn nữa từ miền tần số phức này ta hoàn toàn có thể chuyển một cách đơn giản sang các miền khác bằng biến đổi Laplace ngược hay bằng sự thay thế $p=j\omega$. Do đó người ta thường chọn cách đặc trưng cho mạch điện bằng hàm mạch $F(p)$. Hàm này có thể là trở kháng hoặc dẫn nạp nếu là mạch hai cực, có thể là hàm truyền đạt giữa đại lượng đầu ra và đại lượng đầu vào nếu là mạch bốn cực. Một cách tổng quát $F(p)$ là một phân thức hữu tỉ và có thể biểu diễn dưới nhiều dạng khác nhau theo các điểm cực và điểm không:

$$F(p) = \frac{\sum_{r=0}^n a_r p^r}{\sum_{q=0}^m b_q p^q} = K_1 \frac{\prod_{i=1}^n (p - p_i)}{\prod_{j=1}^m (p - p_j)} = K_2 \frac{\prod_{i=1}^n (1 - \frac{p}{p_i})}{\prod_{j=1}^m (1 - \frac{p}{p_j})} \quad (6-1)$$

Trong đó điểm không của hàm mạch là các điểm p_i mà tại đó tử số bằng không và $F(p_i)=0$. Điểm cực của hàm mạch là các điểm p_j làm cho mẫu số bằng không và tại đó $F(p_j)=\infty$. Các điểm cực và điểm không được hoàn toàn xác định đối với mỗi hàm mạch, cho nên chúng đặc trưng cho mạch điện. Dựa vào chúng để có thể vẽ được đặc tuyến tần số của mạch điện. Trong phần tiếp theo của chương này chỉ nêu lên một

cách tóm tắt có hệ thống các phương pháp tổng hợp mạch tuyến tính, về chi tiết học sinh có thể đọc thêm trong các tài liệu và giáo trình tham khảo.

6.2 TỔNG HỢP MẠCH HAI CỰC TUYẾN TÍNH THỤ ĐỘNG

6.2.1 Điều kiện trở kháng $Z(p)$ của mạng hai cực

Mạng hai cực đặc trưng bởi thông số duy nhất là trở kháng. $Z(p)$ phải thoả mãn hai điều kiện sau đây:

- Hàm $Z(p)$ phải là phân thức hữu tỉ:

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n}{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m} = \frac{\sum_{r=0}^n a_r p^r}{\sum_{q=0}^m b_q p^q} \quad (6-2)$$

- $Z(p)$ phải là hàm thực dương

Đây là hai điều kiện cần và đủ của mạch hai cực tuyến tính, thụ động, bất biến.

Khái niệm hàm thực dương:

Hàm $F(p)$ là hàm thực dương khi:

- Nếu $p = \sigma$ thì $\text{Im}[F(\sigma)] = 0$.
- Nếu $\sigma \geq 0$ thì $\text{Re}[F(p)] \geq 0$.

Để xét một hàm số có phải là hàm thực dương hay không, có các điều kiện sau đây:

1. Các hệ số của hàm (6-2) phải là thực.
2. Hiệu giữa bậc lớn nhất của tử và mẫu, hiệu giữa bậc nhỏ nhất của tử và mẫu chỉ có thể lớn nhất bằng 1.
3. Không có điểm cực và điểm không nằm bên nửa mặt phẳng phải.
4. Giá trị thặng dư (Res) đối với các điểm cực trên trục ảo phải là thực và dương.
5. $\text{Re}[F(j\omega)] \geq 0$ với $\forall \omega$.

Thí dụ 6.1: Xét tiêu chuẩn hàm thực dương đối với các hàm sau đây:

a. $F(p) = \frac{5p^2 + 2p + 4}{p^4 + 3}$, điều kiện 2 không thoả mãn.

b. $Z(p) = \frac{1,2p^2 + 6}{p(p^2 + 4)}$, có các điều kiện 1, 2, 3 là thoả mãn, nhưng điều kiện 4 không

thoả mãn vì: $Z(p) = \frac{1,5}{p} + \frac{-0,15}{p - j2} + \frac{-0,15}{p + j2}$ có giá trị thặng dư tại các điểm cực $\pm j2$

trên trục ảo < 0 : $\operatorname{Re} s[Z(p)]|_{p=j2} = \lim_{p \rightarrow j2} [Z(p) \cdot (p - j2)] < 0$, nên điều kiện 4 không thoả mãn.

c. $F(p) = \frac{2p^2 + p + 2}{p + 1}$, các điều kiện 1, 2, 3, 4 đều thoả mãn, nhưng điều kiện 5 không

thoả mãn vì: $\operatorname{Re}[F(j\omega)] = \operatorname{Re}\left[\frac{-2\omega^2 + j\omega + 2}{1 + j\omega}\right] = \operatorname{Re}\left[\frac{2 - \omega^2}{1 + \omega^2}\right] < 0 \quad \omega > \sqrt{2}$

6.2.2 Tổng hợp mạch hai cực LC, RC theo phương pháp Foster

- *Tính chất của mạch hai cực LC:*

Trở kháng của mạch LC chỉ gồm có phần ảo: $Z_{LC}(\omega) = jX(\omega)$

Muốn thực hiện được mạch hai cực LC thì $Z_{LC}(p)$ phải là hàm thực dương, do đó nó phải có các tính chất sau:

+Dạng của $Z(p)$:
$$Z_{LC}(p) = k \frac{(p^2 + \omega_1^2) \dots (p^2 + \omega_m^2)}{(p^2 + \omega_1'^2) \dots (p^2 + \omega_n'^2)} \quad (6-3)$$

+Các điểm cực và điểm không phải nằm xen kẽ nhau trên trục ảo, tại gốc tọa độ phải là điểm không hoặc điểm cực.

- *Tính chất của mạch hai cực RC:*

Muốn thực hiện được mạch hai cực RC thì $Z_{RC}(p)$ phải là hàm thực dương, do đó nó phải có các tính chất sau:

+Dạng của $Z(p)$:
$$Z_{RC}(p) = k \frac{(p + \sigma_1) \dots (p + \sigma_m)}{(p + \sigma_1') \dots (p + \sigma_n')} \quad (6-4)$$

+Các điểm cực và điểm không phải nằm xen kẽ nhau trên trục $-\sigma$.

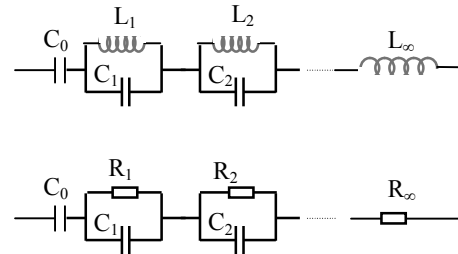
1. *Phương pháp Foster I:* Thực hiện các điểm cực của $Z(p)$ bằng các mạch song song (LC hay RC) được mắc nối tiếp như hình 6-2.

-Với mạch hai cực LC:

$$L_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{Z(p)}{p} \right]$$

$$C_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} [Z(p) \cdot p]$$

$$C_i^{-1} = \lim_{p \rightarrow j\omega_i} \left[Z(p) \cdot \frac{p^2 + \omega_i^2}{p} \right]; \quad L_i = \frac{1}{\omega_i^2 C_i}$$



Hình 6-2

-Với mạch hai cực RC:

$$R_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} [Z(p)]; \quad C_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot Z(p)]$$

$$C_i^{-1} = \lim_{p \rightarrow -\sigma_i} [(p + \sigma_i).Z(p)]; \quad R_i = \frac{1}{\sigma_i C_i}$$

2. *Phương pháp Foster II*: Thực hiện các điểm không của $Z(p)$ bằng các mạch nối tiếp (LC hay RC) được mắc song song như hình 6-3.

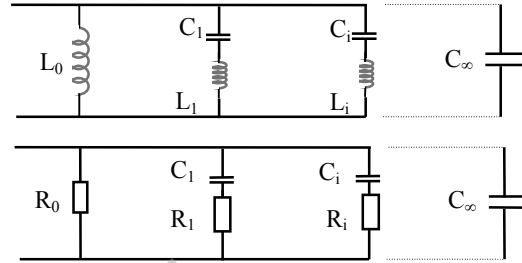
-Với mạch hai cực LC:

$$L_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{p}{Z(p)} \right]$$

$$C_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{Z(p).p} \right]$$

$$L_i^{-1} = \lim_{p \rightarrow j\omega_i} \left[\frac{1}{Z(p)} \frac{p^2 + \omega_i^2}{p} \right]$$

$$C_i = \frac{1}{\omega_i^2 L_i}$$



Hình 6-3

-Với mạch hai cực RC:

$$R_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{1}{Z(p)} \right]; \quad C_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{Z(p).p} \right]$$

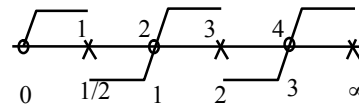
$$R_i^{-1} = \lim_{p \rightarrow -\sigma_i} \left[Y(p). \frac{p + \sigma_i}{p} \right]; \quad C_i = \frac{1}{\sigma_i R_i}$$

Thí dụ 6.2: Thực hiện hàm trở kháng sau đây theo phương pháp Foster I, II:

$$Z(p) = \frac{4p^5 + 40p^3 + 36p}{36p^4 + 153p^2 + 36}$$

Giải: Ta nhận thấy $Z(p)$ có dạng thuần túy chẵn/ lẻ, có thể viết lại dưới dạng:

$$Z(p) = \frac{4p^5 + 40p^3 + 36p}{36p^4 + 153p^2 + 36} = \frac{1}{9} \frac{p(p^2 + 1)(p^2 + 9)}{(p^2 + \frac{1}{4})(p^2 + 4)}$$



Hình 6-4

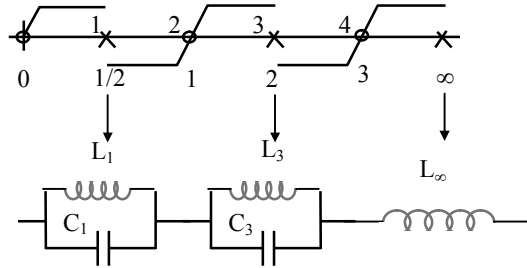
Theo đó ta có thể vẽ đồ thị đặc tính của mạch theo hình 6-4 với các giá trị tần số chuẩn hoá của điểm không và điểm cực.

a. Thực hiện hàm trở kháng theo phương pháp Foster I:

Sự thực hiện đối với các điểm cực của $Z(p)$ bằng các mạch song song (L//C) được mắc nối tiếp (hình 6-5). Trong sơ đồ không có mặt của C_0 , các giá trị còn lại đều dưới dạng chuẩn hoá:

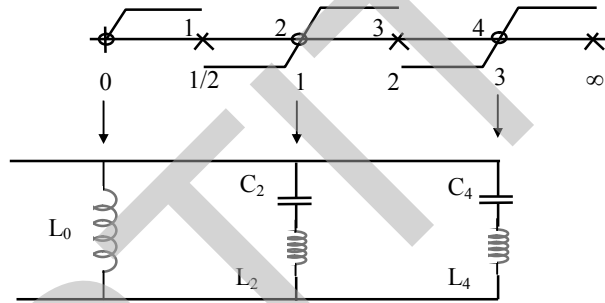
$$L_{\infty} = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{Z(p)}{p} \right] = \frac{1}{9}; \quad C_1^{-1} = \lim_{p \rightarrow j\frac{1}{2}} \left[Z(p) \cdot \frac{p^2 + \frac{1}{4}}{p} \right] = \frac{7}{36}; \quad L_1 = \frac{1}{\omega_1^2 C_1} = \frac{7}{9}$$

$$C_3^{-1} = \lim_{p \rightarrow j2} \left[Z(p) \cdot \frac{p^2 + 4}{p} \right] = \frac{4}{9}; \quad L_3 = \frac{1}{\omega_3^2 C_3} = \frac{1}{9}$$



Hình 6-5

b. Thực hiện hàm trở kháng theo phương pháp Foster II:



Hình 6-6

Sự thực hiện đối với các điểm không của $Z(p)$ bằng các mạch nối tiếp (LntC) được mắc song song (hình 6-6). Trong sơ đồ không có mặt của C_{∞} .

$$L_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{p}{Z(p)} \right] = 1; \quad L_2^{-1} = \lim_{p \rightarrow j} \left[\frac{1}{Z(p)} \frac{p^2 + 1^2}{p} \right] = \frac{81}{32}; \quad C_2 = \frac{1}{\omega_2^2 L_2} = \frac{81}{32}$$

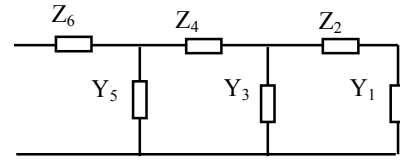
$$L_4^{-1} = \lim_{p \rightarrow j3} \left[\frac{1}{Z(p)} \frac{p^2 + 3^2}{p} \right] = \frac{175}{32}; \quad C_4 = \frac{1}{\omega_4^2 L_4} = \frac{175}{288}$$

6.2.3 Tổng hợp mạch hai cực LC, RC theo phương pháp Cauer

Trong phương pháp này người ta phân tích $Z(p)$ theo hình cái thang như hình 6-7, trên các nhánh nối tiếp là các phần tử Z_i còn trên các nhánh song song là các phần tử Y_j . Ta chỉ xét các phần tử cùng loại trên các nhánh nối tiếp và các phần tử cùng loại trên các nhánh song song.

Theo sơ đồ này $Z(p)$ sẽ có dạng:

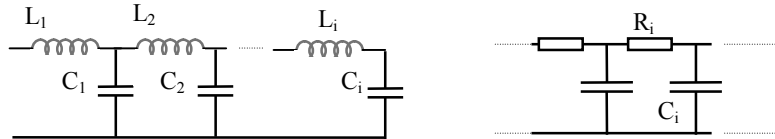
$$Z(p) = Z_6 + \frac{1}{Y_5 + \frac{1}{Z_4 + \frac{1}{Y_3 + \frac{1}{Z_2 + \frac{1}{Y_1}}}}}$$



Hình 6-7

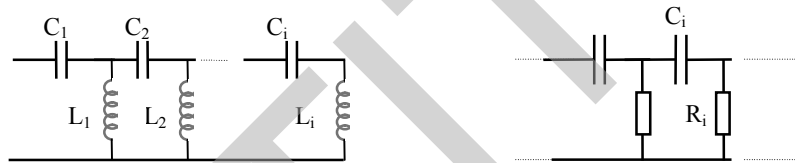
Tổng hợp mạch hai cực LC, RC theo phương pháp Cauer tóm tắt như sau:

1. Phương pháp Cauer I: Thực hiện các điểm cực của $Z(p)$ hoặc $Y(p)$ tại tần số $\omega=\infty$ như hình 6-8.



Hình 6-8

2. Phương pháp Cauer II: Thực hiện các điểm cực của $Z(p)$ hoặc $Y(p)$ tại tần số $\omega=0$ như hình 6-9.



Hình 6-9

Thí dụ 6.3: Thực hiện trở kháng mạch RC sau đây theo phương pháp Cauer I, II:

$$Z(p) = \frac{p+3}{(p+1)(p+5)}$$

Giải:

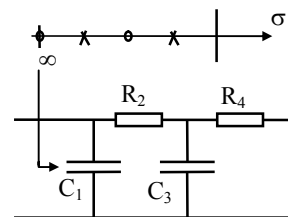
a. Phương pháp Cauer I: Thực hiện các điểm cực của $Z(p)$ hoặc $Y(p)$ tại tần số $\omega=\infty$. Vì đồ thị đặc tính có 4 đoạn nên có 4 phần tử mạch. Mặt khác do $Z(p)$ có điểm không ở vô cùng nên các tính toán sẽ bắt đầu bằng dẫn nạp, đầu tiên là tụ điện trên nhánh song song, tiếp theo là điện trở trên nhánh nối tiếp... như hình 6-10.

$$(Y) \quad (p^2 + 6p + 5)/(p + 3) = p \rightarrow C_1 = 1$$

$$\frac{p^2 + 3p}{3p + 5}$$

$$(Z) \quad (p + 3)/(3p + 5) = \frac{1}{3} \rightarrow R_2 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{p + \frac{5}{3}}{\frac{4}{3}}$$



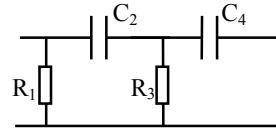
Hình 6-10

$$(Y) \quad (3p+5)/(\frac{4}{3}) = \frac{4}{9}p + \frac{15}{4} \rightarrow C_3 = \frac{9}{4}; \quad R_4 = \frac{4}{15}$$

b. Phương pháp Cauer II: Thực hiện các điểm cực của $Z(p)$ hoặc $Y(p)$ tại tần số $\omega=0$. Do $Z(p)$ không có điểm cực ở $\omega=0$ nên các tính toán sẽ bắt đầu bằng dẫn nạp, đầu tiên là điện trở trên nhánh song song, tiếp theo là tụ điện trên nhánh nối tiếp... như hình 6-11.

$$(Y) \quad (5+6p+p^2)/(3+p) = \frac{5}{3} \rightarrow R_1 = \frac{3}{5}$$

$$\frac{5 + \frac{5}{3}p}{\frac{13}{3}p + p^2}$$



Hình 6-11

$$(Z) \quad (3+p)/(\frac{13}{3}p + p^2) = \frac{9}{13p} \rightarrow C_2 = \frac{13}{9}$$

$$\frac{3 + \frac{9}{13}p}{\frac{4}{13}p}$$

$$(Y) \quad (\frac{13}{3}p + p^2)/(\frac{4}{13}p) = \frac{169}{12} + \frac{13}{4}p \rightarrow R_3 = \frac{12}{169}; \quad C_4 = \frac{13}{4}$$

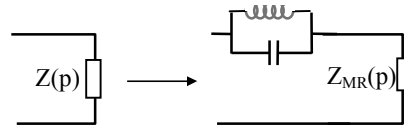
6.2.4 Tổng hợp mạch hai cực LRC theo phương pháp Brune

Trên ta đã xét các phương pháp tổng hợp các điểm cực và điểm không phân bố có quy luật trên các trục thực hoặc trục ảo đối với các mạch RL, RC. Trong trường hợp tổng quát hơn trên các mạch RLC, các điểm cực và điểm không có thể nằm tại các vị trí khác nhau trên nửa trái mặt phẳng phức (kể cả trên trục ảo).

1. Khái niệm trở kháng tối thiểu:

-Nếu thành phần trở kháng $Z_{MR}(p)$ không có điểm cực trên trục ảo thì nó được gọi là trở kháng có điện kháng tối thiểu. Người ta có thể tách cặp điểm cực ($p = \pm j\omega_0$) trên trục ảo ra khỏi $Z(p)$ bằng mạch LC song song trên nhánh nối tiếp như hình 6-12. Khi đó:

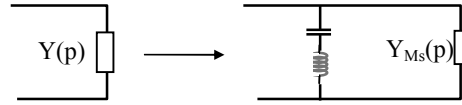
$$Z_{MR}(p) = Z(p) - \frac{pC^{-1}}{p^2 + \omega_0^2}$$



Hình 6-12

-Nếu thành phần trở kháng $Z_{MS}(p)$ không có điểm không trên trục ảo, nghĩa là $Y_{MS}(p)$ không có điểm cực trên trục ảo, thì nó được gọi là dẫn nạp có điện nạp tối thiểu. Người ta có thể tách cặp điểm cực ($p = \pm j\omega_i$) trên trục ảo ra khỏi $Y(p)$ bằng mạch LC nối tiếp trên nhánh song song như hình 6-13. Khi đó:

$$Y_{MS}(p) = Y(p) - \frac{pL^{-1}}{p^2 + \omega_i^2}$$



Hình 6-13

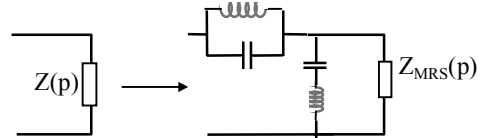
-Nếu thành phần $Z_{MRS}(p)$ của mạch hai cực không có điểm không và điểm cực trên trục ảo thì nó được gọi là trở kháng có điện kháng và điện nạp tối thiểu (hình 6-14).

-Nếu $Z_{MRS}(p)$ có bậc của tử và của mẫu số bằng nhau, người ta thường tách khỏi nó phần điện trở lớn nhất R:

$$R = \min[\operatorname{Re}[Z_{MRS}(j\omega)]] = \operatorname{Re}[Z_M(j\omega)]_{\omega=\omega_2}$$

Khi đó $Z_M = Z_{MRS} - R$

sao cho vẫn đảm bảo:

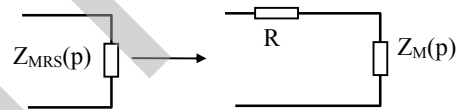


Hình 6-14

$$\operatorname{Re}[Z_M(j\omega)] \geq 0 \text{ với mọi } \omega$$

Z_M được gọi là trở kháng có điện trở tối thiểu, vì phần thực của nó tại ω_2 là bằng không (hình 6-15).

-Trở kháng của mạch hai cực có điện kháng, điện nạp và điện trở tối thiểu gọi là trở kháng tối thiểu.



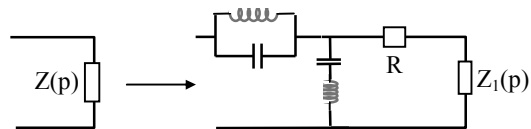
Hình 6-15

2. Các bước trong phương pháp Brune:

+ Biến đổi $Z(p)$ thành trở kháng tối thiểu, tức là lấy đi các điểm cực và các điểm không trên trục ảo và điện trở lớn nhất có thể. Trên hình 6-16 mô tả quá trình biến đổi $Z(p)$ thành trở kháng tối thiểu $Z_1(p)$.

+Viết lại Z_1 tại $j\omega_2$, vì Z_1 tại $j\omega_2$ chỉ có phần ảo nên có thể viết:

$$Z_1(j\omega_2) = j\omega_2 L_1 \Rightarrow L_1 = \frac{Z_1(j\omega_2)}{j\omega_2}$$



Hình 6-16

$$\text{Rút ra } Z_2 = Z_1 - pL_1$$

Z_2 có điểm không tại $\pm j\omega_2$ (vì phần thực và phần ảo đều bằng không).

+Thực hiện điểm cực của Y_2 tại $\pm j\omega_2$ bằng mạch LC nối tiếp ở nhánh song song.

$$Y_3 = Y_2 - \frac{pL_2^{-1}}{p^2 + \omega_2^2}$$

$$L_2^{-1} = Y_2 \left. \frac{p^2 + \omega_2^2}{p} \right|_{p=j\omega_2} \quad \text{và} \quad C_2 = \frac{1}{\omega_2^2 L_2}$$

Bậc $Y_3 <$ bậc Y_1 vì $(p^2 + \omega_2^2)$ được giản ước.

Phương pháp Brune có thể lặp lại nhiều lần, bậc $Z(p)$ tiếp tục giảm cho đến khi $Z(p)$ được thực hiện hoàn toàn. Cũng cần lưu ý rằng tùy vào các đặc điểm của $Z(p)$ trong các bài toán cụ thể mà việc áp dụng phương pháp này có thể biến thể một cách linh hoạt.

Thí dụ 6.4: Thực hiện trở kháng mạch thụ động sau đây:

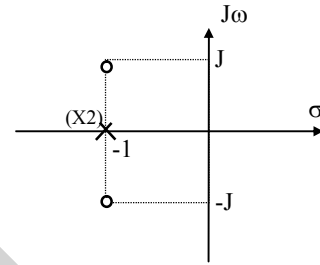
$$Z(p) = \frac{p^2 + 2p + 2}{p^2 + 2p + 1}$$

Giải: Sự phân bố các điểm cực và điểm không được vẽ trên hình 6-17. Mạch điện không có điểm cực hoặc điểm không trên trục $j\omega$, vậy trong các phương pháp tổng hợp mạch cần phải chọn phương pháp Brune.

a. Tách ra điện trở lớn nhất có thể được (nói tiếp):

$$Z(j\omega) = \frac{2 - \omega^2 + j2\omega}{1 - \omega^2 + j2\omega}$$

$$\operatorname{Re}[Z(j\omega)] = \frac{2 + \omega^2 + \omega^4}{1 + 2\omega^2 + \omega^4} \Big|_{\omega^2=x} = \frac{2 + x + x^2}{1 + 2x + x^2}$$



Hình 6-17

Để tìm vị trí cực tiểu, ta tìm cực trị của hàm số:

$$\frac{\partial \operatorname{Re}[Z(j\omega)]}{\partial \omega} = \frac{\partial \left[\frac{2 + x + x^2}{1 + 2x + x^2} \right]}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \omega} = \frac{\partial \left[\frac{2 + x + x^2}{1 + 2x + x^2} \right]}{\partial x} \cdot 2\omega = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \left[\frac{2 + x + x^2}{1 + 2x + x^2} \right]}{\partial x} = \frac{(1 + 2x)(1 + 2x + x^2) - (2 + x + x^2)(2 + 2x)}{(1 + 2x + x^2)^2} = 0$$

$$\text{rút ra} \quad x_1 = 3; \quad x_2 = -1; \quad \text{và} \quad x = \infty$$

Như vậy (1) có các điểm cực tiểu tại các tần số: $\omega = [0; \sqrt{3}; \infty]$.

Các giá trị tối thiểu:

$$\operatorname{Re}[Z(j0)] = 2; \quad \operatorname{Re}[Z(j\sqrt{3})] = \frac{7}{8}; \quad \operatorname{Re}[Z(j\infty)] = 1$$

$$\text{Vậy } R_1 = \min[\operatorname{Re}[Z(j\omega)]] = \frac{7}{8}$$

$$\text{Trở kháng còn lại: } Z^{(1)} = Z - R_1 = \frac{p^2 + 2p + 9}{8p^2 + 16p + 8}$$

b. Thực hiện phần ảo của trở kháng ở tần số $\omega_0 = \sqrt{3}$ bằng cuộn cảm (vì phần thực của $Z^{(1)}$ tại ω_0 là bằng không).

$$Z^{(1)}(j\sqrt{3}) = \frac{-3 + j2\sqrt{3} + 9}{8(-3 + j2\sqrt{3} + 1)} = -j\frac{\sqrt{3}}{8} = -(j\sqrt{3}).L_1$$

rút ra $L_1 = -\frac{1}{8}$

Trở kháng còn lại: $Z^{(2)} = Z^{(1)} - pL_1 = \frac{p^3 + 2p^2 + 3p + 9}{8(p^2 + 2p + 1)}$

Tại tần số $\omega_0 = \sqrt{3}$, $Z^{(1)}$ không còn phần thực, cũng không còn phần ảo, tức là nó phải bằng không. Nói cách khác nó phải chứa thừa số $(p^2 + 3)$ trên tử số. Thật vậy:

$$Z^{(2)} = Z^{(1)} - pL_1 = \frac{p^3 + 2p^2 + 3p + 9}{8(p^2 + 2p + 1)} = \frac{(p^2 + 3)(p + 3)}{8(p^2 + 2p + 1)}$$

c. Trở kháng $Z^{(2)}$ có điểm không tại $p = \pm j\sqrt{3}$. Điểm không này được thực hiện bằng mạch LC nối tiếp trên nhánh song song:

$$L_2^{-1} = \lim_{p \rightarrow j\sqrt{3}} \left[\frac{8(p^2 + 2p + 1)}{(p^2 + 3)(p + 3)} \frac{(p^2 + 3)}{p} \right] = \frac{16}{3}; \quad C_2 = \frac{1}{3.L_2} = \frac{16}{9}$$

Trở kháng còn lại: $\frac{1}{Z^{(3)}} = \frac{1}{Z^{(2)}} - \frac{pL_2^{-1}}{p^2 + \omega_0^2} = \frac{8p^2 + 24}{3(p^2 + 3)(p + 3)}$

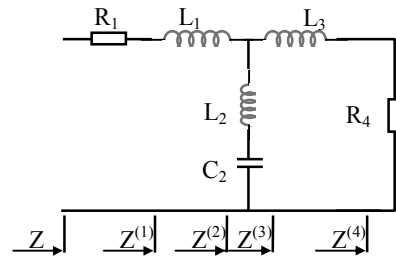
Thừa số $(p^2 + 3)$ cần phải được giản ước, khi đó: $Z^{(3)} = \frac{3(p + 3)}{8}$

d. Để kết thúc phần tổng hợp theo phương pháp Brune, cần phải khử điểm cực ở tần số vô cùng của $Z^{(3)}$:

$$pL_3 = Z^{(3)} \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{3}{8}p \rightarrow L_3 = \frac{3}{8}$$

Trở kháng còn lại: $Z^{(4)} = Z^{(3)} - pL_3 = \frac{9}{8}$

e. Cuối cùng là thực hiện $Z^{(4)}$. Đó đương nhiên là điện trở: $R_4 = \frac{9}{8}$



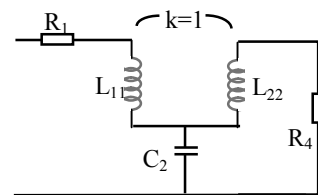
Hình 6-18

Kết quả thực hiện biểu thị trên hình 6-18.

Vì có ba cuộn cảm mắc hình T, ta có thể biến đổi thành biến áp theo các công thức:

$$L_{12} = L_2; \quad L_{11} = L_1 + L_2 = \frac{1}{16};$$

$$L_{22} = L_3 + L_2 = \frac{9}{16}$$



Hình 6-19

Hệ số ghép: $k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} \cdot L_{22}}} = 1$

Dạng gọn nhất của mạch tổng hợp biểu diễn trên hình 6-19.

6.3 TỔNG HỢP HÀM TRUYỀN ĐẠT BỐN CỰC THỤ ĐỘNG

Các bước chính của quá trình tổng hợp bốn cực thụ động bao gồm:

1. Xấp xỉ các chỉ tiêu cho trước bằng hàm truyền đạt cho phép của bốn cực theo các loại phần tử được yêu cầu.
2. Thực hiện hàm mạch đã tìm được, tức là xác định cấu trúc và giá trị các phần tử trong cấu trúc đó.
3. Do có thể có nhiều mạch tương đương khác nhau thoả mãn hàm mạch được thực hiện, nên cần phải chọn lấy một mạch thích hợp dựa trên quan điểm tối ưu về mặt thiết kế (công nghệ, độ nhạy, dung sai...).

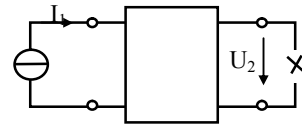
Sau đây sẽ đề cập tới một số vấn đề liên quan cụ thể tới các bước nêu trên.

6.3.1 Các hàm truyền đạt cho phép trong tổng hợp bốn cực thụ động

Xét các hàm truyền đạt cho phép của bốn cực tuyến tính, thụ động, tương hỗ, có thông số tập trung với các kiểu mắc tải khác nhau:

*Trường hợp I-A (hình 6-20a): Hàm cho phép có dạng phân thức hữu tỉ với các tính chất:

$$Z_T = \frac{U_2}{I_1} = \frac{A(p)}{Q(p)}$$



Hình 6-20a

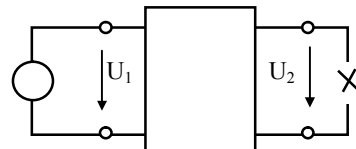
-Các hệ số là thực.

-Các điểm không nằm tùy ý.

-Các điểm cực nằm ở nửa mặt phẳng trái và trên trục ảo, do đó mẫu số được gọi là đa thức “tựa Hurwitz” và được ký hiệu là $Q(p)$.

* Trường hợp I-B (hình 6-20b): Hàm cho phép có dạng phân thức hữu tỉ:

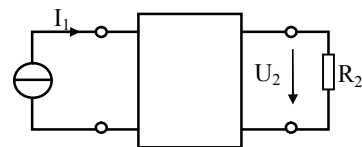
$$K = \frac{U_2}{U_1} = \frac{A(p)}{Q(p)}$$



Hình 6-20b

-Bậc tử số không lớn hơn bậc của mẫu số.

Với các tính chất nói chung giống trường hợp trên, nhưng các điểm cực không thể nằm ở tần số $\omega=0$ và $\omega=\infty$, nghĩa là đa thức “tựa Hurwitz” $Q(p)$

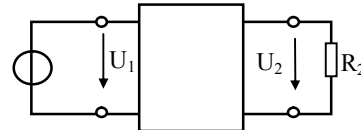


Hình 6-21a

không có điểm không tại $\omega=0$.

* Trường hợp II-A và II-B (hình 6-21a,b): Hàm trở kháng truyền đạt hay dẫn nạp truyền đạt cho phép có dạng phân thức hữu tỉ với các tính chất:

$$Z_T = \frac{U_2}{I_1} = -\frac{A(p)}{H(p)}; \text{ hay } Y_T = \frac{U_2}{U_1} = \frac{A(p)}{H(p)}$$



Hình 6-21b

-Bậc tử số không lớn hơn bậc của mẫu số.

-Các hệ số là thực.

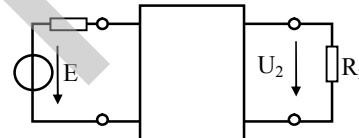
-Các điểm không nằm tùy ý.

-Các điểm cực chỉ có thể nằm ở nửa mặt phẳng trái, không nằm trên trục ảo.

Các đa thức có hệ số thực, nghiệm nằm ở nửa mặt phẳng trái, không nằm trên trục ảo gọi là đa thức Hurwitz và được ký hiệu là $H(p)$.

* Trường hợp III (hình 6-22): Hàm cho phép có dạng phân thức hữu tỉ với các tính chất:

$$K = \frac{U_2}{E} = \frac{A(p)}{H(p)}$$



Hình 6-22

-Bậc tử số không lớn hơn bậc của mẫu số.

-Các hệ số là thực.

-Các điểm không nằm tùy ý.

-Các điểm cực chỉ có thể nằm ở nửa mặt phẳng trái, không nằm trên trục ảo.

-Phải có thêm một điều kiện nữa đối với bình phương giá trị tuyệt đối của hàm truyền đạt, bởi vì mạch thụ động thì công suất cửa ra không thể lớn hơn công suất tác dụng của bốn cực nhận được ở nguồn, do đó:

$$\frac{|U_2|^2}{R_2} \leq \frac{|E|^2}{4R_1}. \text{ Từ đó } |K(p)|^2 = \left| \frac{U_2}{E} \right|^2 \leq \frac{R_2}{4R_1}$$

6.3.2 Vấn đề xấp xỉ trong tổng hợp mạch

Xấp xỉ vật lý là sự lựa chọn mô hình toán học cho một hiện tượng vật lý. Nếu sự xấp xỉ này là hợp lý thì mô hình toán học mô tả đúng hiện tượng. Nói chung không có biểu thức chính xác đánh giá sai số của sự xấp xỉ vật lý.

Cần phân biệt giữa xấp xỉ vật lý và xấp xỉ toán học. Xấp xỉ toán học là sự thực hiện gần đúng các quá trình tính toán trong toán học, sai số của nó nói chung có thể đánh giá được. Để thực hiện xấp xỉ toán học, người ta thường dùng chuỗi Taylor và chuỗi Fourier.

Trong tổng hợp mạch, xuất phát từ các chỉ tiêu cho trước dưới dạng đồ thị trong miền thời gian hoặc trong miền tần số, công việc đầu tiên phải tiến hành là xấp xỉ bằng các hàm mạch cho phép. Nếu hàm xấp xỉ gần đúng các chỉ tiêu (với sai số ε yêu cầu) mà thoả mãn là một hàm mạch cho phép $F(p)$ thì mạch điện thuộc hàm $F(p)$ đó có thể thực hiện được. Nếu xấp xỉ không có phương pháp thì sẽ dẫn đến kết quả là một mạch điện không đạt các chỉ tiêu đề ra. Do đó vấn đề xấp xỉ là một vấn đề quan trọng nhất nhưng cũng khó khăn nhất.

Các phương pháp xấp xỉ có thể chia làm hai nhóm: Xấp xỉ theo cách thử và xấp xỉ bằng con đường trực tiếp.

**Nhóm xấp xỉ theo cách thử, thường có các phương pháp sau đây:*

-Thiết kế trên cơ sở phân tích: Trong trường hợp này mạch nguyên lý xấp xỉ các chỉ tiêu cho trước đã được biết do kinh nghiệm. Tiến hành phân tích để tìm ra mối liên hệ giữa các phần tử mạch và các chỉ tiêu cho trước. Từ đó xác định được hàm mạch và mạch điện cụ thể.

-Xấp xỉ bằng đồ thị Bode.

-Xấp xỉ nội suy: Trong phương pháp này, giả sử hàm xấp xỉ được lấy dưới dạng:

$$F(p) = \frac{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n}{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m}$$

thì hàm xấp xỉ phải trùng với giá trị F_i của hàm cho trước tại $(n+m+1)$ điểm ω_i tự chọn. Khi đó ta sẽ viết được $(n+m+1)$ phương trình để giải các hệ số a_i, b_i .

Sau đó kiểm tra $F(p)$ có phải là hàm cho phép không. Xác định sai số ε so với hàm cho trước.

Nếu không thoả mãn điều kiện hàm cho phép, hoặc sai số quá lớn thì cần phải quay lại lấy các giá trị của hàm cho trước trên các điểm ω_i khác (như lưu đồ hình 6-23).

**Nhóm xấp xỉ theo con đường trực tiếp:*

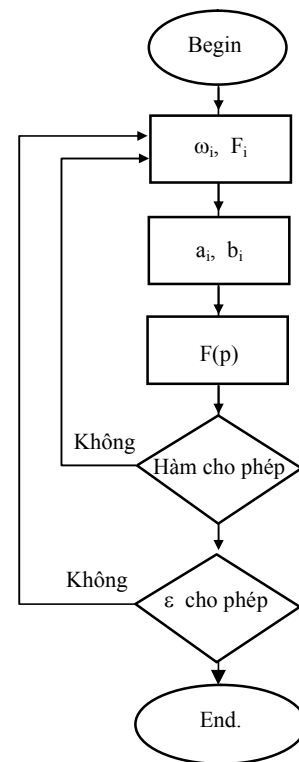
Việc xấp xỉ hàm mạch cho trước $|F(j\omega)|$ bằng hàm mạch $F(p)$ có thể theo các phương pháp trực tiếp sau đây:

-Xấp xỉ với độ bằng phẳng cực đại (còn gọi là xấp xỉ Butterworth).

-Xấp xỉ đều (xấp xỉ Chebyshev).

-Xấp xỉ elliptic (Cauer)

-Xấp xỉ Chebyshev ngược.



Hình 6-23

Tuỳ theo tính chất của từng loại mạch cần phải tổng hợp mà các phương pháp này sẽ cho các biểu thức tính toán khác nhau.

6.3.3 Xác định các thông số của bốn cực:

Sau khi giải xong bài toán xấp xỉ, chúng ta nhận được hàm $F(p)$ một mặt thoả mãn các chỉ tiêu cho trước, mặt khác thoả mãn điều kiện hàm cho phép. Bước tiếp theo sẽ là thực hiện hàm mạch đã tìm được, tức là xác định cấu trúc và giá trị các phần tử trong cấu trúc đó. Hàm mạch thường được biểu diễn qua các thông số bốn cực đã biết như các thông số trở kháng, dẫn nạp ... Vậy để xác định mạch điện, trước hết cần phải xác định các thông số của bốn cực. Các công việc bao gồm:

- *Xác định điều kiện ràng buộc đối với các thông số của bốn cực:*

Để xác định các thông số của bốn cực, thông thường là các z_{ij} trong ma trận Z , cần chú ý tới điều kiện ma trận Z thực dương. Điều này được đưa về xét điều kiện thặng dư và điều kiện phần thực của bốn cực, tương tự như việc xét hàm thực dương đối với mạch hai cực.

- *Xác định các thông số z_{ij} của bốn cực:*

Việc xác định các thông số z_{ij} của bốn cực có thể thực hiện một cách dễ dàng dựa vào các kiểu mắc tải khác nhau đã xét ở mục trước.

6.3.4 Thực hiện hàm mạch:

Có nhiều phương pháp để thực hiện hàm cho phép của các thông số z_{ij} và y_{ij} , tuỳ vào từng loại bốn cực cần phải thực hiện.

1. Các phương pháp thực hiện bốn cực thụ động LC, RC:

- Phương pháp Cauer .

- Phương pháp khử điểm cực hoặc đẩy điểm không để tổng hợp bốn cực LC, RC theo hình cái thang.

2. Các phương pháp thực hiện bốn cực thụ động RC trong trường hợp tổng quát: Các điểm không của hàm truyền đạt là các cặp giá trị phức liên hợp:

Đối với trường hợp này, có nhiều phương pháp tổng hợp được đưa ra:

-*Phương pháp Guillemin:* Tổng hợp hàm truyền đạt có các cặp điểm không phức liên hiệp bằng nhiều mạch hình cái thang mắc song song với nhau. Phương pháp này dựa trên các thông số dẫn nạp. Mọi thông số y_{22} (hay y_{11}) của mạch cái thang phụ thuộc vào tần số giống nhau, sự phân tách chủ yếu chỉ thực hiện đối với y_{21} : nhóm các thành phần tử số thành hai nhóm và ta có các thông số y_{21} của các mạch cái thang thành phần. Biết các hằng số từ mạch được thực hiện cuối cùng ta phải điều chỉnh dẫn nạp của các mạch hình cái thang để nhận trở lại y_{21} .

-*Phương pháp Fialkov-Gerst*: Tổng hợp hàm truyền đạt có các cặp điểm không phức liên hiệp bằng mạch có cấu trúc phức tạp hơn nhưng có số phần tử ít hơn. Phương pháp này lặp đi lặp lại một chu trình hai bước và cuối cùng giản đơn bài toán trở về việc thực hiện các thông số bậc một. Bước thứ nhất là phân tích bốn cực cần thực hiện thành hai nhánh song song (ngược lại với phương pháp trên, ở đây chúng ta dùng cả thông số y_{22} và y_{21}). Sang bước thứ hai, các thông số sẽ được giản đơn bằng cách lấy ra tụ điện một cách nối tiếp trên một trong hai nhánh, còn nhánh kia thì lấy ra một điện trở một cách nối tiếp. Trên mỗi nhánh, chu trình này được lặp cho đến khi các thông số có dạng đa thức bậc một.

hai phương pháp trên được sử dụng với điều kiện là tử số của y_{21} chỉ chứa các hệ số không âm.

-*Phương pháp Lin-Siskind*: Ưu điểm của phương pháp này là số phần tử ít, suy giảm tín hiệu bé. Phương pháp này còn đòi hỏi các hệ số trên không được lớn hơn các hệ số tương ứng trong tử số của y_{22} .

Thí dụ 6.5: Thực hiện bốn cực có hàm truyền đạt điện áp hở mạch dưới đây:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{k(1+p^2)}{1+4p+p^2} = \frac{A(p)}{B(p)}$$

Giải: Mẫu số có nghiệm thực âm, còn tử số có cặp nghiệm phức liên hợp trên trục $j\omega$. Vậy đây sẽ là mạch RC. Ta sẽ xét hai phương pháp để tổng hợp hàm truyền đạt này.

1. Dùng phương pháp Giullemin:

Chọn hàm $C(p)=2(1+p)$ để cấu tạo các thông số dẫn nạp từ hàm truyền đạt trên, ta có:

$$y_{22} = \frac{1+4p+p^2}{2(1+p)}; \quad y_{21} = \frac{k(1+p^2)}{2(1+p)}$$

Từ y_{21} ta phân tích thành hai nhánh song song để có hai mạch hình thang có các thông số:

$$y_{21}^{(1)} = \frac{k}{2(1+p)}; \quad y_{21}^{(2)} = \frac{kp^2}{2(1+p)}; \quad y_{22}^{(1)} = y_{22}^{(2)} = y_{22} = \frac{1+4p+p^2}{2(1+p)}$$

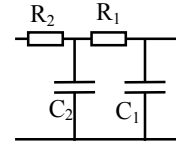
-Mạch hình thang (1) có điểm 0 truyền đạt ở vô cùng, do đó $y_{22}^{(1)}$ được thực hiện bởi phương pháp Cauer I. Trước hết là thực hiện bởi tụ điện trong nhánh song song đầu tiên (hình 6-24a):

$$(Y) \quad (p^2 + 4p + 1)/(2p + 2) = p/2 \rightarrow C_1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{p^2 + p}{3p + 1}$$

$$(Z) \quad (2p+2)/(3p+1) = \frac{2}{3} \quad \rightarrow R_1 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2p + \frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}$$



Hình 6-24a

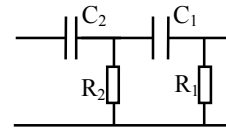
$$(Y) \quad (3p+1)/(\frac{4}{3}) = \frac{9}{4}p + \frac{3}{4} \quad \rightarrow C_2 = \frac{9}{4}; \quad R_2 = \frac{4}{3}$$

-Mạch hình thang (2) có điểm 0 truyền đạt bội hai, do đó $y_{22}^{(2)}$ được thực hiện bởi phương pháp Cauer II. Các điểm 0 truyền đạt chỉ có thể thực hiện bởi tụ điện trong nhánh nối tiếp, do đó ta thực hiện phép chia bắt đầu từ dẫn nạp (hình 6-24b):

$$(Y) \quad (1+4p+p^2)/(2+2p) = \frac{1}{2} \quad \rightarrow R_1 = 2$$

$$\frac{1+p}{3p+p^2}$$

$$(Z) \quad (2+2p)/(3p+p^2) = \frac{2}{3p} \quad \rightarrow C_1 = \frac{3}{2}$$

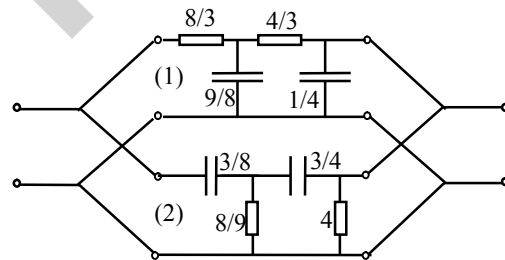


Hình 6-24b

$$\frac{2 + \frac{2}{3}p}{\frac{4}{3}p}$$

$$(Y) \quad (3p+p^2)/(\frac{4}{3}p) = \frac{9}{4} + \frac{3}{4}p$$

$$\rightarrow R_2 = \frac{4}{9}; \quad C_2 = \frac{3}{4}$$

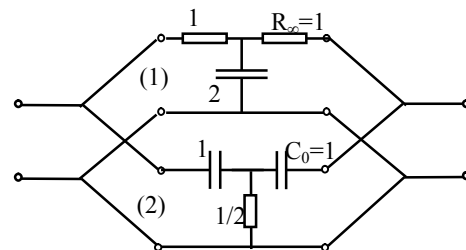


Hình 6-25

Hằng số $k^{(1)}$ được tính bằng 1 trên cơ sở xét $y_{22}^{(1)}$ tại $\omega=0$, còn $k^{(2)}$ cũng cho giá trị 1 khi xét $y_{22}^{(2)}$ tại $\omega=\infty$.

-Khi cộng chúng ta đã không chú ý tới các thông số y_{22} , vì vậy cần phải giảm mức dẫn nạp của bốn cực tổng hợp. Các giá trị tụ giảm đi một nửa, các giá trị điện trở tăng gấp đôi (hình 6-25).

2. Nếu dùng phương pháp Fialkov-Gerst: Ta thấy các đa thức đều bậc hai, vậy chỉ cần làm một chu trình duy nhất. Đầu tiên ta tách bốn cực làm hai nhánh. Sau đó phải phân tích đa thức $B(p)$ thành tổng của hai đa thức có các nghiệm thực âm nằm xen kẽ nhau. Hình 6-26 là một kết quả thực hiện được bằng phương pháp này.



Hình 6-26

Như vậy so với sơ đồ thực hiện được bằng phương pháp Guillemin thì sơ đồ thực hiện được bằng phương pháp Fialkov-Gerst có số phần tử ít hơn.

Nhìn chung mỗi một phương pháp có một ưu thế nhất định, tùy theo tính chất của hàm mạch mà áp dụng sao cho phù hợp nhất. Cũng cần chú ý rằng trong tổng hợp mạch, số lượng phần tử trong mạch cũng là một yếu tố quan trọng để đánh giá kết quả, do đó tối ưu mạch với số phần tử ít nhất là một trong những vấn đề cần nghiên cứu trong tổng hợp và thiết kế mạch.

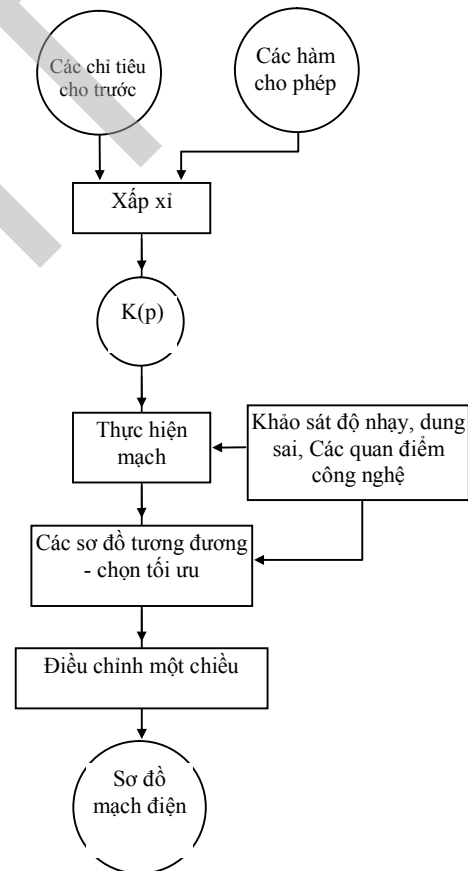
6.4 TỔNG HỢP MẠCH TÍCH CỰC RC

6.4.1 Các bước chính của quá trình tổng hợp mạch tích cực

Các bước chính của quá trình tổng hợp mạch tích cực về cơ bản cũng giống như tổng hợp bốn cực thụ động. Ngoài ba bước đã nêu, trong trường hợp mạch tích cực do thường dùng các phần tử tích cực, vì vậy cần phải điều chỉnh một chiều mạch vừa tổng hợp. Lưu đồ hình 6-27 mô tả các bước tổng quát tổng hợp mạch tuyến tính, đây là một trong các công đoạn chủ yếu trong toàn quá trình thiết kế mạch.

6.4.2 Phương pháp tổng quát tổng hợp mạch tích cực RC

Đối với mạch tích cực, cần phải chú ý đến mô hình của nó. Thông thường các phần tử tích cực lý tưởng thường được thực hiện thích hợp với mô hình của nó trong một dải nhất định cùng với một số phần tử thụ động. Với phương pháp tổng hợp mạch tích cực RC, ta có thể thực hiện được hàm mạch có dạng phân thức hữu tỉ bằng mạch điện gồm các phần tử: điện dung, điện trở, nguồn điều khiển, NIC, girator, mạch khuếch đại thuật toán. Thông thường người ta lấy một hoặc nhiều phần tử tích cực và mắc chúng với các mạch n của RC thụ động, sau đó từ $K(p)$ xác định giá trị các phần tử tích cực và các hàm cho phép của các mạch n của RC và thực hiện cụ thể hàm này.



Hình 6-27

Thường có các phương pháp sau đây trong tổng hợp mạch tích cực RC:

+ Tách đa thức.

+ Thực hiện hàm mạch bậc cao với cách dây chuyển các khâu bậc hai và bậc một.

a. Tách đa thức:

1. Nếu đa thức $N(p)$ có hệ số thực, thì có thể tách thành hiệu hai đa thức có nghiệm thực, không dương:

$$N(p) = N_1(p) - N_2(p) \quad (6-5)$$

Cách thực hiện như sau:

+Chọn một đa thức phụ $P(p)$ sao cho có bậc n bằng hoặc lớn hơn bậc của $N(p)$ 1 đơn vị, có nghiệm thực không dương:

$$P(p) = \prod_{\gamma=1}^n (p + \sigma_{\gamma}) \quad \text{với } \sigma_{\gamma} \text{ là thực, không âm. Khi đó:}$$

+Lập biểu thức $F_1(p)$, và phân tích nó thành tổng các phân thức với các giá trị thặng dư đều thực:

$$F_1(p) = \frac{N(p)}{P(p)} = k_{\infty} + \sum_i \frac{k_i}{p + \sigma_i} - \sum_j \frac{k_j}{p + \sigma_j}$$

+Tách riêng các phần có giá trị thặng dư dương và âm, và viết lại dưới dạng:

$$F_1(p) = \frac{N(p)}{P(p)} = \underbrace{\left(k_{\infty} + \sum_i \frac{k_i}{p + \sigma_i} \right)}_{\frac{P_1}{P_2}} - \underbrace{\sum_j \frac{k_j}{p + \sigma_j}}_{\frac{P_3}{P_4}} = \frac{P_1}{P_2} - \frac{P_3}{P_4}$$

trong đó nghiệm của các P_i trên đều là thực và không dương.

+Khi đó ta sẽ có:

$$\begin{cases} N_1(p) = P_1 P_4 \\ N_2(p) = P_2 P_3 \end{cases}$$

Thí dụ 6.6: Tách đa thức sau thành hiệu các đa thức chứa nghiệm thực, không dương:

$$N(p) = p^2 + p + 1$$

Giải: Chọn một đa thức phụ $P(p)$ sao cho có bậc n bằng hoặc lớn hơn bậc của $N(p)$ 1 đơn vị, các nghiệm của $P(p)$ có thể lấy bất kỳ, ví dụ:

$$P(p) = (p+1)(p+2)$$

$$F_1(p) = \frac{N(p)}{P(p)} = \frac{p^2 + p + 1}{(p+1)(p+2)} = 1 + \frac{1}{p+1} - \frac{3}{p+2}$$

Hay

$$F_1(p) = \left(1 + \frac{1}{p+1} \right) - \frac{3}{p+2} = \frac{p+2}{p+1} - \frac{3}{p+2}$$

vậy

$$N(p) = N_1(p) - N_2(p) = (p+2)(p+2) - 3(p+1) = (p+2)^2 - 3(p+1)$$

2. Nếu đa thức $N(p)$ có chứa các nghiệm thực và cặp nghiệm phức liên hợp, thì có thể tách thành tổng các đa thức có nghiệm thực, không dương:

$$N(p) = N_1(p) + N_2(p) \quad (6-6)$$

+Trước hết đa thức $N(p)$ có các nghiệm thực và các cặp nghiệm phức liên hợp, thì có thể tách thành tích hai đa thức:

$$N(p) = N_v(p) \cdot N_c(p)$$

Trong đó nghiệm của N_v là thực, các nghiệm của N_c là các cặp nghiệm phức liên hợp.

+Mặt khác N_c có thể phân tích thành tổng:

$$N_c = N_{c1} + N_{c2}$$

Vậy
$$N(p) = N_v(p) \cdot N_c(p) = N_v(p) \cdot [N_{c1} + N_{c2}]$$

Khi đó ta có
$$\begin{cases} N_1 = N_v \cdot N_{c1} \\ N_2 = N_v \cdot N_{c2} \end{cases}$$

Thí dụ 6.7: Tách đa thức sau thành tổng các đa thức chứa nghiệm thực, không dương:

$$N(p) = p^2 + p + 1$$

Giải: Trong trường hợp này không có nghiệm thực nên $N(p) = N_c$.

N_c có dạng bậc hai và có thể phân tích thành:

$$N_c(p) = (p + \alpha_1)^2 + \beta_0 \equiv p^2 + p + 1$$

Rút ra $\alpha_1 = 0,5; \quad \beta_0 = 0,75.$

Cuối cùng ta có: $N(p) = N_c(p) = (p+0,5)^2 + 0,75.$

b. Mắc dây chuyển các khâu bậc hai:

Trước hết cần phải nắm chắc việc tổng hợp hàm bậc hai của bốn cực thụ động RC có dây dẫn chung vì khâu này có liên quan chặt chẽ đến khâu bậc hai của mạch tích cực.

Trong tổng hợp bốn cực RC, khâu bậc hai có một ý nghĩa đặc biệt quan trọng vì đó là khâu cơ bản để tổng hợp các hàm bậc cao bất kỳ (cùng với các khâu cơ bản bậc một). Đối với mạch tích cực RC, thường khi hàm mạch có bậc càng cao thì độ nhạy của các đại lượng đặc trưng của mạch đối với phần tử tích cực càng tăng mạnh. Bởi vậy trong thực tế người ta thường phân tích hàm mạch ra thành tích các thừa số là các hàm bậc hai, và thực hiện từng hàm thành phần bằng khâu bậc hai.

Như đã đề cập ở chương trước, giả sử từ hàm mạch $K(p)$ là phân thức hữu tỉ, khi đó có thể phân tích ra thành:

$$K(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = k_0 \cdot p^r \cdot \frac{\prod_i (p + \sigma_i) \cdot \prod_i (p^2 + b_i p + c_i)}{\prod_j (p + \sigma_j) \cdot \prod_j (p^2 + b_j p + c_j)}$$

Đầu tiên tách ra hàm $F(p)$ có thể thực hiện bằng mạch thụ động RC:

$$K(p) = F(p) \cdot K_1(p)$$

Trong đó các điểm cực của $F(p)$ phải là thực:

$$F(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{P(p)}{\prod_j (p + \sigma_j)}$$

$Q(p)$ chứa các nghiệm thực là điểm cực của $K(p)$, bậc của $P(p)$ nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $Q(p)$. $F(p)$ có thể được thực hiện bằng các phương pháp đã biết trong mạch thụ động. $P(p)$ chứa một phần các nghiệm của $N(p)$. Nếu $P(p)$ chỉ chứa các điểm 0 thực thì có thể thực hiện bằng mạch hình cái thang.

Còn lại $K_1(p)$ là tổ hợp các hàm truyền bậc hai và thực hiện bằng các khâu tích cực bậc hai dùng KĐTT với ưu điểm có điện trở ra nhỏ. Phần này người đọc có thể tham khảo lại ở chương trước.

6.4.3 Ứng dụng phép biến đổi RC-CR

Phân tích và tổng hợp mạch là hai quá trình không thể tách rời trong thiết kế mạch điện tử. Nếu trong phân tích mạch nhiều khi ta lợi dụng các nguyên tắc về tính đối ngẫu, thì trong tổng hợp và thiết kế mạch thụ động RC, nhiều khi ta cần phải dùng đến phép biến đổi RC-CR, phép biến đổi này rất tiện dụng. Nếu xuất phát từ mạch RC ban đầu có Z_{RC} là trở kháng, Y_{RC} là dẫn nạp, K_{RC} là hàm truyền đạt, thì sau khi biến đổi:

+Thay điện trở R_i bằng tụ điện có giá trị $\frac{1}{R_i}$

+Thay tụ điện C_j bằng điện trở có giá trị $\frac{1}{C_j}$

Ta sẽ có mạch mới với Z'_{RC} , Y'_{RC} , K'_{RC} . Quan hệ giữa các đại lượng này như sau:

$$Z'_{RC}(p) = \frac{1}{p} Z_{RC}\left(\frac{1}{p}\right) \quad (6-7)$$

$$Y'_{RC}(p) = p \cdot Y_{RC}\left(\frac{1}{p}\right) \quad (6-8)$$

$$K'_{RC}(p) = K_{RC}\left(\frac{1}{p}\right) \quad (6-9)$$

(6-9) được gọi là định lý biến đổi thông thấp - thông cao. Định lý này còn được dùng đối với mạch điện có điện trở âm và điện dung âm. Sau đây là một thí dụ về ứng dụng của phép biến đổi này:

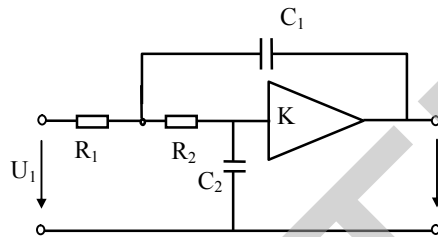
Thí dụ 6.8: Cho hàm truyền của khâu lọc thông thấp:

$$K_U(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{k}{ap^2 + bp + c}$$

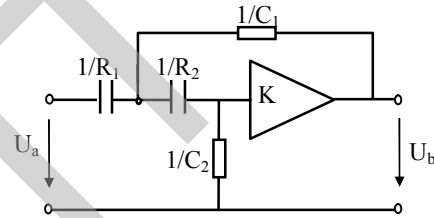
Mạch điện thực hiện hàm này có dạng như hình 6-28. Nếu sử dụng định lý biến đổi thông thấp- thông cao (6-12) ta sẽ có:

$$K'_U(p) = K_U(p) \Big|_{p \rightarrow \frac{1}{p}} = \frac{kp^2}{cp^2 + bp + a}$$

Rõ ràng đây là hàm truyền của bộ lọc thông cao. Mạch điện thực hiện hàm này dựa trên phép biến đổi RC-CR như hình 6-29.



Hình 6-28



Hình 6-29

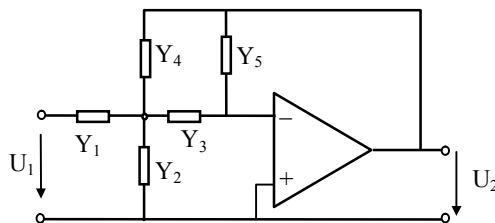
CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG VI

6.1. Tính chất của bài toán tổng hợp mạch. Các cơ sở phân loại và đánh giá kết quả của bài toán tổng hợp mạch.

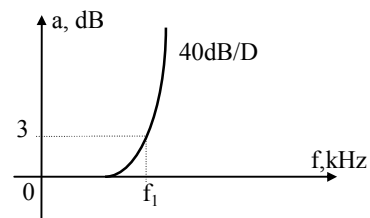
6.2. Các phương pháp tổng hợp mạch tuyến tính, nêu đặc điểm của từng phương pháp.

6.3. a. Chứng minh rằng hàm truyền đạt điện áp của khâu bậc hai hình 6-30a có dạng:

$$K(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{-Y_1 \cdot Y_2}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 \cdot Y_4}$$



Hình 6-30a



Hình 6-30b

b. Tìm tính chất của các phần tử Y_i để khâu bậc hai này thực hiện lọc thông thấp, thông cao, thông dải, chắn dải.

c. Dựa vào các kết quả ở trên để thiết kế bộ lọc thông thấp với độ bằng phẳng cực đại, đặc tuyến suy giảm có độ dốc 40dB/D, tại tần số $f_1=1,59\text{kHz}$ có giá trị suy giảm 3dB (hình 6-30b).

6.4. Tổng hợp mạng hai cực LC theo hàm:
$$Z(p) = \frac{2(p^2 + 1)(p^2 + 9)}{p(p^2 + 4)}$$

6.5 Tổng hợp mạng hai cực RC theo hàm:
$$Z(p) = \frac{3(p + 2)(p + 4)}{p(p + 3)}$$

6.6 Tổng hợp mạng hai cực RL theo hàm:
$$Y(p) = \frac{3(p + 2)(p + 4)}{p(p + 3)}$$

PHỤ LỤC 1

MẠCH ĐIỆN ĐỐI NGẪU

-Các yếu tố đối ngẫu:

Hai phần tử Z_a và Z_b được gọi là đối ngẫu nếu:

$$Z_a \cdot Z_b = k^2 \quad (\text{với } k \text{ là một hằng số}) \quad (7-1)$$

Từ đó suy ra các thông số sau đây tạo nên tính đối ngẫu:

$$\begin{cases} L \leftrightarrow C \\ r \leftrightarrow g \end{cases} \quad \begin{matrix} E_{ng} \leftrightarrow I_{ng} \\ u \leftrightarrow i \end{matrix} \quad Z \leftrightarrow Y$$

Đồng thời các yếu tố hình học sau đây cũng tạo nên tính đối ngẫu:

$$\text{Nút} \leftrightarrow \text{Vòng}$$

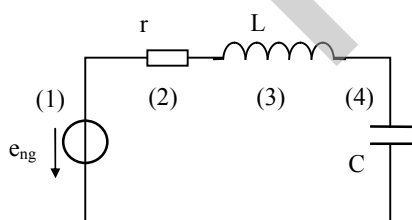
$$\text{Nối tiếp} \leftrightarrow \text{Song song}$$

-Mạch điện đối ngẫu:

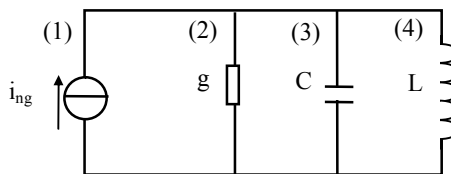
+ Hai mạch được gọi là đối ngẫu nếu chúng thỏa mãn hai điều kiện sau đây:

1. Phương trình theo định luật Kirchhoff I ở các nút của mạch này cũng chính là phương trình theo định luật Kirchhoff II ở các vòng của mạch kia sau khi đã thay điện áp nút bằng dòng điện vòng.
2. Quan hệ giữa dòng điện nhánh và điện áp trên nhánh của mạch này sau khi đổi lẫn chúng cho nhau sẽ cho quan hệ giữa điện áp trên nhánh với dòng điện nhánh của mạch kia.

+ Sau đây là thí dụ cụ thể về sự đối ngẫu của hai mạch điện hình PL1.1:



Hình PL1.1a



Hình PL1.1b

Viết phương trình đặc trưng cho từng mạch:

$$e_{ng} = r \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (a)$$

$$I_{ng} = g \cdot u + C \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} \int u dt \quad (b)$$

Rõ ràng phương trình (b) là phương trình đối ngẫu của (a) và ngược lại.

PHỤ LỤC 2

CÁC THÔNG SỐ CỦA MẠCH DAO ĐỘNG ĐƠN Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HÒA

a. Với mạch dao động đơn nối tiếp:

Khi mạch đã chuyển sang chế độ xác lập, ta hãy xét các thông số và quan hệ trong mạch dưới dạng phức (bạn có thể xem lại thí dụ đã nêu trong chương II và chương III):

+ Trở kháng của mạch:

$$Z = r + j(\underbrace{\omega_o L - \frac{1}{\omega_o C}}_X) = r(1 + j \frac{X}{r}) = r(1 + j\xi)$$

$$\text{trong đó } \begin{cases} X = \omega_o L - \frac{1}{\omega_o C} \\ \xi = \frac{X}{r} \end{cases} \quad (7-2)$$

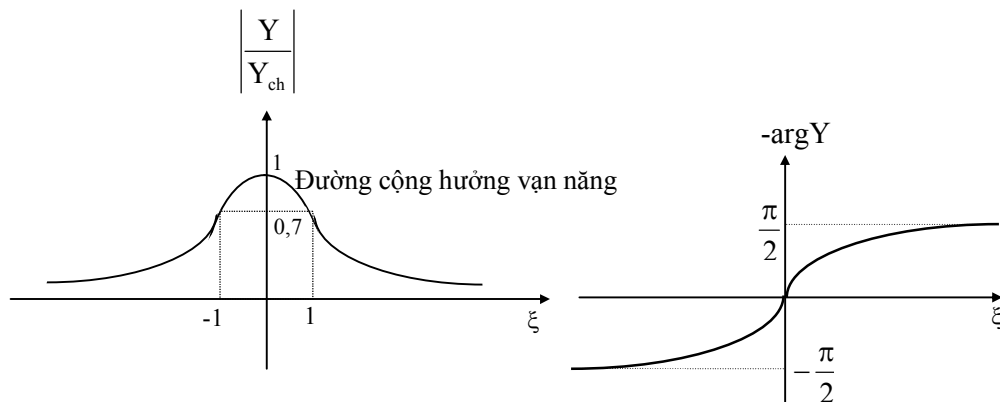
$$X=0 \text{ khi } \omega_o L = \frac{1}{\omega_o C} \Rightarrow \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_{ch}$$

và $X \neq 0$ khi lệch cộng hưởng. Vì vậy ξ gọi là độ lệch cộng hưởng tổng quát.

$$\begin{cases} |Z| = r\sqrt{1 + \xi^2} \\ \arg Z = \arctg \xi \end{cases} \quad (7-3)$$

$$+ \text{Điện trở đặc tính: } \rho = X_{Lch} = |X_{Cch}| = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (7-4)$$

$$+ \text{Dẫn nạp của mạch: } Y = G + jB = \frac{1}{Z} = \frac{1}{r(1 + j\xi)} \quad (7-5)$$



Hình PL2.1

$$\begin{cases} |Y| = \frac{1}{|Z|} = \frac{1}{r\sqrt{1+\xi^2}} \\ \arg Y = -\arg Z = -\arctg\xi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Y}{Y_{ch}} = \frac{1}{1+j\xi} \\ \text{với } Y_{ch} = \frac{1}{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left| \frac{Y}{Y_{ch}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \\ \arg\left(\frac{Y}{Y_{ch}}\right) = -\arctg\xi \end{cases} \quad (7-6)$$

Ta có thể vẽ đồ thị biểu diễn các biểu thức (7-6) ở hình PL2.1.

+ Dải thông ($2\xi_d$): Ngoài khái niệm dải thông ($2\Delta\omega_d$) đã nêu ở chương I, ta còn có cách định nghĩa khác: dải thông ($2\xi_d$) là dải tần số mà ở đó $\left| \frac{Y}{Y_{ch}} \right| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$, nghĩa là:

$$\frac{1}{\sqrt{1+\xi_d^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \xi_d = \pm 1 \quad (7-7)$$

+ Độ lệch cộng hưởng tương đối (v): Ngoài khái niệm độ lệch cộng hưởng tuyệt đối ($\Delta\omega$) và độ lệch cộng hưởng tổng quát (ξ), ta còn có độ lệch cộng hưởng tương đối:

$$v = \frac{\omega_o}{\omega_{ch}} - \frac{\omega_{ch}}{\omega_o} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_{ch}} \quad (7-8)$$

+ Phẩm chất của mạch (Q): là tỉ số giữa công suất phản kháng luân chuyển giữa L và C với công suất tiêu hao trên mạch tại tần số cộng hưởng:

$$Q = \frac{P_x}{P_T} = \frac{|X_c(\omega_{ch})|}{r} = \frac{|X_L(\omega_{ch})|}{r} = \frac{1}{\omega_{ch}Cr} = \frac{\omega_{ch}L}{r} = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (7-9)$$

Ta có thể suy ra các mối quan hệ:

$$\xi = Qv \approx Q \cdot \frac{2\Delta\omega}{\omega_{ch}} \quad (7-10)$$

$$2\Delta\omega_d = \frac{r}{L} = \frac{\omega_{ch}}{Q} \quad (7-11)$$

Từ (7-11) ta thấy khi phẩm chất của mạch càng cao thì dải thông càng giảm, nghĩa là độ chọn lọc tần số tăng lên.

+ Dòng điện trong mạch:

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{Z} = \frac{\bar{E}}{|Z| \cdot e^{j \arg Z}} = \frac{\bar{E}}{r\sqrt{1+\xi^2}} \cdot e^{-j \arctg \xi} \quad (7-12)$$

+ Điện áp trên r:

$$\bar{U}_r = \bar{I} \cdot r = \frac{\bar{E}}{\sqrt{1+\xi^2}} \cdot e^{-j \arctg \xi} \quad (7-13)$$

+ Điện áp trên C:

$$\begin{aligned}\bar{U}_c &= \bar{I} \frac{1}{j\omega_o C} = \frac{\bar{E}}{r\sqrt{1+\xi^2}} \cdot \frac{1}{\omega_o C} \cdot e^{-j(\arctg\xi + \frac{\pi}{2})} \quad \text{nhan cả tử và mẫu với } \omega_{ch} \\ \bar{U}_c &= \frac{Q \cdot \bar{E}}{\sqrt{1+\xi^2}} \cdot \frac{\omega_{ch}}{\omega_o} \cdot e^{-j(\arctg\xi + \frac{\pi}{2})}\end{aligned}\quad (7-14)$$

+ Điện áp trên L:

$$\bar{U}_L = \bar{I} \cdot j\omega_o L = \frac{\bar{E}\omega_o L}{r\sqrt{1+\xi^2}} \cdot e^{-j(\arctg\xi - \frac{\pi}{2})} = \frac{Q \cdot \bar{E}}{\sqrt{1+\xi^2}} \cdot \frac{\omega_o}{\omega_{ch}} \cdot e^{-j(\arctg\xi - \frac{\pi}{2})} \quad (7-15)$$

-Chú ý: tại $\omega_o = \omega_{ch}$, thì độ lệch cộng hưởng tổng quát $\xi=0$, khi đó:

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{r} \quad \text{dòng điện trong mạch đạt giá trị max và cùng pha với E.} \quad (7-16)$$

$$\bar{U}_r = \bar{E} \quad \text{điện áp trên r bằng E (cả về biên độ và pha).} \quad (7-17)$$

$$\bar{U}_c = Q\bar{E} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jQ\bar{E} \quad \text{điện áp trên C chậm pha } \pi/2 \text{ so với E.} \quad (7-18)$$

$$\bar{U}_L = Q\bar{E} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = jQ\bar{E} \quad \text{điện áp trên L nhanh pha } \pi/2 \text{ so với E.} \quad (7-19)$$

Do tại tần số cộng hưởng thì điện áp trên C và trên L đều gấp Q lần sức điện động E (chỉ khác nhau về pha) nên người ta gọi cộng hưởng ở mạch dao động đơn nối tiếp là cộng hưởng điện áp.

b. Với mạch dao động đơn song song

Mạch dao động đơn song song là mạch đối ngẫu của mạch dao động đơn nối tiếp. do đó ta có thể áp dụng tính chất đối ngẫu để suy ra kết quả. Sau đây là các hàm đặc trưng của nó (ở chế độ xác lập):

$$+ \text{ Tần số cộng hưởng: } \omega_{ch} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7-20)$$

$$+ \text{ Dẫn nạp: } Y = g + j(\omega_o C - \frac{1}{\omega_o L}) = g(1 + j\frac{B}{g}) = g(1 + j\xi) \quad (7-21)$$

$$\text{với } B = \omega_o C - \frac{1}{\omega_o L} \quad (7-22)$$

$$+ \text{ Độ lệch cộng hưởng tổng quát: } \xi = \frac{B}{g} = Qv = Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_{ch}} \quad (7-23)$$

$$+ \text{ Trở kháng: } \begin{cases} Z = r + jX = \frac{1}{Y} = \frac{1}{g(1 + j\xi)} \\ |Z| = \frac{1}{|Y|} = \frac{1}{g\sqrt{1+\xi^2}} \end{cases} \quad \& \quad \arg Z = -\arg Y = -\arctg\xi \quad (7-24)$$

+ Phương trình đường cộng hưởng vọt nẩy:

$$\begin{cases} \left| \frac{Z}{Z_{ch}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \\ \arg\left(\frac{Z}{Z_{ch}}\right) = -\arctg\xi \end{cases} \quad (\text{với } Z_{th} = r) \quad (7-25)$$

+ Điện dẫn đặc tính: $\sigma = \sqrt{\frac{C}{L}} = \omega_{ch} C = \frac{1}{\omega_{ch} L} = \frac{1}{\rho}$ (7-26)

+ Độ lệch cộng hưởng tương đối: $v = \frac{\omega_o}{\omega_{ch}} - \frac{\omega_{ch}}{\omega_o} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_{ch}}$ (7-27)

+ Phẩm chất tại f_{ch} : $Q = \frac{\sigma}{g} = r\omega_{ch} C = \frac{r}{\omega_{ch} L} = r\sqrt{\frac{C}{L}}$ (7-28)

+ Dải thông: $\begin{cases} 2\Delta\omega_d = \frac{g}{C} = \frac{\omega_{ch}}{Q} \\ \xi_d = \pm 1 \end{cases}$ (7-29)

+ Điện áp trên mạch: $\bar{u} = \frac{\bar{I}_{ng}}{Y} = \frac{\bar{I}_{ng} \cdot r}{\sqrt{1 + \xi^2}} e^{-j\arctg\xi}$ (7-30)

+ Dòng điện trên điện dẫn: $\bar{I}_g = \bar{u}g = \frac{\bar{I}_{ng}}{\sqrt{1 + \xi^2}} e^{-j\arctg\xi}$ (7-31)

+ Dòng điện trên C: $\bar{I}_c = \frac{Q\bar{I}_{ng}}{\sqrt{1 + \xi^2}} \frac{\omega_o}{\omega_{ch}} e^{-j(\arctg\xi - \frac{\pi}{2})}$ (7-32)

+ Dòng điện trên L: $\bar{I}_L = \frac{Q\bar{I}_{ng}}{\sqrt{1 + \xi^2}} \frac{\omega_{ch}}{\omega_o} e^{-j(\arctg\xi + \frac{\pi}{2})}$ (7-33)

+ Tại $\omega_o = \omega_{ch}$:

$$\bar{U} = \frac{\bar{I}_{ng}}{g} \quad \text{điện áp đạt max, cùng pha với } I_{ng} \quad (7-34)$$

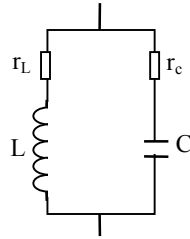
$$\bar{I}_g = \bar{I}_{ng}; \quad \bar{I}_L = -jQ\bar{I}_{ng}; \quad \bar{I}_c = jQ\bar{I}_{ng} \quad (7-35)$$

Do tại tần số cộng hưởng thì dòng điện trên C và trên L đều gấp Q lần dòng điện nguồn (chỉ khác nhau về pha) nên người ta gọi cộng hưởng ở mạch dao động đơn song song là cộng hưởng dòng điện.

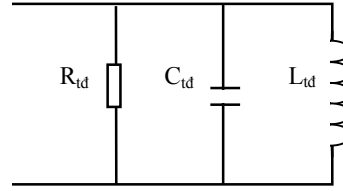
c. Điện trở tương đương của mạch dao động đơn song song

Trên ta đã xét tới mạch dao động đơn song song lý tưởng gồm ba phần tử r, L, C . Trong thực tế thường gặp dạng mạch mô tả như hình PL2.2a, như vậy không thể áp dụng các

công thức đã nêu trên một cách máy móc được mà trước hết phải chuyển tương đương về dạng lý tưởng như hình PL2.2b.



Hình PL2.2a



Hình PL2.2b

Đối với mạch b:
$$Y_b = \frac{1}{R_{td}} + j(\omega_o C_{td} - \frac{1}{\omega_o L_{td}}) \quad (1)$$

Đối với mạch a:
$$Y_a = \frac{1}{r_L + j\omega_o L} + \frac{1}{r_c + \frac{1}{j\omega_o C}}$$

với điều kiện $\begin{cases} r_L \ll \omega_o L \\ r_c \ll \frac{1}{\omega_o C} \end{cases}$ ta sẽ có:

$$Y_a \approx \frac{r_L + r_c}{\frac{L}{C}} + j\left(\frac{\omega_o L}{\frac{L}{C}} - \frac{1}{\omega_o C \frac{L}{C}}\right) = \frac{rC}{L} + j\left(\omega_o C - \frac{1}{\omega_o L}\right) \quad (2)$$

Hai mạch trên tương đương nhau khi $Y_a = Y_b$, từ (1) và (2) ta suy ra:

$$\begin{cases} L_{td} = L \\ C_{td} = C \\ R_{td} = \frac{L}{rC} = \frac{\rho^2}{r} = Q\rho = Q^2 r \end{cases} \quad (\text{trong đó } r = r_L + r_c) \quad (7-36)$$

R_{td} là điện trở tương đương của mạch cộng hưởng hình 7-3a.

Để nghiên cứu mô hình các mạch dao động khác (như mạch ba điểm điện cảm, mạch ba điểm điện dung...) học sinh có thể tham khảo trong các tài liệu.

Thí dụ: Một nguồn sức điện động điều hoà, biên độ 1V đặt lên mạch dao động đơn nối tiếp có $r = 20\Omega$, điện dung $C = 60\text{pF}$, tần số cộng hưởng $f_{ch} = 3\text{MHz}$. Giả thiết mạch có độ lệch cộng hưởng $\Delta f = f_0 - f_{ch} = 6\text{kHz}$. Khi đó:

-Phẩm chất của mạch:

$$Q = \frac{1}{\omega_{ch} \cdot C \cdot r} = \frac{1}{2\pi f_{ch} \cdot C \cdot r} = \frac{1}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 60 \cdot 10^{-12} \cdot 20} = 44,25$$

-Độ lệch cộng hưởng tổng quát:

$$\xi = \frac{Q.2\Delta f}{f_{ch}} = \frac{44,25.2.6.10^3}{3.10^6} = 0,177$$

-Biên độ dòng điện trong mạch:

$$I_m = \frac{E}{r.\sqrt{1+\xi^2}} = \frac{1}{20\sqrt{1+(0,177)^2}} = 49\text{mA}$$

-Điện kháng của mạch:

$$X = \xi.r = 0,177.20 = 3,54\Omega$$

-Biên độ điện áp ra trên tụ:

$$U_c = \frac{Q.E}{\sqrt{1+\xi^2}} \cdot \frac{\omega_{ch}}{\omega_0} = \frac{44,25}{\sqrt{1+(0,177)^2}} = 43\text{V}$$

-Các độ lệch pha:

$$\varphi_{e-i} = \arg Z = \arctg \xi = \arctg 0,177 = 10^0$$

$$\varphi_{e-U_c} = \arctg \xi + \frac{\pi}{2} = 10^0 + 90^0 = 100^0$$

Dòng điện trong mạch chậm pha so với sức điện động nên mạch mang tính chất điện cảm (điện kháng $X=3,54\Omega > 0$).

PHỤ LỤC 3

MATLAB -CÔNG CỤ HỖ TRỢ

MATLAB, phần mềm nổi tiếng của công ty MathWorks, là một ngôn ngữ hiệu năng cao cho tính toán kỹ thuật. Nó tích hợp tính toán, hiển thị và lập trình trong một môi trường dễ sử dụng. Các ứng dụng tiêu biểu của MATLAB bao gồm: Hỗ trợ toán học và tính toán, Phát triển thuật toán, Mô hình, mô phỏng, Phân tích, khảo sát và hiển thị số liệu, Đồ họa khoa học và kỹ thuật, Phát triển ứng dụng với các giao diện đồ họa. Tên của phần mềm MATLAB bắt nguồn từ thuật ngữ “Matrix Laboratory”. Đầu tiên nó được viết bằng FORTRAN để cung cấp truy nhập dễ dàng tới phần mềm ma trận được phát triển bởi các dự án LINPACK và EISPACK. Sau đó nó được viết bằng ngôn ngữ C trên cơ sở các thư viện nêu trên và phát triển thêm nhiều lĩnh vực của tính toán khoa học và các ứng dụng kỹ thuật.

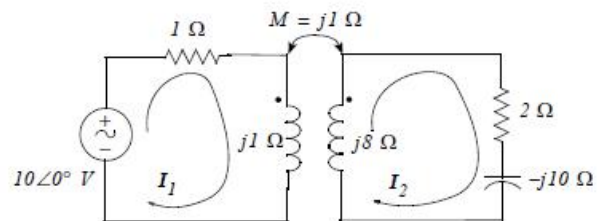
Ngoài MATLAB cơ bản với các khả năng rất phong phú đã được biết, phần mềm MATLAB còn được trang bị thêm các Toolbox, các gói chương trình (thư viện) cho các lĩnh vực ứng dụng rất đa dạng như xử lý tín hiệu, nhận dạng hệ thống, xử lý ảnh, mạng nơ ron, logic mờ, tài chính, tối ưu hóa, phương trình đạo hàm riêng, sinh tin học,... Đây là các tập hợp mã nguồn viết bằng chính MATLAB dựa theo các thuật toán mới, hữu hiệu mà người dùng có thể chỉnh sửa hoặc bổ sung thêm các hàm mới..

Đối với việc học tập và nghiên cứu môn học Lý thuyết mạch nói riêng và các môn học kỹ thuật nói chung thì MATLAB là một môi trường lý tưởng vì nó đơn giản, dễ sử dụng, hỗ trợ nhiều hàm cài đặt sẵn và rất nhiều hàm dưới dạng mã nguồn (của MATLAB cơ bản và các Toolbox Optimization, Statistics, Spline, Wavelet, Curve Fitting) cũng như hỗ trợ đồ họa phong phú. Đối với công việc phát triển các phần mềm ứng dụng toán học thì MATLAB cũng là môi trường lý tưởng vì nó cũng cung cấp công cụ xây dựng giao diện thân thiện một cách nhanh chóng. Không chỉ như vậy, MATLAB còn là môi trường vô cùng thuận lợi cho việc học tập, nghiên cứu và phát triển các ứng dụng đa dạng trong nhiều lĩnh vực khác nhau của khoa học và công nghệ từ viễn thông, điều khiển, trí tuệ nhân tạo...

Chính vì thế, MATLAB được đông đảo các nhà khoa học và công nghệ sử dụng rộng rãi và được giảng dạy, phổ biến trên toàn thế giới. Sau đây là một vài minh họa sự ứng dụng phần mềm này trong việc hỗ trợ giải các bài toán mạch cơ bản.

Thí dụ 1:

Cho mạch điện như hình vẽ
PL3.1. Xác định biên độ và pha của các dòng I_1 , I_2



Hình PL3.1

Lời giải

Phương trình dòng điện vòng cho 2 mạch vòng như hình vẽ

$$(1+j)I_1 - jI_2 = 10\angle 0^\circ$$

$$-jI_1 + (2-j2)I_2 = 0$$

Theo công thức Cramer:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

Với:

$$\Delta = \begin{vmatrix} (1+j) & -j \\ -j & (2-j2) \end{vmatrix} = 5$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10\angle 0^\circ & -j \\ 0 & (2-j2) \end{vmatrix} = 20(1-j)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} (1+j) & 10\angle 0^\circ \\ -j & 0 \end{vmatrix} = j10$$

$$\text{Do đó: } I_1 = \frac{20(1-j)}{5} = 4(1-j) = 4\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{j10}{5} = j2 = 2\angle 90^\circ \text{ A}$$

Có thể sử dụng Matlab để giải mạch điện trên

```
Z=[1+j -j;-j 2-2j];  
V=[10 0];  
I=V/Z;  
fprintf('biendol1=%5.2f A\t',abs(I(1)));  
fprintf('phal1=%5.2f do',angle(I(1))*180/pi);  
fprintf('\n');  
fprintf('biendol2=%5.2f A\t',abs(I(2)));  
fprintf('phal2=%5.2f do',angle(I(2))*180/pi);  
fprintf('\n')
```

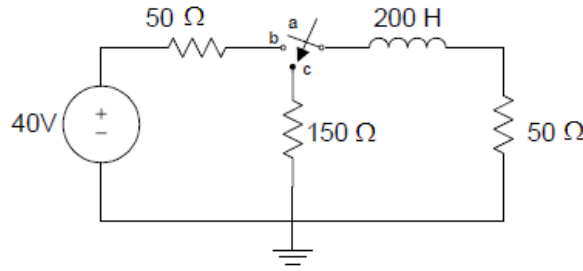
Kết quả thu được:

biendol1= 5.66 A phal1=-45.00 do

biendol2= 2.00 A phal2=90.00 do

Thí dụ 2:

Cho mạch điện như hình vẽ PL3.2.



Hình PL3.2

Giả sử tại thời điểm ban đầu dòng điện qua cuộn cảm bằng 0. Tại $t=0$, khóa K chuyển từ vị trí a sang vị trí b và ở đó 1s. Sau khoảng thời gian 1s, khóa K chuyển từ vị trí b sang vị trí c. Hãy xác định và vẽ dòng điện qua cuộn cảm L

Lời giải

Ta đã biết dạng nghiệm tổng quát của dòng điện trong mạch RL là:

$$i(t) = \frac{V_s}{R} \left(1 - e^{-(R/L)t} \right)$$

Do đó trong khoảng $0 < t < 1s$, xác định được dòng điện:

$$i(t) = 0,4(1 - e^{-t/\tau_1})$$

$$\text{Với } \tau_1 = \frac{L}{R_{ab}} = \frac{200}{100} = 2s$$

$$i(t) = 0,4(1 - e^{-0,5t})(A)$$

Tại $t=1s$

$$i(t) = 0,4(1 - e^{-0,5}) = I_{\max}$$

Với $t > 1s$, dòng điện trong mạch là

$$i(t) = I_{\max} e^{-\left(\frac{t-1}{\tau_2}\right)}$$

$$\text{Với } \tau_2 = \frac{L}{R_{bc}} = \frac{200}{200} = 1s$$

Mạch trên có thể phân tích bằng Matlab như sau:

%h1 la hang so thoi gian khi chuyen mach o vi tri b

%h2 la hang so thoi gian khi chuyen mach o vi tri c

h1=200/100;

for k=1:20

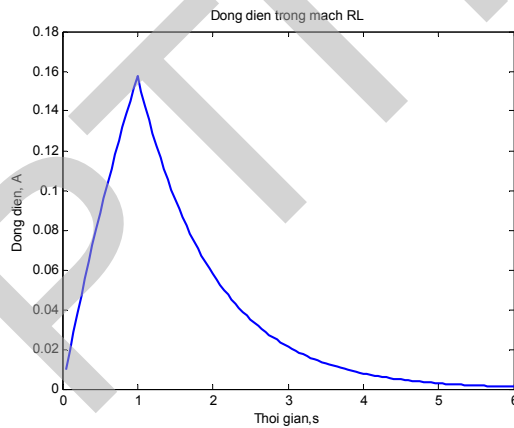
t(k)=k/20;

```

i(k)=0.4*(1-exp(-(k)/h1));
end
imax=i(20);
h2=200/200;
for k=21:120
    t(k)=k/20;
    i(k)=imax*exp(-(k-20)/h2);
end
%Ve dong dien
plot(t,i,'LineWidth',2)
axis([0 6 0 0.18])
title('Dong dien trong mach RL')
xlabel('Thoi gian,s')
ylabel('Dong dien, A')

```

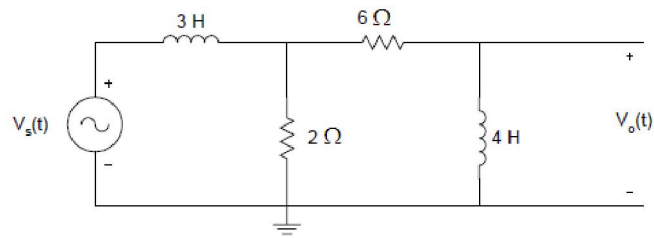
Kết quả thu được đồ thị biểu diễn dòng điện qua cuộn cảm L



Thí dụ 3:

Cho mạch điện như hình vẽ PL3.3.

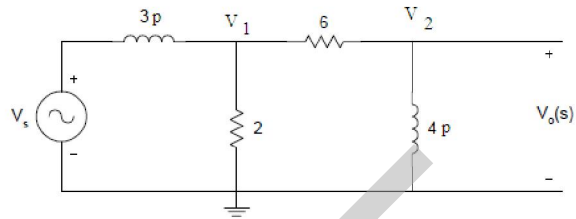
- Tìm hàm truyền đạt $H(p) = \frac{V_o(p)}{V_s(p)}$
- Tìm các điểm cực và điểm không của $H(p)$
- Nếu $V_s(t) = 10e^{-3t} \cos(2t + 40^\circ)$, hãy tìm $V_o(t)$



Hình PL3.3

Lời giải:

Chuyển mạch sang miền tần số như hình vẽ dưới đây



Thiết lập phương trình tại 2 nút 1,2:

$$V_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3p} \right) - V_2 \frac{1}{6} = \frac{V_s}{3p}$$

$$-V_1 \frac{1}{6} + V_2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4p} \right) = 0$$

trong đó $V_2(p) = V_o(p)$

$$\text{Do đó: } \frac{V_o(p)}{V_s(p)} = \frac{4p^2 + 6p}{6p^3 + 25p^2 + 30p + 9}$$

Có điện áp $V_s = 10 \angle 40^\circ$; $p = -3 + j2$

Xác định được:

$$V_o(p) = (10 \angle 40^\circ) H(p) \Big|_{p=-3+j2}$$

Có thể dùng Matlab để phân tích mạch điện trên như sau:

```
num=[4 6 0];
den=[6 25 30 9];
disp('diem khong la')
z=roots(num)
disp('diem cuc la')
p=roots(den)
%tim ham truyền đạt và xác định điện áp ra
s1=-3+2*j;
```

```

n1=polyval(num,s1);
d1=polyval(den,s1);
vo=10.0*exp(j*pi*(40/180))*n1/d1;
vo_abs=abs(vo);
vo_ang=angle(vo)*180/pi;
fprintf('bien do:%fn dien ap ra vo, goc pha:%f',vo_abs, vo_ang)

```

Kết quả thu được:

diem khong la

z =

0

-1.5000

diem cuc la

p =

-2.2153

-1.5000

-0.4514

dien ap ra vo

bien do:3.453492

goc pha:-66.990823

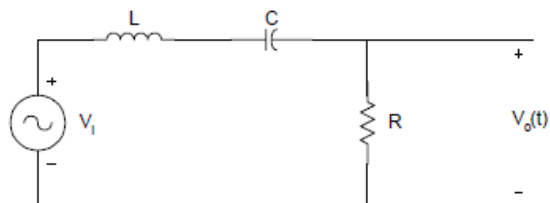
Do đó biểu thức điện áp ra là:

$$v(t) = 3,45e^{-3t} \cos(2t - 66,99^\circ)$$

Thí dụ 4:

Cho mạch điện như hình vẽ PL3.4.

- Xác định hàm truyền đạt của mạch
- Vẽ đáp tuyến tần số với $L=5H$, $C=1,12\mu F$, $R=10000\Omega$



Hình PL3.4

Lời giải:

Hàm truyền đạt của mạch có thể được xác định

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{R}{pL + \frac{1}{pC} + R} = \frac{p \frac{R}{L}}{p^2 + p \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

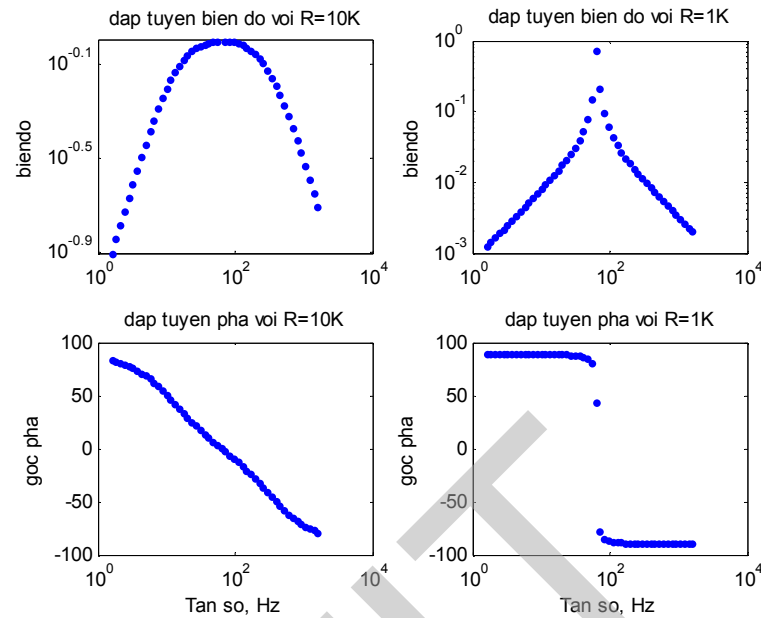
Có thể sử dụng Matlab để phân tích mạch trên

```
l=5;
c=1.25e-6;
r1=10000;
r2=100;
num1=[r1/l 0];
den1=[1 r1/l 1/(l*c)];
w=logspace(1,4);
h1=freqs(num1,den1,w);
f=w/(2*pi);
mag1=abs(h1);
phase1=angle(h1)*180/pi;
num2=[r2/l 0];
den2=[1 r2/l 1/(l*c)];
h2=freqs(num2,den2,w);
mag2=abs(h2);
phase2=angle(h2)*180/pi;
%Ve dap tuyen
subplot(221), loglog(f,mag1, '.')
title('dap tuyen bien do voi R=10K')
ylabel('biendo')
subplot(222), loglog(f,mag2, '.')
title('dap tuyen bien do voi R=1K')
ylabel('biendo')
subplot(223), semilogx(f,phase1, '.')
title('dap tuyen pha voi R=10K')
xlabel('Tan so, Hz')
ylabel('goc pha')
subplot(224), semilogx(f,phase2, '.')
title('dap tuyen pha voi R=1K')
```

xlabel('Tan so, Hz')

ylabel('goc pha')

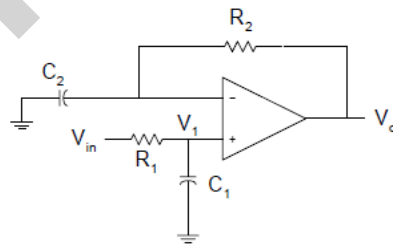
Kết quả thu được:



Thí dụ 5:

Cho mạch điện như hình vẽ PL3.5.

- Xác định hàm truyền đạt
- Xác định các điểm cực và điểm không
- Vẽ đáp tuyến biên độ và pha, giả sử có $C_1=0,1\mu\text{F}$; $C_2=1000\mu\text{F}$; $R_1=10\text{K}\Omega$; $R_2=10\Omega$



Hình PL3.5

Lời giải:

Biểu diễn mạch ở miền tần số, xây dựng các phương trình tại các nút mạch

$$\frac{V_1}{V_{in}}(p) = \frac{1/pC_1}{R_1 + 1/pC_1}$$

$$\frac{V_0}{V_{in}}(p) = \left(\frac{1 + pC_2R_2}{1 + pC_1R_1} \right)$$

Do đó:

$$\frac{V_0}{V_{in}}(p) = \frac{C_2R_2 \left(p + \frac{1}{C_2R_2} \right)}{C_1R_1 \left(p + \frac{1}{C_1R_1} \right)}$$

Có thể sử dụng Matlab để phân tích mạch điện trên như sau:

```
%Xác định điểm không, điểm cực, đáp tuyến tần số
```

```
c1=1e-7;
```

```
c2=1e-3;
```

```
r1=10e3;
```

```
r2=10;
```

```
%các điểm không và điểm cực
```

```
b1=c2*r2;
```

```
a1=c1*r1;
```

```
num=[b1 1];
```

```
den=[a1 1];
```

```
disp('điểm không là')
```

```
z=roots(num)
```

```
disp('điểm cực là')
```

```
p=roots(den)
```

```
%Đáp tuyến tần số
```

```
w=logspace(-2,6);
```

```
h=freqs(num,den,w);
```

```
gain=20*log10(abs(h));
```

```
f=w/(2*pi);
```

```
phase=angle(h)*180/pi;
```

```
subplot(211),semilogx(f,gain,'LineWidth',2)
```

```
xlabel('Tần số,Hz')
```

```
ylabel('độ khuếch đại,dB')
```

```
axis([1.0e-2,1.0e6,0,22])
```

```
text(2.0e-2,15,'Đáp tuyến biên độ')
```

```
subplot(212)
```

```
semilogx(f,phase,'LineWidth',2)
```

```
xlabel('Tần số, Hz')
```

```
ylabel('Pha')
```

```
axis([1.0e-2,1.0e6,0,75])
```

```
text(2.9e-2,60,'Đáp tuyến pha')
```

Kết quả thu được:

```
điểm không là
```

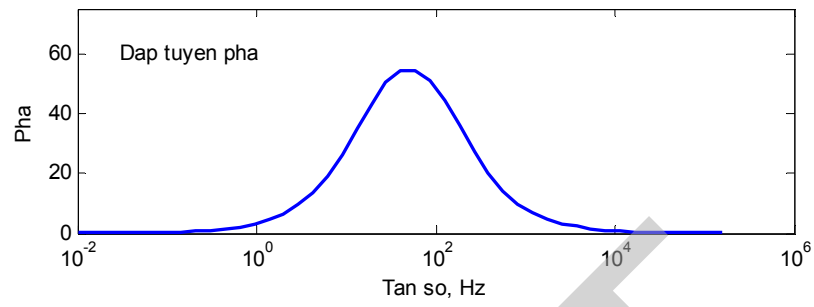
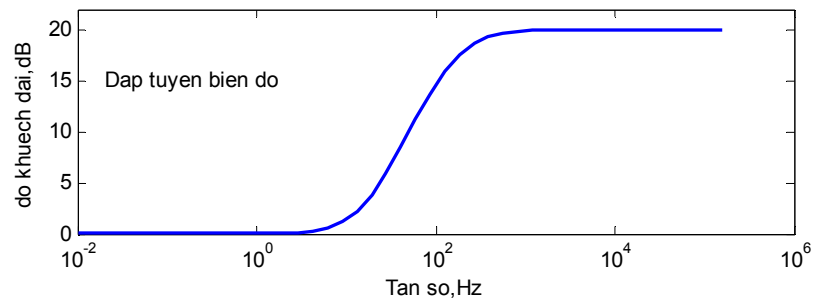
```
z =
```

```
-100
```

```
điểm cực là
```

```
p =
```

```
-1000
```



TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Phạm Thị Cự, Mạch điện (tập 1, 2), NXB KHKT, 1996.
2. Phạm Minh Hà, Kỹ thuật mạch điện tử, NXB KHKT, 2002.
3. Phương Xuân Nhân, Tín hiệu - Mạch và hệ thống vô tuyến điện, NXBĐH-THCN, 1972.
4. Đỗ Xuân thụ, Kỹ thuật điện tử, NXB Giáo dục, 1997.
5. Hồ Anh Tuý, Lý thuyết Mạch (tập 1, 2), NXB KHKT, 1997.
6. Brogan, W.L., Modern control Theory, Prentice Hall, 1991.
7. Brigham, E.O., Transforms and applications, Prentice Hall, 1988.
8. Rug, W.J., Linear systems theory, Prentice Hall, 1996.
9. Franklin F. Kuo, Network analysis and synthesis, John Wiley & Sons, Inc, 1966.
10. Steven T. Karris, Circuit Analysis I & II with MATLAB® Applications, Orchard Publications, 2002.
11. A.V. Oppenheim, A.S. Willsky and S.H. Nawab, *Signals and Systems*, Prentice Hall, 1997, 2nd Edition.
12. E.W. Kamen and B.S. Heck, *Fundamental of Signals & Systems Using the Web and MatLab*, Prentice Hall., 2nd Edition, 2000.
13. Robert T. Paynter, *Introductory Electronic Devices and Circuits*, Prentice Hall, 2006, 7th Edition.