HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

BÀI GIẢNG

CÁC KĨ THUẬT LẬP TRÌNH

NGUYỄN DUY PHƯƠNG

Hà Nội 2017

LỜI NÓI ĐẦU

Sự phát triển công nghệ thông tin trong những năm vừa qua đã làm thay đổi bộ mặt kinh tế xã hội toàn cầu, trong đó công nghệ phần mềm trở thành một ngành công nghiệp quan trọng đầy tiềm năng. Với sự hội tụ của công nghệ viễn thông và công nghệ thông tin, tỷ trọng về giá trị phần mềm chiếm rất cao trong các hệ thống viễn thông cũng như các thiết bị đầu cuối. Chính vì lý do đó, việc nghiên cứu, tìm hiểu, tiến tới phát triển cũng như làm chủ các hệ thống phần mềm của các kỹ sư điện tử viễn thông là rất cần thiết.

Môn học *Kỹ thuật lập trình* là môn học cơ sở bắt buộc đối với sinh viên chuyên ngành điện tử viễn thông và công nghệ thông tin của Học viện công nghệ Bưu chính Viễn thông.

Cuốn giáo trình *"Kỹ thuật lập trình"*, được hình thành trên cơ sở các kinh nghiệm đã được đúc rút từ bài giảng của môn học Kỹ thuật lập trình cho sinh viên các ngành nói trên trong những năm học vừa qua với mục đích cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản nhất, có tính hệ thống liên quan tới môn học này.

Khi học môn *Kỹ thuật lập trình*, sinh viên chỉ cần học qua môn "Tin học cơ sở" và chỉ cần thế các bạn đã có đủ kiến thức cơ sở cần thiết để tiếp thu kiến thức của *Kỹ thuật lập trình*.

Thông qua cuốn giáo trình này, chúng tôi muốn giới thiệu với các bạn đọc về kỹ năng lập trình cấu trúc thông qua một số thuật toán quan trọng, bao gồm: Đại cương về lập trình cấu trúc; Con trỏ và mảng; Duyệt và đệ qui; Ngăn xếp, hàng đợi và danh sách móc nối; Cây; Đồ thị và cuối cùng là Sắp xếp và tìm kiếm. Phần phụ lục là bài tập tổng hợp lại những kiến thức cơ bản nhất đã được đề cập trong giáo trình và được thể hiện bằng một chương trình.

Tuy đã rất chú ý và cẩn trọng trong quá trình biên soạn, nhưng giáo trình chắc chắn không tránh khỏi những thiếu sót và hạn chế. Chúng tôi xin chân thành mong bạn đọc đóng góp ý kiến để giáo trình nay ngày càng hoàn thiện hơn. Mọi sự đóng góp ý kiến xin gửi về Khoa Công nghệ thông tin – Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông.

Hà Nội, ngày 14 tháng 12 năm 2016

Các tác giả

MỤC LỤC

CHƯƠNG 1. MỞ ĐẦU

1.1. Sơ lược về lịch sử lập trình cấu trúc

Lập trình là một trong những công việc nặng nhọc nhất của khoa học máy tính. Có thể nói, năng suất xây dựng các sản phẩm phần mềm là rất thấp so với các hoạt động trí tuệ khác. Một sản phẩm phần mềm có thể được thiết kế và cài đặt trong vòng 6 tháng với 3 lao động chính. Nhưng để kiểm tra tìm lỗi và tiếp tục hoàn thiện sản phẩm đó phải mất thêm chừng 3 năm. Đây là hiện tượng phổ biến trong tin học của những năm 1960 khi xây dựng các sản phẩm phần mềm bằng kỹ thuật lập trình tuyến tính. Để khắc phục tình trạng lỗi của sản phẩm, người ta che chắn nó bởi một mành che mang tính chất thương mại được gọi là Version. Thực chất, Version là việc thay thế sản phẩm cũ bằng cách sửa đổi nó rồi công bố dưới dạng một Version mới, giống như: MS-DOS 4.0 chỉ tồn tại trong thời gian vài tháng rồi thay đổi thành MS-DOS 5.0, MS-DOS 5.5, MS-DOS 6.0 . . . Đây không phải là một sản phẩm mới như ta tưởng mà trong nó còn tồn tại những lỗi không thể bỏ qua được, vì ngay MS-DOS 6.0 cũng chỉ là sự khắc phục hạn chế của MS-DOS 3.3 ban đầu.

Trong thời kỳ đầu của tin học, các lập trình viên xây dựng chương trình bằng các ngôn ngữ lập trình bậc thấp, quá trình nạp và theo dõi hoạt động của chương trình một cách trực tiếp trong chế độ trực tuyến (on-line). Việc tìm và sửa lỗi (debbugging) như ngày nay là không thể thực hiện được. Do vậy, trước những năm 1960, người ta coi việc lập trình giống như những hoạt động nghệ thuật nhuộm màu sắc cá nhân hơn là khoa học. Một số người nắm được một vài ngôn ngữ lập trình, cùng một số mẹo vặt tận dụng cấu hình vật lý cụ thể của hệ thống máy tính, tạo nên một số món lạ của phần mềm được coi là một chuyên gia nắm bắt được những bí ẩn của nghệ thuật lập trình.

Các hệ thống máy tính trong giai đoạn này có cấu hình yếu, bộ nhớ nhỏ, tốc độ các thiết bị vào ra thấp làm chậm quá trình nạp và thực hiện chương trình. Chương trình được xây dựng bằng kỹ thuật lập trình tuyến tính mà nổi bật nhất là ngôn ngữ lập trình Assembler và Fortran. Với phương pháp lập trình tuyến tính, lập trình viên chỉ được phép thể hiện chương trình của mình trên hai cấu trúc lệnh, đó là cấu trúc lệnh tuần tự (sequential) và nhảy không điều kiện (goto). Hệ thống thư viện vào ra nghèo nàn làm cho việc lập trình trở nên khó khăn, chi phí cho các sản phẩm phần mềm quá lớn, độ tin cậy của các sản phẩm phần mềm không cao dẫn tới hàng loạt các dự án tin học bị thất bại, đặc biệt là các hệ thống tin học có tầm cỡ lớn. Năm 1973, Hoare khẳng định, nguyên nhân thất bại mà người Mỹ gặp phải khi phóng vệ tinh nhân tạo về phía sao Vệ nữ (Sao Kim) là do lỗi của chương trình điều khiển viết bằng Fortran. Thay vì viết:

DO 50 I = 12, 523

(thực hiện số 50 với I là 12, 13, ..., 523)

Lập trình viên (hoặc thao tác viên đục bìa) viết thành:

DO 50 I = 12.523

(Dấu phảy đã thay bằng dấu chấm)

Gặp câu lệnh này, chương trình dịch của Fortran đã hiểu là gán giá trị thực 12.523 cho biến DO50I làm cho kết quả chương trình sai.

Để giải quyết những vướng mắc trong kỹ thuật lập trình, các nhà tin học lý thuyết đã đi sâu vào nghiên cứu tìm hiểu bản chất của ngôn ngữ, thuật toán và hoạt động lập trình, nâng nội dung của kỹ thuật lập trình lên thành các nguyên lý khoa học ngày nay. Kết quả nổi bật nhất trong giai đoạn này là Knuth xuất bản bộ 3 tập sách mang tên "Nghệ thuật lập trình" giới thiệu hết sức tỉ mỉ cơ sở lý thuyết đảm bảo toán học và các thuật toán cơ bản xử lý dữ liệu nửa số, sắp xếp và tìm kiếm. Năm 1968, Dijkstra công bố lá thư " Về sự nguy hại của toán tử goto". Trong công trình này, Dijkstra khẳng định, có một số lỗi do goto gây nên không thể xác định được điểm bắt đầu của lỗi. Dijkstra còn khẳng định thêm: "Tay nghề của một lập trình viên tỉ lệ nghịch với số lượng toán tử goto mà anh ta sử dụng trong chương trình", đồng thời kêu gọi huỷ bỏ triệt để toán tử goto trong mọi ngôn ngữ lập trình ngoại trừ ngôn ngữ lập trình bậc thấp. Dijkstra còn đưa ra khẳng định, động thái của chương trình có thể được đánh giá tường minh qua các cấu trúc lặp, rẽ nhánh, gọi đệ qui là cơ sở của lập trình cấu trúc ngày nay.

Những kết quả được Dijikstra công bố đã tạo nên một cuộc cách mạng trong kỹ thuật lập trình, Knuth liệt kê một số trường hợp có lợi của goto như vòng lặp kết thúc giữa chừng, bắt lỗi . . ., Dijkstra, Hoare, Knuth tiếp tục phát triển tư tưởng coi chương trình máy tính cùng với lập trình viên là đối tượng nghiên cứu của kỹ thuật lập trình và phương pháp làm chủ sự phức tạp của các hoạt động lập trình. Năm 1969, Hoare đã phát biểu các tiên đề phục vụ cho việc chứng minh tính đúng đắn của chương trình, phát hiện tính bất biến của vòng lặp bằng cách coi chương trình vừa là bản mã hoá thuật toán đồng thời là bản chứng minh tính đúng đắn của chương trình. Sau đó Dahl, Hoare, Dijiksta đã phát triển thành ngôn ngữ lập trình cấu trúc.

Để triển khai các nguyên lý lập trình cấu trúc, L. Wirth đã thiết kế và cài đặt ngôn ngữ ALGOL W là một biến thể của ALGOL 60. Sau này, L. Wirth tiếp tục hoàn thiện để trở thành ngôn ngữ lập trình Pascal. Đây là ngôn ngữ lập trình giản dị, sáng sủa về cú pháp, dễ minh họa những vấn đề phức tạp của lập trình hiện đại và được coi là một chuẩn mực trong giảng dạy lập trình.

Năm 1978, Brian Barninghan cùng Denit Ritche thiết kế ngôn ngữ lập trình C với tối thiểu các cấu trúc lệnh và hàm khá phù hợp với tư duy và tâm lý của của người lập trình. Đồng thời, hai tác giả đã phát hành phiên bản hệ điều hành UNIX viết chủ yếu bằng ngôn ngữ C, khẳng định thêm uy thế của C trong lập trình hệ thống.

1.2. Cấu trúc lệnh - Lệnh có cấu trúc- Cấu trúc dữ liệu

1.2.1. Cấu trúc lệnh (cấu trúc điều khiển)

Mỗi chương trình máy tính về bản chất là một bản mã hoá thuật toán. Thuật toán được coi là dãy hữu hạn các thao tác sơ cấp trên tập đối tượng vào (Input) nhằm thu được kết quả ra (output). Các thao tác trong một ngôn ngữ lập trình cụ thể được điều khiển bởi các lệnh hay các cấu trúc điều khiển, còn các đối tượng chịu thao tác thì được mô tả và biểu diễn thông qua các cấu trúc dữ liệu.

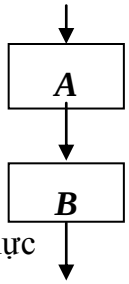
Trong các ngôn ngữ lập trình cấu trúc, những cấu trúc lệnh sau được sử dụng để xây dựng chương trình. Dĩ nhiên, chúng ta sẽ không bàn tới cấu trúc nhảy không điều kiện goto mặc dù ngôn ngữ lập trình cấu trúc nào cũng trang bị cấu trúc lệnh goto.

Cấu trúc tuần tự

A;

B;

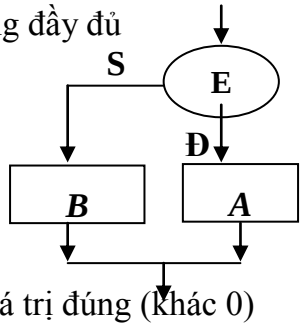
Sau khi thực hiện lệnh A thì thực hiện lệnh B



Cấu trúc rẽ nhánh dạng đầy đủ

If (E) A;

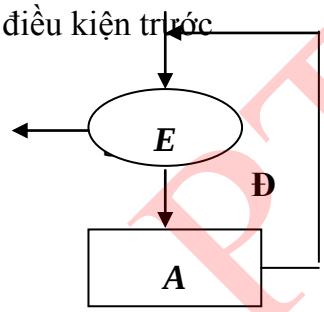
Else B;



Nếu biểu thức E có giá trị đúng (khác 0) thì thực hiện A; Nếu E sai thì thực hiện B;

Cấu trúc lặp với điều kiện trước

While (E) A;



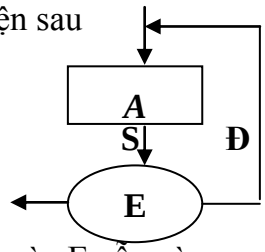
Trong khi biểu thức E còn có giá trị đúng thì thực hiện A;

Cấu trúc lặp với điều kiện sau

do

A;

while (E);

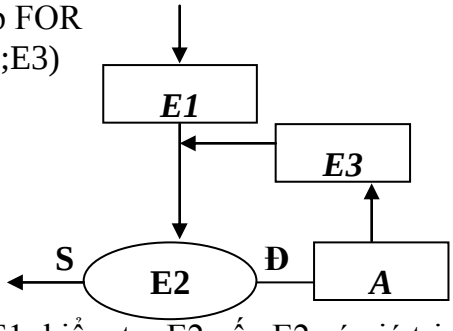


Thực hiện A cho tới khi nào E vẫn còn đúng;

Cấu trúc lặp FOR

For (E1; E2;E3)

A;



Thực hiện E1; kiểm tra E2 nếu E2 có giá trị đúng thì thực hiện A; Quá trình được lặp lại bằng việc thực hiện E3 và kiểm tra E2;

A, B : ký hiệu cho các câu lệnh đơn hoặc lệnh hợp thành. Mỗi lệnh đơn lẻ được gọi là một lệnh đơn, lệnh hợp thành là lệnh hay cấu trúc lệnh được ghép lại với nhau theo qui định của ngôn ngữ, trong Pascal là tập lệnh hay cấu trúc lệnh được bao trong thân của begin . . . end; trong C là tập các lệnh hay cấu trúc lệnh được bao trong hai ký hiệu { ... }.

E, E1, E2, E3 là các biểu thức số học hoặc logic. Một số ngôn ngữ lập trình coi giá trị của biểu thức logic hoặc đúng (TRUE) hoặc sai (FALSE), một số ngôn ngữ lập trình khác như C coi giá trị của biểu thức logic là đúng nếu nó có giá trị khác 0, ngược lại biểu thức logic có giá trị sai.

Cần lưu ý rằng, một chương trình được thể hiện bằng các cấu trúc điều khiển lệnh : tuần tự, tuyển chọn if..else, switch . . case .. default, lặp với điều kiện trước while , lặp với điều kiện sau do . . while, vòng lặp for bao giờ cũng chuyển được về một chương trình, chỉ sử dụng tối thiểu hai cấu trúc lệnh là tuần tự và lặp với điều kiện trước while. Phương pháp lập trình này còn được gọi là phương pháp lập trình hạn chế.

1.2.2. Lệnh có cấu trúc

Lệnh có cấu trúc là lệnh cho phép chứa các cấu trúc điều khiển trong nó. Khi tìm hiểu một cấu trúc điều khiển cần xác định rõ vị trí được phép đặt một cấu trúc điều khiển trong nó, cũng như nó là một phần của cấu trúc điều khiển nào. Điều này tưởng như rất tầm thường nhưng có ý nghĩa hết sức quan trọng trong khi xây dựng và kiểm tra lỗi có thể xảy ra trong chương trình. Nguyên tắc viết chương trình theo cấu trúc: Cấu trúc con phải được viết lọt trong cấu trúc cha, điểm vào và điểm ra của mỗi cấu trúc phải nằm trên cùng một hàng dọc. Ví dụ sau sẽ minh họa cho nguyên tắc viết chương trình:

```
if (E)
        while (E1)
                A;
else
        do
                B;
        while(E2);
```

Trong ví dụ trên, while (E1) A; là cấu trúc con nằm trong thân của cấu trúc cha là if (E) ; còn do B while(E2); là cấu trúc con trong thân của else. Do vậy, câu lệnh while(E1); do . . . while(E2) có cùng cấp với nhau nên nó phải nằm trên cùng một cột, tương tự như vậy với A, B và if với else.

1.2.3. Cấu trúc dữ liệu

Các ngôn ngữ lập trình cấu trúc nói chung đều giống nhau về cấu trúc lệnh và cấu trúc dữ liệu. Điểm khác nhau duy nhất giữa các ngôn ngữ lập trình cấu trúc là phương pháp đặt tên, cách khai báo, cú pháp câu lệnh và tập các phép toán được phép thực hiện trên các cấu trúc dữ liệu cụ thể. Nắm bắt được nguyên tắc này, chúng ta sẽ dễ dàng chuyển đổi cách thể hiện chương trình từ ngôn ngữ lập trình này sang ngôn ngữ lập trình khác một cánh nhanh chóng mà không tốn quá nhiều thời gian cho việc học tập ngôn ngữ lập trình.

Thông thường, các cấu trúc dữ liệu được phân thành hai loại: cấu trúc dữ liệu có kiểu cơ bản (Base type) và cấu trúc dữ liệu có kiểu do người dùng định nghĩa (User type) hay còn gọi là kiểu dữ liệu có cấu trúc. Kiểu dữ liệu cơ bản bao gồm: Kiểu kí tự (char), kiểu số nguyên có dấu (signed int), kiểu số nguyên không dấu (unsigned int), kiểu số nguyên dài có dấu (signed long), kiểu số nguyên dài không dấu (unsigned long), kiểu số thực (float) và kiểu số thực có độ chính xác gấp đôi (double).

Kiểu dữ liệu do người dùng định nghĩa bao gồm kiểu xâu kí tự (string), kiểu mảng (array), kiểu tập hợp (union), kiểu cấu trúc (struct), kiểu file, kiểu con trỏ (pointer) và các kiểu dữ liệu được định nghĩa mới hoàn toàn như kiểu danh sách móc nối (link list), kiểu cây (tree) . . .

Kích cỡ của kiểu cơ bản đồng nghĩa với miền xác định của kiểu với biểu diễn nhị phân của nó, và phụ thuộc vào từng hệ thống máy tính cụ thể. Để xác định kích cỡ của kiểu nên dùng toán tử sizeof(type). Chương trình sau sẽ liệt kê kích cỡ của các kiểu cơ bản.

Ví dụ 1.1. kiểm tra kích cỡ của kiểu.

```
#include      <stdio.h>
#include      <conio.h>
void main(void) {
      printf("\n Kích cỡ kiểu kí tự:%d", sizeof(char));
      printf("\n Kích cỡ kiểu kí tự không dấu:%d", sizeof(unsigned char));
      printf("\n Kích cỡ kiểu số nguyên không dấu:%d", sizeof(unsigned int));
      printf("\n Kích cỡ kiểu số nguyên có dấu:%d", sizeof(signed int));
      printf("\n Kích cỡ kiểu số nguyên dài không dấu:%d", sizeof(unsigned long ));
      printf("\n Kích cỡ kiểu số nguyên dài có dấu:%d", sizeof(signed long ));
      printf("\n Kích cỡ kiểu số thực có độ chính xác đơn:%d", sizeof(float ));
      printf("\n Kích cỡ kiểu số thực có độ chính xác kép:%d", sizeof(double ));
      getch();
}
```

Kích cỡ của các kiểu dữ liệu do người dùng định nghĩa là tổng kích cỡ của mỗi kiểu thành viên trong nó. Chúng ta cũng vẫn dùng toán tử sizeof(tên kiểu) để xác định độ lớn tính theo byte của các kiểu dữ liệu này.

Một điểm đặc biệt chú ý trong khi lập trình trên các cấu trúc dữ liệu là cấu trúc dữ liệu nào thì phải kèm theo phép toán đó, vì một biến được gọi là thuộc kiểu dữ liệu nào đó

nếu như nó nhận một giá trị từ miền xác định của kiểu và các phép toán trên kiểu dữ liệu đó.

1.3. Nguyên lý tối thiểu

Hãy bắt đầu từ một tập nguyên tắc và tối thiểu các phương tiện là các cấu trúc lệnh, kiểu dữ liệu cùng các phép toán trên nó và thực hiện viết chương trình. Sau khi nắm chắc những công cụ vòng đầu mới đặt vấn đề mở rộng sang hệ thống thư viện tiện ích của ngôn ngữ.

Khi làm quen với một ngôn ngữ lập trình nào đó, không nhất thiết phải lệ thuộc quá nhiều vào hệ thống thư viện hàm của ngôn ngữ, mà điều quan trọng hơn là trước một bài toán cụ thể, chúng ta sử dụng ngôn ngữ để giải quyết nó thế nào, và phương án tốt nhất là lập trình bằng chính hệ thống thư viện hàm của riêng mình. Do vậy, đối với các ngôn ngữ lập trình, chúng ta chỉ cần nắm vững một số các công cụ tối thiểu như sau:

1.3.1. Tập các phép toán

Tập các phép toán số học: + (cộng); - (trừ); * (nhân); % (lấy phần dư); / (chia).

Tập các phép toán số học mở rộng:

++a ⇔ a = a +1; // tăng giá trị biến nguyên a lên một đơn vị;

--a ⇔ a = a-1; //giảm giá trị biến nguyên a một đơn vị;

a+= n ⇔ a = a+n; // tăng giá trị biến nguyên a lên n đơn vị;

a-=n ⇔ a = a - n; // giảm giá trị biến nguyên a n đơn vị);

a%=n ⇔ a = a%n; // lấy giá trị biến a modul với n;

a/=n ⇔a=a/n;// lấy giá trị biến a chia cho n;

a*=n ⇔ a = a*n; // lấy giá trị biến a nhân với n;

Tập các phép toán so sánh: >, <, >=, <=, ==, != (lớn hơn, nhỏ hơn, lớn hơn hoặc bằng, nhỏ hơn hoặc bằng, đúng bằng, khác). Qui tắc viết được thể hiện như sau:

```
if ( a>b) { . . } // nếu a lớn hơn b
if ( a<b) { . . } // nếu a nhỏ hơn b
if ( a>=b) { . . } // nếu a lớn hơn hoặc bằng b
if ( a<=b) { . . } // nếu a nhỏ hơn hoặc bằng b
if ( a==b) { . . } // nếu a đúng bằng  b
if ( a!=b) { . . } // nếu a khác  b
```

Tập các phép toán logic: &&, ||, ! (và, hoặc, phủ định)

&& : Phép và logic chỉ cho giá trị đúng khi hai biểu thức tham gia đều có giá trị đúng (giá trị đúng của một biểu thức trong C được hiểu là biểu thức có giá trị khác 0).

|| : Phép hoặc logic chỉ cho giá trị sai khi cả hai biểu thức tham gia đều có giá trị sai.

! : Phép phủ định cho giá trị đúng nếu biểu thức có giá trị sai và ngược lại cho giá trị sai khi biểu thức có giá trị đúng. Ngữ nghĩa của các phép toán được minh họa thông qua các câu lệnh sau:

```
int a =3, b =5;
    if ( (a !=0) && (b!=0) )  // nếu a khác 0 và b khác 0
    if ((a!=0) || (b!=0))     // nếu a khác 0 hoặc b khác 0
    if ( !a )                 // phủ định a khác 0
    if (a==b)                 // nếu a đúng bằng b
```

Các toán tử thao tác bít (không sử dụng cho float và double)

& : Phép hội các bít.

| : Phép tuyển các bít.

^ : Phép tuyển các bít có loại trừ.

<< : Phép dịch trái (dịch sang trái n bít giá trị 0)

>> : Phép dịch phải (dịch sang phải n bít có giá trị 0)

~ : Phép lấy phần bù.

Ví dụ 1.2: Viết chương trình kiểm tra các toán tử thao tác bít.

```
#include    <stdio.h>
#include    <conio.h>
void main(void){
        unsigned int a=3, b=5, c; clrscr();
        c = a & b; printf("\n c = a & b=%d",c);
        c = a | b; printf("\n c = a | b=%d",c);
        c = a ^ b; printf("\n c = a ^ b=%d",c);
        c = ~a; printf("\n c = ~a =%d",c);
        c = a << b; printf("\n c = a << b=%d",c);
        c = a >>b;  printf("\n c = a >> b=%d",c);
        getch();
}
```

Toán tử chuyển đổi kiểu: Ta có thể dùng toán tử chuyển đổi kiểu để nhận được kết quả tính toán như mong muốn. Qui tắc chuyển đổi kiểu được thực hiện theo qui tắc: (kiểu) biến.

Ví dụ 1.3: Tính giá trị phép chia hai số nguyên a và b.

```
#include        <stdio.h>
void main(void)
        int a=3, b=5; float c;
        c= (float) a / (float) b;
        printf("\n thương c = a / b =%6.2f", c);
        getch();
}
```

Thứ tự ưu tiên các phép toán : Khi viết một biểu thức, chúng ta cần lưu ý tới thứ tự ưu tiên tính toán các phép toán, các bảng tổng hợp sau đây phản ánh trật tự ưu tiên tính toán của các phép toán số học và phép toán so sánh.

Bảng tổng hợp thứ tự ưu tiên tính toán các phép toán số học và so sánh

Tên toán tử	Chiều tính toán
( ), [] , ->	***L -> R***
- , ++, -- , ! , ~ , sizeof()	***R -> L***
**** , /, %***	***L -> R***
+ , -	***L -> R***
>>, <<	***L -> R***
<, <=, > , >=,	***L -> R***
== !=	***L -> R***
&	***L -> R***
^	***L -> R***
|	***L -> R***
&&	***L -> R***
||	***L -> R***
?:	***R -> L***
=, +=, -=, *=, /=, %=, &=, ^=, |=, <<=, >>=	***R -> L***

1.3.2. Tập các lệnh vào ra cơ bản

Nhập dữ liệu từ bàn phím: scanf("format_string, . . .", &parameter . . .);

Nhập dữ liệu từ tệp: fscanf(file_pointer,"format_string, . . .", &parameter, . . .);

Nhận một ký tự từ bàn phím: getch(); getchar();

Nhận một ký tự từ file: fgetc(file_pointer, character_name);

Nhập một string từ bàn phím: gets(string_name);

Nhận một string từ file text : fgets(string_name, number_character, file_pointer);

Xuất dữ liệu ra màn hình: printf("format_string . . .", parameter . . .);

Xuất dữ liệu ra file : fprintf(file_pointer, "format_string . . .", parameter. . .);

Xuất một ký tự ra màn hình: putch(character_name);

Xuất một ký tự ra file: fputc(file_pointer, character_name);

Xuất một string ra màn hình: puts(const_string_name);

Xuất một string ra file: fputs(file_pointer, const_string_name);

1.3.3. Thao tác trên các kiểu dữ liệu có cấu trúc

Tập thao tác trên string:

+ Cách tổ chức string và các thao tác trên string:

char *strchr(const char *s, int c) : tìm ký tự c đầu tiên xuất hiện trong xâu s;

char *stpcpy(char *dest, const char *src) : copy xâu scr vào dest;

int strcmp(const char *s1, const char *s2) : so sánh hai xâu s1 và s2 theo thứ tự từ điển, nếu s1 < s2 thì hàm trả lại giá trị nhỏ hơn 0. Nếu s1>s2 hàm trả lại giá trị dương. Nếu s1==s2 hàm trả lại giá trị 0.

char *strcat(char *dest, const char *src) : thêm xâu scr vào sau xâu dest.

char *strlwr(char *s) : chuyển xâu s từ ký tự in hoa thành ký tự in thường.

char *strupr(char *s): chuyển xâu s từ ký tự thường hoa thành ký tự in hoa.

char *strrev(char *s): đảo ngược xâu s.

char *strstr(const char *s1, const char *s2): tìm vị trí đầu tiên của xâu s2 trong xâu s1.

int strlen(char *s): cho độ dài của xâu ký tự s.

Tập thao tác trên con trỏ:

Thao tác lấy địa chỉ của biến: & parameter_name;

Thao tác lấy nội dung biến (biến có kiểu cơ bản): *pointer_name;

Thao tác trỏ tới phần tử tiếp theo: ++pointer_name;

Thao tác trỏ tới phần tử thứ n kể từ vị trí hiện tại:

pointer_name = pointer_name +n;

Thao tác trỏ tới phần tử sau con trỏ kể từ vị trí hiện tại: --pointer_name;

Thao tác trỏ tới phần tử sau n phần tử kể từ vị trí hiện tại:

Pointer_name = pointer_name - n;

Thao tác cấp phát bộ nhớ cho con trỏ: void *malloc(size_t size);void *calloc(size_t nitems, size_t size);

Thao tác cấp phát lại bộ nhớ cho con trỏ : void *realloc(void *block, size_t size);

Thao tác giải phóng bộ nhớ cho con trỏ: void free(void *block);

Tập thao tác trên cấu trúc:

Định nghĩa cấu trúc:

struct struct_name{

type_1 parameter_name_1;

type_2 parameter_name_2;

. . . . . .

type_k parameter_name_k;

} struct_parameter_name;

Phép truy nhập tới thành phần cấu trúc: struct_parameter_name.parameter_name.

Phép gán hai cấu trúc cùng kiểu:

struct_parameter_name1 = struct_parameter_name2;

Phép tham trỏ tới thành phần của con trỏ cấu trúc:

pointer_struct_parameter_name -> struct_parameter_name.

Tập thao tác trên file:

Khai báo con trỏ file: FILE * file_pointer;

Thao tác mở file theo mode: FILE *fopen(const char *filename,const char *mode);

Thao tác đóng file : int fclose(FILE *stream);

Thao tác đọc từng dòng trong file: char *fgets(char *s, int n, FILE *stream);

Thao tác đọc từng khối trong file:

size_t fread(void *ptr, size_t size,size_t n, FILE *stream);

Thao tác ghi từng dòng vào file: int fputs(const char *s, FILE *stream);

Thao tác ghi từng khối vào file:

size_t fwrite(const void *ptr, size_t size, size_t n, FILE *stream);

Thao tác kiểm tra sự tồn tại của file: int access(const char *filename, int amode);

Thao tác đổi tên file: int rename(const char *oldname,const char *newname);

Thao tác loại bỏ file: int unlink(const char *filename);

1.4. Nguyên lý địa phương

- *Các biến địa phương trong hàm, thủ tục hoặc chu trình cho dù có trùng tên với biến toàn cục thì khi xử lý biến đó trong hàm hoặc thủ tục vẫn không làm thay đổi giá trị của biến toàn cục.*
- *Tên của các biến trong đối của hàm hoặc thủ tục đều là hình thức.*
- *Mọi biến hình thức truyền theo trị cho hàm hoặc thủ tục đều là các biến địa phương.*
- *Các biến khai báo bên trong các chương trình con, hàm hoặc thủ tục đều là biến địa phương.*
- *Khi phải sử dụng biến phụ nên dùng biến địa phương và hạn chế tối đa việc sử dụng biến toàn cục để tránh xảy ra các hiệu ứng phụ.*

Ví dụ hoán đổi giá trị của hai số a và b sau đây sẽ minh họa rõ hơn về nguyên lý địa phương.

Ví dụ 1.4. Hoán đổi giá trị của hai biến a và b.

```
#include        <stdio.h>
int  a, b; // khai báo a, b là hai biến toàn cục.
void  Swap(void) {
            int a,b, temp; // khai báo  a, b là hai biến địa phương
            a= 3; b=5; // gán giá trị cho a và b
            temp=a; a=b; b=temp;// đổi giá trị của a và b
            printf("\n Kết quả thực hiện trong thủ tục a=%5d b=%5d:,a,b);
}
void main(void) {
    a=1; b=8; // khởi đầu giá trị cho biến toàn cục a, b.
    Swap();
    printf("\n Kết quả sau khi thực hiện thủ tục a =%5d b=%5d",a,b);
    getch();
}
```

Kết quả thực hiện chương trình:

Kết quả thực hiện trong thủ tục a = 5 b=3

Kết quả sau khi thực hiện thủ tục a = 1 b =8

Trong ví dụ trên a, b là hai biến toàn cục, hai biến a, b trong thủ tục Swap là hai biến cục bộ. Các thao tác trong thủ tục Swap gán cho a giá trị 3 và b giá trị 5 sau đó thực hiện đổi giá trị của a =5 và b =3 là công việc xử lý nội bộ của thủ tục mà không làm thay đổi giá trị của biến toàn cục của a, b sau thi thực hiện xong thủ tục Swap. Do vậy, kết quả sau khi thực hiện Swap a = 1, b =8; Điều đó chứng tỏ trong thủ tục Swap chưa bao giờ sử dụng tới hai biến toàn cục a và b. Tuy nhiên, trong ví dụ sau, thủ tục Swap lại làm thay đổi giá trị của biến toàn cục a và b vì nó thao tác trực tiếp trên biến toàn cục.

Ví dụ 1.5. Đổi giá trị của hai biến a và b

```
#include      <stdio.h>
#include      <conio.h>
#include      <stdlib.h>
#include      <io.h>
int  a, b; // khai báo a, b là hai biến toàn cục.
void  Swap(void) {
            int temp; // khai báo  a, b là hai biến địa phương
            a= 3; b=5; // gán giá trị cho a và b
            temp=a; a=b; b=temp;// đổi giá trị của a và b
            printf("\n Kết quả thực hiện trong thủ tục a=%5d b=%5d:,a,b);
}
void main(void) {
    a=1; b=8; // khởi đầu giá trị cho biến toàn cục a, b.
    Swap();
    printf("\n Kết quả sau khi thực hiện thủ tục a =%5d b=%5d",a,b);
    getch();
}
```

Kết quả thực hiện chương trình:

Kết quả thực hiện trong thủ tục a = 8 b=1

Kết quả sau khi thực hiện thủ tục a = 1 b =8

1.5. Nguyên lý nhất quán

- *Dữ liệu thế nào thì phải thao tác thế ấy. Cần sớm phát hiện những mâu thuẫn giữa cấu trúc dữ liệu và thao tác để kịp thời khắc phục.*

Như chúng ta đã biết, kiểu là một tên chỉ tập các đối tượng thuộc miền xác định cùng với những thao tác trên nó. Một biến khi định nghĩa bao giờ cũng thuộc một kiểu xác định nào đó hoặc là kiểu cơ bản hoặc kiểu do người dùng định nghĩa. Thao tác với biến phụ thuộc vào những thao tác được phép của kiểu. Hai kiểu khác nhau được phân biệt bởi tên, miền xác định và các phép toán trên kiểu dữ liệu. Tuy nhiên, trên thực tế có nhiều lỗi nhập nhằng giữa phép toán và cấu trúc dữ liệu mà chúng ta cần hiểu rõ.

Đối với kiểu ký tự, về nguyên tắc chúng ta không được phép thực hiện các phép toán số học trên nó, nhưng ngôn ngữ C luôn đồng nhất giữa ký tự với số nguyên có độ lớn 1 byte. Do vậy, những phép toán số học trên các ký tự thực chất là những phép toán số học trên các số nguyên. Chẳng hạn, những thao tác như trong khai báo dưới đây là được phép:

```
char x1='A', x2 ='z';
x1 = (x1 + 100) % 255;
x2 = (x2-x1) %255;
```

Mặc dù x1, x2 được khai báo là hai biến kiểu char, nhưng trong thao tác

x1 = (x1 + 100) % 255;

x2 = (x2 +x1) %255;

chương trình dịch sẽ tự động chuyển đổi x1 thành mã của ký tự 'A' là 65, x2 thành mã ký tự 'z' là 122 để thực hiện phép toán. Kết quả nhận được x1 là một ký tự có mã là (65+100)%255 = 165; x2 là ký tự có mã là 32 ứng với mã của ký tự space.

Chúng ta có thể thực hiện được các phép toán số học trên kiểu int, long, float, double. Nhưng đối với int và long, chúng ta cần đặc biệt chú ý phép chia hai số nguyên cho ta một số nguyên, tích hai số nguyên cho ta một số nguyên, tổng hai số nguyên cho ta một số nguyên mặc dù thương hai số nguyên là một số thực, tích hai số nguyên hoặc tổng hai số nguyên có thể là một số long int. Do vậy, muốn nhận được kết quả đúng, chúng ta cần phải chuyển đổi các biến thuộc cùng một kiểu trước khi thực hiện phép toán. Ngược lại, ta không thể lấy modul của hai số thực hoặc thực hiện các thao tác dịch chuyển bít trên nó, vì những thao tác đó không nằm trong định nghĩa của kiểu.

Điều tương tự cũng xảy ra với các string. Trong Pascal, phép toán so sánh hai string hoặc gán trực tiếp hai Record cùng kiểu với nhau là được phép, ví dụ : Str1>Str2, Str1 := Str2; Nhưng trong C thì các phép toán trên lại không được định nghĩa, nếu muốn thực hiện nó, chúng ta chỉ có cách định nghĩa lại hoặc thực hiện nó thông qua các lời gọi hàm. Ví dụ đơn giản sau sẽ minh họa cho những lỗi thường xảy ra sự nhập nhằng giữa phép toán và cấu trúc dữ liệu.

Ví dụ 1.6. Viết chương trình tính tổng, hiệu, tích, thương của hai số nguyên a và b.

```
#include      <stdio.h>
long int tong( int a, int b) { return(a+b); }
int hieu(int a, int b) { return(a-b); }
long int tich(int a, int b) {   return(a*b);}
float  thuong(int a, int b){   return(a/b);}
void main(void){
        int a=30000, b = 20000;// khai báo và gán giá trị hai số nguyên a, b
        printf("\n Tổng hai số nguyên a + b =%ld", tong(a,b));
        printf("\n Hiệu hai số nguyên a - b =%d",hieu(a,b));
        printf("\n Tích hai số nguyên a*b=%ld", tich(a,b));
        printf('\n Thương hai số nguyên a/b =%f", thuong(a,b));
        getch();
}
```

Trong ví dụ trên, hàm tong(30000,20000) cho ta một số unsigned int là giá trị là tổng của hai số nguyên dương, vì tổng của hai số nguyên dương có thể vượt quá kích cỡ kiểu int để trở thành một số unsigned int, điều đó cũng xảy ra tương tự đối với hàm tich(30000, 20000); Do đó, việc thực hiện việc gán một số nguyên dương thế này sẽ cho ta kết quả không mong muốn.

Với hàm thương(a,b) thì hoàn toàn ngược lại đối với một số ngôn ngữ (C, C++). Khi chúng ta phát biểu thương của hai số nguyên dương là một số thực được tính là a/b

(b<>0), nhưng trong thực tế chương trình dịch của C lại hiểu thương của hai số nguyên cho ta kết quả là một số nguyên, do đó chúng ta nhận được kết quả không mong muốn. Giải pháp để khắc phục mâu thuẫn giữa cấu trúc dữ liệu và thao tác trên cấu trúc dữ liệu có thể thực hiện bằng cách chuyển đổi kiểu của đối truyền cho hàm như phiên bản sau.

Ví dụ 1.7. Viết chương trình tính tổng, hiệu, tích, thương của hai số nguyên a và b.

```
#include        <stdio.h>
long int tong( int a, int b) { return((long) a+ (long) b); }
int hieu(int a, int b) { return(a-b); }
long int tich(int a, int b) {    return((long) a* (long) b);}
float  thuong(int a, int b){
        float k; k = (float) a / (float) b;
        return(k);
}
void main(void){
        int a=30000, b = 20000;// khai báo và gán giá trị hai số nguyên a, b
        printf("\n Tổng hai số nguyên a + b =%ld", tong(a,b));
        printf("\n Hiệu hai số nguyên a - b =%d",hieu(a,b));
        printf("\n Tích hai số nguyên a*b=%ld", tich(a,b));
        printf('\n Thương hai số nguyên a/b =%f", thuong(a,b));
        getch();
}
```

Kết quả thực hiện chương trình:

```
Tổng hai số nguyên a+b      = 50000
Hiệu hai số nguyên a-b      = 10000
Tích hai số nguyên a*b      = 6000000000
Hiệu hai số nguyên a/b      = 1.500000
```

Tóm lại, cần nắm vững nguyên tắc, định nghĩa và những qui định riêng của ngôn ngữ cho từng kiểu dữ liệu và các phép toán trên nó để đảm bảo tính nhất quán trong khi xử lý dữ liệu.

1.6. Nguyên lý an toàn

- *Lỗi nặng nhất nằm ở mức cao nhất (mức ý đồ thiết kế) và ở mức thấp nhất thủ tục phải chịu tải lớn nhất.*
- *Mọi lỗi, dù là nhỏ nhất cũng phải được phát hiện ở một bước nào đó của chương trình. Quá trình kiểm tra và phát hiện lỗi phải được thực hiện trước khi lỗi đó hoành hành.*

Các loại lỗi thường xảy ra trong khi viết chương trình có thể được tổng kết lại như sau:

Lỗi được thông báo bởi từ khoá error (lỗi cú pháp): loại lỗi này thường xảy ra trong khi soạn thảo chương trình, chúng ta có thể viết sai các từ khoá ví dụ thay vì viết là

int chúng ta soạn thảo sai thành Int (lỗi chữ in thường thành in hoa), hoặc viết sai cú pháp các biểu thức như thiếu các dấu ngoặc đơn, ngoặc kép hoặc dấu chấm phảy khi kết thúc một lệnh, hoặc chưa khai báo nguyên mẫu cho hàm .

Lỗi được thông báo bởi từ khoá Warning (lỗi cảnh báo): lỗi này thường xảy ra khi ta khai báo biến trong chương trình nhưng lại không sử dụng tới chúng, hoặc lỗi trong các biểu thức kiểm tra khi biến được kiểm tra không xác định được giá trị của nó, hoặc lỗi do thứ tự ưu tiên các phép toán trong biểu thức. Hai loại lỗi error và warning được thông báo ngay khi dịch chương trình thành file *.OBJ. Quá trình liên kết (linker) các file *.OBJ để tạo nên file chương trình mã máy *.EXE chỉ được tiếp tục khi chúng ta hiệu đính và khử bỏ mọi lỗi error.

Lỗi xảy ra trong quá trình liên kết: lỗi này thường xuất hiện khi ta sử dụng tới các lời gọi hàm , nhưng những hàm đó mới chỉ tồn tại dưới dạng nguyên mẫu (function prototype) mà chưa được mô tả chi tiết các hàm, hoặc những lời hàm gọi chưa đúng với tên của nó. Lỗi này được khắc phục khi ta bổ sung đoạn chương trình con mô tả chi tiết cho hàm hoặc sửa đổi lại những lời gọi hàm tương ứng.

Ta quan niệm, lỗi cú pháp (error), lỗi cảnh báo (warning) và lỗi liên kết (linker) là lỗi tầm thường vì những lỗi này đã được Compiler của các ngôn ngữ lập trình phát hiện được. Để khắc phục các lỗi loại này, chúng ta chỉ cần phải đọc và hiểu được những thông báo lỗi thường được viết bằng tiếng Anh. Cũng cần phải lưu ý rằng, do mức độ phức tạp của chương trình dịch nên không phải lỗi nào cũng được chỉ ra một cách tường minh và chính xác hoàn toàn tại nơi xuất hiện lỗi.

Loại lỗi cuối cùng mà các compiler không thể phát hiện nổi đó là lỗi do chính lập trình viên gây nên trong khi thiết kế chương trình và xử lý dữ liệu. Những lỗi này không được compiler thông báo mà nó phải trả giá bằng quá trình tự test hoặc chứng minh được tính đúng đắn của chương trình. Lỗi có thể nằm ở chính ý đồ thiết kế, hoặc lỗi do không lường trước được tính chất của mỗi loại thông tin vào.

1.6. Phương pháp Top-Down

- *Quá trình phân tích bài toán được thực hiện từ trên xuống dưới. Từ vấn đề chung nhất đến vấn đề cụ thể nhất. Từ mức trừu tượng mang tính chất tổng quan tới mức đơn giản nhất là đơn vị chương trình.*

Một trong những nguyên lý quan trọng của lập trình cấu trúc là phương pháp phân tích từ trên xuống (Top - Down) với quan điểm "thấy cây không bằng thấy rừng", phải đứng cao hơn để quan sát tổng thể khu rừng chứ không thể đứng trong rừng quan sát chính nó.

Quá trình phân rã bài toán được thực hiện theo từng mức khác nhau. Mức thấp nhất được gọi là mức tổng quan (level 0), mức tổng quan cho phép ta nhìn tổng thể hệ thống thông qua các chức năng của nó, nói cách khác mức 0 sẽ trả lời thay cho câu hỏi "Hệ thống có thể thực hiện được những gì ?". Mức tiếp theo là mức các chức năng chính. ở mức này, những chức năng cụ thể được mô tả. Một hệ thống có thể được phân tích

thành nhiều mức khác nhau, mức thấp được phép sử dụng các dịch vụ của mức cao. Quá trình phân tích tiếp tục phân rã hệ thống theo từng chức năng phụ cho tới khi nào nhận được mức các đơn thể (UNIT, Function, Procedure), khi đó chúng ta tiến hành cài đặt hệ thống.

Chúng ta sẽ làm rõ hơn từng mức của quá trình Top-Down thông qua bài toán sau:

Bài toán: Cho hai số nguyên có biểu diễn nhị phân là $a=(a_1, a_2, . . ., a_n)$, $b = (b_1, b_2, .., b_n)$; $a_i, b_i = 0, 1, i=1, 2, . . .n$. Hãy xây dựng tập các thao tác trên hai số nguyên đó.

Mức tổng quan (level 0):

Hình dung toàn bộ những thao tác trên hai số nguyên $a=(a_1, a_2, . . ., a_n)$, $b=(b_1,b_2,..,b_n)$ với đầy đủ những chức năng chính của nó. Giả sử những thao tác đó bao gồm:

F1- Chuyển đổi a, b thành các số nhị phân;

F2- Tính tổng hai số nguyên: a + b;

F3- Tính hiệu hai số nguyên: a - b;

F4 Tính tích hai số nguyên: a *b;

F5- Thương hai số nguyên : a/b;

F6- Phần dư hai số nguyên: a % b;

F7- Ước số chung lớn nhất của hai số nguyên.

Mức 1. Mức các chức năng chính: mỗi chức năng cần mô tả đầy đủ thông tin vào (Input), thông tin ra (Output), khuôn dạng (Format) và các hành động (Actions).

Chức năng F1: Chuyển đổi a, b thành các số ở hệ nhị phân

Input : a : integer;

Output : $a=(a_1, a_2, . . ., a_n)_b$; (*khai triển cơ số b bất kỳ*)

Format : Binary(a);

Actions

Q = n; k=0;

While Q≠ 0

Begin

a_k = q mod b;

q = q div b;

k = k +1;

end;

< Khai triển cơ số b của a là $(a_{k-1}, a_{k-2}, . ., a_1, a_0)$ >;

EndAction;

Chức năng F2: Tính tổng hai số nguyên a, b.

Input:

$a=(a_1, a_2, . . ., a_n)$,

$b = (b_1, b_2, .., b_n)$;

Output:

$c = a + b$;

Format: Addition(a, b);

Actions

$c = 0$;

for $j = 0$ to $n-1$ do

begin

$d = (a_j + b_j + c)$ div 2;

$s_j = a_j + b_j + c - 2d$;

$c = d$;

end;

$s_n = c$;

< Khai triển nhị phân của tổng là $(s_n s_{n-1}. . .s_1, s_0)_2$>

EndAction;

Chức năng F3: Hiệu hai số nguyên a, b.

Input:

$a=(a_1, a_2, . . ., a_n)$,

$b = (b_1, b_2, .., b_n)$;

Output:

$c = a - b$;

Format: Subtraction(a, b);

Actions

$b = -b$;

c = Addition(a, b);

return(c);

EndAction;

Chức năng F4: Tích hai số nguyên a, b.

Input:

a=(a_1, a_2, . . ., a_n),

b = (b_1, b_2, .., b_n);

Output:

c = a * b;

Format: Multual(a, b);

Actions

For j =0 to n-1 do

Begin

If b_j =1 then c_j = a<<j

Else c_j = 0;

End;

(* c_0, c_1, . . ., c_{n-1} là các tích riêng*)

p:=0;

for j=0 to n-1 do

p = Addition(p, c_j);

return(p);

EndAction;

Chức năng F5: Thương hai số nguyên a, b.

Input:

a=(a_1, a_2, . . ., a_n),

b = (b_1, b_2, .., b_n);

Output:

c = a div b;

Format: Division(a, b);

Actions

c = 0;

while (a>= b) do

begin

c = c +1;

a = Subtraction(a, b);

end;

return(c);

EndAction;

Chức năng F6: Modul hai số nguyên a, b.

Input:

$a=(a_1, a_2, . . ., a_n)$,

$b = (b_1, b_2, .., b_n)$;

Output:

c = a mod b;

Format: Modulation(a, b);

Actions

while (a>= b) do

a = Subtraction(a, b);

return(a);

EndAction;

Chức năng F7: Ước số chung lớn nhất hai số nguyên a, b.

Input:

$a=(a_1, a_2, . . ., a_n)$,

$b = (b_1, b_2, .., b_n)$;

Output:

c = USCLN(a,b);

Format: USCLN(a, b);

Actions

while (a≠ b) do

begin

if a > b then

a = Subtraction(a, b)

else

b = Subtraction(b,a);

```
        return(a);
    EndAction;
```

Để ý rằng, sau khi phân rã bài toán ở mức 1, chúng ta chỉ cần xây dựng hai phép toán cơ bản cho các số nguyên a và b, đó là phép tính cộng và phép tính nhân các số nhị phân của a và b. Vì hiệu hai số a và b chính là tổng số của (a,-b). Tương tự như vậy, tích hai số a và b được biểu diễn bằng tổng của một số lần phép nhân một bít nhị phân của với a. Phép chia và lấy phần dư hai số a và b chính là phép trừ nhiều lần số a. Phép tìm USCLN cũng tương tự như vậy.

Đối với các hệ thống lớn, quá trình còn được mô tả tiếp tục cho tới khi nhận được mức đơn vị chương trình. Trong ví dụ đơn giản này, mức đơn vị chương trình xuất hiện ngay tại mức 1 nên chúng ta không cần phân rã tiếp nữa mà dừng lại để cài đặt hệ thống.

1.7. Phương pháp Bottom - Up

- *Đi từ cái riêng tới cái chung, từ các đối tượng thành phần ở mức cao tới các đối tượng thành phần ở mức thấp, từ mức đơn vị chương trình tới mức tổng thể, từ những đơn vị đã biết lắp đặt thành những đơn vị mới.*

Nếu như phương pháp Top-Down là phương pháp phân rã vấn đề một cách có hệ thống từ trên xuống, được ứng dụng chủ yếu cho quá trình phân tích và thiết hệ thống, thì phương pháp Bottom- Up thường được sử dụng cho quá trình cài đặt hệ thống. Trong ví dụ trên, chúng ta sẽ không thể xây dựng được chương trình một cách hoàn chỉnh nếu như ta chưa xây dựng được các hàm Binary(a), Addition(a,b), Subtraction(a,b), Multial(a,b), Division(a,b), Modulation(a,b), USCLN(a,b). Chương trình sau thể hiện quá trình cài đặt chương trình theo nguyên lý Botton-Up:

```
#include <stdio.h>
#include <alloc.h>
#include <dos.h>
void Init(int *a, int *b){
        printf("\n Nhap a=");scanf("%d", a);
        printf("\n Nhap b=");scanf("%d", b);
}
void Binary(int a){
        int i, k=1;
        for(i=15; i>=0; i--){
                if ( a & (k<<i))
                        printf("%2d",1);
                else
                        printf("%2d",0);
        }
        printf("\n");delay(500);
}
```

```
int bit(int a, int k){
	int j=1;
	if (a & (j<<k))
		return(1);
	return(0);
}
int Addition(int a, int b){
	int du, d, s, j, c=0;
	du=0;
	for ( j=0; j<=15; j++){
		d =( bit(a,j) + bit(b, j) +du)/2;
		s = bit(a,j)+bit(b,j)+ du - 2*d;
		c = c | (s <<j);
		du = d;
	}
	return(c);
}
int Multial(int a, int b) {
	int c,j, p=0;
	for(j=0; j<=15; j++){
		c = bit(b, j);
		if (c==1) {
			c = a<<j;
			p= Addition(p, c);
		}
		else c=0;
	}
	return(p);
}

int Subtraction(int a, int b){
	int c;
	b=-b;
	c=Addition(a,b);return(c);
}

int Modul(int a, int b){
	while(a>=b)
		a = Subtraction(a,b);
	return(a);
}
```

```
int Division(int a, int b){
	int d=0;
	while(a>=b) {
		a= Subtraction(a,b);
		d++;
	}
	return(d);
}
int USCLN(int a, int b){
	while(a!=b){
		if(a>b) a = Subtraction(a,b);
		else b = Subtraction(b,a);
	}
	return(a);
}
void main(void){
	int a, b, key, control=0;

	do {
		clrscr();
		printf("\n Tap thao tac voi so nguyen");
		printf("\n 1- Nhap hai so a,b");
		printf("\n 2- So nhi phan cua a, b");
		printf("\n 3- Tong hai so a,b");
		printf("\n 4- Hieu hai so a,b");
		printf("\n 5- Tich hai so a,b");
		printf("\n 6- Thuong hai so a,b");
		printf("\n 7- Phan du hai so a,b");
		printf("\n 8- USCLN hai so a,b");
		printf("\n 0- Tro ve");
		key=getch();
		switch(key){
			case '1': Init(&a, &b); control=1; break;
			case '2':
				if (control){
					Binary(a); Binary(b);
				}
				break;
			case '3':
				if (control)
					printf("\n Tong a+b = %d", Addition(a, b));
				break;
			case '4':
```

```
                    if (control)
                        printf("\n Hieu a-b =%d", Subtraction(a, b));
                    break;
                case '5':
                    if(control)
                        printf("\n Tich a*b =%d", Multial(a,b));
                    break;
                case '6':
                    if(control)
                        printf("\n Chia nguyen a div b=%d",Division(a,b));
                    break;
                case '7':
                    if(control)
                        printf("\n Phan du a mod b =%d", Modul(a,b));
                    break;
                case '8':
                    if(control)
                        printf("\n Uoc so chung lon nhat:%d",USCLN(a,b));
                    break;
            }
            delay(1000);
        } while(key!='0');
}
```

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1.1. Tìm các nghiệm nguyên dương của hệ phương trình:

$X + Y + Z = 100$

$5X + 3Y + Z/3 = 100$

1.2. Cho số tự nhiên n. Hãy tìm tất cả các bộ 3 các số tự nhiên a, b, c sao cho $a^2+b^2 = c^2$ trong đó a<= b< =c <=n .

1.3. Cho số tự nhiên n. Hãy tìm các số Fibonaci nhỏ hơn n. Trong đó các số Fibonai được định nghĩa như sau:

$U_0 = 0; U_1 = 1; U_k = U_{k-1} + U_{k-2}$; k=1, 2, . . .

1.4. Chứng minh rằng, với mọi số nguyên dương N, 0<N<=39 thì $N^2 + N + 41$ là một số nguyên tố. Điều khẳng định trên không còn đúng với N>39.

1.5. Cho số tự nhiên n. Hãy liệt kê tất cả các số nguyên tố nhỏ hơn n.

1.6. Cho số tự nhiên n. Hãy tìm tất cả các số nguyên tố nhỏ hơn n bằng phương pháp sàng Estheven.

1.7. Cho số tự nhiên n. Dùng phương pháp sàng Estheven để tìm 4 số nguyên tố bé hơn n nằm trong cùng bậc chục (ví dụ : 11, 13, 15, 17).

1.8. Cho số tự nhiên n. Hãy liệt kê tất cả các cặp số p, 4p+1 đều là số nguyên tố nhỏ hơn n. Trong đó p cũng là số nguyên tố nhỏ hơn n.

1.9. Hãy liệt kê tất cả các số nguyên tố có 5 chữ số sao cho tổng số các chữ số trong số nguyên tố đó đúng bằng S cho trước $1 \le S \le 45$.

1.10. Một số được gọi là số Mersen nếu nó là số nguyên tố được biểu diễn dưới dạng $2^P - 1$ trong đó P cũng là một số nguyên tố. Cho số tự nhiên n, tìm tất cả các số Mersen nhỏ hơn n.

1.11. Cho số tự nhiên n. Hãy phân tích n thành tích các thừa số nguyên tố. Ví dụ 12 = 2*2*3.

1.12. Hai số tự nhiên a, b được gọi là "hữu nghị" nếu tổng các ước số thực sự của a (kể cả 1) bằng b và ngược lại. Cho hai số tự nhiên P , Q. Hãy tìm tất cả các cặp số hữu nghị trong khoảng [P, Q].

1.13. Cho số tự nhiên n. Hãy tìm tất cả các số 1, 2, .., n sao cho các số trùng với phần cuối bình phương chính nó (Ví dụ : $6^2 = 36$, $25^2 = 625$).

1.14. Một số tự nhiên được gọi là số amstrong nếu tổng các lũy thừa bậc n của các chữ số của nó bằng chính số đó. Trong đó n là số các chữ số (Ví dụ $153 = 1^3 + 2^3 + 3^3$). Hãy tìm tất cả các số amstrong gồm 2, 3, 4 chữ số.

1.15. Một số tự nhiên là Palindrom nếu các chữ số của nó viết theo thứ tự ngược lại thì số tạo thành là chính số đó (Ví dụ: 4884, 393). Hãy tìm:

- Tất cả các số tự nhiên nhỏ hơn 100 mà khi bình phương lên thì cho một Palindrom.
- Tất cả các số Palindrom bé hơn 100 mà khi bình phương lên chúng cho một Palindrom.

CHƯƠNG 2. MẢNG VÀ CON TRỎ

2.1. Cấu trúc lưu trữ mảng

2.1.1. Khái niệm về mảng

Mảng là một tập cố định các phần tử cùng có chung một kiểu dữ liệu được lưu trữ kế tiếp nhau trong bộ nhớ. Các thao tác trên mảng bao gồm: tạo lập mảng (create), tìm kiếm một phần tử của mảng (retrieve), lưu trữ mảng (store). Ngoài giá trị, mỗi phần tử của mảng còn được đặc trưng bởi chỉ số của nó (index). Index của một phần tử thể hiện thứ tự của phần tử đó trong mảng. Không có các thao tác bổ sung thêm phần tử hoặc loại bỏ phần tử của mảng vì số phần tử trong mảng là cố định.

Một mảng một chiều gồm n phần tử được coi như một vector n thành phần được đánh số từ 0, 1, 2, . . ., n-1. Chúng ta có thể mở rộng khái niệm mảng một chiều cho mảng nhiều chiều như sau:

Một mảng một chiều gồm n phần tử, trong đó mỗi phần tử của nó lại là một mảng một chiều gồm m phần tử được gọi là một mảng hai chiều gồm n×m phần tử.

Tổng quát, một mảng gồm n phần tử mà mỗi phần tử của nó lại là một mảng k - 1 chiều thì nó được gọi là mảng k chiều. Số phần tử của mảng k chiều là tích số giữa số các phần tử của mỗi mảng một chiều.

Khai báo mảng một chiều được thực hiện theo qui tắc như sau:

Tên_kiểu Tên_biến[Số_phần tử];

Chẳng hạn với khai báo:

```
int     A[10]; /* khai báo mảng gồm 10 phần tử nguyên*/
char    str[20]; /* khai báo mảng gồm 20 kí tự */
float   B[20]; /* khai báo mảng gồm 20 số thực */
long    int L[20]; /* khai báo mảng gồm 20 số nguyên dài */
```

2.1.2. Cấu trúc lưu trữ của mảng một chiều

Cấu trúc lưu trữ của mảng: Mảng được tổ chức trong bộ nhớ như một vector, mỗi thành phần của vector được tương ứng với một ô nhớ có kích cỡ đúng bằng kích cỡ của kiểu phần tử và được lưu trữ kế tiếp nhau trong bộ nhớ. Nếu chúng ta có khai báo mảng gồm n phần tử thì phần tử đầu tiên là phần tử thứ 0 và phần tử cuối cùng là phần tử thứ n - 1, đồng thời mảng được cấp phát một vùng không gian nhớ liên tục có số byte được tính theo công thức:

Kích_cỡ_mảng = (Số_phần_tử * sizeof (kiểu_phần_tử).

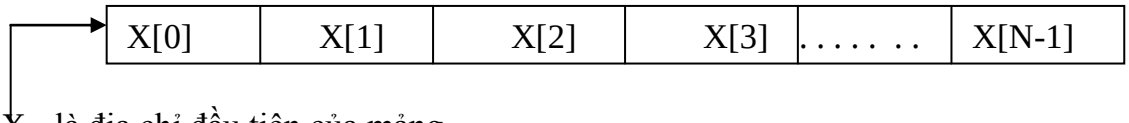
Chẳng hạn trong có khai báo:

```
int     A[10]; Khi đó kích cỡ tính theo byte của mảng là :
                10 *sizeof(int) = 20 byte;
```

float B[20]; => mảng được cấp phát: 20 * sizeof(float) = 80byte;

Chương trình dịch của ngôn ngữ C luôn qui định tên của mảng đồng thời là địa chỉ phần tử đầu tiên của mảng trong bộ nhớ. Do vậy, nếu ta có một kiểu dữ liệu nào đó là Data_type, tên của mảng là X, số phân tử của mảng là N thì mảng được tổ chức trong bộ nhớ như sau:

Data_type X[N];



X - là địa chỉ đầu tiên của mảng.

X = &X[0] = (X + 0);

&X[1]= (X + 1);

. . . . . .

&X[i] = (X + i);

Ví dụ 2.1. Kiểm tra cấu trúc lưu trữ của mảng trong bộ nhớ của mảng một chiều.

```
#include      <stdio.h>
void main(void) {
      int     A[10], i ; /* khai báo mảng gồm 10 biến nguyên */
      printf("\n Địa chỉ đầu của mảng A là : %p", A);
      printf("\n Kích cỡ của mảng       : %5d byte", 10 * sizeof(int));
      for ( i =0 ; i <10; i ++){
            printf("\n Địa chỉ phần tử thứ %5d :  %p", i, &A[i]);
      }
}
```

Kết quả thực hiện chương trình:

```
Địa chỉ đầu của mảng: FFE2
Kích cỡ của mảng   :        20
Địa chỉ phần tử thứ  0 = FFE2
Địa chỉ phần tử thứ  1 = FFE4
Địa chỉ phần tử thứ  2 = FFE6
Địa chỉ phần tử thứ  3 = FFE8
Địa chỉ phần tử thứ  4 = FFEA
Địa chỉ phần tử thứ  5 = FFEC
Địa chỉ phần tử thứ  6 = FFEE
Địa chỉ phần tử thứ  7 = FFF0
Địa chỉ phần tử thứ  8 = FFF2
Địa chỉ phần tử thứ  9 = FFF4
```

Ví dụ 2.1 in ra địa chỉ của các phần tử trong mảng A gồm 10 phần tử nguyên. Kết quả như được đưa ra ở trên cho ta thấy địa chỉ của mảng trong bộ nhớ trùng với địa chỉ của

phần tử A[0] đều bằng FFE2, tiếp đến các phần tử được lưu trữ kế tiếp và cách nhau đúng bằng kích cỡ của kiểu int. Bạn đọc có thể dùng chương trình đơn giản này để kiểm tra cấu trúc lưu trữ của mảng cho các kiểu dữ liệu khác.

2.1.3. Cấu trúc lưu trữ mảng nhiều chiều

Đa số các ngôn ngữ không hạn chế số chiều của mảng, chế độ cấp phát bộ nhớ cho mảng nhiều chiều được thực hiện theo cơ chế ưu tiên theo hàng.

Khai báo mảng nhiều chiều :

Data_type tên_biến[số_chiều_1] [số_chiều_2]. . . [số_chiều_n]

int A[3][3]; khai báo mảng hai chiều gồm 9 phần tử nguyên được lưu trữ liên tục từ A[0][0] , A[0][1] , A[0][2] , A[1][0] , A[1][0] , A[1][1] , A[1][2] , A[2][0] , A[2][1] , A[2][2] ;

Ví dụ 2.2 . Kiểm tra cấu trúc lưu trữ của bảng hai chiều trong bộ nhớ.

```
#include      <stdio.h>
#include      <conio.h>
void main(void) {
      float   A[3][3] ; /* khai báo mảng hai chiều gồm 9 phần tử nguyên*/
      int i, j;
      /* Địa chỉ của các hàng*/
      for(i=0; i<3; i++)
            printf("\n Địa chỉ hàng thứ %d là :%p", i, A[i]);
      for(i=0; i<3;i++){    printf("\n");
            for(j=0;j<3;j++) printf("%10p",&A[i][j]);
      }
}
```

Kết quả thực hiện chương trình:

```
      Địa chỉ hàng thứ  0 =      FFD2
      Địa chỉ hàng thứ  1 =      FFDE
      Địa chỉ hàng thứ  2 =      FFEA
      Địa chỉ phần tử A[0][0]=     FFD2
      Địa chỉ phần tử A[0][1]=     FFD6
      Địa chỉ phần tử A[0][2]=     FFDA
      Địa chỉ phần tử A[1][0]=     FFDE
      Địa chỉ phần tử A[1][1]=     FFE2
      Địa chỉ phần tử A[1][2]=     FFE6
      Địa chỉ phần tử A[2][0]=     FFEA
      Địa chỉ phần tử A[2][1]=     FFEE
      Địa chỉ phần tử A[2][2]=     FFF2
```

Dễ dàng nhận thấy, địa chỉ hàng thứ i trùng với địa chỉ phần tử đầu tiên trong hàng tương ứng. Tiếp đến các phần tử trong mỗi hàng được lưu trữ cách nhau đúng bằng kích cỡ của kiểu float.

Ghi chú: Kết quả thực hiện ví dụ 2.1, 2.2 có thể cho ra kết quả khác nhau trên các máy tính khác nhau, vì việc phân bổ bộ nhớ cho mảng tùy thuộc vào không gian nhớ tự do của mỗi máy.

2.2. Các thao tác đối với mảng

Các thao tác đối với mảng bao gồm : tạo lập mảng, tìm kiếm phần tử của mảng, lưu trữ mảng. Các thao tác này có thể được thực hiện ngay từ khi khai báo mảng. Chúng ta có thể vừa khai báo mảng vừa khởi đầu cho mảng, nhưng cần chú ý một số kỹ thuật khởi đầu cho mảng để vừa đạt được mục đích đề ra vừa tiết kiệm bộ nhớ. Chẳng hạn với khai báo

```
int     A[10] = { 5, 7,  2, 1, 9 };
```

chương trình vẫn phải cấp phát cho mảng A kích cỡ 10 * sizeof(int) = 20 byte bộ nhớ, trong khi đó số byte cần thiết thực sự cho mảng chỉ là 5 * sizeof(int) = 10 byte. Để tránh lãng phí bộ nhớ, chúng ta có thể vừa khai báo vừa đồng thời khởi đầu cho mảng như sau.

```
int     A[] = { 5, 7,  2, 1, 9 };
```

Với cách khai báo này, miền bộ nhớ cấp phát cho mảng chỉ là số các số nguyên được khởi đầu trong dãy và bằng 5 * sizof(int) = 10 byte.

Sau đây là một số ví dụ minh họa cho các thao tác xử lý mảng một và nhiều chiều.

Ví dụ 2.3. Tạo lập mảng các số thực gồm n phần tử , tìm phần tử lớn nhất và chỉ số của phần tử lớn nhất trong mảng.

```
#include    <stdio.h>
#include    <conio.h>
#include    <stdlib.h>
#include    <io.h>
#define     MAX         100  /*số phần tử tối đa trong mảng*/
void main(void) {
    float   A[MAX], max; int i, j, n;
    /* Khởi tạo mảng số */
    printf("\n Nhập số phần tử của mảng n="); scanf("%d", &n);
    for(i=0; i<n; i++){
        printf("\n Nhập A[%d] =",i); scanf("%f", &A[i]);
    }
    max = A[0]; j =0;
    for(i=1; i<n; i++){
        if( A[i]>max) {
```

```
                max=A[i]; j = i;
            }
        }
        printf("\n Chỉ số của phần tử lớn nhất là : %d",j);
        printf("\n Giá trị của phần tử lớn nhất là: %6.2f", max);
        getch();
}
```

Kết quả thực hiện chương trình:

```
Nhập số phần tử của mảng n=7
Nhap A[0]=1
Nhap A[1]=9
Nhap A[2]=2
Nhap A[3]=8
Nhap A[4]=3
Nhap A[5]=7
Nhap A[6]=4
Chỉ số của phần tử lớn nhất là      :    1
Giá trị của phần tử lớn nhất là     :    9
```

Ví dụ 2.4. Tạo lập ma trận cấp m x n và tìm phần tử lớn nhất, nhỏ nhất của ma trận.

```
#include    <stdio.h>
#include    <conio.h>
#define     M    20
#define     N    20
void main(void){
    float   A[M][N], max, t; int i, j, k, p, m, n;
    clrscr();
    printf("\n Nhập số hàng của ma trận:"); scanf("%d", &m);
    printf("\n Nhập số cộ của ma trận:"); scanf("%d", &n);
    for(i=0; i<m;i++){
        for(j=0; j<n ; j++){   printf("\n Nhập A[%d][%d] =", i,j);
            scanf("%f", &t); A[i][j]=t;
        }
    }
    max=A[0][0]; k=0; p=0;
    for(i=0; i<m; i++){
        for(j=0;j<n; j++){
            if(A[i][j]>max) {max=A[i][j]; k=i ; p =j; }
        }
    }
    printf("\n Phần tử có giá trị max là A[%d][%d] = % 6.2f", k,p, max);
    }
}
```

Ghi chú: C không hỗ trợ khuôn dạng nhập dữ liệu %f cho các mảng nhiều chiều. Do vậy, muốn nhập dữ liệu là số thực cho mảng nhiều chiều chúng ta phải nhập vào biến trung gian sau đó gán giá trị trở lại. Đây không phải là hạn chế của C++ mà hàm scanf() đã được thay thế bởi toán tử "cin". Tuy nhiên, khi sử dụng cin, cout chúng ta phải viết chương trình dưới dạng *.cpp.

2.3. Mảng và đối của hàm

Như chúng ta đã biết, khi hàm được truyền theo tham biến thì giá trị của biến có thể bị thay đổi sau mỗi lời gọi hàm. Hàm được gọi là truyền theo tham biến khi chúng ta truyền cho hàm là địa chỉ của biến. Ngôn ngữ C qui định tên của mảng đồng thời là địa chỉ của mảng trong bộ nhớ. Do vậy, nếu chúng ta truyền cho hàm là tên của một mảng thì hàm luôn thực hiện theo cơ chế truyền theo tham biến, trường hợp này giống như ta sử dụng từ khoá var trong khai báo biến của hàm trong Pascal. Trong trường hợp muốn truyền theo tham trị với đối của hàm là một mảng, ta cần phải thực hiện trên một bản sao khác của mảng, khi đó các thao tác đối với mảng thực chất đã được thực hiện trên một vùng nhớ khác dành cho bản sao của mảng.

Ví dụ 2.5. Tạo lập và sắp xếp dãy các số thực A1, A2, . . . An theo thứ tự tăng dần.

Để giải quyết bài toán, chúng xây dựng chương trình thành 3 hàm riêng biệt: hàm Init_Array() có nhiệm vụ tạo lập mảng số A[n], hàm Sort_Array() thực hiện việc sắp xếp dãy các số được lưu trữ trong mảng, hàm In_Array() in lại kết quả sau khi mảng đã được sắp xếp.

```
#include      <stdio.h>
#define       MAX         100
/* Khai báo nguyên mẫu cho hàm */
void   Init_Array ( float    A[], int       n);
void   Sort_Array( float     A[], int       n);
void   In_Array( float       A[], int       n);
    /* Mô tả hàm */
    /* Hàm tạo lập mảng số */
    void Init_Array( float   A[], int       n) {
       int      i;
       for( i = 0; i < n; i++ ) {
              printf("\n Nhập A[%d] = ", i);
              scanf("%f", &A[i]);
       }
    }
    /* Hàm sắp xếp mảng số */
    void  Sort_Array( float A[], int        n ){
       int i , j ;        float   temp;
       for(i=0; i<n - 1 ; i ++ ) {
              for( j = i + 1; j < n ; j ++ ){
```

```
                    if ( A[i] >A[j]) {
                        temp = A[i];  A[i] = A[j]; A[j] = temp;
                    }
                }
            }
        }
        /* Hàm in  mảng số */
        void    In_Array ( float    A[], int n) {
            int     i;
            for(i=0; i<n; i++)
                printf("\n Phần tử     A[%d] = %6.2f", i, A[i]);
            getch();
        }
        /* Chương trình chính */
        void main(void) {
            float   A[MAX]; int n;
            printf("\n Nhập số phần tử của mảng n = "); scanf("%d", &n);
            Init_Array(A, n);
                Sort_Array(A,n);
                In_Array(A, n);
        }
```

Ví dụ 2.6. Viết chương trình tính tổng của hai ma trận cùng cấp.

Chương trình được xây dựng thành 3 hàm, hàm Init_Matrix() : Tạo lập ma trận cấp m x n; hàm Tong_Matrix() tính tổng hai ma trận cùng cấp; hàm In_Matrix() in ma trận kết quả. Tham biến được truyền vào cho hàm là tên ma trận, số hàng, số cột của ma trận.

```
        #include  <stdio.h>
        #include  <dos.h>/* khai báo sử dụng hàm delay() trong chương trình*/
        #define   M       20      /* Số hàng của  ma trận*/
        #define   N       20      /* Số cột của ma trận */
        /* Khai báo nguyên mẫu cho hàm*/
        void    Init_Matrix(  float   A[M][N], int  m,     int  n, char  ten);
        void Tong_Matrix(float A[M][N],float B[M][N], float C[M][N], int m, int n);
        void In_Matrix(float A[M][N], int  m, int n);
        /*Mô tả hàm */
        void    Init_Matrix(  float   A[M][N], int  m,     int  n, char  ten) {
            int     i, j; float temp; clrscr();
            for(i=0; i<m; i++){
                for(j=0; j<n; j++){
                    printf("\n Nhập %c[%d][%d] =", ten, i,j);
                    scanf("%f", &temp); A[i][j]=temp;
                }
            }
```

```
}
void Tong_Matrix(float A[M][N],float B[M][N], float C[M][N], int m,int n){
    int      i, j;
    for(i=0; i<m; i++){
                    for(j=0; j<n; j++){
                            C[i][j]=A[i][j] + B[i][j];
                    }
            }
     }
     void In_Matrix(float A[M][N], int  m, int n) {
            int i, j , ch=179; /* 179 là mã kí tự '|' */
            for(i=0; i<m; i++){
                    printf("\n %-3c", ch);
                    for(j=0; j<n; j++){
                            printf(" %6.2f", A[i][j];
                    }
                    printf("%3c", ch);
            }
            getch();
     }
     /* Chương trình chính */
     void main(void) {
            float   A[M][N], B[M][N], C[M][N];
            int     n, m; clrscr();
            printf("\n Nhập số hàng m ="); scanf("%d", &m);
            printf("\n Nhập số cột n ="); scanf("%d", &n);
            Init_Matrix(A, m, n, 'A');
            Init_Matrix(B, m, n, 'B');
            Tong_Matrix(A, B, C, m, n);
            In_Matrix(C, m, n);
     }
```

2.4. Xâu kí tự (string)

Xâu kí tự là một mảng trong đó mỗi phần tử của nó là một kí tự, kí tự cuối cùng của xâu được dùng làm kí tự kết thúc xâu. Kí tự kết thúc xâu được ngôn ngữ C qui định là kí tự '\0', kí tự này có mã là 0 (NULL) trong bảng mã ASCII. Ví dụ trong khai báo :

char str[]='ABCDEF' khi đó xâu kí tự được tổ chức như sau:

0	1	2	3	4	5	6
A	B	C	D	E	F	'\0'

Khi đó str[0] = ‘A’; str[1] = ‘B’, . ., str[5]=’F’, str[6]=’\0’;

Vì kí hiệu kết thúc xâu có mã là 0 nên chúng ta có thể kiểm chứng tổ chức lưu trữ của xâu thông qua đoạn chương trình sau:

Ví dụ 2.7. In ra từng kí tự trong xâu.

```
#include      <stdio.h>
#include      <string.h>     /* sử dụng hàm xử lý xâu kí tự gets() */
void main(void) {
        char str[20]; int  i =0;
        printf(“\n Nhập xâu kí tự:”); gets(str); /* nhập xâu kí tự từ bàn phím */
        while ( str[i]!=’\0’){
                putch(c); i++;
        }
}
```

Ghi chú: Hàm getch() nhận một kí tự từ bàn phím, hàm putch(c) đưa ra màn hình kí tự c. Hàm sacnf(“%s”, str) : nhận một xâu kí tự từ bàn phím nhưng không được chứa kí tự trống (space), hàm gets(str) : cho phép nhận từ bàn phím một xâu kí tự kể cả dấu trống.

Ngôn ngữ C không cung cấp các phép toán trên xâu kí tự, mà mọi thao tác trên xâu kí tự đều phải được thực hiện thông qua các lời gọi hàm. Sau đây là một số hàm xử lý xâu kí tự thông dụng được khai báo trong tệp string.h:

puts (string) : Đưa ra màn hình một string.

gets(string) : Nhận từ bàn phím một string.

scanf(“%s”, string) : Nhận từ bàn phím một string không kể kí tự trống (space) .

strlen(string): Hàm trả lại một số là độ dài của string.

strcpy(s,p) : Hàm copy xâu p vào xâu s.

strcat(s,p) : Hàm nối xâu p vào sau xâu s.

strcmp(s,p) : Hàm trả lại giá trị dương nếu xâu s lớn hơn xâu p, trả lại giá trị âm nếu xâu s nhỏ hơn xâu p, trả lại giá trị 0 nếu xâu s đúng bằng xâu p.

strstr(s,p) : Hàm trả lại vị trí của xâu p trong xâu s, nếu p không có mặt trong s hàm trả lại con trỏ NULL.

strncmp(s,p,n) : Hàm so sánh n kí tự đầu tiên của xâu s và p.

strncpy(s,p,n) : Hàm copy n kí tự đầu tiên từ xâu p vào xâu s.

strrev(str) : Hàm đảo xâu s theo thứ tự ngược lại.

2.5. Con trỏ (Pointer)

Con trỏ là biến chứa địa chỉ của một biến khác. Con trỏ được sử dụng rất nhiều trong C và được coi là thế mạnh trong biểu diễn tính toán và truy nhập gián tiếp các đối tượng.

2.5.1. Các phép toán trên con trỏ

Để khai báo con trỏ, chúng ta thực hiện theo cú pháp:

Kiểu_dữ_liệu * Biến_con_trỏ;

Vì con trỏ chứa địa chỉ của đối tượng nên có thể thâm nhập vào đối tượng "gián tiếp" thông qua con trỏ. Giả sử x là một biến kiểu int và px là con trỏ được khai báo:

```
int  x, *px;
```

Phép toán một ngôi & cho địa chỉ của đối tượng cho nên câu lệnh

px = &x;

sẽ gán địa chỉ của x cho biến px; px bây giờ được gọi là "trỏ tới" x. Phép toán & chỉ áp dụng được cho các biến và phần tử mảng; kết cấu kiểu &(x + 1) và &3 là không hợp lệ.

Phép toán một ngôi * coi đối tượng của nó là địa chỉ cần xét và thâm nhập tới địa chỉ đó để lấy ra nội dung của biến. Ví dụ, nếu y là int thì

y = *px;

sẽ gán cho y nội dung của biến mà px trỏ tới. Vậy dãy

px= &x;

y = *px;

sẽ gán giá trị của x cho y như trong lệnh

y = x;

Cũng cần phải khai báo cho các biến tham dự vào việc này:

int x, y;

int *px;

Khai báo của x và y là điều ta đã biết. Khai báo của con trỏ px có điểm mới

int *px;

có ngụ ý rằng tổ hợp *px có kiểu int. Con trỏ có thể xuất hiện trong các biểu thức. Chẳng hạn, nếu px trỏ tới số nguyên x thì *px có thể xuất hiện trong bất kì ngữ cảnh nào mà x có thể xuất hiện

y = *px + 1; sẽ đặt y lớn hơn x 1 đơn vị;

printf("%d \ n",*px); in ra giá trị hiện tại của x.

phép toán một ngôi * và & có mức ưu tiên cao hơn các phép toán số học, cho nên biểu thức này lấy bất kì giá trị nào mà px trỏ tới, cộng với 1 rồi gán cho y.

Con trỏ cũng có thể xuất hiện bên vế trái của phép gán. Nếu px trỏ tới x thì ***px = 0;** sẽ đặt x thành không và ***px += 1;** sẽ tăng x lên như trong trường hợp **(*px) + +;**

Các dấu ngoặc là cần thiết trong ví dụ cuối; nếu không có chúng thì biểu thức sẽ tăng px thay cho việc tăng ở chỗ nó trỏ tới, bởi vì phép toán một ngôi như * và + + được tính từ phải sang trái.

Cuối cùng, vì con trỏ là biến nên ta có thể thao tác chúng như đối với các biến khác. Nếu py là con trỏ nữa kiểu int, thì:

py = px; sẽ sao nội dung của px vào py, nghĩa là làm cho py trỏ tới nơi mà px trỏ. Ví dụ sau minh họa những thao tác truy nhập gián tiếp tới biến thông qua con trỏ.

Ví dụ 2.10. Thay đổi nội dung của hai biến a và b thông qua con trỏ.

```
#include      <stdio.h>
void main(void){
        int a = 5, b = 7; /* giả sử có hai biến nguyên a =5, b = 7*/
        int *px, *py;           /* khai báo hai con trỏ kiểu int */
        px = &a;      /* px trỏ tới x */
        printf("\n Nội dung con trỏ px =%d", *px);
        *px  = *px + 10; /* Nội dung của *px là 15*/
        /* con trỏ px đã thay đổi nội dung của a */
        printf("\n Giá trị của a = %d", a);
        px =  &b; /* px trỏ tới b */
        py = px;
        /* con trỏ py thay đổi giá trị của b thông qua con trỏ px*/
        *py  = *py + 10;
        printf("\n Giá trị của b=%d", b);
}
```

Kết quả thực hiện chương trình:

```
        Nội dung con trỏ px : 5
        Giá trị của a : 15
        Giá trị của b : 17
```

2.5.2. Con trỏ và đối của hàm

Để thay đổi trực tiếp nội dung của biến trong hàm thì đối của hàm phải là một con trỏ. Đối với những biến có kiểu cơ bản, chúng ta sử dụng toán tử &(tên_biến) để truyền địa chỉ của biến cho hàm như trong ví dụ đổi nội dung của biến x và biến y trong hàm swap(&x,&y) sau:

```
void swap(int *px, int *py) {
    int temp;
    temp = *px; *px = *py; *py = temp;
}
```

Con trỏ thông thường được sử dụng trong các hàm phải cho nhiều hơn một giá trị (có thể nói rằng swap cho hai giá trị, các giá trị mới thông qua đối của nó).

2.5.3. Con trỏ và mảng

Mảng trong C thực chất là một hằng con trỏ, do vậy, mọi thao tác đối với mảng đều có thể được thực hiện thông qua con trỏ. Khai báo

int a[10];

xác định mảng có kích thước 10 phần tử int, tức là một khối 10 đối tượng liên tiếp a[0], a[1],...a[9]. Cú pháp a[i] có nghĩa là phần tử của mảng ở vị trí thứ i kể từ vị trí đầu. Nếu pa là con trỏ tới một số nguyên, được khai báo là

int *pa;

thì phép gán

pa = &a[0];

sẽ đặt pa để trỏ tới phần tử đầu của a; tức là pa chứa địa chỉ của a[0]. Bây giờ phép gán

x = *pa;

sẽ sao nội dung của a[0] vào x.

Nếu pa trỏ tới một phần tử của mảng a thì theo định nghĩa pa + 1 sẽ trỏ tới phần tử tiếp theo và pa -i sẽ trỏ tới phần tử thứ i trước pa, pa + i sẽ trỏ tới phần tử thứ i sau pa. Vậy nếu pa trỏ tới a[0] thì

***(pa + 1)**

sẽ cho nội dung của a[1], pa+i là địa chỉ của a[i] còn *(pa + i) là nội dung của a[i].

Định nghĩa "cộng 1 vào con trỏ" và mở rộng cho mọi phép toán số học trên con trỏ được tăng theo tỉ lệ kích thước lưu trữ của đối tượng mà pa trỏ tới. Vậy trong pa + i, i sẽ được nhân với kích thước của kiểu dữ liệu mà pa trỏ tới trước khi được cộng vào pa.

Sự tương ứng giữa việc định chỉ số và phép toán số học trên con trỏ là rất chặt chẽ. Trong thực tế, việc tham trỏ tới mảng được trình biên dịch chuyển thành con trỏ tới điểm đầu của mảng. Kết quả là tên mảng chính là một biểu thức con trỏ. Vì tên mảng là đồng nghĩa với việc định vị phần tử thứ 0 của mảng a nên phép gán

pa = &a[0];

cũng có thể viết là

pa = a;

Điều cần chú ý là để tham trỏ tới a[i] có thể được viết dưới dạng *(a + i). Trong khi xử lý a[i], C chuyển tức khắc nó thành *(a + i); hai dạng này hoàn toàn là tương đương nhau. áp dụng phép toán & cho cả hai dạng này ta có &a[i] và (a + i) là địa chỉ của phần tử thứ i trong mảng a. Mặt khác, nếu pa là con trỏ thì các biểu thức có thể sử dụng nó kèm

thêm chỉ số: pa[i] đồng nhất với *(pa + i). Tóm lại, bất kì một mảng và biểu thức chỉ số nào cũng đều được viết như một con trỏ.

Có một sự khác biệt giữa tên mảng và con trỏ cần phải nhớ đó là : Con trỏ là một biến, nên pa = a và pa ++ đều là các phép toán đúng, còn tên mảng là một hằng chứ không phải là biến nên kết cấu kiểu a = pa hoặc a++ hoặc p = &a là không hợp lệ.

Khi truyền một tên mảng cho hàm thì tên của mảng là địa chỉ đầu của mảng, do vậy, tên mảng thực sự là con trỏ. Ta có thể dùng sự kiện này để viết ra bản mới của strlen, tính chiều dài của xâu kí tự.

```
int strlen( char * s) /*cho chiều dài của xâu s*/
{
    int n;
    for (n = 0; *s ! = '\ 0'; s + +)
        n + +;
    return(n);
 }
```

Việc tăng s là hoàn toàn hợp lệ vì s là biến con trỏ; s + + không ảnh hưởng tới xâu kí tự trong hàm gọi tới strlen mà chỉ làm tăng bản sao riêng của địa chỉ trong strlen.

Vì các tham biến hình thức trong định nghĩa hàm

char s[ ]; và **char *s;** là hoàn toàn tương đương. Khi truyền một tên mảng cho hàm, hàm có thể coi rằng nó xử lí hoặc mảng hoặc con trỏ là giống nhau. Nếu p và q trỏ tới các thành phần của cùng một mảng thì có thể áp dụng được các quan hệ như <, < =, > = v.v... chẳng hạn

p < q

là đúng, nếu p con trỏ tới thành phần đứng trước thành phần mà q trỏ tới trong mảng. Các quan hệ = = và != cũng áp dụng được. Có thể so sánh một con trỏ với giá trị NULL. Nhưng so sánh các con trỏ trỏ tới các mảng khác nhau sẽ không đưa lại kết quả mong muốn. Tiếp nữa, con trỏ và số nguyên có thể cộng hoặc trừ cho nhau như kết cấu

p + n

nghĩa là đối tượng thứ n sau đối tượng do p trỏ tới. Điều này đúng với bất kể loại đối tượng nào mà p được khai báo sẽ trỏ tới; trình biên dịch sẽ tính tỉ lệ n theo kích thước của các đối tượng do p trỏ tới, điều này được xác định theo khai báo của p. Chẳng hạn trên PC AT, nhân từ tỉ lệ là 1 đối với char, 2 đối với int và short, 4 cho long và float.

Phép trừ con trỏ cũng hợp lệ; nếu p và q trỏ tới các thành phần của cùng một mảng thì p - q là số phần tử giữa p và q. Dùng sự kiện này ta có thể viết ra một bản khác cho strlen:

```
/*cho độ dài xâu s*/
```

```
int strlen( char *s) {
        char *p = s;
        while (*p ! = '\ 0')
                p + +;
        return(p-s);
 }
```

Trong khai báo, p được khởi đầu là s, tức là trỏ tới kí tự đầu tiên. Chu trình while, kiểm tra lần lượt từng kí tự xem đã là '\ 0' chưa để xác định cuối xâu. Vì '\ 0' là 0 và vì while chỉ kiểm tra xem biểu thức có là 0 hay không nên có thể bỏ phép thử tường minh. Vậy ta có thể viết lại chu trình trên

```
while (*p)
        p + +;
```

Do p trỏ tới các kí tự nên p + + sẽ chuyển p để trỏ sang kí tự tiếp theo và p - s sẽ cho số các kí tự đã lướt qua, tức là độ dài của xâu. Ví dụ sau minh họa rõ hơn về phương pháp sử dụng con trỏ.

2.6. Con trỏ với mảng nhiều chiều

C không hạn chế số chiều của mảng nhiều chiều mặc dù trong thực tế có khuynh hướng sử dụng mảng con trỏ nhiều hơn. Trong mục này, ta sẽ đưa ra mối liên hệ giữa con trỏ và mảng nhiều.

Khi xử lý với các mảng nhiều chiều, thông thường lập trình viên thường đưa ra khai báo float A[3][3]; hoặc float A[N][N] với N được định nghĩa là cực đại của cấp ma trận vuông mà chúng ta cần giải quyết. Để tạo lập ma trận, chúng ta cũng có thể xây dựng thành hàm riêng :

```
Init_Matrix( float A[N][N], int n);
```

hoặc có thể khởi đầu trực tiếp ngay sau khi định nghĩa:

```
float   A[3][3] = {
                        {1      , 2      , 4},
                        {4      , 8      , 12},
                        {3      , -3     , 0 }
        }
hoặc    A[][3] = {
                        {1      , 2      , 4},
                        {4      , 8      , 12},
                        {3      , -3     , 0 }
```

}

Cả hai cách khởi đầu đều bắt buộc phải có chỉ số cột. Nhưng để thấy rõ được mối liên hệ giữa mảng nhiều chiều và con trỏ, chúng ta phải phân tích kỹ cấu trúc lưu trữ của bảng nhiều chiều.

Vì tên của mảng là địa chỉ của mảng đó trong bộ nhớ điều đó dẫn tới những kết quả như sau:

Địa chỉ của ma trận A[3][3] là A đồng thời là địa chỉ hàng thứ 0 đồng thời là địa chỉ của phần tử đầu tiên của ma trận:

Địa chỉ đầu của ma trận A là A = A[0] = *(A + 0) = & A[0][0] ;

Địa chỉ hàng thứ nhất: A[1] = *(A + 1) = &A[1][0];

Địa chỉ hàng thứ i : A[i] = *(A+i) = &A[i][0];

Địa chỉ phần tử A[i][j] = (*(A+i)) + j;

Nội dung phần tử A[i][j] = *(*(A+i)) + j);

Ví dụ 2.13: Kiểm chứng lại mối quan hệ giữa mảng nhiều chiều với con trỏ thông qua cấu trúc lưu trữ của nó trong bộ nhớ:

```
#include	<stdio.h>
#include	<alloc.h>
void main(void) {
	float	A[3][3] ; /* khai báo mảng hai chiều gồm 9 phần tử nguyên*/
	int i, j;
	/* Địa chỉ của các hàng*/
	for(i=0; i<3; i++)
		printf("\n Địa chỉ hàng thứ %d là :%p", i, A[i]);
	/* Địa chỉ hàng truy nhập thông qua con trỏ*/
	printf("\n Truy nhập bằng con trỏ :");
	for(i=0; i<3; i++)
		printf("\n Địa chỉ hàng thứ %d là :%p", i, *(A+i) );
	/*Địa chỉ các phần tử */
	for(i=0; i<3;i++){
		printf("\n");
		for(j=0;j<3;j++)
			printf("%10p",&A[i][j]);
	}
	/*Địa chỉ các phần tử truy nhập thông qua con trỏ*/
	printf("\n Truy nhập bằng con trỏ");
	for(i=0; i<3;i++){
		printf("\n");
		for(j=0;j<3;j++)
			printf("%10p", ( *( A+i ) ) + j );
```

```
    }

    getch();
}
```

Kết quả thực hiện chương trình:

```
Địa chỉ hàng thứ  0 =      FFD2
Địa chỉ hàng thứ  1 =      FFDE
Địa chỉ hàng thứ  2 =      FFEA
Truy nhập bằng con trỏ:
Địa chỉ hàng thứ  0 =      FFD2
Địa chỉ hàng thứ  1 =      FFDE
Địa chỉ hàng thứ  2 =      FFEA
Địa chỉ phần tử A[0][0]=    FFD2
Địa chỉ phần tử A[0][1]=    FFD6
Địa chỉ phần tử A[0][2]=    FFDA
Địa chỉ phần tử A[1][0]=    FFDE
Địa chỉ phần tử A[1][1]=    FFE2
Địa chỉ phần tử A[1][2]=    FFE6
Địa chỉ phần tử A[2][0]=    FFEA
Địa chỉ phần tử A[2][1]=    FFEE
Địa chỉ phần tử A[2][2]=    FFF2
Truy nhập bằng con trỏ:
Địa chỉ phần tử A[0][0]=    FFD2
Địa chỉ phần tử A[0][1]=    FFD6
Địa chỉ phần tử A[0][2]=    FFDA
Địa chỉ phần tử A[1][0]=    FFDE
Địa chỉ phần tử A[1][1]=    FFE2
Địa chỉ phần tử A[1][2]=    FFE6
Địa chỉ phần tử A[2][0]=    FFEA
Địa chỉ phần tử A[2][1]=    FFEE
Địa chỉ phần tử A[2][2]=    FFF2
```

Như vậy, truy nhập mảng nhiều chiều thông qua các phép toán của mảng cũng giống như truy nhập của mảng nhiều chiều thông qua con trỏ. C cung cấp cho người sử dụng một khai báo tương đương với mảng nhiều chiều. Đó là, thay vì khai báo float A[3][3] ; chúng ta có thể đưa ra khai báo tương đương float (*A)[3];

khai báo một con trỏ kiểu float có thể trỏ tới bảng gồm 3 phần tử float. Như vậy, những hàm được truyền vào các mảng nhiều chiều như :

Init_Matrix(float A[N][N], int n);

có thể được thay thế bằng:

Init_Matrix(float (*A)[N], int n);

Dấu (*A) là cần thiết vì dấu [] có thứ tự ưu tiên cao hơn dấu * và khi đó chương trình dịch sẽ hiểu float *A[N] thành một mảng gồm N con trỏ.

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

2.1. Viết chương trình tính giá trị đa thức P(x) tại điểm x_0.

2.2. Viết chương trình tình đạo hàm cấp n của đa thức P(x) bậc n.

2.3. Viết chương trình tính tổng hai đa thức P(x) bậc n và Q(x) bậc m.

2.4. Viết chương trình tính hiệu hai đa thức P(x) bậc n và Q(x) bậc m.

2.5. Viết chương trình tính tích hai đa thức P(x) bậc n và Q(x) bậc m.

2.6. Viết chương trình tính đa thức thương và đa thức phần dư của đa thức P(x) bậc n và Q(x) bậc m.

2.7. **Thuật toán cộng.** Sử dụng thuật toán cộng xây dựng chương trình cộng hai số nguyên a và b có biểu diễn nhị phân tương ứng là a = (a_1, a_2. . . , a_n), b=(b_1, b_2, . . ., b_n), 0< n≤ 80. Dữ liệu vào cho bởi file cong.inp, dòng đầu tiên ghi lại số tự nhiên a, dòng kế tiếp ghi lại số tự nhiên b. Kết quả ghi lại trong file cong.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file cong.in và cong.out. cong.in cong.out

1234 6912

5678

2.8. **Thuật toán nhân.** Sử dụng thuật toán cộng trong bài 2.7 xây dựng chương trình nhân hai số nguyên a và b có biểu diễn nhị phân tương ứng là a = (a1, a2. . . , an), b=(b1, b2, . . ., bn), 0< n≤ 80. Dữ liệu vào cho bởi file nhan.inp, kết quả ghi lại trong file nhan.out.

2.9. Xây dựng chương trình mô tả lại các phép toán cộng, nhân bằng tay. Dữ liệu vào cho bởi file pheptoan.inp, kết quả ghi lại trong file pheptoan.out.

2.10. Xây dựng tập các thao tác cộng, trừ, nhân, chia nguyên, lấy phần dư cho các số lớn. Dữ liệu vào cho bởi file solon.inp, kết quả ghi lại trong file solon.out.

2.11. Sử dụng thuật toán xác suất tìm số nguyên tố để tìm các số nguyên tố cực lớn có độ dài ít nhất là 512 số. (Bài tập không bắt buộc).

2.12. Bao đóng. Cho tập hợp U ⊆ [A. .Z] được gọi là tập thuộc tính, X ⊆ U . F là tập phụ thuộc hàm trên U được định nghĩa như sau:

F = { Z -> W với Z ⊆ U, W ⊆ U } . Kí hiệu -> được hiểu là dẫn được.

Ta gọi X^+ là bao đóng của tập thuộc tính X trên tập phụ thuộc hàm F được xây dựng theo thuật toán đệ qui sau:

i) $X^0 = X$

ii) $X^i = X^{i-1} \cup W$ với Z ⊆ U, W ⊆ U và Z ->W ∈ F

iii) Nếu $X^k = X^{k-1}$ thì $X^+ = X^k$ với mọi phép thử trên mỗi phụ thuộc hàm (mỗi phụ thuộc hàm được thử ít nhất một lần mà không bổ xung thêm được thuộc tính mới).

Cho file dữ liệu baodong.in được tổ chức như sau:

Dòng đầu tiên ghi lại một số tự nhiên N là số các phụ thuộc hàm trong tập phụ thuộc hàm F, dòng kế tiếp là một xâu kí tự ghi lại tập thuộc tính U, N dòng tiếp theo ghi các phụ thuộc hàm, mỗi phụ thuộc hàm được ghi trên một dòng, dòng cuối cùng là tập thuộc tính $X \subseteq U$.

Hãy tìm bao đóng của tập phụ thuộc hàm X và ghi lại kết quả vào file Baodong.out.

Ví dụ file baodong.in	Baodong.out
5	
ABCDEFGHIJ	ABCDEFGHIJ
A -> BCD	
BC-> CD	
E -> FGH	
EF->FGH	
AE -> IJ	
AE	

2.13. **Khoá.** Cho lược đồ quan hệ $\propto = < U, F>$ trong đó U là tập thuộc tính, F là tập phụ thuộc hàm, $K \subseteq U$. K được gọi là khoá của $\propto = < U, F>$ nếu:

a) Bao đóng của K bằng U ($K^+ = U$);

b) Với mọi thuộc tính $A \in K$ thì $(K\backslash A)^+ \neq U$.

Hãy tìm một khoá của lược đồ quan hệ $\propto = < U, F>$. Dữ liệu vào cho bởi file khoa.in, dòng đầu tiên ghi lại số tự nhiên n là số các phụ thuộc hàm, dòng kế tiếp ghi lại tập thuộc tính U, n dòng tiếp theo ghi lại các phụ thuộc hàm, mỗi phụ thuộc hàm được viết trên một dòng, vế trái và vế phải của mỗi phụ thuộc hàm được phân biệt với nhau bởi một hoặc vài ký tự rỗng. Kết quả ghi lại trong file khoa.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file khoa.in và khoa.out.

khoa.in	khoa.out
3	AE
ABCDEFGHIJ	
A BCD	
E EGH	

2.14. **Phủ.** Cho lược đồ quan hệ $\propto$ = < U, F> và $\propto$ = < U, G> . F được gọi là phủ của G nếu với mọi f: X-> Y $\in$ F thì $X^{+}_{G} \supseteq Y$ và với mọi g: X-> Y $\in$ G thì $X+F \supseteq Y$. Hãy kiểm tra tính tương đương của hai tập phụ thuộc hàm F/U và G/U. Dữ liệu vào cho bởi file phu.in, kết quả ghi lại trong file phu.out.

2.15. **Phủ tự nhiên.** Cho lược đồ quan hệ $\propto$ = < U, F>, và tập phụ thuộc hàm G/U. G được gọi là phủ tự nhiên của F nếu:

a) G là phủ của F;

b) Với mọi f:$X \rightarrow Y \in G$ thì $X \cap Y = \Phi$;

c) Với mọi $X \rightarrow Y$, $Z \rightarrow W \in F$ thì $X \neq Z$.

Hãy tìm một phủ tự nhiên của F. Dữ liệu vào cho bởi file Phutn.in, kết quả ghi lại trong file Phutn.out.

2.16. Phủ không dư. Cho lược đồ quan hệ $\propto$ = < U, F>, và tập phụ thuộc hàm G/U. G được gọi là phủ không dư của F nếu:

a) G là phủ của F;

b) Với mọi $g: X \rightarrow Y \in G$ thì { G \ g } không là phủ của G.

Xuất phát từ một phủ tự nhiên, hãy tìm một phủ không dư của F. Dữ liệu vào cho bởi file phukd.in, kết quả ghi lại trong file phukd.out.

2.17. Cho file dữ liệu dathuc.in được tổ chức như sau:

- Dòng đầu tiên ghi lại bốn số nguyên, n, m, x_o, l, mỗi số cách nhau bởi một và dấu trống;
- Dòng kế tiếp ghi lại n +1 số thực là hệ số của đa thức P(x) bậc n;
- Dòng thứ 3 ghi lại m + 1 số thực là hệ số của đa thức Q(x) bậc m.

Hãy viết chương trình đưa kết quả ra màn hình và ghi vào file dathuc.out với những thông tin sau:

- Tính giá trị của các đa thức $P(x_0)$, $Q(x_0)$ ghi ở dòng thứ nhất mỗi số cách nhau một hay và dấu trống;
- Tính đạo hàm cấp l <n, l<m của đa thức P(x), Q(x) và ghi vào trong File kết quả ở hai dòng kế tiếp;
- Dòng tiếp theo là đa thức tổng R(x) = P(x) + Q(x);
- Dòng tiếp theo là đa thức hiệu R(x) = P(x) - Q(x);
- Dòng tiếp theo là đa thức tích R(x) = P(x) / Q(x);

- Hai dòng cuối cùng là đa thức thương và đa thức phần dư của phép chia P(x)/Q(x).

Ví dụ về File dathuc.in:

```
3 2 1 1
1 3 3 1
1 2 1
```

dathuc.out

```
8 4
3 6 3
2 2
1 4 5 2
1 2 1 0
1 5 10 10 5 1
1 1
0 0
```

2.18. Cho ma trận A và cấp m × n. Hãy tìm tổng, hiệu của hai ma trận A và B.

2.19. Cho ma trận A cấp m×n và ma trận B cấp n×m. Hãy tính tích của hai ma trận A và B.

2.20. Cho File dữ liệu matrix.in được tổ chức theo khuôn dạng như sau:

- Dòng đầu tiên là một số tự nhiên n là cấp của ma trận vuông A;
- n dòng tiếp theo mỗi dòng ghi n số thực. Mỗi số thực được phân biệt với nhau bởi một hoặc vài kí tự trống là các phần tử A[i][j] của ma trận vuông A;

Hãy viết chương trình tìm hàng, cột hoặc đường chéo có tổng các phần tử là lớn nhất. Ghi kết quả hàng, cột hoặc đường chéo vào file matrix.out mỗi phần tử được phân biệt bởi một vài ký tự trống.

Ví dụ file matrix.in

```
3
1  2  4
4  8  12
3  -3  0
```

file matricx.out

```
4 8 12
```

2.21. Cho File dữ liệu matrix.in được tổ chức theo khuôn dạng như sau:

- Dòng đầu tiên là một số tự nhiên n là cấp của ma trận vuông A;
- n dòng tiếp theo mỗi dòng ghi n số thực. Mỗi số thực được phân biệt với nhau bởi một hoặc vài kí tự trống là các phần tử A[i][j] của ma trận vuông A;

Tìm định thức của A và ghi lại kết quả vào file matrix.out.

Ví dụ file matrix.in

```
3
1    2    4
4    8    12
3    -3   0
```

file matrix.out

```
-36
```

2.21. Cho File dữ liệu matrix.in được tổ chức theo khuôn dạng như sau:

- Dòng đầu tiên là một số tự nhiên n là cấp của ma trận vuông A;
- n dòng tiếp theo mỗi dòng ghi n số thực mỗi số thực được phân biệt với nhau bởi một hoặc vài kí tự trống là các phần tử A[i][j] của ma trận vuông A;

Hãy viết chương trình tìm ma trận nghịch đảo của ma trận vuông A. Ghi lại kết quả vào file matrix.in theo từng dòng. Trong trường hợp ma trận không tồn tại nghịch đảo ghi lại thông báo "Nghịch đảo không tồn tại".

Ví dụ file matrix.in

```
3
1    2    3
2    5    3
1    0    8
```

file matrix.out

```
-40   16    9
13    -5    -3
5     -2    -1
```

2.23. Cho File dữ liệu matrix.in được tổ chức theo khuôn dạng như sau:

- Dòng đầu tiên là một số tự nhiên n là cấp của ma trận vuông A;

- n dòng tiếp theo mỗi dòng ghi n + 1 số thực mỗi số thực được phân biệt với nhau bởi một hoặc vài kí tự trống là các phần tử A[i][j] của ma trận vuông A và hệ số của vector n thành phần B;

Hãy viết chương trình giải hệ phương trình tuyến tính thuần nhất n ẩn AX=B bằng phương pháp khử gaus. Nghiệm của hệ được ghi lại trong file matrix.out trên một dòng. Trong trường hợp hệ suy biến. Ghi lại thông báo "Hệ suy biến".

Ví dụ về file matrix.in

```
3
1    1    -1    1
2    -1    1    0
3    1    -2    1
```

file matrix.out

```
0.33    1.33    0.66
```

2.24. Ma trận nhị phân là ma trận mà các phần tử của nó hoặc bằng 0 hoặc bằng 1. Đối với ma trận nhị phân người ta định nghĩa các phép hợp, giao, nhân logic và luỹ thừa như sau:

- **Phép hợp.** Cho hai ma trận nhị phân cùng cấp $m \times n$, $A = \{ a_{ij} \}$, $B = \{ b_{ij} \}$ (i = 1, 2. ., m, j = 1,2, . ., n). Hợp của A với B cho ta ma trận $C = \{ c_{ij} \mid c_{ij} = a_{ij} \vee b_{ij} ; i = 1, 2, . . , m; j= 1, 2, . . , n\}$.

Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$C = A \vee B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

- Phép giao. Phép giao của hai ma trận A = {aij} và B = {bij} cùng cấp $m \times n$ ho ta một ma trận cùng cấp $C = \{ cij \mid cij = aij \wedge bij\}$; i = 1, 2, . . ., m; j = 1, 2, . . ., n.

Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$C = A \vee B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

- Phép nhân logic. Cho ma trận nhị phân A = {aij} cấp $m \times k$ và B = {bij } cấp $k \times n$. Ma trận $C = \{ cij \mid cij = (ai1 \wedge b1j) \vee (ai2 \wedge b2j) \vee . . . \vee (aik \wedge bkj)\}$ cấp $m \times n$ được gọi là ma trận tích logic của ma trận A với ma trận B và được ký hiệu là $C = A \Theta B$.

Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$C = A \Theta B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

- **Phép luỹ thừa logic bậc r.** Luỹ thừa logic bậc r của ma trận vuông nhị phân A, ký hiệu A[r] = A Θ A ΘA Θ . . .ΘA (r lần).

Bài toán : Cho hai ma trận vuông nhị phân cấp n A = $\{a_{ij}\}$ và B = $\{b_{ij}\}$. Hãy viết chương trình tính hợp, giao, nhân logic, và luỹ thừa bậc r của A và B.

2.25. Cho một bảng hình vuông gồm 5 x 5 hình vuông nhỏ. Trên mỗi ô ghi một chữ số thập phân như hình vẽ sau:

3	5	1	1	1
5	0	0	3	3
1	0	3	4	3
1	3	4	2	1
1	3	3	1	3

Các chữ số điền vào phải thoả mãn những yêu cầu sau:

Yêu cầu 1: 12 số bao gồm năm số năm chữ số theo từng dòng đọc từ trái sang phải, năm số năm chữ số theo từng cột đọc từ trên xuống dưới, hai số năm chữ số theo hai đường chéo đọc từ trái sang phải đều là các số nguyên tố với 5 chữ số có nghĩa. 12 số này không nhất thiết phải khác nhau.

Yêu cầu 2: Tổng các chữ số của mỗi số trong 12 số trên đều bằng nhau. Trong ví dụ trên, tổng các chữ số của mỗi số đều bằng 11.

Hãy viết chương trình thực hiện các công việc sau:

1- Nhập dữ liệu từ File ngto.in. Trong đó, dòng thứ nhất ghi số là tổng các chữ số của những số cần xây dựng, dòng thứ hai ghi chữ số ở góc bên trái hình vuông.

2- Tìm các lời giải có thể có ứng với dữ liệu vào đã nhập vào file ngto.out . Một lời giải là một mảng 5 x 5 ghi thành 5 dòng mỗi dòng 5 chữ số tương ứng với các hàng của hình vuông, hai lời giải được ghi cách nhau bởi một dòng trống, hai lời giải khác nhau nếu hai hình vuông có ít nhất một ô khác nhau. Trong ví dụ trên, ta có các file input& output như sau:

Ngto.in
```
11
3
```

ngto.out
```
3 5 1 1 1
5 0 0 3 3
1 0 3 4 3
1 3 4 2 1
```

CHƯƠNG 3. DUYỆT VÀ ĐỆ QUI

3.1. Định nghĩa bằng đệ qui

Trong thực tế, chúng ta gặp rất nhiều đối tượng mà khó có thể định nghĩa nó một cách tường minh, nhưng lại dễ dàng định nghĩa đối tượng qua chính nó. Kỹ thuật định nghĩa đối tượng qua chính nó được gọi là kỹ thuật đệ qui (recursion). Đệ qui được sử dụng rộng rãi trong khoa học máy tính và lý thuyết tính toán. Các giải thuật đệ qui đều được xây dựng thông qua hai bước: bước phân tích và bước thay thế ngược lại.

Ví dụ 3.1. Để tính tổng S(n) = 1 + 2 + . . .+ n, chúng ta có thể thực hiện thông qua hai bước như sau:

Bước phân tích:

- Để tính toán được S(n) trước tiên ta phải tính toán trước S(n-1) sau đó tính S(n) = S(n-1) +n.
- Để tính toán được S(n-1), ta phải tính toán trước S(n-2) sau đó tính S(n-1) = S(n-2) + n-1.
- . . . . . .
- Để tính toán được S(2), ta phải tính toán trước S(1) sau đó tính S(2) = S(1) + 2.
- Và cuối cùng S(1) chúng ta có ngay kết quả là 1

Bước thay thế ngược lại:

Xuất phát từ S(1) thay thế ngược lại chúng ta xác định S(n):

- S(1) = 1
- S(2) = S(1) + 2
- S(3) = S(2) + 3
- . . . . . .
- S(n) = S(n - 1) + n

Ví dụ 3.2. Định nghĩa hàm bằng đệ qui

Hàm f(n) = n!

Dễ thấy f(0) = 1.

Vì (n+1) ! = 1 . 2.3 . . . n(n+1) = n! (n+1), nên ta có:

f(n+1) = (n+1) . f(n) với mọi n nguyên dương.

Hàm $f(n) = a^n$

Vì $a^0 = 1$; $f(n+1) = a^{n+1} = a.a^n = a.\ f(n)$ nên f (n) = a. f(n) với mọi số thực a và số tự nhiên n.

Ví dụ 3.3. Tập hợp định nghĩa bằng đệ qui

Định nghĩa đệ qui tập các xâu : Giả sử Σ* là tập các xâu trên bộ chữ cái Σ. Khi đó Σ* được định nghĩa bằng đệ qui như sau:

- λ ∈ Σ*, trong đó λ là xâu rỗng
- wx ∈ Σ* nếu w ∈ Σ* và x ∈ Σ*

Ví dụ 3.4. Cấu trúc tự trỏ được định nghĩa bằng đệ qui

```
struct node {
        int infor;
        struct node *left;
        struct node *right;
};
```

3.2. Giải thuật đệ qui

Một thuật toán được gọi là đệ qui nếu nó giải bài toán bằng cách rút gọn bài toán ban đầu thành bài toán tương tự như vậy sau một số hữu hạn lần thực hiện. Trong mỗi lần thực hiện, dữ liệu đầu vào tiệm cận tới tập dữ liệu dừng.

Ví dụ: để giải quyết bài toán tìm ước số chung lớn nhất của hai số nguyên dương a và b với b > a, ta có thể rút gọn về bài toán tìm ước số chung lớn nhất của (b mod a) và a vì USCLN(b mod a, a) = USCLN(a,b). Dãy các rút gọn liên tiếp có thể đạt được cho tới khi đạt điều kiện dừng USCLN(0, a) = USCLN(a, b) = a. Sau đây là ví dụ về một số thuật toán đệ qui thông dụng.

Thuật toán 1: Tính a^n bằng giải thuật đệ qui, với mọi số thực a và số tự nhiên n.

```
double power( float a, int n ){
        if ( n ==0)
                return(1);
        return(a *power(a,n-1));
}
```

Thuật toán 2: Thuật toán đệ qui tính ước số chung lớn nhất của hai số nguyên dương a và b.

```
int  USCLN( int a, int b){
        if (a == 0)
                return(b);
        return(USCLN( b % a, a));
}
```

Thuật toán 3: Thuật toán đệ qui tính n!

```
long  factorial( int  n){
        if (n ==1)
                return(1);
```

```
        return(n * factorial(n-1));
    }
```

Thuật toán 4: Thuật toán đệ qui tìm kiếm nhị phân:

```
    int binary_search( float *A, int x, int i, int j){
        int  mid = ( i + j)/2;
        if (  x > A[mid] && i<mid)
            return(binary_search(A, x, mid +1,j);
        else if (x<A[mid] && j > mid)
            return(binary_search(A, x, i,mid-1);
        else if (x == A[mid])
            return(mid);
        return(-1);
    }
```

Thuật toán 5: Thuật toán đệ qui tính số fibonacci thứ n

```
    int  fibonacci( int n) {
        if (n==0)  return(0);
        else if (n ==1) return(1);
        return(fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2));
    }
```

3.3. Thuật toán sinh kế tiếp

Phương pháp sinh kế tiếp dùng để giải quyết bài toán liệt kê của lý thuyết tổ hợp. Thuật toán sinh kế tiếp chỉ được thực hiện trên lớp các bài toán thỏa mãn hai điều kiện sau:

- Có thể xác định được một thứ tự trên tập các cấu hình tổ hợp cần liệt kê, từ đó xác định được cấu hình đầu tiên và cấu hình cuối cùng.
- Từ một cấu hình bất kỳ chưa phải là cuối cùng, đều có thể xây dựng được một thuật toán để suy ra cấu hình kế tiếp.

Tổng quát, thuật toán sinh kế tiếp có thể được mô tả bằng thủ tục genarate, trong đó Sinh_Kế_Tiếp là thủ tục sinh cấu hình kế tiếp theo thuật toán sinh đã được xây dựng. Nếu cấu hình hiện tại là cấu hình cuối cùng thì thủ tục Sinh_Kế_Tiếp sẽ gán cho stop giá trị true, ngược lại cấu hình kế tiếp sẽ được sinh ra.

```
Procedure     generate;
    begin
        <Xây dựng cấu hình ban đầu>
        stop :=false;
```

```
        while not stop do
        begin
                <Đưa ra cấu hình đang có >;
                Sinh_Kế_Tiếp;
        end;
end;
```

Sau đây chúng ta xét một số ví dụ minh họa cho thuật toán sinh.

3.3.1. Bài toán liệt kê các tập con của tập n phần tử

Một tập hợp hữu hạn gồm n phần tử đều có thể biểu diễn tương đương với tập các số tự nhiên 1, 2, . . . n. Bài toán được đặt ra là: Cho một tập hợp gồm n phần tử X = { X_1, X_2, . ., X_n }, hãy liệt kê tất cả các tập con của tập hợp X.

Để liệt kê được tất cả các tập con của X, ta làm tương ứng mỗi tập $Y \subseteq X$ với một xâu nhị phân có độ dài n là B = { B_1, B_2, . . , B_n } sao cho $B_i = 0$ nếu $X_i \notin Y$ và $B_i = 1$ nếu $X_i \in Y$; như vậy, phép liệt kê tất cả các tập con của một tập hợp n phần tử tương đương với phép liệt kê tất cả các xâu nhị phân có độ dài n. Số các xâu nhị phân có độ dài n là 2^n. Bây giờ ta đi xác định thứ tự các xâu nhị phân và phương pháp sinh kế tiếp.

Nếu xem các xâu nhị phân b = { b_1, b_2, . . , b_n } như là biểu diễn của một số nguyên dương p(b). Khi đó thứ tự hiển nhiên nhất là thứ tự tự nhiên được xác định như sau:

Ta nói xâu nhị phân b = { b_1, b_2, . . , b_n } có thứ tự trước xâu nhị phân b' = { b'_1, b'_2, . . , b'_n } và kí hiệu là b<b' nếu p(b) < p(b'). Ví dụ với n= 4: chúng ta có $2^4 = 16$ xâu nhị phân (tương ứng với 16 tập con của tập gồm n phần tử) được liệt kê theo thứ tự từ điển như sau:

b	p(b)
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	2
0 1 1	3
1 0 0	4
1 0 1	5
1 1 0	6
1 1 1	7

Từ đây ta xác định được xâu nhị phân đầu tiên là 00. .00 và xâu nhị phân cuối cùng là 11..11. Quá trình liệt kê dừng khi ta được xâu nhị phân 1111. Xâu nhị phân kế tiếp là biểu diễn nhị phân của giá trị xâu nhị phân trước đó cộng thêm 1 đơn vị. Từ đó ta nhận được qui tắc sinh kế tiếp như sau:

- Tìm chỉ số i đầu tiên theo thứ tự i = n, n-1, . ., 1 sao cho $b_i = 0$.
- Gán lại $b_i = 1$ và $b_j = 0$ với tất cả j>i. Dãy nhị phân thu được là dãy cần tìm

Thuật toán sinh xâu nhị phân kế tiếp

```
void Next_Bit_String( int *B, int n ){
        i = n;
        while (b_i ==1 ) {
                b_i = 0
                i = i-1;
        }
        b_i = 1;
}
```

Sau đây là văn bản chương trình liệt kê các xâu nhị phân có độ dài n:

```
#include <stdio.h>
#define MAX 100
#define TRUE        1
#define FALSE       0
int       Stop, count;
void Init(int *B, int n){
        int i;
        for(i=1; i<=n ;i++)
                B[i]=0;
        count =0;
}
void Result(int *B, int n){
        int i;count++;
        printf("\n Xau nhi phan thu %d:",count);
        for(i=1; i<=n;i++)
                        printf("%3d", B[i]);

}
void Next_Bits_String(int *B, int n){
        int i = n;
        while(i>0 && B[i]){
                        B[i]=0; i--;
         }
         if(i==0 )
                Stop=TRUE;
         else
                B[i]=1;

}
void Generate(int *B, int n){
```

```
        int i;
        Stop = FALSE;
        while (!Stop) {
                Result(B,n);
                Next_Bits_String(B,n);
        }
}
void main(void){
        int i, *B, n;clrscr();
        printf("\n Nhap n=");scanf("%d",&n);
        B =(int *) malloc(n*sizeof(int));
        Init(B,n);Generate(B,n);free(B);getch();
}
```

3.3.2. Bài toán liệt kê tập con m phần tử của tập n phần tử

Bài toán: Cho tập hợp X = { 1, 2, . ., n }. Hãy liệt kê tất cả các tập con m < n phần tử của X.

Mỗi tập con m phần tử của X có thể biểu diễn như một bộ có thứ tự

$a = (a_1, a_2, .., a_m)$ thoả mãn $1 <= a_1 < a_2 < ..< a_m <= n$

Trên các tập con m phần tử của X, ta định nghĩa thứ tự của các tập con như sau:

Ta nói tập con $a = (a_1, a_2, .., a_m)$ có thứ tự trước tập $a' = (a'_1, a'_2, .., a'_m)$ theo thứ tự từ điển và kí hiệu a < a' nếu tìm được chỉ số k sao cho:

$a_1 = a'_1 , a_2 = a'_2 .., a_{k-1} = a'_{k-1} , a_k < a'_k$

Ví dụ X = { 1, 2, 3, 4, 5 }, n = 5, m = 3. Các tập con 3 phần tử của X được liệt kê theo thứ tự từ điển như sau:

1	2	3
1	2	4
1	2	5
1	3	4
1	3	5
1	4	5
2	3	4
2	3	5
2	4	3
3	4	5

Như vậy, tập con đầu tiên là 1 , 2, . ., m. Tập con cuối cùng là n-m+1, n-m+2, . ., n. Giả sử ta có tập con chưa phải là cuối cùng (nhỏ hơn so với tập con n-m+1, n-m+2, . ., n), khi đó tập con kế tiếp của a được sinh bởi các qui tắc biến đổi sau:

- Tìm từ bên phải dãy $a_1, a_2, .., a_m$ phần tử $a_i \neq$ n-m+i,

- Thay thế $a_i = a_i + 1$;
- Thay a_j bởi $a_i + j - i$, với $j = i+1, i+2, . ., m$.

Với qui tắc sinh như trên, chúng ta có thể mô tả bằng thuật toán sau:

Thuật toán liệt kê tập con kế tiếp m phần tử của tập n phần tử:

```
void Next_Combination( int *A, int m){
        i = m;
        while ( a_i == m-n+i)
                i = i -1;
        a_i = a_i + 1;
        for ( j = i+1; j <=m; j++)
                a_j = a_i + j - i;
}
```

Văn bản chương trình liệt kê tập các tập con m phần tử của tập n phần tử được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#define TRUE 1
#define FALSE 0
#define MAX 100
int n, k, count, C[MAX], Stop;
void Init(void){
        int i;
        printf("\n Nhap n="); scanf("%d", &n);
        printf("\n Nhap k="); scanf("%d", &k);
        for(i=1; i<=k; i++)
                C[i]=i;
}
void Result(void){
        int i;count++;
        printf("\n Tap con thu %d:", count);
        for(i=1; i<=k; i++)
                printf("%3d", C[i]);
}
void Next_Combination(void){
        int i, j;          i = k;
        while(i>0 && C[i]==n-k+i)
                i--;
        if(i>0) {
                C[i]= C[i]+1;
                for(j=i+1; j<=k; j++)
                        C[j]=C[i]+j-i;
        }
```

```
        else Stop = TRUE;
}
void Combination(void){
        Stop=FALSE;
        while (!Stop){Result();
                Next_Combination();
        }
}
void main(void){
        clrscr(); Init();Combination();getch();
}
```

3.3.3. Bài toán liệt kê các hoán vị của tập n phần tử

Bài toán: Cho tập hợp X = { 1, 2, . ., n }. Hãy liệt kê tất cả các hoán vị của X.

Mỗi hoán vị n phần tử của tập hợp X có thể biểu diễn bởi bộ có thứ tự gồm n thành phần $a = (a_1, a_2, .., a_n)$ thoả mãn:

$a_i \in X$; i = 1, 2, . ., n; $a_p \neq a_q$ nếu $p \neq q$.

Trên tập có thứ tự các hoán vị n phần tử của X, ta định nghĩa thứ tự của các hoán vị đó như sau:

Hoán vị $a = (a_1, a_2, .., a_n)$ được gọi là có thứ tự trước hoán vị $a' = (a'_1, a'_2, .., a'_n)$ và kí hiệu a <a' nếu tìm được chỉ số k sao cho:

$a_1 = a'_1$, $a_2 = a'_2$, . ., $a_{k-1} = a'_{k-1}$, $a_k < a'_k$

Ví dụ X= { 1, 2, 3} khi đó các hoán vị của 3 phần tử được sắp xếp theo thứ tự từ điển như sau:

1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

Như vậy, hoán vị đầu tiên là 1, 2, . .,n, hoán vị cuối cùng là n, n-1,. .1. Giả sử hoán vị $a = (a_1, a_2, .., a_n)$ chưa phải là hoán vị cuối cùng, khi đó hoán vị kế tiếp của a được sinh bởi qui tắc sau:

- Tìm từ phải qua trái hoán vị có chỉ số j đầu tiên thoả mãn $a_j < a_{j+1}$ hay j là chỉ số lớn nhất để $a_j < a_{j+1}$;
- Tìm a_k là số nhỏ nhất còn lớn hơn a_j trong các số ở bên phải a_j;

- Đổi chỗ a_j cho a_k;
- Lật ngược lại đoạn từ a_{j+1}, . ., a_n.

Thuật toán sinh hoán vị kế tiếp:

```
void Next_Permutation( int *A, int n){
        int j, k, r, s, temp;
        j = n;
        while (aj > aj +1 )      j = j -1;
        k = n;
        while (aj > ak ) k= k - 1;
        temp =aj;  aj = ak; ak = temp;
        r = j + 1; s = n;
        while ( r < s) {
                temp = ar; ar = as; as = temp;
                r = r +1;        s = s - 1;
        }
}
```

Văn bản chương trình liệt kê các hoán vị của tập hợp gồm n phần tử như sau:

```
#include <stdio.h>
#define MAX         20
#define TRUE        1
#define         FALSE       0
int P[MAX], n, count, Stop;
void Init(void){
        int i;count =0;
        printf("\n Nhap n=");scanf("%d", &n);
        for(i=1; i<=n; i++)
                P[i]=i;
}
void Result(void){
        int i;count++;
        printf("\n Hoan vi %d:",count);
        for(i=1; i<=n;i++)
                printf("%3d",P[i]);
}
void Next_Permutaion(void){
        int j, k, r, s, temp;
        j = n-1;
        while(j>0 && P[j]>P[j+1])
                j--;
        if(j==0)
                Stop=TRUE;
        else {
```

```
                k=n;
                while(P[j]>P[k]) k--;
                temp = P[j]; P[j]=P[k]; P[k]=temp;
                r=j+1; s=n;
                while(r<s){
                        temp=P[r];P[r]=P[s]; P[s]=temp;
                        r++; s--;
                }
        }
}
void Permutation(void){
        Stop = FALSE;
        while (!Stop){
                Result();
                Next_Permutaion();
        }
}
void main(void){
        Init();clrscr(); Permutation();getch();
}
```

3.3.4. Bài toán chia số tự nhiên n thành tổng các số nhỏ hơn

Bài toán: Cho n là số nguyên dương. Một cách phân chia số n là biểu diễn n thành tổng các số tự nhiên không lớn hơn n. Chẳng hạn 8 = 2 + 3 + 2.

Hai cách chia được gọi là đồng nhất nếu chúng có cùng các số hạng và chỉ khác nhau về thứ tự sắp xếp. Bài toán được đặt ra là, cho số tự nhiên n, hãy duyệt mọi cách phân chia số n.

Chọn cách phân chia số $n = b_1 + b_2 + \ldots + b_k$ với $b_1 > b_2 > \ldots > b_k$, và duyệt theo trình tự từ điển ngược. Chẳng hạn với n = 5, chúng ta có thứ tự từ điển ngược của các cách phân chia như sau:

5
4 1
3 2
3 1 1
2 2 1
2 1 1 1

1 1 1 1 1

Như vậy, cách chia đầu tiên chính là n. Cách chia cuối cùng là dãy n số 1. Bây giờ chúng ta chỉ cần xây dựng thuật toán sinh kế tiếp cho mỗi cách phân chia chưa phải là cuối cùng.

Thuật toán sinh cách phân chia kế tiếp:

```
void Next_Division(void){
        int i, j, R, S, D;
        i = k;
        while(i>0 && C[i]==1)i--;
        if(i>0){
                C[i] = C[i]-1; D = k - i +1;
                R = D / C[i];  S = D % C[i];
                k = i;
                if(R>0){
                        for(j=i+1; j<=i+R; j++)
                                C[j] = C[i];
                        k = k+R;
                }
                if(S>0){
                        k=k+1; C[k] = S;
                }
        }
        else Stop=TRUE;
}
```

Văn bản chương trình được thể hiện như sau:

```
#include        <stdio.h>
#define MAX 100
#define TRUE 1
#define FALSE 0
int n, C[MAX], k, count, Stop;
void Init(void){
        printf("\n Nhap n="); scanf("%d", &n);
        k=1;count=0; C[k]=n;
}
void Result(void){
        int i; count++;
        printf("\n Cach chia %d:", count);
        for(i=1; i<=k; i++)
                printf("%3d", C[i]);
}
```

```
void Next_Division(void){
        int i, j, R, S, D;
        i = k;
        while(i>0 && C[i]==1)
                i--;
        if(i>0){
                C[i] = C[i]-1;
                D = k - i +1;
                R = D / C[i];
                S = D % C[i];
                k = i;
                if(R>0){
                        for(j=i+1; j<=i+R; j++)
                                C[j] = C[i];
                        k = k+R;
                }
                if(S>0){
                        k=k+1; C[k] = S;
                }
        }
        else Stop=TRUE;
}
void Division(void){
        Stop = FALSE;
        while (!Stop){
                Result();
                Next_Division();
        }
}
void main(void){
        clrscr(); Init(); Division(); getch();
}
```


3.4. Thuật toán quay lui (Back track)

Phương pháp sinh kế tiếp có thể giải quyết được các bài toán liệt kê khi ta nhận biết được cấu hình đầu tiên của bài toán. Tuy nhiên, không phải cấu hình sinh kế tiếp nào cũng được sinh một cách đơn giản từ cấu hình hiện tại, ngay kể cả việc phát hiện cấu hình ban đầu cũng không phải dễ tìm vì nhiều khi chúng ta phải chứng minh sự tồn tại của cấu hình. Do vậy, thuật toán sinh kế tiếp chỉ giải quyết được những bài toán liệt kê đơn giản.

Để giải quyết những bài toán tổ hợp phức tạp, người ta thường dùng thuật toán quay lui (Back Track) sẽ được trình bày dưới đây.

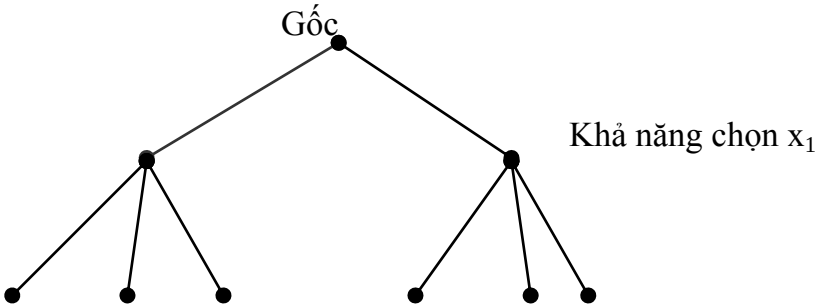
Nội dung chính của thuật toán này là xây dựng dần các thành phần của cấu hình bằng cách thử tất cả các khả năng. Giả sử cần phải tìm một cấu hình của bài toán x = (x_1, x_2, . ., x_n) mà i-1 thành phần x_1, x_2, . ., x_{i-1} đã được xác định, bây giờ ta xác định thành phần thứ i của cấu hình bằng cách duyệt tất cả các khả năng có thể có và đánh số các khả năng từ 1 . .n_i. Với mỗi khả năng j, kiểm tra xem j có chấp nhận được hay không. Khi đó có thể xảy ra hai trường hợp:

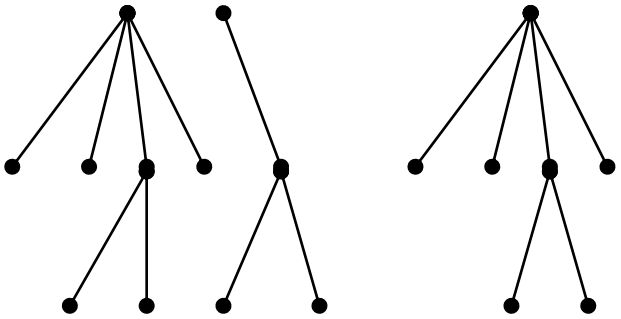
- Nếu chấp nhận j thì xác định x_i theo j, nếu i=n thì ta được một cấu hình cần tìm, ngược lại xác định tiếp thành phần x_{i+1}.
- Nếu thử tất cả các khả năng mà không có khả năng nào được chấp nhận thì quay lại bước trước đó để xác định lại x_{i-1}.

Điểm quan trọng nhất của thuật toán là phải ghi nhớ lại mỗi bước đã đi qua, những khả năng nào đã được thử để tránh sự trùng lặp. Để nhớ lại những bước duyệt trước đó, chương trình cần phải được tổ chức theo cơ chế ngăn xếp (Last in first out). Vì vậy, thuật toán quay lui rất phù hợp với những phép gọi đệ qui. Thuật toán quay lui xác định thành phần thứ i có thể được mô tả bằng thủ tục Try(i) như sau:

```
void Try( int i ) {
int     j;
        for ( j = 1; j < ni; j ++) {
                if ( <Chấp nhận j >) {
                        <Xác định xi theo j>
                        if (i==n)
                                <Ghi nhận cấu hình>;
                        else    Try(i+1);
                }
        }
}
```

Có thể mô tả quá trình tìm kiếm lời giải theo thuật toán quay lui bằng cây tìm kiếm lời giải sau:





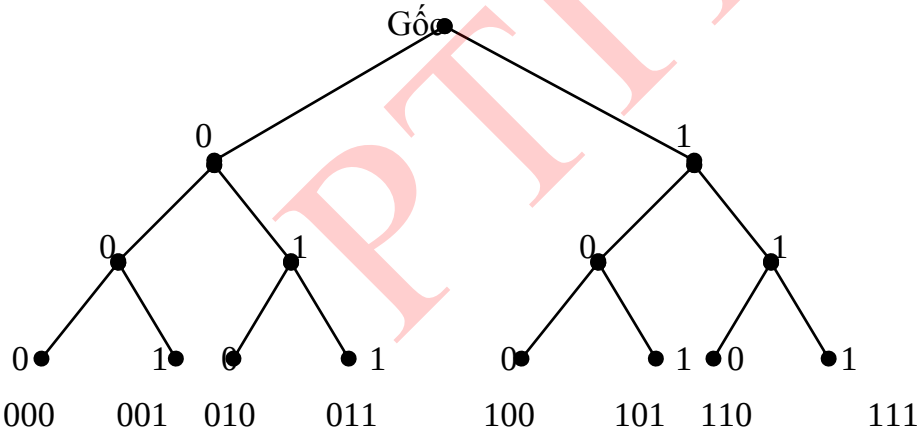
Khả năng chọn x_2 với x_1 đã chọn

Khả năng chọn x_3 với x_1, x_2 đã chọn

Hình 3.1. Cây liệt kê lời giải theo thuật toán quay lui.

3.4.1. Thuật toán quay lui liệt kê các xâu nhị phân độ dài n

Biểu diễn các xâu nhị phân dưới dạng $b_1, b_2, \ldots, b_n$, trong đó $bi \in \{0, 1\}$. Thủ tục đệ qui Try(i) xác định bi với các giá trị đề cử cho bi là 0 và 1. Các giá trị này mặc nhiên được chấp nhận mà không cần phải thoả mãn điều kiện gì (do đó bài toán không cần đến biến trạng thái). Thủ tục Init khởi tạo giá trị n và biến đếm count. Thủ tục kết quả in ra dãy nhị phân tìm được. Chẳng hạn với n =3 , cây tìm kiếm lời giải được thể hiện như hình 3.2.



(Hình 3.2. Cây tìm kiếm lời giải liệt kê dãy nhị phân độ dài 3)

Văn bản chương trình liệt kê các xâu nhị phân có độ dài n sử dụng thuật toán quay lui được thực hiện như sau:

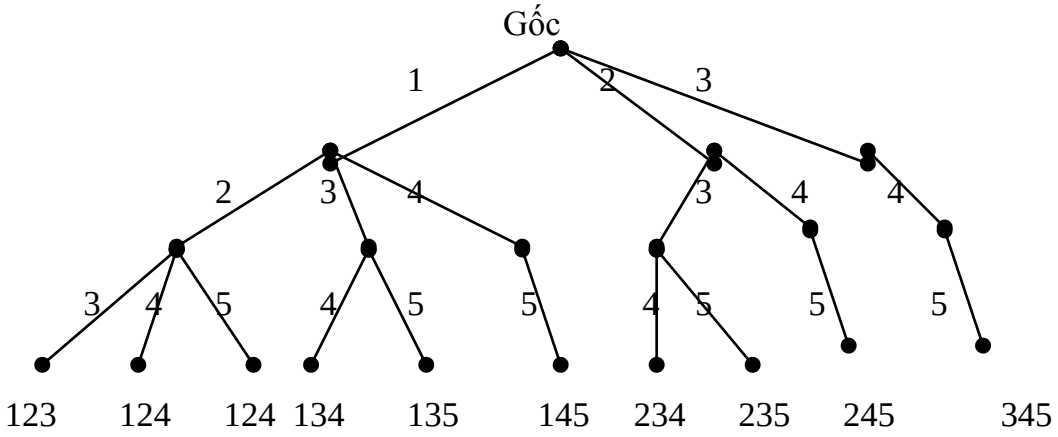
```
#include <stdio.h>
#include <alloc.h>
#include  <conio.h>
#include <stdlib.h>
void Result(int *B, int n){
        int i;
        printf("\n ");
        for(i=1;i<=n;i++)
```

```
                printf("%3d",B[i]);
}
void Init(int *B, int n){
        int i;
        for(i=1;i<=n;i++)
                B[i]=0;
}
void Try(int i, int *B, int n){
        int j;
        for(j=0; j<=1;j++){
                B[i]=j;
                if(i==n) {
                        Result(B,n);
                }
                else Try(i+1, B, n);
        }
}
void main(void){
        int *B,n;clrscr();
        printf("\n Nhap n=");scanf("%d",&n);
        B=(int *) malloc(n*sizeof(int));
        Init(B,n); Try(1,B,n);free(B);
        }
```

3.4.2. Thuật toán quay lui liệt kê các tập con m phần tử của tập n phần tử

Biểu diễn tập con k phần tử dưới dạng $c_1, c_2, . ., c_k$, trong đó $1< c_1<c_2 . .\leq n$. Từ đó suy ra các giá trị đề cử cho ci là từ $c_{i-1} + 1$ cho đến n - k + i. Cần thêm vào $c_0 = 0$. Các giá trị đề cử này mặc nhiên được chấp nhận mà không cần phải thêm điều kiện gì. Các thủ tục Init, Result được xây dựng như những ví dụ trên.

Cây tìm kiếm lời giải bài toán liệt kê tập con k phần tử của tập n phần tử với n=5, k=3 được thể hiện như trong hình 3.3.



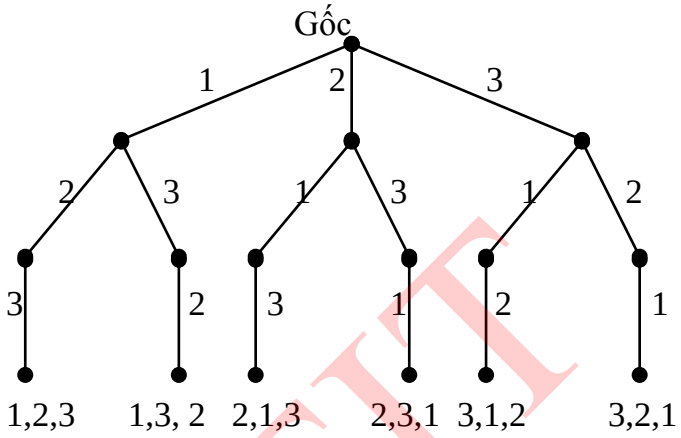
Hình 3.3. Cây liệt kê tổ hợp chập 3 từ {1, 2, 3, 4, 5 }

Chương trình liệt kê các tập con k phần tử trong tập n phần tử được thể hiện như sau:

```
#include <conio.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define MAX          100
int B[MAX], n, k, count=0;
void Init(void){
        printf("\n Nhap n="); scanf("%d", &n);
        printf("\n Nhap k="); scanf("%d", &k);
        B[0]=0;
}
void Result(void){
        int i;count++;
        printf("\n Tap thu %d:",count);
        for(i=1; i<=k; i++)   printf("%3d", B[i]);
}
void Try(int i){
        int j;
        for(j=B[i-1]+1;j<=(n-k+i); j++){
                B[i]=j;
                if(i==k) Result();
                else Try(i+1);
        }
}
void main(void){
        clrscr();Init();Try(1);
}
```


3.4.3. Thuật toán quay lui liệt kê các hoán vị của tập n phần tử

Biểu diễn hoán vị dưới dạng $p_1, p_2, .., p_n$, trong đó p_i nhận giá trị từ 1 đến n và $p_i \neq p_j$ với $i \neq j$. Các giá trị từ 1 đến n lần lượt được đề cử cho p_i, trong đó giá trị j được chấp nhận nếu nó chưa được dùng. Vì vậy, cần phải ghi nhớ với mỗi giá trị j xem nó đã được dùng hay chưa. Điều này được thực hiện nhờ một dãy các biến logic b_j, trong đó b_j = true nếu j chưa được dùng. Các biến này phải được khởi đầu giá trị true trong thủ tục Init. Sau khi gán j cho p_i , cần ghi nhận false cho b_j và phải gán true khi thực hiện xong Result hay Try(i+1). Các thủ tục còn lại giống như ví dụ 1, 2. Hình 3.4 mô tả cây tìm kiếm lời giải bài toán liệt kê hoán vị của 1, 2, . ., n với n = 3.



(Hình 3.4. Cây tìm kiếm lời giải bài toán liệt kê hoán vị của {1,2,3})

Sau đây là chương trình giải quyết bài toán liệt kê các hoán vị của 1, 2, . ., n.

```
#include      <stdio.h>
#include      <conio.h>
#include      <stdlib.h>
#define MAX 100
#define TRUE 1
#define FALSE 0
int P[MAX],B[MAX], n, count=0;
void Init(void){
        int i;
        printf("\n Nhap n="); scanf("%d", &n);
        for(i=1; i<=n; i++)
                B[i]=TRUE;

}
void Result(void){
        int i; count++;
        printf("\n Hoan vi thu %d:",count);
        for (i=1; i<=n; i++)
                printf("%3d",P[i]);
```

```
        getch();
}
void Try(int i){
        int j;
        for(j=1; j<=n;j++){
                if(B[j]) {
                        P[i]=j;
                        B[j]=FALSE;
                        if(i==n) Result();
                        else Try(i+1);
                        B[j]=TRUE;
                }
        }
}
void main(void){
        Init(); Try(1);
}
```

3.4.4. Bài toán Xếp Hậu

Bài toán: Liệt kê tất cả các cách xếp n quân hậu trên bàn cờ n x n sao cho chúng không ăn được nhau.

Bàn cờ có n hàng được đánh số từ 0 đến n-1, n cột được đánh số từ 0 đến n-1; Bàn cờ có n*2 -1 đường chéo xuôi được đánh số từ 0 đến 2*n -2, 2 *n -1 đường chéo ngược được đánh số từ 2*n -2. Ví dụ: với bàn cờ 8 x 8, chúng ta có 8 hàng được đánh số từ 0 đến 7, 8 cột được đánh số từ 0 đến 7, 15 đường chéo xuôi, 15 đường chéo ngược được đánh số từ 0 . .15.

Vì trên mỗi hàng chỉ xếp được đúng một quân hậu, nên chúng ta chỉ cần quan tâm đến quân hậu được xếp ở cột nào. Từ đó dẫn đến việc xác định bộ n thành phần x_1, x_2, . ., x_n, trong đó x_i = j được hiểu là quân hậu tại dòng i xếp vào cột thứ j. Giá trị của i được nhận từ 0 đến n-1; giá trị của j cũng được nhận từ 0 đến n-1, nhưng thoả mãn điều kiện ô (i,j) chưa bị quân hậu khác chiếu đến theo cột, đường chéo xuôi, đường chéo ngược.

Việc kiểm soát theo hàng ngang là không cần thiết vì trên mỗi hàng chỉ xếp đúng một quân hậu. Việc kiểm soát theo cột được ghi nhận nhờ dãy biến logic a_j với qui ước a_j=1 nếu cột j còn trống, cột a_j=0 nếu cột j không còn trống. Để ghi nhận đường chéo xuôi và đường chéo ngược có chiếu tới ô (i,j) hay không, ta sử dụng phương trình i + j = const và i - j = const, đường chéo thứ nhất được ghi nhận bởi dãy biến b_j, đường chéo thứ 2 được ghi nhận bởi dãy biến c_j với qui ước nếu đường chéo nào còn trống thì giá trị tương ứng của nó là 1 ngược lại là 0. Như vậy, cột j được chấp nhận khi cả 3 biến a_j, b_{i+j}, c_{i+j} đều có giá trị 1. Các biến này phải được khởi đầu giá trị 1 trước đó, gán lại giá trị 0 khi xếp xong quân hậu thứ i và trả lại giá trị 1 khi đưa ra kết quả.

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <stdlib.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>
#define N      8
#define        D       (2*N-1)
#define        SG      (N-1)
#define        TRUE 1
#define        FALSE        0
void hoanghau(int);
void inloigiai(int      loigiai[]);FILE *fp;
int      A[N], B[D], C[D], loigiai[N];
int soloigiai =0;
void hoanghau(int i){
        int j;
        for (j=0; j<N;j++){
                if (A[j] && B[i-j+SG] && C[i+j] ) {
                        loigiai[i]=j;
                        A[j]=FALSE;
                        B[i-j+SG]=FALSE;
                        C[i+j]=FALSE;
                        if (i==N-1){
                                soloigiai++;
                                inloigiai(loigiai);
                                delay(500);
                        }
                        else
                                hoanghau(i+1);
                        A[j]=TRUE;
                        B[i-j+SG]=TRUE;
                        C[i+j]=TRUE;
                }
        }
}
void inloigiai(int *loigiai){
        int j;
                printf("\n Lời giải %3d:",soloigiai);
                fprintf(fp,"\n Lời giải %3d:",soloigiai);
                for (j=0;j<N;j++){
                        printf("%3d",loigiai[j]);
                  fprintf(fp,"%3d",loigiai[j]);
                }
}
void main(void){
```

```
        int i;clrscr();fp=fopen("loigiai.txt","w");
        for (i=0;i<N;i++)
                A[i]=TRUE;
        for(i=0;i<D; i++){
                B[i]=TRUE;
                C[i]=TRUE;
        }
        hoanghau(0);fclose(fp);
}
```

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

3.1. Duyệt mọi tập con của tập hợp 1, 2, . . ., n. Dữ liệu vào cho bởi file tapcon.in, kết quả ghi lại trong file bai11.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file tapcon.in và tapcon.out.

tapcon.in	tapcon.out
3	1
	2
	2 1
	3
	3 1
	3 2
	3 2 1

3.2. Tìm tập con dài nhất có thứ tự tăng dần, giảm dần. Cho dãy số $a_1, a_2, . . ., a_n$. Hãy tìm dãy con dài nhất được sắp xếp theo thứ tự tăng hoặc giảm dần. Dữ liệu vào cho bởi file tapcon.in, dòng đầu tiên ghi lại số tự nhiên n (n≤100), dòng kế tiếp ghi lại n số, mỗi số được phân biệt với nhau bởi một hoặc vài ký tự rỗng. Kết quả ghi lại trong file tapcon.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file tapcon.in và tapcon.out.

tapcon.in	tapcon.out
5	5
7 1 3 8 9 6 12	1 3 8 9 12

3.3. Duyệt các tập con thoả mãn điều kiện. Cho dãy số $a_1, a_2, . . ., a_n$ và số M. Hãy tìm tất cả các dãy con dãy con trong dãy số $a_1, a_2, . . ., a_n$ sao cho tổng các phần tử trong dãy con đúng bằng M. Dữ liệu vào cho bởi file tapcon.in, dòng đầu tiên ghi lại hai số tự nhiên N và số M (N≤100), dòng kế tiếp ghi lại N số mỗi số được phân biệt với nhau bởi một và dấu trống. Kết quả ghi lại trong file tapcon.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file tapcon.in và tapcon.out

tapcon.in
7 50
5 10 15 20 25 30 35

tapcon.out

20 30

15 35

10 15 25

5 20 25

5 15 30

5 10 35

5 10 15 20

3.4. Cho lưới hình chữ nhật gồm (n×m) hình vuông đơn vị. Hãy liệt kê tất cả các đường đi từ điểm có tọa độ (0, 0) đến điểm có tọa độ (n×m). Biết rằng, điểm (0, 0) được coi là đỉnh dưới của hình vuông dưới nhất góc bên trái, mỗi bước đi chỉ được phép thực hiện hoặc lên trên hoặc xuống dưới theo cạnh của hình vuông đơn vị. Dữ liệu vào cho bởi file bai14.inp, kết quả ghi lại trong file bai14.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file bai14.in và bai14.out.

bai14.in

2 2

bai14.out

0 0 1 1

0 1 0 1

0 1 1 0

1 0 0 1

1 0 1 0

1 1 0 0

3.5. Duyệt mọi tập con k phần tử từ tập gồm n phần tử. Dữ liệu vào cho bởi file tapcon.in, kết quả ghi lại trong file tapcon.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho tapcon.in và tapcon.out.

tapcon.in

5 3

tapcon.out

1 2 3

1 2 4

1 2 5

1 3 4
1 3 5
1 4 5
2 3 4
2 3 5
2 4 5
3 4 5

3.6. Duyệt các tập con k phần tử thỏa mãn điều kiện. Cho dãy số a_1, a_2, . . ., a_n và số M. Hãy tìm tất cả các dãy con dãy con k phần tử trong dãy số a_1, a_2, . . ., a_n sao cho tổng các phần tử trong dãy con đúng bằng M. Dữ liệu vào cho bởi file tapcon.in, dòng đầu tiên ghi lại số tự nhiên n , k và số M, hai số được viết cách nhau bởi một vài ký tự trống, dòng kế tiếp ghi lại n số mỗi số được viết cách nhau bởi một hoặc vài ký tự trống. Kết quả ghi lại trong file tapcon.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file tapcon.in và tapcon.out.

tapcon.in

7 3 50
5 10 15 20 25 30 35

tapcon.out

5 10 35
5 15 35
5 20 25
10 15 25

3.7. Duyệt mọi hoán vị của từ COMPUTER. Dữ liệu vào cho bởi file hoanvi.in, kết quả ghi lại trong file hoanvi.out.

3.8. Duyệt mọi ma trận các hoán vị. Cho hình vuông gồm n × n (n ≥ 5, n lẻ) hình vuông đơn vị. Hãy điền các số từ 1, 2, . . ., n vào các hình vuông đơn vị sao cho những điều kiện sau được thoả mãn:

a) Đọc theo hàng ta nhận được n hoán vị khác nhau của 1, 2, . . ., n;

b) Đọc theo cột ta nhận được n hoán vị khác nhau của 1, 2, . . ., n;

c) Đọc theo hai đường chéo ta nhận được 2 hoán vị khác nhau của 1, 2, . . ., n;

Hãy tìm ít nhất 1 (hoặc tất cả) các hình vuông thoả mãn 3 điều kiện trên. Dữ liệu vào cho bởi file hoanvi.in, kết quả ghi lại trong file hoanvi.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file input & output của bài toán.

hoanvi.in

5

hoanvi.out

5	3	4	1	2
1	2	5	3	4
3	4	1	2	5
2	5	3	4	1
4	1	2	5	3

3.9. Duyệt mọi cách chia số tự nhiên n thành tổng các số nguyên nhỏ hơn. Dữ liệu vào cho bởi file chiaso.in, kết quả ghi lại trong file chiaso.out. Ví dụ sau sẽ minh họa cho file input & output của bài toán.

chiaso.in

4

chiaso.out

4

3	1		
2	2		
2	1	1	
1	1	1	1

3.11. Tìm bộ giá trị rời rạc trong bài 21 để hàm mục tiêu $\sin(x_1+x_2 + \ldots + x_k)$ đạt giá trị lớn nhất. Dữ liệu vào cho bởi file bai22.inp, kết quả ghi lại trong file bai22.out.

3.12. Duyệt mọi phép toán trong tính toán giá trị biểu thức. Viết chương trình nhập từ bàn phím hai số nguyên M, N. Hãy tìm cách thay các dấu ? trong biểu thức sau bởi các phép toán +, -, *, %, / (chia nguyên) sao cho giá trị của biểu thức nhận được bằng đúng N:

((((M?M) ?M)?M)?M)?M)?M

Nếu không được hãy đưa ra thông báo là không thể được.

CHƯƠNG 4. NGĂN XẾP, HÀNG ĐỢI, DANH SÁCH LIÊN KẾT

4.1. Kiểu dữ liệu ngăn xếp và ứng dụng

4.1.1. Định nghĩa và khai báo

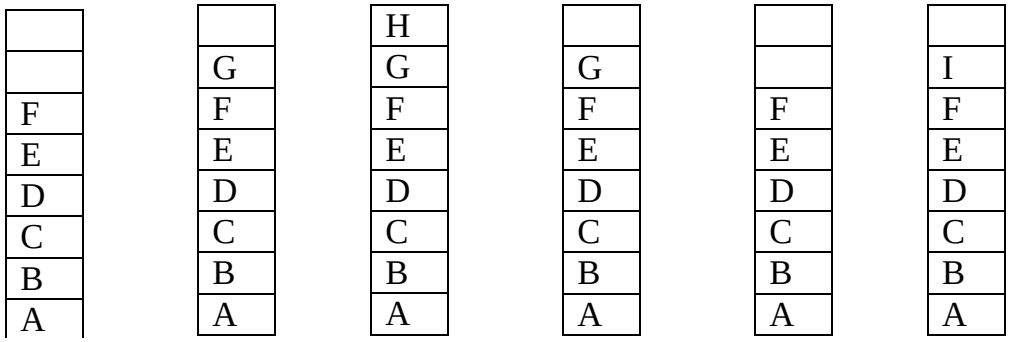
Ngăn xếp (Stack) hay bộ xếp chồng là một kiểu danh sách tuyến tính đặc biệt mà phép bổ xung phần tử và loại bỏ phần tử luôn luôn được thực hiện ở một đầu gọi là đỉnh (top).

Có thể hình dung stack như một chồng đĩa được xếp vào hộp hoặc một băng đạn được nạp vào khẩu súng liên thanh. Quá trình xếp đĩa hoặc nạp đạn chỉ được thực hiện ở một đầu, chiếc đĩa hoặc viên đạn cuối cùng lại chiếm vị trí ở đỉnh đầu tiên còn đĩa đầu hoặc viên đạn đầu lại ở đáy của hộp (bottom), khi lấy ra thì đĩa cuối cùng hoặc viên đạn cuối cùng lại được lấy ra trước tiên. Nguyên tắc vào sau ra trước của stack còn được gọi dưới một tên khác LIFO (Last- in- First- Out).

Stack có thể rỗng hoặc bao gồm một số phần tử. Có hai thao tác chính cho stack là thêm một nút vào đỉnh stack (push) và loại bỏ một nút tại đỉnh stack (pop). Nếu ta muốn thêm một nút vào đỉnh stack thì trước đó ta phải kiểm tra xem stack đã đầy (full) hay chưa, nếu ta muốn loại bỏ một nút của stack thì ta phải kiểm tra stack có rỗng hay không. Hình 4.1 minh họa sự thay đổi của stack thông qua các thao tác thêm và bớt đỉnh trong stack.

Giả sử ta có một stack S lưu trữ các kí tự. Trạng thái bắt đầu của stack được mô tả trong hình a. Khi đó thao tác:

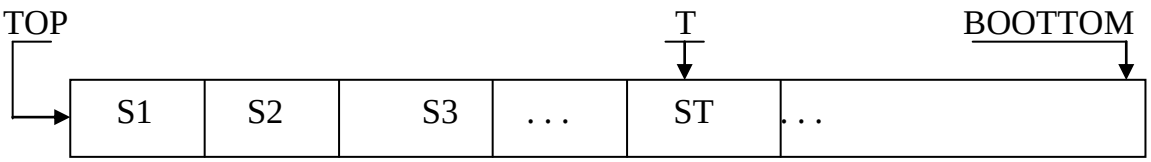
push(S,'G')	(hình b)
push(S,'H')	(hình c)
pop(S)	(hình d)
pop(S)	(hình e)
push(S,'I')	(hình f)



(hình a) (hình b) (hình c) (hình d) (hình e) (hình f)

Có thể lưu trữ stack dưới dạng một vector S gồm n thành phần liên tiếp nhau. Nếu T là là địa chỉ của phần tử đỉnh stack thì T sẽ có giá trị biến đổi khi stack hoạt động. Ta

gọi phần tử đầu tiên của stack là phần tử thứ 0, như vậy stack rỗng khi T có giá trị nhỏ hơn 0 ta qui ước là -1. Stack tràn khi T có giá trị là n-1. Mỗi khi một phần tử được thêm vào stack, giá trị của T được tăng lên 1 đơn vị, khi một phần tử bị loại bỏ khỏi stack giá trị của T sẽ giảm đi một đơn vị.



Để khai báo một stack, chúng ta có thể dùng một mảng một chiều. Phần tử thứ 0 là đáy stack, phần tử cuối của mảng là đỉnh stack. Một stack tổng quát là một cấu trúc gồm hai trường, trường top là một số nguyên chỉ đỉnh stack. Trường node: là một mảng một chiều gồm MAX phần tử trong đó mỗi phần tử là một nút của stack. Một nút của stack có thể là một biến đơn hoặc một cấu trúc phản ánh tập thông tin về nút hiện tại. Ví dụ, khai báo stack dùng để lưu trữ các số nguyên.

```
#define     TRUE 1
#define     FALSE     0
#define     MAX       100
typedef struct{
        int     top;
        int     nodes[MAX];
} stack;
```

4.1.2. Các thao tác với stack

Trong khi khai báo một stack dùng danh sách tuyến tính, chúng ta cần định nghĩa MAX đủ lớn để có thể lưu trữ được mọi đỉnh của stack. Một stack đã bị tràn (TOP = MAX- 1) thì nó không thể thêm vào phần tử trong stack, một stack rỗng thì nó không thể đưa ra phần tử. Vì vậy, chúng ta cần xây dựng thêm các thao tác kiểm tra stack có bị tràn hay không (full) và thao tác kiểm tra stack có rỗng hay không (empty).

Thao tác Empty: Kiểm tra stack có rỗng hay không:

```
int     Empty(stack *ps) {
            if (ps ->top == -1)
                return(TRUE);
            return(FALSE);
        }
```

Thao tác Push: Thêm nút mới x vào đỉnh stack và thay đổi đỉnh stack.

```
void    Push (stack *ps, int x) {
```

```
                if ( ps ->top == -1) {
                        printf("\n stack full");
                        return;
                }
                ps -> top = ps ->top + 1;
                ps -> nodes[ps->top] = x;
}
```

Thao tác Pop : Loại bỏ nút tại đỉnh stack.

```
int     Pop ( stack *ps) {
                if (Empty(ps) {
                        printf("\n stack empty");
                        return(0);
                }
                return( ps -> nodes[ps->top --]);
}
```

4.1.3. ứng dụng của stack

Ví dụ 4.1. Chương trình đảo ngược xâu kí tự: quá trình đảo ngược một xâu kí tự giống như việc đưa vào (push) từng kí tự trong xâu vào stack, sau đó đưa ra (pop) các kí tự trong stack ra cho tới khi stack rỗng ta được một xâu đảo ngược. Chương trình sau sẽ minh họa cơ chế LIFO đảo ngược xâu kí tự sử dụng stack.

```
#include    <stdio.h>
#include    <stdlib.h>
#include    <conio.h>
#include    <dos.h>
#include    <string.h>
#define     MAX   100
#define     TRUE 1
#define     FALSE       0
typedef     struct{
        int top;
        char node[MAX];
} stack;

/* nguyen mau cua ham*/
int     Empty(stack *);
void Push(stack *, char);
char  Pop(stack *);
/* Mo ta ham */
int Empty(stack *ps){
        if (ps->top==-1)
                return(TRUE);
```

```
        return(FALSE);
}
void Push(stack *ps, char x){
        if (ps->top==MAX-1 ){
                printf("\n Stack full");
                delay(2000);
                return;
        }
        (ps->top)= (ps->top) + 1;
        ps->node[ps->top]=x;
}
char Pop(stack *ps){
        if (Empty(ps)){
                printf("\n Stack empty");
                delay(2000);return(0);
        }
        return( ps ->node[ps->top--]);
}
void main(void){
        stack s;
        char c, chuoi[MAX];
        int i, vitri,n;s.top=-1;clrscr();
        printf("\n Nhap String:");gets(chuoi);
        vitri=strlen(chuoi);
        for (i=0; i<vitri;i++)
                Push(&s, chuoi[i]);
        while(!Empty(&s))
                printf("%c", Pop(&s));
        getch();
}
```

Ví dụ 4.2: Chuyển đổi số từ hệ thập phân sang hệ cơ số bất kỳ.

Để chuyển đổi một số ở hệ thập phân thành số ở hệ cơ số bất kỳ, chúng ta lấy số đó chia cho cơ số cần chuyển đổi, lưu trữ lại phần dư của phép chia, sau đó đảo ngược lại dãy các số dư ta nhận được số cần chuyển đổi, việc làm này giống như cơ chế LIFO của stack.

```
#include    <stdio.h>
#include    <stdlib.h>
#include    <string.h>
#define     MAX   100
#define     TRUE 1
#define     FALSE       0
typedef     struct{
```

```
        int top;
        unsigned int node[MAX];
} stack;
int     Empty(stack *);
void Push( stack *, int);
int Pop(stack *);
int Empty(stack *ps) {
        if (ps->top==-1){
                printf("\n Stack empty");
                delay(2000);return(TRUE);
        }
        return(FALSE);
}
void Push(stack *ps, int p){
        if (ps ->top==MAX-1){
                printf("\n Stack full");
                delay(2000);return;
        }
        ps->top=(ps->top) + 1;
        ps->node[ps->top]=p;
}
int Pop(stack *ps ){
        if (Empty(ps)){
                printf("\n Stack Empty");
                delay(2000); return(0);
        }
        return(ps->node[ps->top--]);
}
void main(void){
        int n, coso, sodu;
        stack s;s.top=-1;
        clrscr();
        printf("\n Nhap mot so n=");scanf("%d",&n);
        printf("\n Co so can chuyen:");scanf("%d",&coso);
        while(n!=0){
                sodu= n % coso;
                Push(&s,sodu);
                n=n/coso;
        }
        while(!Empty(&s))
                printf("%X", Pop(&s));
        getch();
}
```

Ví dụ 4.3- Tính giá trị một biểu thức dạng hậu tố.

Xét một biểu thức dạng hậu tố chỉ chứa các phép toán cộng (+), trừ (-), nhân (*), chia (/), lũy thừa ($). Cần phải nhắc lại rằng, nhà logic học Lewinski đã chứng minh được rằng, mọi biểu thức đều có thể biểu diễn dưới dạng hậu tố mà không cần dùng thêm các kí hiệu phụ. Ví dụ :

23+5*2$ = ((2 + 3) *5) ^{2} = 625

Để tính giá trị của biểu thức dạng hậu tố, chúng ta sử dụng một stack lưu trữ biểu thức quá trình tính toán được thực hiện như sau:

Lấy toán hạng 1 (2) -> Lấy toán hạng 2 (3) -> Lấy phép toán '+' -> Lấy toán hạng 1 cộng toán hạng 2 và đẩy vào stack (5) -> Lấy toán hạng tiếp theo (5), lấy phép toán tiếp theo (*), nhân với toán hạng 1 rồi đẩy vào stack (25), lấy toán hạng tiếp theo (2), lấy phép toán tiếp theo ($) và thực hiện, lấy luỹ thừa rồi đẩy vào stack. Cuối cùng ta nhận được 25 ^{2}= 625. Chương trình tính giá trị biểu thức dạng hậu tố được thực hiện như sau:

```
#include    <stdio.h>
#include    <stdlib.h>
#include    <conio.h>
#include    <dos.h>
#include    <string.h>
#include    <math.h>
#define     MAX   100
#define     TRUE 1
#define     FALSE       0
typedef     struct{
        int top;
        double node[MAX];
} stack;
int     Empty(stack *);
void Push( stack *, double);
double Pop(stack *);
double Dinhtri(char *);
int lakyso(char);
double tinh(int, double, double);
int Empty(stack *ps) {
        if (ps->top==-1){
                printf("\n Stack empty");
                delay(2000);return(TRUE);
        }
        return(FALSE);
}
void Push(stack *ps, double p){
```

```
        if (ps ->top==MAX-1){
                printf("\n Stack full");
                delay(2000);return;
        }
        ps->top=(ps->top) + 1;
        ps->node[ps->top]=p;
}
double Pop(stack *ps ){
        if (Empty(ps)){
                printf("\n Stack Empty");
                delay(2000); return(0);
        }
        return(ps->node[ps->top--]);
}
double Dinhtri(char *Bieuthuc){
        int i,c, vitri;
        double toanhang1, toanhang2, giatri;
        stack s;
        s.top=-1;vitri=strlen(Bieuthuc);
        for(i=0;i<vitri;i++){
                if (lakyso(Bieuthuc[i]))
                        Push(&s,(double)(Bieuthuc[i]-'0'));
                else {
                        toanhang2=Pop(&s);
                        toanhang1=Pop(&s);
                        giatri=tinh(Bieuthuc[i],toanhang1, toanhang2);
                        Push(&s, giatri);
                }
        }
        return(Pop(&s));
}
int lakyso(char kitu) {
        return(kitu>='0' && kitu<='9');
}
double tinh(int toantu, double toanhang1, double toanhang2){
        double ketqua=0;
        switch(toantu){
                case '+': ketqua=toanhang1+toanhang2;break;
                case '-': ketqua=toanhang1-toanhang2;break;
                case '*': ketqua=toanhang1*toanhang2;break;
                case '/': ketqua=toanhang1/toanhang2;break;
                case '$': ketqua=pow(toanhang1,toanhang2);break;
        }
```

```
        return(ketqua);
}
void main(void){
        char c, bieuthuc[MAX];
        int vitri;clrscr();
        printf("\n Nhap mot bieu thuc:");gets(bieuthuc);
        printf("\n Gia tri = %f",Dinhtri(bieuthuc));
}
```

4.2. Hàng đợi (Queue)

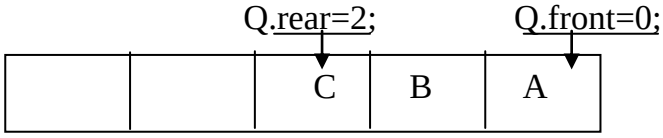
4.2.1. Giới thiệu hàng đợi

Khác với stack, hàng đợi (queue) là một danh sách tuyến tính mà thao tác bổ sung phần tử được thực hiện ở một đầu gọi là lối vào (rear). Phép loại bỏ phần tử được thực hiện ở một đầu khác gọi là lối ra (front). Như vậy, cơ chế của queue giống như một hàng đợi, đi vào ở một đầu và đi ra ở một đầu hay FIFO (First- In- First- Out).

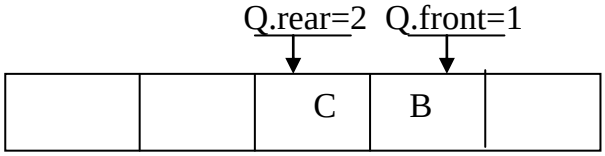
Để truy nhập vào hàng đợi, chúng ta sử dụng hai biến con trỏ front chỉ lối trước và rear chỉ lối sau. Khi lối trước trùng với lối sau (q.rear = q.rear) thì queue ở trạng thái rỗng (hình a), để thêm dữ liệu vào hàng đợi các phần tử A, B, C được thực hiện thông qua thao tác insert(q,A), insert(q,B), insert(q,C) được mô tả ở hình b, thao tác loại bỏ phần tử khỏi hàng đợi được mô tả ở hình c, những thao tác tiếp theo được mô tả tại hình d, e, f.

Trạng thái rỗng của queue (hình a)

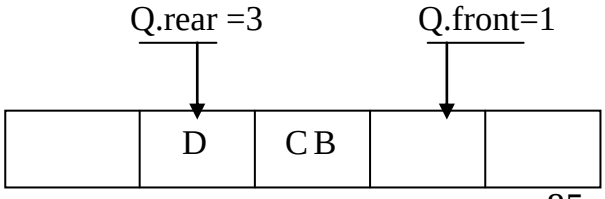
insert(Q, A); insert(Q,B), insert(Q,C) : hình b



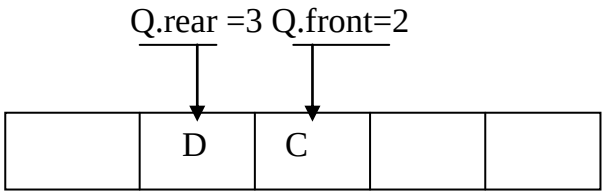
remove(Q): hình c



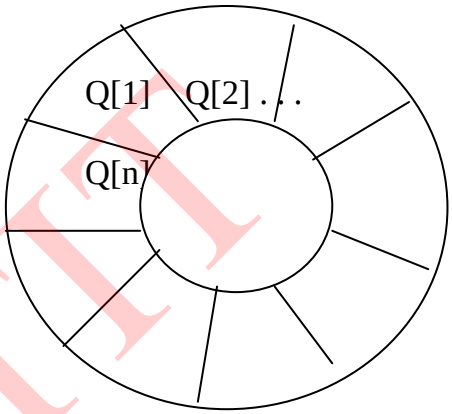
insert(Q,D): hình d



remove(Q): hình e



Cách tổ chức này sẽ dẫn tới trường hợp các phần tử di chuyển khắp không gian nhớ khi thực hiện bổ sung và loại bỏ. Ví dụ: cứ mỗi phép bổ sung kèm theo một phép loại bỏ sẽ dẫn tới trường hợpQ.front = Q.rear = MAXQUE-1; và phép bổ xung và loại bỏ không thể tiếp tục thực hiện. Để khắc phục tình trạng này, chúng ta có thể tổ chức queue như một vòng tròn, khi đó Q[1] coi như đứng sau Q[MAXQUE-1].



Trong nhiều trường hợp, khi thực hiện thêm hoặc loại bỏ phần tử của hàng đợi chúng ta cần xét tới một thứ tự ưu tiên nào đó, khi đó hàng đợi được gọi là hàng đợi có độ ưu tiên (Priority Queue). Với priority queue, thì nút nào có độ ưu tiên cao nhất được thực hiện loại bỏ trước nhất, còn với thao tác thêm phần tử vào hàng đợi trở thành thao tác thêm phần tử vào hàng đợi có xét tới độ ưu tiên.

4.2.2. ứng dụng hàng đợi

Mọi vấn đề của thực tế liên quan tới cơ chế FIFO như cơ chế gửi tiền, rút tiền trong ngân hàng, đặt vé máy bay . . .đều có thể ứng dụng được bằng hàng đợi. Hàng đợi còn có những ứng dụng trong việc giải quyết các bài toán của Hệ điều hành và chương trình dịch như bài toán điều khiển các quá trình, điều khiển nạp chương trình vào bộ nhớ hay bài toán lập lịch. Sau đây là những ví dụ minh họa về ứng dụng của hàng đợi.

Ví dụ 4.4. Giải quyết bài toán ”N***gười sản xuất và nhà tiêu dùng*** “ với số các vùng đệm hạn chế.

Chúng ta hãy mô tả quá trình sản xuất và tiêu dùng như hai quá trình riêng biệt và thực hiện song hành, người sản xuất có thể sản xuất tối đa n mặt hàng, người tiêu dùng cũng chỉ được phép sử dụng trong số n mặt hàng. Tuy nhiên, người sản xuất khi sản xuất một mặt hàng anh ta chỉ có thể lưu trữ vào kho khi và chỉ khi kho chưa bị đầy, đồng thời

khi đó, nếu kho hàng không rỗng (kho có hàng) người tiêu dùng có thể tiêu dùng những mặt hàng trong kho theo nguyên tắc hàng nào nhập vào kho trước được tiêu dùng trước giống như cơ chế FIFO của queue. Sau đây là những thao tác chủ yếu trên hàng đợi để giải quyết bài toán:

Định nghĩa hàng đợi như một danh sách tuyến tính gồm MAX phần tử mỗi phần tử là một cấu trúc, hai biến front, rear trỏ lối vào và lối ra trong queue:

```
typedef     struct{
        int mahang;
        char ten[20];
} hang;
typedef struct {
        int front, rear;
        hang node[MAX];
} queue;
```

Thao tác Initialize: thiết lập trạng thái ban đầu của hàng đợi. ở trạng thái này, font và rear có cùng một giá trị :MAX-1.

```
void Initialize ( queue *pq){
        pq->front = pq->rear = MAX -1;
}
```

Thao tác Empty: kiểm tra hàng đợi có ở trạng thái rỗng hay không. Hàng đợi rỗng khi front == rear.

```
int Empty(queue *pq){
        if (pq->front==pq->rear)
                return(TRUE);
        return(FALSE);
}
```

Thao tác Insert: thêm X vào hàng đợi Q. Nếu việc thêm X vào hàng đợi được thực hiện ở đầu hàng thì rear có giá trị 0, nếu rear không phải ở đầu hàng đợi thì giá trị của nó được tăng lên 1 đơn vị.

```
void Insert(queue *pq, hang x){
        if (pq->rear==MAX-1 )
                pq->rear=0;
        else
                (pq->rear)++;
        if (pq->rear ==pq->front){
                printf("\n Queue full");
                delay(2000);return;
        }
        else
                pq->node[pq->rear]=x;
}
```

Thao tác Remove: loại bỏ phần tử ở vị trí front khỏi hàng đợi. Nếu hàng đợi ở trạng thái rỗng thì thao tác Remove không thể thực hiện được, trong trường hợp khác front được tăng lên một đơn vị.

```
hang   Remove(queue *pq){
        if (Empty(pq)){
                printf("\n Queue Empty");
                delay(2000);
        }
        else {
                if (pq->front ==MAX-1)
                        pq->front=0;
                else
                        pq->front++;
        }
        return(pq->node[pq->front]);
}
```

Thao tác Traver: Duyệt tất cả các nút trong hàng đợi.

```
void Traver( queue *pq){
        int i;
        if(Empty(pq)){
                printf("\n Queue Empty");
                return;
        }
        if (pq->front ==MAX-1)
                i=0;
        else
                i = pq->front+1;
        while (i!=pq->rear){
                printf("\n %11d % 15s", pq->node[i].mahang, pq->node[i].ten);
                if(i==MAX-1)
                        i=0;
                else
                        i++;
        }
        printf("\n %11d % 15s", pq->node[i].mahang, pq->node[i].ten);
}
```

Sau đây là toàn bộ văn bản chương trình:

```
#include    <stdio.h>
#include    <stdlib.h>
#include    <conio.h>
#include    <dos.h>
#include    <string.h>
```

```
#include	<math.h>
#define		MAX  50
#define		TRUE 1
#define		FALSE		0
typedef		struct{
		int mahang;
		char ten[20];
} hang;
typedef struct {
		int front, rear;
		hang node[MAX];
} queue;
/* nguyen mau cua ham*/
void	Initialize( queue *pq);
int	Empty(queue *);
void Insert(queue *, hang x);
hang  Remove(queue *);
void	Traver(queue *);

/* Mo ta ham */
void Initialize ( queue *pq){
		pq->front = pq->rear = MAX -1;
}
int Empty(queue *pq){
		if (pq->front==pq->rear)
			return(TRUE);
		return(FALSE);
}
void Insert(queue *pq, hang x){
		if (pq->rear==MAX-1 )
			pq->rear=0;
		else
			(pq->rear)++;
		if (pq->rear ==pq->front){
			printf("\n Queue full");
			delay(2000);return;
		}
		else
			pq->node[pq->rear]=x;
}
hang	Remove(queue *pq){
		if (Empty(pq)){
			printf("\n Queue Empty");
```

```
                delay(2000);
        }
        else {
                if (pq->front ==MAX-1)
                        pq->front=0;
                else
                        pq->front++;
        }
        return(pq->node[pq->front]);
}
void Traver( queue *pq){
        int i;
        if(Empty(pq)){
                printf("\n Queue Empty");
                return;
        }
        if (pq->front ==MAX-1)
                i=0;
        else
                i = pq->front+1;
        while (i!=pq->rear){
                printf("\n %11d % 15s", pq->node[i].mahang, pq->node[i].ten);
                if(i==MAX-1)
                        i=0;
                else
                        i++;
        }
        printf("\n %11d % 15s", pq->node[i].mahang, pq->node[i].ten);
}

void main(void){
        queue q;
        char chucnang, front1; char c; hang mh;
        clrscr();
        Initialize(&q);
        do {
                clrscr();
                printf("\n NGUOI SAN XUAT/ NHA TIEU DUNG");
                printf("\n 1- Nhap mot mat hang");
                printf("\n 2- Xuat mot mat hang");
                printf("\n 3- Xem mot mat hang");
                printf("\n 4- Xem hang moi nhap");
                printf("\n 5- Xem tat ca");
```

```
            printf("\n 6- Xuat toan bo");
            printf("\n Chuc nang chon:");chucnang=getch();
            switch(chucnang){
                  case '1':
                        printf("\n Ma mat hang:"); scanf("%d", &mh.mahang);
                        printf("\n Ten hang:");scanf("%s", mh.ten);
                        Insert(&q,mh);break;
                  case '2':
                        if (!Empty(&q)){
                              mh=Remove(&q);
                              printf("\n %5d %20s",mh.mahang, mh.ten);
                        }
                        else {
                              printf("\n Queue Empty");
                              delay(1000);
                        }
                        break;
                  case '3':
                        front1=(q.front==MAX-1)?0:q.front+1;
                        printf("\n Hang xuat");
                        printf("\n %6d %20s",q.node[front1].mahang,
                        q.node[front1].ten);
                        break;
                  case '4':
                        printf("\n Hang moi nhap");
                        printf("\n %5d %20s",
                        q.node[q.rear].mahang,q.node[q.rear].ten);
                        break;
                  case '5':
                        printf("\ Hang trong kho");
                        Traverse(&q);delay(2000);break;
            }
      } while(chucnang!='0');
}
```

4.3. Danh sách liên kết đơn

4.3.1. Giới thiệu và định nghĩa

Một danh sách móc nối, hoặc ngắn gọn hơn, một danh sách, là một dãy có thứ tự các phần tử được gọi là đỉnh. Danh sách có điểm bắt đầu, gọi là tiêu đề hay đỉnh đầu, một

điểm cuối cùng gọi là đỉnh cuối. Mọi đỉnh trong danh sách đều có cùng kiểu ngay cả khi kiểu này có nhiều dạng khác nhau.

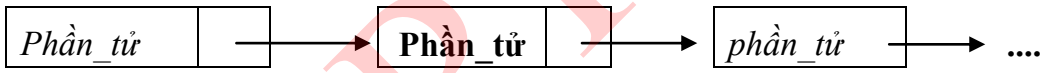
Bản chất động là một trong những tính chất chính của danh sách móc nối. Có thể thêm hoặc bớt đỉnh trong danh sách vào mọi lúc, mọi vị trí. Vì số đỉnh của danh sách không thể dự kiến trước được, nên khi thực hiện, chúng ta phải dùng con trỏ mà không dùng được mảng để bảo đảm việc thực hiện hiệu quả và tin cậy.

Mỗi đỉnh trong danh sách đều gồm hai phần. Phần thứ nhất chứa dữ liệu. Dữ liệu có thể chỉ là một biến đơn hoặc là một cấu trúc (hoặc con trỏ cấu trúc) có kiểu nào đó. Phần thứ hai của đỉnh là một con trỏ chỉ vào địa chỉ của đỉnh tiếp theo trong danh sách. Vì vậy có thể dễ dàng sử dụng các đỉnh của danh sách qua một cấu trúc tự trỏ hoặc đệ qui.

Xem như một thí dụ đơn giản, ta hãy xét trường hợp mỗi đỉnh của danh sách chỉ lưu giữ một biến nguyên. Có thể định nghĩa đỉnh như sau:

```
/*đỉnh của danh sách đơn chỉ chứa một số nguyên*/
struct don {
        int phantu;
        struct don *tiep;
};
typedef struct don don_t;
```

Trong trường hợp này, biến nguyên phantu của từng đỉnh chứa dữ liệu còn biến con trỏ tiep chứa địa chỉ của đỉnh tiếp theo. Sơ đồ biểu diễn danh sách móc nối đơn được biểu diễn như hình dưới đây



Hình 4.3.1. Danh sách móc nối đơn

Tổng quát hơn, mỗi đỉnh của danh sách có thể chứa nhiều phần tử dữ liệu. Trong trường hợp này, hợp lý hơn cả là định nghĩa một kiểu cấu trúc tương ứng với dữ liệu cần lưu giữ tại mỗi đỉnh. Phương pháp này được sử dụng trong định nghĩa kiểu sau đây:

```
/*đỉnh của danh sách tổng quát */
struct tq {
        thtin_t phantu;
        struc tq*tiep;
};
typedef struct tq tq_t;
```

Kiểu cấu trúc ***thtin_t*** phải được định nghĩa trước đó để tương ứng với các dữ liệu sẽ được lưu trữ tại từng đỉnh. Danh sách được tạo nên từ kiểu đỉnh này giống như ở sơ đồ trong Hình 4.3.1, ngoại trừ việc mỗi phantu là một biến nguyên.

4.3.2. Các thao tác trên danh sách móc nối

Thao tác các danh sách móc nối bao gồm việc cấp phát bộ nhớ cho các đỉnh (thông qua các hàm MALLOC hoặc CALLOC) và gán dữ liệu cho con trỏ. Để danh sách được tạo nên đúng đắn, ta biểu diễn cho phần tử cuối danh sách là một con trỏ NULL. Con trỏ NULL là tín hiệu thông báo không còn phần tử nào tiếp theo trong danh sách nữa.

Tiện hơn cả là chúng ta định nghĩa một con trỏ tới danh sách như sau:

```
struct  node {
        int infor;
        struct node *next;
};
typedef struct node *NODEPTR; // Con trỏ tới node
```

Cấp phát bộ nhớ cho một node

```
NODEPTR Getnode(void) {
        NODEPTR p;
        P = (NODEPTR) malloc(sizeof( struct node));
        Return(p);
}
```

Giải phóng bộ nhớ của một node

```
NODEPTR Freenode( NODEPTR p){
        free(p);
}
```

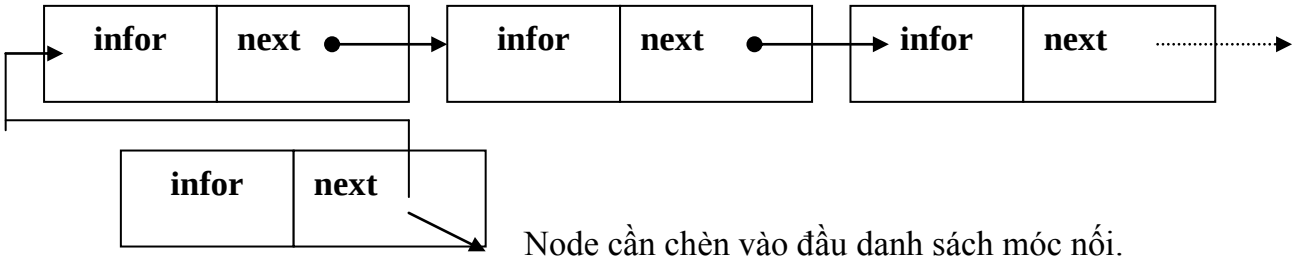
Chèn một phần tử mới vào đầu danh sách

Các bước để chèn một phần tử mới vào đầu danh sách cần thực hiện là:

- Cấp không gian bộ nhớ đủ lưu giữ một đỉnh mới;
- Gán các giá trị con trỏ thích hợp cho đỉnh mới;
- Thiết lập liên kết với đỉnh mới.

Sơ đồ biểu diễn phép thêm một đỉnh mới vào đầu danh sách được thể hiện như hình 4.3.2.

Hình 4.3.2. Thêm đỉnh mới vào đầu danh sách móc nối đơn



Node cần chèn vào đầu danh sách móc nối.

```
void Push_Top( NODEPTR *plist, int x) {
        NODEPTR p;
        p= Getnode(); // cấp không gian nhớ cho đỉnh mới
        p -> infor = x; // gán giá trị thích hợp cho đỉnh mới
        p ->next = *plist;
        *plist = p; // thiết lập liên kết
}
```

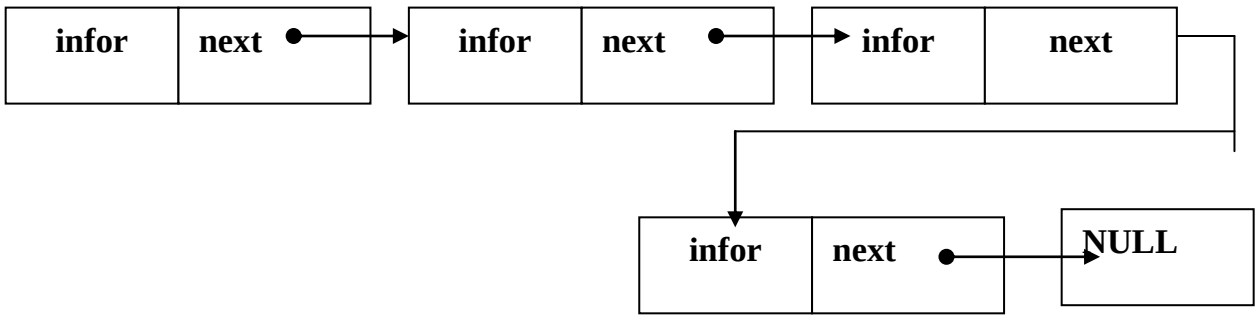
Thêm một phần tử mới vào cuối danh sách

Để thêm một node vào cuối danh sách, ta cần thực hiện qua các bước sau:

- Cấp phát bộ nhớ cho node mới;
- Gán giá trị thích hợp cho node mới;
- Di chuyển con trỏ tới phần tử cuối danh sách;
- Thiết lập liên kết cho node mới.

Sơ đồ thể hiên phép thêm một phần tử mới vào cuối danh sách được thể hiện như trong hình 4.3.3.

Hình 4.3.3. Thêm node mới vào cuối danh sách.



```
void Push_Bottom( NODEPTR *plist, int x) {
        NODEPTR p, q;
        p= Getnode(); // cấp phát bộ nhớ cho node mới
        p->infor = x; // gán giá trị thông tin thích hợp
        q = *plist; // chuyển con trỏ tới cuối danh sách
        while (q-> next != NULL)
                q = q -> next;
        // q là node cuối cùng của danh sách liên kết
        q -> next = p; //node cuối bây giờ là node p;
        p ->next = NULL; // liên kết mới của p
}
```

Thêm node mới vào giữa danh sách (trước node p)

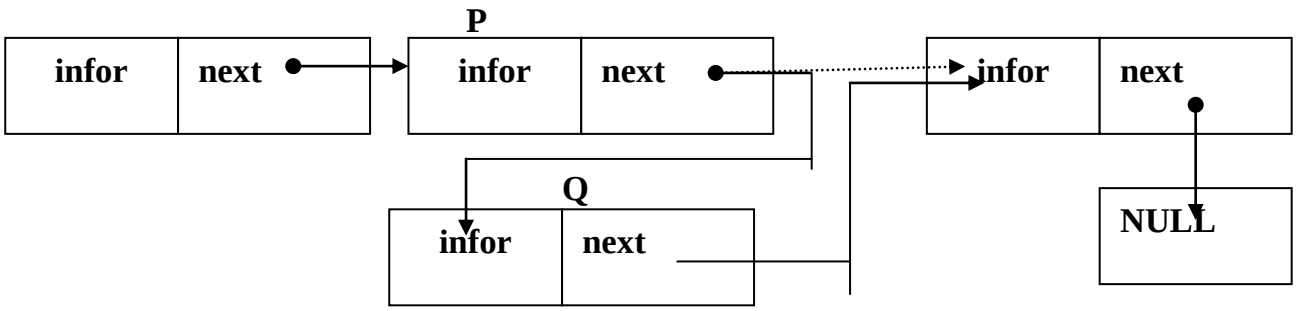
Để thêm node q vào trước node p, chúng ta cần lưu ý node p phải có thực trong danh sách. Giả sử node p là có thực, khi đó xảy ra hai tình huống: hoặc node p là node cuối cùng của danh sách liên kết tức p->next =NULL, hoặc node p chưa phải là cuối cùng hay p->next!=NULL. Trường hợp thứ nhất, chúng ta chỉ cần gọi tới thao tác Push_Bottom(). Trường hợp thứ 2, chúng ta thực hiện theo các bước như sau:

- Cấp phát bộ nhớ cho node mới;
- Gán giá trị thích hợp cho node;
- Thiết lập liên kết node q với node kế tiếp p;
- Thiết lập liên kết node node p với node q;

```
void Push_Before( NODEPTR p, int x ){
        NODEPTR q;
        if (p->next==NULL)
                Push_Bottom(p, x);
        else {
                q= Getnode(); // cấp phát bộ nhớ cho node mới
                q -> infor = x; // gán giá trị thông tin thích hợp
                q-> next = p-> next; // thiết lập liên kết node q với node kế tiếp p;
                p->next = q; // thiết lập liên kết node p với node kế tiếp q;
        }
}
```

Sơ đồ thêm node vào giữa danh sách được thể hiện như sau:

Hình 4.3.4. Phép thêm phần tử vào giữa danh sách liên kết đơn.



Xoá một node ra khỏi đầu danh sách

Khi loại bỏ node khỏi đầu danh sách liên kết, chúng ta cần chú ý rằng nếu danh sách đang rỗng thì không cần phải loại bỏ. Trong trường hợp còn lại, ta thực hiện như sau:

- Dùng node p trỏ tới đầu danh sách;
- Dịch chuyển vị trí đầu danh sách tới node tiếp theo;
- Loại bỏ liên kết với p;
- Giải phóng node p;

```
void Del_Top( NODEPTR *plist) {
        NODEPTR p;
        p = *plist; // node p trỏ tới đầu danh sách;
        if (p==NULL) return; // danh sách rỗng
        (*plist) = (*plist) -> next; // dịch chuyển node gốc lên node kế tiếp
        p-> next = NULL; //loại bỏ liên kết với p
        Freenode(p); // giải phóng p;
}
```

Loại bỏ node ở cuối danh sách

Một node ở cuối danh sách có thể xảy ra ba tình huống sau:

- Danh sách rỗng: ta không cần thực hiện loại bỏ;
- Danh sách chỉ có đúng một node: ứng với trường hợp loại bỏ node gốc;
- Trường hợp còn lại danh sách có nhiều hơn một node, khi đó ta phải dịch chuyển tới node gần node cuối cùng nhất để thực hiện loại bỏ.

```
void Del_Bottom(NODEPTR *plist) {
        NODEPTR p, q;
        if (*plist==NULL) return; //không làm gì
        else if ( (*plist)->next==NULL))  // danh sách có một node
                Del_Top(plist);
        else {
                p = *plist;
                while (p->next!=NULL){
                        q = p;
                        p = p->next; // q là node sau node p;
                }
                // p là node cuối danh sách;
                q->next =NULL; //node cuối cùng là q
                Freenode(p); //giải phóng p;
        }
}
```

Loại bỏ node ở giữa danh sách (trước node p)

Cần để ý rằng, nếu trước node p là NULL (p->next==NULL) thì ta không thực hiện loại bỏ được. Trường hợp còn lại chúng ta thực hiện như sau:

- Dùng node q trỏ tới node trước node p;
- Loại bỏ liên kết của q;
- Giải phóng q.

```
void Del_before(NODEPTR p){
        NODEPTR q;
        if (p->next==NULL) return; // không làm gì
        q = p ->next;
        p->next = q->next;
        Freenode(q);
}
```

4.3.3. ứng dụng của danh sách liên kết đơn

Ví dụ viết chương trình quản lý sinh viên sau sẽ minh hoạ đầy đủ cho các thao tác trên danh sách đơn.

Ví dụ 4.6- Viết chương trình quản lý sinh viên bằng danh sách móc nối đơn.

Để đơn giản, chúng ta chỉ quản lý hai thuộc tính mã sinh viên (masv) và họ tên sinh viên (hoten), còn việc mở rộng bài toán coi như một bài tập thực hành.

```
#include	<stdio.h>
#include	<stdlib.h>
#include	<conio.h>
#include	<dos.h>
#include	<string.h>
#include	<math.h>
#include <alloc.h>
#define TRUE 1
#define FALSE 0
typedef struct {
	int masv;
	char hoten[20];
} sinhvien;
typedef struct node{
	sinhvien infor;
	struct node *next;
} *NODEPTR;
void Initialize(NODEPTR *plist){
	*plist=NULL;
}
NODEPTR Getnode(void){
	NODEPTR p;
	p=(NODEPTR) malloc(sizeof(struct node));
	return(p);
}
void Freenode(NODEPTR p){
	free(p);
}
int Emptynode(NODEPTR *plist){
	if(*plist==NULL)
		return(TRUE);
	return(FALSE);
}
NODEPTR Inserttop(NODEPTR *plist, sinhvien x){
	NODEPTR p;
	p=Getnode();
	p->infor=x;
```

```
        if(Emptynode(plist)){
                p->next=NULL;
                *plist=p;
                return(p);
        }
        p->next=*plist;
        *plist=p;
        return(p);
}
int Bottomnode(NODEPTR *plist){
        int i; NODEPTR p;
        if(Emptynode(plist))
                return(-1);
        p=*plist;i=0;
        while(p!=NULL){
                i=i+1;
                p=p->next;
        }
        return(i);
}
NODEPTR Insertbottom(NODEPTR *plist, sinhvien x){
        NODEPTR p, q;int n,i;
        n=Bottomnode(plist);
        if(n==-1){
                Inserttop(plist,x);
                return(*plist);
        }
        p=*plist;i=0;q=Getnode();q->infor=x;
        while(i<n-1){
                p=p->next;
                i=i+1;
        }
        p->next=q;q->next=NULL;
        delay(2000);return(q);
}
NODEPTR Insertafter(NODEPTR *plist, sinhvien x, int n){
        NODEPTR p,q; int i;
        if(n<0){
                printf("\n Vi tri khong hop le");
                delay(2000);return(NULL);
        }
        p=*plist;i=0;
        while(p!=NULL && i<n){
```

```
            i=i+1;
            p=p->next;
        }
        if(p==NULL){
            printf("\n Vi tri khong hop le");
            delay(2000); return(NULL);
        }
        q=Getnode();q->infor=x;
        q->next= p->next;
        p->next=q;
        return(q);
}
void Deltop(NODEPTR *plist){
        NODEPTR p, q;
        p=*plist;
        if(Emptynode(plist)){
            printf("\n Danh sach rong");
            delay(2000); return;
        }
        q=p;p=p->next;*plist=p;
        printf("\n Node bi loai bo");
        printf("\n%-5d%-20s",q->infor.masv, q->infor.hoten);
        delay(2000);Freenode(q);
}
void Delbottom(NODEPTR *plist){
        NODEPTR p,q; int i,n;
        n=Bottomnode(plist);
        if(n==-1){
            printf("\n Danh sach rong");
            delay(2000); return;
        }
        if(n==1){
            Deltop(plist);return;
        }
        p=*plist;i=0;
        while(i<n-2){
            p=p->next;
            i=i+1;
        }
        q=p->next;p->next=NULL;
        printf("\n Node duoc loai bo");
        printf("\n %-5d%-20s",q->infor.masv,q->infor.hoten);
        delay(2000); Freenode(q);
```

```
}
void Delcurrent(NODEPTR *plist, int n){
	NODEPTR p,q; int i;
	if(Emptynode(plist)){
		printf("\n Danh sach rong");
		delay(2000);return;
	}
	if(n==0){
		Deltop(plist); return;
	}
	p=*plist; i=0;
	while(p!=NULL && i<n-1){
		i=i+1;
		p=p->next;
	}
	if(p->next==NULL){
		printf("\n Node khong hop le");
		delay(2000); return;
	}
	q=p->next;p->next=q->next;
	printf("\n Node duoc loai bo");
	printf("\n %-5d%-20s",q->infor.masv, q->infor.hoten);
	delay(2000); Freenode(q);
}
void Travenode(NODEPTR *plist){
	NODEPTR p;
	if(Emptynode(plist)){
		printf("\n Danh sach rong");
		delay(2000);return;
	}
	p=*plist;
	while(p!=NULL){
		printf("\n %-5d%-20s",p->infor.masv, p->infor.hoten);
		p=p->next;
	}
	delay(2000);
}
void Sortnode(NODEPTR *plist){
	NODEPTR p,q;sinhvien temp;
	for(p=*plist; p!=NULL; p=p->next){
		for(q=p->next; q!=NULL; q=q->next){
			if(p->infor.masv>q->infor.masv){
				temp=p->infor; p->infor=q->infor;
```

```
                        q->infor=temp;
                    }
                }
        }
        printf("\n Danh sach duoc sap xep");
        for(p=*plist; p!=NULL; p=p->next){
                printf("\n %-5d%-20s",p->infor.masv,p->infor.hoten);
        }
        delay(2000);
}
void Searchnode(NODEPTR *plist, int masv){
        NODEPTR p;
        p=*plist;
        while(p!=NULL && p->infor.masv!=masv)
                p=p->next;
        if(p==NULL)
                printf("\n Node khong ton tai");
        else {
                printf("\n Node can tim");
                printf("\n %-5d%-20s",p->infor.masv,p->infor.hoten);
        }
        delay(2000);
}

void Thuchien(void){
        NODEPTR plist; sinhvien x,y;int vitri; char c;
        Initialize(&plist);
        do {
                clrscr();
                printf("\n THAO TAC VOI SINGLE LINK LIST");
                printf("\n 1- Them node dau danh sach");
                printf("\n 2- Them node cuoi danh sach");
                printf("\n 3- Them node giua danh sach");
                printf("\n 4- Loai bo node dau danh sach");
                printf("\n 5- Loai bo node cuoi danh sach");
                printf("\n 6- Loai node giua danh sach");
                printf("\n 7- Duyet danh sach");
                printf("\n 8- Sap xep danh sach");
                printf("\n 9- Tim kiem danh sach");
                printf("\n 0- Tro ve");
                c=getch();
                switch(c){
                        case '1':
```

```
                    printf("\n Ma sinh vien:");scanf("%d", &x.masv);
                    fflush(stdin); printf("\n Ho va ten:");gets(x.hoten);
                    Inserttop(&plist,x); break;
                case '2':
                    printf("\n Ma sinh vien:");scanf("%d", &x.masv);
                    fflush(stdin); printf("\n Ho va ten:");gets(x.hoten);
                    Insertbottom(&plist,x); break;
                case '3':
                    printf("\n Vi tri tren:"); scanf("%d",&vitri);
                    printf("\n Ma sinh vien:");scanf("%d", &x.masv);
                    fflush(stdin); printf("\n Ho va ten:");gets(x.hoten);
                    Insertafter(&plist,x,vitri-1); break;
                case '4': Deltop(&plist);break;
                case '5': Delbottom(&plist);break;
                case '6':
                    fflush(stdin);printf("\n Vi tri loai bo:");
                    scanf("%d",&vitri);
                    Delcurrent(&plist,vitri-1);break;
                case '7': Travenode(&plist); break;
                case '8': Sortnode(&plist);break;
                case '9':
                    fflush(stdin);printf("\n Ma sinh vien:");
                    scanf("%d",&vitri);
                    Searchnode(&plist, vitri);break;
            }
        } while(c!='0');
}
void main(void){
        Thuchien();
}
```

4.4. Danh sách liên kết kép

Mỗi khi thao tác trên danh sách, việc duyệt danh sách theo cả hai chiều tỏ ra thuận tiện hơn cho người sử dụng. Đôi khi chúng ta phải di chuyển trong danh sách từ node cuối lên node đầu hoặc ngược lại bằng cách đi qua một loạt các con trỏ. Điều này có thể dễ dàng giải quyết được nếu ta tăng thông tin chứa tại từng đỉnh của danh sách. Ngoài con trỏ chứa địa chỉ đỉnh tiếp theo, ta thêm con trỏ trước để chứa địa chỉ đứng sau đỉnh này. Làm như vậy, chúng ta thu được một cấu trúc dữ liệu mới gọi là danh sách liên kết kép.

```
struct node {
        int infor;
```

```
    struct node *right;// con trỏ tới node sau
    struct node *left; // con trỏ tới node kế tiếp
};
typedef struct node *NODEPTR; // định nghĩa con trỏ tới node
```

Hình 4.4.1 mô tả một danh sách liên kết kép.

Các thao tác trên danh sách liên kết kép cũng tương tự như danh sách liên kết đơn. Nhưng cần chú ý rằng, mỗi node p của danh sách liên kết kép có hai đường liên kết là p-> left và p->right;

Thao tác thêm node mới vào đầu danh sách liên kết kép

- Cấp phát bộ nhớ cho node mới;
- Gán giá trị thích hợp cho node mới;
- Thiết lập liên kết cho node mới;

```
void Push_Top(NODEPTR *plist, int x){
    NODEPTR p;
    p = Getnode(); //cấp phát bộ nhớ cho node
    p ->infor = x; //gán giá trị thích hợp;
    p -> right = *plist; // thiết lập liên kết phải
    (*plist) ->left = p; // thiết liên kết với *plist
    p-> left = NULL;// thiết lập liên kết trái
    *plist = p;
}
```

Thao tác thêm node vào cuối danh sách

- Nếu danh sách rỗng thì thao tác này trùng với thao tác thêm node mới vào đầu danh sách.
- Nếu danh sách không rỗng chúng ta thực hiện như sau:
  - Cấp phát bộ nhớ cho node;
  - Gán giá trị thích hợp cho node;
  - Chuyển con trỏ tới node cuối trong danh sách;
  - Thiết lập liên kết trái;
  - Thiết lập liên kết phải;

```
void Push_Bottom(NODEPTR *plist, int x){
        NODEPTR p, q;
        if (*plist ==NULL)
                Push_Top(plist, x);
        else {
                p= Getnode();// cấp phát bộ nhớ cho node
                p->infor =x; //gán giá trị thích hợp
                //chuyển con trỏ tới node cuối danh sách
                q = *plist;
                while (q->right!=NULL)
                        q = q->right;
                //q là node cuối cùng trong danh sách
                q -> right =p; // liên kết phải
                p->left = q; // liên kết trái
                p->right =NULL; //liên kết phải
        }
}
```

Thêm node vào trước node p:

Muốn thêm node vào trước node p thì node p phải tồn tại trong danh sách. Nếu node p tồn tại thì có thể xảy ra hai trường hợp: hoặc node p là node cuối cùng của danh sách hoặc node p là node chưa phải là cuối cùng. Trường hợp thứ nhất ứng với thao tác Push_Bottom. Trường hợp thứ hai, chúng ta làm như sau:

- Cấp phát bộ nhớ cho node;
- Gán giá trị thích hợp;
- Thiết lập liên kết trái cho node mới;
- Thiết lập liên kết phải cho node mới;

Quá trình được mô tả bởi thủ tục sau:

```
void Push_Before(NODEPTR p, int x){
        NODEPTR q;
        if (p==NULL) return; //không làm gì
        else if (p->next==NULL)
                Push_Bottom(p, x);
        else {
                q = Getnode(); // cấp phát bộ nhớ cho node mới
                q ->infor = x; //gán giá trị thông tin thích hợp
                q ->right = p->right; //thiết lập liên kết phải
                (p ->right) ->left =q;
                q -> left = p; //thiết lập liên kết trái
                p ->right = q;
        }
```

}

Loại bỏ node đầu danh sách

- Nếu danh sách rỗng thì không cần loại bỏ;
- Dùng node p trỏ tới đầu danh sách;
- Chuyển gốc lên node kế tiếp;
- Loại bỏ liên kết với node p;
- Giải phóng p;

```
void Del_Top(NODEPTR *plist){
        NODEPTR p;
        if ( (*plist)==NULL) return; //không làm gì
        p = *plist; //p là node đầu tiên trong danh sách
        (*plist) = (*plist) -> right; // chuyển node gốc tới node kế tiếp
        p ->right =NULL; // ngắt liên kết phải của p;
        (*plist) ->left ==NULL;//ngắt liên kết trái với p
        Freenode(p); //giải phóng p
}
```

Loại bỏ node ở cuối danh sách

- Nếu danh sách rỗng thì không cần loại bỏ;
- Nếu danh sách có một node thì nó là trường hợp loại phần tử ở đầu danh sách;
- Nếu danh sách có nhiều hơn một node thì
  - Chuyển con trỏ tới node cuối cùng;
  - Ngắt liên kết trái của node;
  - Ngắt liên kết phải của node;
  - Giải phóng node.

```
void Del_Bottom(NODEPTR *plist) {
        NODEPTR p, q;
        if ((*plist)==NULL) return; //không làm gì
        else if ( (*plist) ->right==NULL) Del_Top(plist);
        else {
                p = *plist; // chuyển con trỏ tới node cuối danh sách
                while (p->right!=NULL)
                        p =p->right;
                // p là node cuối của danh sách
                q = p ->left; //q là node sau p;
                q ->right =NULL; //ngắt liên kết phải của          q
                p -> left = NULL; //ngắt liên kết trái của p
                Freenode(p); //giải phóng p
        }
}
```

Loại node trước node p

- Nếu node p không có thực thì không thể loại bỏ;
- Nếu node p là node cuối thì cũng không thể loại bỏ;
- Trường hợp còn lại được thực hiện như sau:
  - Ngắt liên kết trái với node p đồng thời thiết lập liên kết phải với node (p->right)->right;
  - Ngắt liên kết phải với node p đồng thời thiết lập liên kết trái với node (p->right)->right;
  - Giải phóng node p->right.

```
void Del_Before(NODEPTR p){
        NODEPTR q, r;
        if (p==NULL || p->right==NULL) return;
        /*không làm gì
         nếu node p là không có thực hoặc là node cuối cùng */
        q = (p->right)->right; //q là node trước node p ->right
        r = p->right; // r là node cần loại bỏ
        r -> left =NULL; //ngắt liên kết trái của r
        r->right ==NULL;//ngắt liên kết phải của r
        p->right =q; //thiết lập liên kết phải mới cho p
        q ->left = p; // thiết lập liên kết trái mới cho p
        Freenode(r); //giải phóng node
}
```

Chúng ta có thể xây dựng thêm các thao tác loại bỏ node bên trái, duyệt trái, duyệt phải trên danh sách móc nối kép. Những thao tác đó được thể hiện thông qua ví dụ sau.

Ví dụ 4.7: Cung cấp thông tin về tuyến xe lửa. Bao gồm: thông tin về mỗi hành trình, các hành trình đi xuôi, các hành trình đi ngược của mỗi đoàn tàu.

```
#include    <stdio.h>
#include    <stdlib.h>
#include    <conio.h>
#include    <dos.h>
#include    <string.h>
#include    <math.h>
#include <alloc.h>
#define     TRUE 1
#define             FALSE     0
/* Cấu trúc thông tin chung về đoàn tàu */
typedef struct {
        char gatruoc[20];
        char gasau[20];
        int chieudai;
        int thoigian;
} doan;
```

```
/* Cấu trúc của một nút trong danh sách liên kết kép*/
typedef struct node{
        doan infor;
        struct node *left,*right;
};
typedef struct node *NODEPTR;
/* Cấp phát một nút cho danh sách liên kết kép*/
NODEPTR Getnode(void){
        NODEPTR p;
        p =(NODEPTR) malloc(sizeof(struct node));
        return(p);
}
/* Giải phóng một nút của danh sách liên kết kép*/
void Freenode( NODEPTR p){
        free(p);
}
/* Khởi động danh sách liên kết kép*/
void Initialize(NODEPTR *plist){
        *plist=NULL;
}
/* Kiểm tra tính rỗng của danh sách liên kết kép*/
int Empty(NODEPTR *plist){
        if (*plist==NULL)
                return(TRUE);
        return(FALSE);
}
/* xác định số nút trong danh sách liên kết kép*/
int Listsize(NODEPTR *plist){
        NODEPTR p;int n;
        p=*plist;n=0;
        while(p!=NULL){
                p=p->right;
                n++;
        }
        return(n);
}
/* xác định con trỏ chỉ nút thứ i trong danh sách liên kết kép*/
NODEPTR Nodepointer(NODEPTR *plist,int i){
        NODEPTR p;int vitri;
        p=*plist;vitri=0;
        while (p!=NULL && vitri<i){
                p=p->right;
                vitri++;
```

```
        }
        return(p);
}
/* xác định vị trí của nút p trong danh sách liên kết kép*/
int Position(NODEPTR *plist, NODEPTR p){
        int vitri; NODEPTR q;
        q = *plist;vitri=0;
        while (q!=NULL && q!=p){
                q = q->right;
                vitri++;
        }
        if (q==NULL)
                return(-1);
        return(vitri);
}
/* Thêm nút mới vào đầu danh sách liên kết kép*/
void Push(NODEPTR *plist, doan x){
        NODEPTR p;p = Getnode();
        p ->infor = x;
        if(*plist==NULL){
                p->left=NULL;
                p->right=NULL;
                *plist=p;
        }
        else {
                p->right = *plist;
                (*plist)->left=p;
                p->left=NULL;
                *plist=p;
        }
}
/* Thêm nút mới vào sau nút p */
void Insertright(NODEPTR p, doan x){
        NODEPTR q,r;
        if (p==NULL){
                printf("\n Nut khong co thuc");
                delay(2000);return;
        }
        else {
                q=Getnode();
                q->infor=x;
                r=p->right;
                r->left=q;
```

```
                q->right=r;
                q->left=p;
                p->right=q;
        }
}
/* thêm nút mới vào trước nút p*/
void Insertleft(NODEPTR *plist, NODEPTR p, doan x){
        NODEPTR q, r;
        if (p==NULL) {
                printf("\n Node khong co thuc");
                delay(2000); return;
        }
        if (p==*plist)
                Push(plist,x);
        else {
                q=Getnode();
                q->infor=x;
                r=p->left;
                r->right=q;
                q->left=r;
                q->right=p;
                p->left=q;
        }
}
/* xoá nút ở đầu danh sách*/
doan Pop(NODEPTR *plist){
        NODEPTR p;doan x;
        if (Empty(plist)){
                printf("\n Danh sach rong");
                delay(2000);
        }
        else {
                p = *plist;
                x=p->infor;
                if ((*plist)->right==NULL)
                        *plist=NULL;
                else{
                         *plist=p->right;
                         (*plist)->left=NULL;
                }
                Freenode(p);
        }
        return(x);
```

```
}
/* xoá nút có con trỏ là p trong danh sách*/
doan Delnode(NODEPTR *plist, NODEPTR p) {
        NODEPTR q, r;doan x;
        if (p==NULL){
                printf("\n Node khong co thuc");
                delay(2000);return(x);
        }
        if (*plist==NULL){
                printf("\n Danh sach rong");
                delay(2000);
        }
        else {
                x=p->infor;
                q = p->left;
                r = p->right;
                r ->left = q;
                q ->right=r;
                Freenode(p);
        }
        return(x);
}
/* duyệt danh sách từ trái sang phải */
void Righttraverse(NODEPTR *plist){
        NODEPTR p; int stt;
        if (Empty(plist)){
                printf("\n Khong cos doan nao");
                delay(2000); return;
        }
        p = *plist;     stt=0;
        while (p!=NULL){
                printf ("\n %5d %20s %20s %7d%7d", stt++,p->infor.gatruoc,
                p->infor.gasau,p->infor.chieudai,p->infor.thoigian);
                p=p->right;
        }
}
/* duyệt danh sách từ phải sang trái*/
void Lefttraverse(NODEPTR *plist){
        NODEPTR p;int stt;
        if (Empty(plist)){
                printf("\n Khong co doan nao");
                delay(2000); return;
        }
```

```
        stt =0;p = Nodepointer(plist,Listsize(plist)-1);
        while (p!=NULL){
                printf("\n %5d %20s%20s%7d%7d", stt++, p->infor.gasau,
                p->infor.gatruoc, p->infor.chieudai, p->infor.thoigian);
                p = p->left;
        }
}
/* tìm thông tin về ga trước */
NODEPTR Search1(NODEPTR *plist, char x[]){
        NODEPTR p=*plist;
        while (strcmp(p->infor.gatruoc,x)!=0 && p!=NULL)
                p = p->right;
        return(p);
}
/* Tìm thông tin về ga sau */
NODEPTR Search2(NODEPTR *plist, char x[]){
        NODEPTR p=*plist;
        while (strcmp(p->infor.gasau,x)!=0 && p!=NULL)
                p = p->right;
        return(p);
}
/* loại bỏ toàn bộ các nút của danh sách*/
void Clearlist(NODEPTR *plist){
        while (*plist!=NULL){
                Pop(plist);
        }
}
/* Báo lộ trình các tuyến */
void Message(NODEPTR *plist, char noidi[], char noiden[], char c){
        NODEPTR p, p1;int kc, tg;
        if (c=='x'){
                p=Search1(plist, noidi);
                if (p==NULL){
                        printf("\n Khong co lo trinh");
                        delay(2000);return;
                }
                if (strcmp(noidi, noiden)==0){
                                printf("\n Noi di trung noi den");
                                delay(2000); return;
                }
                p1= Search2(plist, noiden);
                if (p1==NULL){
                        printf("\n Noi den khong co thuc");
```

```
                delay(2000); return;
        }
        if (Position(plist,p)<=Position(plist,p1) ) {
                kc=tg=0;
                while(p!=p1){
                        kc = kc + p->infor.chieudai;
                        tg = tg + p->infor.thoigian;
                        printf("\n %20s ->%20s: %7d km %7d gio",
                        p->infor.gatruoc,
                        p->infor.gasau, p->infor.chieudai,
                        p->infor.thoigian);
                        p = p->right;
                }
                kc= kc + p1->infor.chieudai;
                tg=tg + p1 ->infor.thoigian;
                printf("\n %20s ->%20s: %7d km %7d gio",
                p1->infor.gatruoc,
                p1->infor.gasau, p1->infor.chieudai, p1->infor.thoigian);
                printf("\n Tong chieu dai:% 7d Thoi gian:%7d", kc, tg);
                delay(2000);
        }
}
else{
        printf("\n Khong di xuoi duoc");
        delay(2000); return;
}
if (c=='n'){
        p=Search2(plist, noidi);
        if (p==NULL){
                printf("\n Khong co lo trinh");
                delay(2000);return;
        }
        if (strcmp(noidi, noiden)==0){
                        printf("\n Noi di trung noi den");
                        delay(2000); return;
        }
        p1= Search1(plist, noiden);
        if (p1==NULL){
                printf("\n Noi den khong co thuc");
                delay(2000); return;
        }
        if (Position(plist,p)<=Position(plist,p1) ) {
                kc=tg=0;
```

```
                while(p!=p1){
                        kc = kc + p->infor.chieudai;
                        tg = tg + p->infor.thoigian;
                        printf("\n %20s ->%20s: %7d km %7d gio",
                        p->infor.gatruoc,
                        p->infor.gasau, p->infor.chieudai,
                        p->infor.thoigian);
                        p = p->right;
                }
                kc= kc + p1->infor.chieudai;
                tg=tg + p1 ->infor.thoigian;
                printf("\n %20s ->%20s: %7d km %7d gio",
                p1->infor.gatruoc,
                p1->infor.gasau, p1->infor.chieudai, p1->infor.thoigian);
                printf("\n Tong chieu dai:% 7d Thoi gian:%7d", kc, tg);
                delay(2000);
        }
    }
    else{
        printf("\n Khong di nguoc duoc");
        delay(2000); return;
    }
}
void main (void){
    NODEPTR plist,p, p1;doan ga;char c, noidi[20], noiden[20];
    int vitri,chucnang;
    Initialize(&plist);
    do {
        clrscr();
        printf("\n QUAN SAT TREN TAU");
        printf("\n 1- Them mot doan");
        printf("\n 2- Loai bo mot doan");
        printf("\n 3- Xem lo trinh1");
        printf("\n 4- Xem lo trinh 2");
        printf("\n 5- Xem thong tin doan i");
        printf("\n 6- Hieu chinh thong tin doan i");
        printf("\n 7- Bao lo trinh");
        printf("\n 0- Ket thuc chuong trinh");
        printf("\n Lua chon chuc nang:"); scanf("%d",&chucnang);
        switch(chucnang){
            case 1:
                printf("\n Vi tri can them:");scanf("%d",&vitri);
                printf("\n Ten ga truoc:"); scanf("%s",ga.gatruoc);
```

```
        printf("\n Ten ga sau:"); scanf("%s",ga.gasau);
        printf("\n Chieu dai:"); scanf("%d",&ga.chieudai);
        printf("\n Thoigian:"); scanf("%d",&ga.thoigian);
        if (vitri==0)
                Push(&plist,ga);
        else
                Insertright(Nodepointer(&plist,vitri-1),ga);
        break;
case 2:
        printf("\n Vi tri:"); scanf("%d",&vitri);
        p=Nodepointer(&plist,vitri);
        if (p==NULL){
                printf("\n Vi tri khong hop le");
        }
        else {
                if (vitri==0) Pop(&plist);
                else Delnode(&plist,p);
        }
        delay(2000); break;
case 3:
        printf("\n LO TRINH DUYET XUOI");
        Righttraverse(&plist);delay(2000);break;
case 4:
        printf("\n LO TRINH DUYET NGUOC");
        Lefttraverse(&plist);delay(2000);break;
case 5:
        printf("\n Vi tri:");scanf("%d",&vitri);
        p = Nodepointer(&plist,vitri);
        if(p==NULL)
                printf("\n Vi tri khong hop le");
        else {
                printf("\n DOAN:%d Tu:%s Den:%s Chieu dai:%d
                Thoigian :%d",
                vitri, p->infor.gatruoc, p->infor.gasau,
                p->infor.chieudai,
                p->infor.thoigian);
        }
        delay(2000); break;
case 6:
        printf("\n Vi tri:"); scanf("%d",&vitri);
        p=Nodepointer(&plist, vitri);
        if(p==NULL)
                printf("\n Vi tri khong hop le");
```

```
                    else {
                        printf("\n DOAN:%d Tu:%s Den:%s Chieu dai:%d
                        Thoigian :%d",
                        vitri, p->infor.gatruoc, p->infor.gasau,
                        p->infor.chieudai,
                        p->infor.thoigian);
                        printf("\n Ten ga truoc:%s"); scanf("%s",
                         ga.gatruoc);
                        printf("\n Ten ga sau:%s"); scanf("%s",
                        ga.gasau);
                        printf("\n Chieu dai:%d"); scanf("%d",
                        &ga.chieudai);
                        printf("\n Thoi gian:%d"); scanf("%d",
                        &ga.thoigian);
                    }
                    delay(2000); break;
                case 7:
                    printf("\n Di xuoi:x Di nguoc: n:");c=getche();
                    printf("\n Noi di:");scanf("%s",noidi);
                    printf("\n Noi den:"); scanf("%s", noiden);
                    Message(&plist, noidi, noiden, c);
                    delay(2000); break;
            }
        } while(chucnang!=0);
}
```

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.1. Xâu thuận nghịch độc là xâu bít nhị phân có độ dài n mà khi đảo xâu ta vẫn nhận được chính xâu đó. Hãy liệt kê tất cả các xâu thuận nghịch độc có độ dài n và ghi lại những xâu đó vào File thuang.out theo từng dòng, dòng đầu tiên ghi lại giá trị của n, các dòng tiếp theo là những xâu thuận nghịch độc có độ dài n. Ví dụ: với n=4, ta có được những xâu thuận nghịch độc có dạng sau:

```
4
0   0   0   0
0   1   1   0
1   0   0   1
1   1   1   1
```

4.2. Viết chương trình quản lý điểm thi của sinh viên bằng single (double) link list bao gồm những thao tác sau:

- Nhập dữ liệu;
- Hiển thị dữ liệu theo lớp, xếp loại . . .;
- Sắp xếp dữ liệu;
- Tìm kiếm dữ liệu;
- In ấn kết quả.

Trong đó, thông tin về mỗi sinh viên được định nghĩa thông qua cấu trúc sau:

```
typedef struct {
    int     masv; // mã sinh viên;
    char    malop[12]; //mã lớp
    char    hoten[30]; //họ tên sinh viên
    float   diemki; // điểm tổng kết kỳ 1
    float   diemkii;// điểm tổng kết kỳ 2
    float   diemtk; // điểm tổng kết cả năm
    char    xeploai[12]; // xếp loại
} sinhvien;
```

4.3. Biểu diễn biểu thức theo cú pháp Ba Lan. Biểu thức nguyên là một dãy được thành lập từ các biến kiểu nguyên nối với nhau bằng các phép toán hai ngôi (cộng: + , trừ : - , nhân : *) và các dấu mở ngoặc đơn ‘(‘, đóng ngoặc đơn ‘)’. Nguyên tắc đặt tên biến và thứ tự thực hiện các phép toán được thực hiện như sau:

Qui tắc đặt tên biến: Là dãy các kí tự chữ in thường hoặc kí tự số độ dài không quá 8, kí tự bắt đầu phải là một chữ cái.

Qui tắc thực hiện phép toán: Biểu thức trong ngoặc đơn được tính trước, phép toán nhân '*' có độ ưu tiên cao hơn so với hai phép toán cộng và trừ. Hai phép toán cộng '+' và trừ có cùng độ ưu tiên. Ví dụ : a * b + c phải được hiểu là: (a * b) + c.

Dạng viết không ngoặc Ba Lan cho biểu thức nguyên được định nghĩa như sau:

- Nếu e là tên biến thì dạng viết Ba Lan của nó chính là e,
- Nếu e_1 và e_2 là hai biểu thức có dạng viết Ba Lan tương ứng là d_1 và d2 thì dạng viết Ba Lan của $e_1 + e_2$ là $d_1\ d_2+$, của $e_1 - e_2$ là $d_1\ d_2-$, của e_1*e_2 là $d_1\ d_2*$ (Giữa d_1 và d_2 có đúng một dấu cách, trước dấu phép toán không có dấu cách),
- Nếu e là biểu thức có dạng viết Ba Lan là d thì dạng viết Ba Lan của biểu thức có ngoặc đơn (e) chính là d (không còn dấu ngoặc nữa) . Ví dụ: Biểu thức (c+b*(f-d)) có dạng viết Ba Lan là : c b f d-*+.

Cho file dữ liệu balan.in được tổ chức thành từng dòng, mỗi dòng không dài quá 80 ký tự là biểu diễn của biểu thức nguyên A. Hãy dịch các biểu thức nguyên A thành dạng viết Ba Lan của A ghi vào file balan.out theo từng dòng. Ví dụ: với file balan.in dưới đây sẽ cho ta kết quả như sau:

balan.in	balan.out
a+b	a b+
a-b	a b-
a*b	a b*
(a - b) +c	a b- c+
(a + b) * c	a b+ c*
(a + (b-c))	a b c-+
(a + b*(c-d))	a b c d-*+
((a + b) *c- (d + e) * f)	a b+c* d e+f*-

4.4. Tính toán giá trị biểu thức Ba Lan. Cho file dữ liệu balan.in gồm 2 * n dòng trong đó, dòng có số thứ tự lẻ (1, 3, 5, . .) ghi lại một xâu là biểu diễn Ba Lan của biểu thức nguyên A, dòng có số thứ tự chẵn (2,4,6, . .) ghi lại giá trị của các biến xuất hiện trong A. Hãy tính giá trị của biểu thức A, ghi lại giá trị của A vào file balan.out từng dòng theo thứ tự: Dòng có thứ tự lẻ ghi lại biểu thức Ba Lan của A sau khi đã thay thế các giá trị tương ứng của biến trong A, dòng có thứ tự chẵn ghi lại giá trị của biểu thức A.

Ví dụ với file balan.in dưới đây sẽ cho ta kết quả như sau:

balan.in	balan.out
a b+	3 5+
3 5	8
a b-	7 3-

7 3	4
a b*	4 3 *
4 3	12
c a b-+	3 4 5-+
3 4 5	2

4.5. Lập lịch với mức độ ưu tiên. Để lập lịch cho CPU đáp ứng cho các quá trình đang đợi của hệ thống, người ta biểu diễn mỗi quá trình bằng một bản ghi bao gồm những thông tin : số quá trình(Num) là một số tự nhiên nhỏ hơn 1024, tên quá trình (Proc) là một xâu ký tự độ dài không quá 32 không chứa dấu trống ở giữa, độ ưu tiên quá trình là một số nguyên dương (Pri) nhỏ hơn 10, thời gian thực hiện của quá trình (Time) là một số thực. Các quá trình đang đợi trong hệ được CPU đáp ứng thông qua một hàng đợi được gọi là hàng đợi các quá trình, hàng đợi các quá trình với độ ưu tiên được xây dựng sao cho những điều kiện sau được thoả mãn:

- Các quá trình được sắp theo thứ tự ưu tiên;

- Đối với những quá trình có cùng độ ưu tiên thì quá trình nào có thời gian thực hiện ít nhất được xếp lên trước nhất.

Cho file dữ liệu lich.in được tổ chức như sau:

- Dòng đầu tiên ghi lại một số tự nhiên n là số các quá trình;

- n dòng kế tiếp, mỗi dòng ghi lại thông tin về một quá trình đang đợi.

Hãy xây dựng hàng đợi các quá trình với độ ưu tiên. Ghi lại thứ tự các quá trình mà CPU đáp ứng trên một dòng của file lich.out, mỗi quá trình được phân biệt với nhau bởi một hoặc vài ký tự trống, dòng kế tiếp ghi lại số giờ cần thiết mà CPU cần đáp ứng cho các quá trình. Ví dụ với file lich.in dưới đây sẽ cho ta kết quả như sau:

lich.in

```
7
1       Data_Processing     1       10
2       Editor_Program      1       20
3       System_Call         3       0.5
4       System_Interative   3       1
5       System_Action       3       2
6       Writing_Data        2       20
7       Reading_Data        2       10
```

lich.out

```
3       4       5       7       6       1       2
```

63.5

CHƯƠNG 5. CÂY NHỊ PHÂN

5.1. Định nghĩa và khái niệm

Cây là một tập hợp hữu hạn các node có cùng chung một kiểu dữ liệu, trong đó có một node đặc biệt gọi là node gốc (root). Giữa các node có một quan hệ phân cấp gọi là "quan hệ cha con". Có thể định nghĩa một cách đệ qui về cây như sau:

- Một node là một cây. Node đó cũng là gốc (root) của cây ấy.
- Nếu n là một node và T_1, T_2, . .., T_k là các cây với n_1, n_2, . . , n_k lần lượt là gốc thì một cây mới T sẽ được tạo lập bằng cách cho node n trở thành cha của các node n_1, n_2, . . , n_k hay node n trở thành gốc và T_1, T_2, . ., T_k là các cây con (subtree) của gốc.

Một cây được gọi là rỗng nếu nó không có bất kỳ một node nào. Số các node con của một node được gọi là cấp (degree) của node đó. Node có cấp bằng 0 được gọi là lá (leaf) hay node tận cùng (terminal node). Node không là lá được gọi là node trung gian hay node nhánh (branch node).

Cấp cao nhất của node trên cây gọi là cấp của cây. Gốc của cây có số mức là 1. Nếu node cha có số mức là i thì node con có số mức là i+1. Chiều cao (height) hay chiều sâu (depth) của một cây là số mức lớn nhất của node trên cây đó.

Đường đi từ node n_1 đến n_k là dãy các node n_1, n_2, . ., n_k sao cho n_i là node cha của node n_{i+1} (1<=i<k), độ dài của đường đi (path length) được tính bằng số các node trên đường đi trừ đi 1 vì nó phải tính từ node bắt đầu và node kết thúc.

Một cây được gọi là có thứ tự nếu chúng ta xét đến thứ tự các cây con trong cây (ordered tree), ngược lại là cây không có thứ tự (unordered tree). Thông thường các cây con được tính theo thứ tự từ trái sang phải.

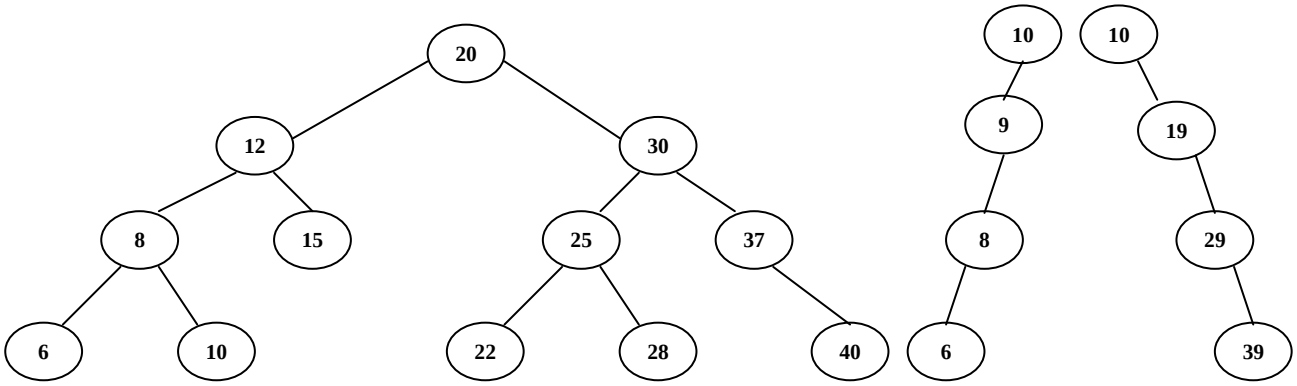
5.2. Cây nhị phân

Cây nhị phân là một dạng quan trọng của cấu trúc cây có đặc điểm là mọi node trên cây chỉ có tối đa là hai node con. Cây con bên trái của cây nhị phân được gọi là left subtree, cây con bên phải của cây được gọi là right subtree. Đối với cây nhị phân, bao giờ cũng được phân biệt cây con bên trái và cây con bên phải. Như vậy, cây nhị phân là một cây có thứ tự.

Các cây nhị phân có dạng đặc biệt bao gồm:

- **Cây nhị phân lệch trái**: là cây nhị phân chỉ có các node bên trái.
- **Cây nhị phân lệnh phải**: là cây chỉ bao gồm các node phải.
- **Cây nhị phân zic zắc**: node trái và node phải của cây đan xen nhau thành một hình zic zắc.
- **Cây nhị phân hoàn chỉnh** : Một cây nhị phân được gọi là hoàn chỉnh nếu như node gốc và tất cả các node trung gian đều có hai con.
- **Cây nhị phân đầy đủ**: Một cây nhị phân được gọi là đầy đủ với chiều sâu d thì nó phải là cây nhị phân hoàn chỉnh và tất cả các node lá đều có chiều sâu là d.
- **Cây nhị phân hoàn toàn cân bằng:** là cây nhị phân mà ở tất cả các node của nó số node trên nhánh cây con bên trái và số node trên nhánh cây con bên phải chênh lệnh nhau không quá 1. Nếu ta gọi N_l là số node của nhánh cây con bên trái và N_r là số node của nhánh cây con bên phải, khi đó cây nhị phân hoàn toàn cân bằng chỉ có thể ở một trong 3 trường hợp:
  - Số node nhánh cây con bên trái bằng số node nhánh cây con bên phải bằng $N_l = N_r$.
  - Số node nhánh cây con bên trái bằng số node nhánh cây con bên phải cộng 1 $N_l = N_{r+1.}$
  - Số node nhánh cây con bên trái bằng số node nhánh cây con bên phải trừ 1 $N_l = N_{r-1}$.
- **Cây nhị phân tìm kiếm:** là một cây nhị phân hoặc bị rỗng hoặc tất cả các node trên cây thỏa mãn điều kiện sau:
  - Nội dung của tất cả các node thuộc nhánh cây con bên trái đều nhỏ hơn nội dung của node gốc.
  - Nội dung của tất cả các node thuộc nhánh cây con bên phải đều lớn hơn nội dung của node gốc.
  - Cây con bên trái và cây con bên phải cũng tự nhiên hình thành hai cây nhị phân tìm kiếm.

Hình 5.1. ví dụ về cây nhị phân tìm kiếm

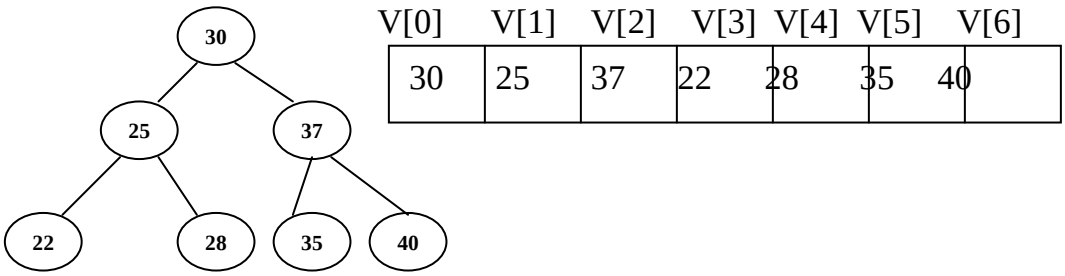


5.3. Biểu diễn cây nhị phân

5.3.1. Biểu diễn cây nhị phân bằng danh sách tuyến tính

Trong trường hợp cây nhị phân đầy đủ, ta có thể dễ dàng biểu diễn cây nhị phân bằng một mảng lưu trữ kế tiếp. Trong đó node gốc là phần tử đầu tiên của mảng (phần tử thứ 1), node con thứ i>=1 của cây nhị phân là phần tử thứ 2i, 2i + 1 hay cha của node thứ j là [j/2]. Với qui tắc đó, cây nhị phân có thể biểu diễn bằng một vector V sao cho nội dung của node thứ i được lưu trữ trong thành phần V[i] của vector V. Ngược lại, nếu biết địa chỉ của phần tử thứ i trong vector V chúng ta cũng hoàn toàn xác định được ngược lại địa chỉ của node cha, địa chỉ node gốc trong cây nhị phân.

Ví dụ: cây nhị phân trong Hình 5.2 sẽ được lưu trữ kế tiếp như sau:



Hình 5.2. Lưu trữ kế tiếp của cây nhị phân

5.3.2. Biểu diễn cây nhị phân bằng danh sách móc nối

Trong cách lưu trữ cây nhị phân bằng danh sách móc nối, mỗi node được mô tả bằng ba loại thông tin chính : left là một con trỏ trỏ tới node bên trái của cây nhị phân; infor : là thông tin về node, infor có thể là một biến đơn hoặc một cấu trúc; right là một con trỏ trỏ tới node bên phải của cây nhị phân. Trong trường hợp node là node lá thì con trỏ left và con trỏ right được trỏ tới con trỏ NULL. Đối với node lệch trái, con trỏ right sẽ trỏ tới con trỏ NULL, ngược lại đối với node lệch phải, con trỏ left cũng sẽ trỏ tới con trỏ NULL.

5.4. Các thao tác trên cây nhị phân

5.4.1. Định nghĩa cây nhị phân bằng danh sách tuyến tính

Mỗi node trong cây được khai báo như một cấu trúc gồm 3 trường: infor, left, right. Toàn bộ cây có thể coi như một mảng mà mỗi phần tử của nó là một node. Trường infor tổng quát có thể là một đối tượng dữ liệu kiểu cơ bản hoặc một cấu trúc. Ví dụ: định nghĩa một cây nhị phân lưu trữ danh sách các số nguyên:

```
#define     MAX     100
#define     TRUE 1
#define     FALSE   0
struct  node {
        int     infor;
        int     left;
        int     right;
};
typedef structnode      node[MAX];
```

5.4.2. Định nghĩa cây nhị phân theo danh sách liên kết:

```
struct      node {
        int     infor;
        struct  node   *left;
        struct  node   *right;
}
typedef     struct  node *NODEPTR
```

5.4.3. Các thao tác trên cây nhị phân

Cấp phát bộ nhớ cho một node mới của cây nhị phân:

```
NODEPTR   Getnode(void) {
        NODEPTR   p;
        p= (NODEPTR) malloc(sizeof(struct node));
```

```
        return(p);
    }
```

Giải phóng node đã được cấp phát

```
    void    Freenode( NODEPTR p){
        free(p);
    }
```

Khởi tạo cây nhị phân

```
    void Initialize(NODEPTR *ptree){
        *ptree=NULL;
    }
```

Kiểm tra tính rỗng của cây nhị phân:

```
    int     Empty(NODEPTR   *ptree){
        if (*ptree==NULL)
            return(TRUE);
        return(FALSE);
    }
```

Tạo một node lá cho cây nhị phân:

- Cấp phát bộ nhớ cho node;
- Gán giá trị thông tin thích hợp cho node;
- Tạo liên kết cho node lá;

```
    NODEPTR    Makenode(int          x){
        NODEPTR    p;
        p= Getnode();// cấp phát bộ nhớ cho node
        p ->infor = x; // gán giá trị thông tin thích hợp
        p ->left        = NULL; // tạo liên kết trái của node lá
        p ->right       = NULL;// tạo liên kết phải của node lá
        return(p);
    }
```

Tạo node con bên trái của cây nhị phân:

Để tạo được node con bên trái là node lá của node p, chúng ta thực hiện như sau:

- Nếu node p không có thực (p==NULL), ta không thể tạo được node con bên trái của node p;
- Nếu node p đã có node con bên trái (p->left!=NULL), thì chúng ta cũng không thể tạo được node con bên trái node p;
- Nếu node p chưa có node con bên trái, thì việc tạo node con bên trái chính là thao tác make node đã được xây dựng như trên;

```
void Setleft(NODEPTR      p, int x ){
    if (p==NULL){ // nếu node p không có thực thì không thể thực hiện được
        printf("\n Node p không có thực");
        delay(2000); return;
    }
    // nếu node p có thực và tồn tại lá con bên trái thì cũng không thực hiện được
```

```
    else if ( p ->left !=NULL){
            printf("\n Node p đã có node con bên trái");
            delay(2000); return;
    }
    // nếu node có thực và chưa có node trái
    else
            p ->left = Makenode(x);
}
```

Tạo node con bên phải của cây nhị phân:

Để tạo được node con bên phải là node lá của node p, chúng ta làm như sau:

- Nếu node p không có thực (p==NULL), thì ta không thể thực hiện được thao tác thêm node lá vào node phải node p;
- Nếu node p có thực (p!=NULL) và đã có node con bên phải thì thao tác cũng không thể thực hiện được;
- Nếu node p có thực và chưa có node con bên phải thì việc tạo node con bên phải node p được thực hiện thông qua thao tác Makenode();

```
void Setright(NODEPTR   p, int x ){
        if (p==NULL){ // Nếu node p không có thực
                printf("\n Node p không có thực");
                delay(2000); return;
        }
        // Nếu node p có thực & đã có node con bên phải
        else if ( p ->right !=NULL){
                printf("\n Node p đã có node con bên phải");
                delay(2000); return;
        }
        // Nếu node p có thực & chưa có node con bên phải
        else
                p ->right = Makenode(x);
}
```

Thao tác xoá node con bên trái cây nhị phân

Thao tác loại bỏ node con bên trái node p được thực hiện như sau:

- Nếu node p không có thực thì thao tác không thể thực hiện;
- Nếu node p có thực (p==NULL) thì kiểm tra xem p có node lá bên trái hay không;

  + Nếu node p có thực và p không có node lá bên trái thì thao tác cũng không thể thực hiện được;
  + Nếu node p có thực (p!=NULL) và có node con bên trái là q thì:
    - Nếu node q không phải là node lá thì thao tác cũng không thể thực hiện được (q->left!=NULL || q->right!=NULL);
    - Nếu node q là node lá (q->left==NULL && q->right==NULL) thì:
      - Giải phóng node q;
      - Thiết lập liên kết mới cho node p;

Thuật toán được thể hiện bằng thao tác Delleft() như dưới đây:

```
int     Delleft(NODEPTR p) {
        NODEPTR q; int x;
        if ( p==NULL)
          printf("\n Node p không có thực");delay(2000);
          exit(0);
        }
        q = p ->left; // q là node cần xoá;
    x = q->infor; //x là nội dung cần xoá
        if (q ==NULL){ // kiểm tra p có lá bên trái hay không
          printf("\n Node p không có lá bên trái");
          delay(2000); exit(0);
        }
        if (q->left!=NULL || q->right!=NULL) {
        // kiểm tra q có phải là node lá hay không
          printf("\n q không là node lá");
          delay(2000); exit(0);
        }
        p ->left =NULL; // tạo liên kết mới cho p
        Freenode(q); // giải phóng q
        return(x);
}
```

Thao tác xoá node con bên phải cây nhị phân

Thao tác loại bỏ node con bên phải node p được thực hiện như sau:

- Nếu node p không có thực thì thao tác không thể thực hiện;
- Nếu node p có thực (p==NULL) thì kiểm tra xem p có node lá bên phải hay không;

  + Nếu node p có thực và p không có node lá bên phải thì thao tác cũng không thể thực hiện được;

  + Nếu node p có thực (p!=NULL) và có node con bên phải là q thì:

    - Nếu node q không phải là node lá thì thao tác cũng không thể thực hiện được (q->left!=NULL || q->right!=NULL);
    - Nếu node q là node lá (q->left==NULL && q->right==NULL) thì:
      - Giải phóng node q;
      - Thiết lập liên kết mới cho node p;

Thuật toán được thể hiện bằng thao tác Delright() như dưới đây:

```
int     Delright(NODEPTR p) {
        NODEPTR q; int x;
        if ( p==NULL)
            printf("\n Node p không có thực");delay(2000);
            exit(0);
```

```
        }
        q = p ->right; // q là node cần xoá;
        x = q->infor; //x là nội dung cần xoá
        if (q ==NULL){ // kiểm tra p có lá bên phải hay không
                printf("\n Node p không có lá bên phải");
                delay(2000); exit(0);
        }
        if (q->left!=NULL || q->right!=NULL) {
        // kiểm tra q có phải là node lá hay không
                printf("\n q không là node lá");
                delay(2000); exit(0);
        }
        p ->right =NULL; // tạo liên kết cho p
        Freenode(q); // giải phóng q
        return(x);
}
```

Thao tác tìm node có nội dung là x trên cây nhị phân:

Để tìm node có nội dung là x trên cây nhị phân, chúng ta có thể xây dựng bằng thủ tục đệ qui như sau:

- Nếu node gốc (proot) có nội dung là x thì proot chính là node cần tìm;
- Nếu proot =NULL thì không có node nào trong cây có nội dung là x;
- Nếu nội dung node gốc khác x (proot->infor!=x) và proot!=NULL thì:
  - Tìm node theo nhánh cây con bên trái (proot = proot->left);
  - Tìm theo nhánh cây con bên phải;

Thuật toán tìm một node có nội dung là x trong cây nhị phân được thể hiện như sau:

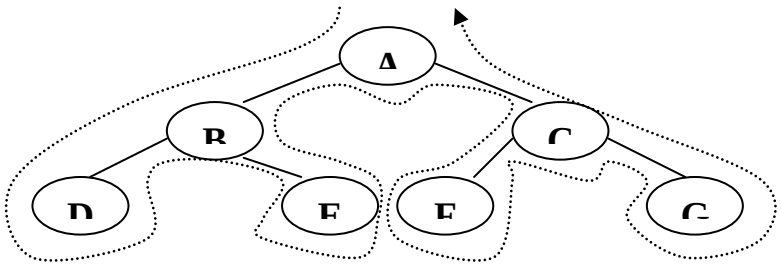
```
NODEPTR Search( NODEPTR proot, int x) {
        NODEPTR    p;
        if ( proot ->infor ==x) // điều kiện dừng
                return(proot);
        if (proot ==NULL)
                return(NULL);
        p = Search(proot->left, x); // tìm trong nhánh con bên trái
        if (p ==NULL) // Tìm trong nhánh con bên phải
                Search(proot->right, x);
        return(p);
}
```

5.5. Ba phép duyệt cây nhị phân (Traversing Binary Tree)

Phép duyệt cây là phương pháp thăm (visit) các node một cách có hệ thống sao cho mỗi node chỉ được thăm một lần. Có ba phương pháp để duyệt cây nhị phân đó là :

- Duyệt theo thứ tự trước (Preorder Travesal);
- Duyệt theo thứ tự giữa (Inorder Travesal);
- Duyệt theo thứ tự sau (Postorder Travesal).

Hình 5.3 mô tả phương pháp duyệt cây nhị phân



5.5.1. Duyệt theo thứ tự trước (Preorder Travesal)

- Nếu cây rỗng thì không làm gì;
- Nếu cây không rỗng thì :
  - + Thăm node gốc của cây;
  - + Duyệt cây con bên trái theo thứ tự trước;
  - + Duyệt cây con bên phải theo thứ tự trước;

Ví dụ : với cây trong hình 5.3 thì phép duyệt Preorder cho ta kết quả duyệt theo thứ tự các node là :A -> B -> D -> E -> C -> F -> G.

Với cách duyệt theo thứ tự trước, chúng ta có thể cài đặt cho cây được định nghĩa trong mục 5.4 bằng một thủ tục đệ qui như sau:

```
void    Pretravese ( NODEPTR proot ) {
        if ( proot !=NULL) { // nếu cây không rỗng
                printf("%d", proot->infor); // duyệt node gốc
                Pretravese(proot ->left); // duyệt nhánh cây con bên trái
                Pretravese(proot ->right); // Duyệt nhánh con bên phải
        }
}
```

5.5.2. Duyệt theo thứ tự giữa (Inorder Travesal)

- Nếu cây rỗng thì không làm gì;
- Nếu cây không rỗng thì :
  - + Duyệt cây con bên trái theo thứ tự giữa;
  - + Thăm node gốc của cây;
  - + Duyệt cây con bên phải theo thứ tự giữa;

Ví dụ : cây trong hình 5.3 thì phép duyệt Inorder cho ta kết quả duyệt theo thứ tự các node là :D -> B -> E -> A -> F -> C -> G.

Với cách duyệt theo thứ tự giữa, chúng ta có thể cài đặt cho cây được định nghĩa trong mục 5.4 bằng một thủ tục đệ qui như sau:

```
void    Intravese ( NODEPTR proot ) {
        if ( proot !=NULL) { // nếu cây không rỗng
                Intravese(proot ->left); // duyệt nhánh cây con bên trái
                printf("%d", proot->infor); // duyệt node gốc
                Intravese(proot ->right); // Duyệt nhánh con bên phải
```

```
        }
}
```

5.5.3. Duyệt theo thứ tự sau (Postorder Travesal)

- Nếu cây rỗng thì không làm gì;
- Nếu cây không rỗng thì :
  - + Duyệt cây con bên trái theo thứ tự sau;
  - + Duyệt cây con bên phải theo thứ tự sau;
  - + Thăm node gốc của cây;

Ví dụ: cây trong hình 5.13 thì phép duyệt Postorder cho ta kết quả duyệt theo thứ tự các node là :D -> E -> B -> F -> G-> C -> A .

Với cách duyệt theo thứ tự giữa, chúng ta có thể cài đặt cho cây được định nghĩa trong mục 5.4 bằng một thủ tục đệ qui như sau:

```
void    Posttravese ( NODEPTR proot ) {
        if ( proot !=NULL) { // nếu cây không rỗng
                Posttravese(proot ->left); // duyệt nhánh cây con bên trái
                Posttravese(proot ->right); // duyệt nhánh con bên phải
                printf("%d", proot->infor); // duyệt node gốc
        }
}
```

5.6. Cài đặt cây nhị phân bằng danh sách tuyến tính

```
#include        <stdio.h>
#include        <stdlib.h>
#include        <conio.h>
#include        <alloc.h>
#include        <string.h>
#include        <dos.h>
#define         TRUE 1
#define                 FALSE       0
#define                 MAX         100
typedef struct{
        int infor;
        int left;
        int right;
} nodetype;
nodetype        node[MAX]; int avail;
int Getnode(void) {
        int p;
        if (avail==-1){
                printf("\n Het node danh san");
                return(avail);
        }
        p=avail;
```

```
        avail=node[avail].left;
        return(p);
}
void Freenode (int p){
        node[p].left=avail;
        avail=p;
}
void Initialize(int *ptree){
        *ptree=-1;
}
int Empty(int *ptree){
        if(*ptree==-1)
                return(TRUE);
        return(FALSE);
}
int Makenode(int x){
        int p;
        p=Getnode();
        node[p].infor = x;
        node[p].left=-1;
        node[p].right=-1;
        return(p);
}
void Setleft(int p, int x){
        if (p==-1)
                printf("\n Node p Khong co thuc");
        else {
                if (node[p].left!=-1)
                        printf("\n Nut p da co ben trai");
                else
                        node[p].left=Makenode(x);
        }
        delay(2000);
}
void Setright(int p, int x){
        if (p==-1)
                printf("\n Node p Khong co thuc");
        else {
                if (node[p].right!=-1)
                        printf("\n Nut p da co ben phai");
                else
                        node[p].right=Makenode(x);
        }
```

```
        delay(2000);
}
int Delleft(int p){
        int q, x;
        if (p ==-1){
                printf("\n Node p khong co thuc");
                delay(2000);return(-1);
        }
        else {
                q=node[p].left;
                x=node[q].infor;
                if (q==-1){
                        printf("\n Node p khong co nut trai");
                        delay(2000);return(q);
                }
                else if (node[q].left!=-1 || node[q].right!=-1){
                                printf("\n Q khong la node la");
                                delay(2000); return(-1);
                }
        }
        node[p].left=-1;
        Freenode(q);return(x);
}
int Delright (int p){
        int q, x;
        if (p ==-1){
                printf("\n Node p khong co thuc");
                delay(2000);return(-1);
        }
        else {
                q=node[p].right;
                x=node[q].infor;
                if (q==-1){
                        printf("\n Node p khong co nut trai");
                        delay(2000);return(q);
                }
                else if (node[q].left!=-1 || node[q].right!=-1){
                                printf("\n Q khong la node la");
                                delay(2000); return(-1);
                }
        }
        node[p].right=-1;
        Freenode(q);return(x);
```

```
}
void Pretrav(int proot){
	if (proot!=-1){
		printf("%5d",node[proot].infor);
		Pretrav(node[proot].left);
		Pretrav(node[proot].right);
	}

}
void Intrav(int proot){
	if (proot!=-1){
		Intrav(node[proot].left);
		printf("\n %d", node[proot].left);
		Intrav(node[proot].right);
	}
}
void Postrav(int proot){
	if (proot!=-1){
		Postrav(node[proot].left);
		Postrav(node[proot].right);
		printf("\n %d", node[proot].left);
	}
}
int Search(int proot, int x){
	int p;
	if(node[proot].infor==x)
		return(proot);
	if(proot==-1)
		return(-1);
	p= Search(node[proot].left,x);
	if(p==-1)
		p= Search(node[proot].right,x);
	return(p);
}
void Cleartree(int proot){
	if (proot!=-1){
		Cleartree(node[proot].left);
		Cleartree(node[proot].right);
		Freenode(proot);
	}
}
void main(void ){
	int i, noidung, noidung1,chucnang, p, ptree;
```

```
char c; clrscr();avail=0;
for (i=0; i<MAX; i++)
        node[i].left=i+1;
node[MAX-1].left=-1;
Initialize(&ptree);
do {
        clrscr();
        printf("\n CAY NHI PHAN");
        printf("\n 1- Tao node goc cua cay");
        printf("\n 2- Them mot nut la ben trai");
        printf("\n 3- Them mot nut la ben phai");
        printf("\n 4- Xoa mot nut la ben trai");
        printf("\n 5- Xoa mot nut la ben phai");
        printf("\n 6- Duyet cay theo thu tu truoc");
        printf("\n 7- Duyet cay theo thu tu giua");
        printf("\n 8- Duyet cay theo thu tu sau");
        printf("\n 9- Tim kiem tren cay");
        printf("\n10- Xoa toan bo cay");
        printf("\n 0- Ket thuc chuong trinh");
        printf("\n Chuc nang lua chon:");scanf("%d", &chucnang);
        switch(chucnang){
                case 1:
                        if (!Empty(&ptree))
                                printf("\n Cay da co node goc");
                        else {
                                printf("\n Noi dung node goc:");
                                scanf("%d",&noidung);
                                ptree= Makenode(noidung);
                        }
                        delay(1000); break;
                case 2:
                        if (Empty(&ptree))
                                printf("\n Cay chua co goc");
                        else {
                                printf("\n Node la can them:");
                                scanf("%d",&noidung);
                                p=Search(ptree,noidung);
                                if(p!=-1)
                                        printf("\n Noi dung bi trung");
                                else {
                                        printf("\n Noi dung node cha:");
                                        scanf("%d",&noidung1);
                                        p=Search(ptree,noidung1);
```

```
                    if(p==-1)
                      printf("\n Khong thay node cha");
                    else
                            Setleft(p,noidung);
                }
        }
        delay(2000);break;
case 3:
        if (Empty(&ptree))
                printf("\n Cay chua co goc");
        else {
                printf("\n Node la can them:");
                scanf("%d",&noidung);
                p=Search(ptree,noidung);
                if(p!=-1)
                        printf("\n Noi dung bi trung");
                else {
                        printf("\n Noi dung node cha:");
                        scanf("%d",&noidung1);
                        p=Search(ptree,noidung1);
                        if(p==-1)
                          printf("\n Khong thay node cha");
                        else
                            Setright(p,noidung);
                }
        }
        delay(2000);break;
case 4:
        printf("\n Noi dung node cha:");
        scanf("%d",&noidung);
        p=Search(ptree, noidung);
        if(p==-1)
                printf("\n Khong thay node cha");
        else
                Delleft(p);
        delay(2000); break;
case 5:
        printf("\n Noi dung node cha:");
        scanf("%d",&noidung);
        p=Search(ptree, noidung);
        if(p==-1)
                printf("\n Khong thay node cha");
        else
```

```
                        Delright(p);
                    delay(2000); break;
                case 6:
                    printf("\n Duyet cay theo NLR:\n");
                    if(Empty(&ptree))
                        printf("Cay bi rong");
                    else
                        Pretrav(ptree);
                    delay(2000);break;
                case 7:
                    printf("\n Duyet cay theo LNR:\n");
                    if(Empty(&ptree))
                        printf("Cay bi rong");
                    else
                        Intrav(ptree);
                    delay(2000);break;
                case 8:
                    printf("\n Duyet cay theo LRN:\n");
                    if(Empty(&ptree))
                        printf("Cay bi rong");
                    else
                        Postrav(ptree);
                    delay(2000);break;
                case 9:
                    printf("\n Noi dung can tim:");
                    scanf("%d",&noidung);
                    if(Search(ptree,noidung)!=-1)
                        printf("\n Tim thay");
                    else
                        printf("\n Khong tim thay");
                    delay(2000);break;
                case 10:
                    Cleartree(ptree);
                    printf("OK ! !:");
                    delay(2000);break;
            }
        } while (chucnang!=0);
        Cleartree(ptree); ptree=-1;
}
```

5.7. Cài đặt cây nhị phân hoàn toàn cân bằng bằng link list

Vì cây nhị phân hoàn toàn cân bằng có số node nhánh cây con bên trái và số node nhánh cây con bên phải chênh lệnh nhau không quá 1, nên chúng ta định nghĩa thêm một trường là sonut để chỉ số node trên các nhánh cây:

Định nghĩa cây nhị phân hoàn toàn cân bằng

```
struct node    {
        int infor;
        int sonut;
        struct node *left;
        struct node *right;
};
typedef struct node   *NODEPTR;
```

Thao tác chèn một node (Insrertion Node)

Các thao tác khác với cây nhị phân hoàn toàn cân bằng cũng giống như cây nhị phân. Riêng thao tác thêm node vào cây nhị phân hoàn toàn cân bằng sao cho cây vẫn đảm bảo tính cân cân bằng, chúng ta coi node mới thêm vào sẽ là node lá, node cha của node mới có sonut là 1 hoặc 2 và được điều khiển như sau:

- Xét con trỏ p tại gốc của cây nếu: p -> sonode > 2 thì cho p đi xuống: nếu p là lẻ cho p qua nhánh trái p=p->left. Nếu p->sonut là chẵn cho p qua nhánh phải: p = p->right
- Nếu p->sonut =1 : thêm node mới là nút con bên trái của p
- Nếu p->sonut =2 : thêm node mới là nút con bên phải của p

Giải thuật thêm node vào cây nhị phân hoàn toàn đầy đủ được thể hiện như sau:

```
/* Thêm node x vào cây nhị phân hoàn toàn cân bằng*/
    void Insert(NODEPTR proot, int x){
        NODEPTR p;
        p=proot;
        while(p->sonut!=1 && p->sonut!=2){
            if(p->sonut%2==1){
                p->sonut++;
                p=p->left;
            }
            else {
                p->sonut++;
```

```
                    p= p->right;
                }
            }
            if (p->sonut==1){
                p->sonut++;
                Setleft(p,x);
            }
            else {
                p->sonut++;
                Setright(p,x);
            }
        }
```

Chương trình cài đặt cây nhị phân hoàn toàn cân bằng được thể hiện như sau:

```
#include    <stdio.h>
#include    <stdlib.h>
#include    <conio.h>
#include    <alloc.h>
#include    <string.h>
#include    <dos.h>
#define     TRUE 1
#define         FALSE     0
#define         MAX       100
struct node   {
    int infor;
    int sonut;
    struct node *left;
    struct node *right;
};
typedef struct node  *NODEPTR;
NODEPTR Getnode(void){
    NODEPTR p;
    p=(NODEPTR)malloc(sizeof(struct node));
    return(p);
}
void Freenode(NODEPTR p){
    free(p);
}
void Initialize(NODEPTR *ptree){
    *ptree=NULL;
}
NODEPTR Makenode(int x){
    NODEPTR p;
```

```
        p=Getnode();
        p->infor=x;
        p->sonut=1;
        p->left=NULL;
        p->right=NULL;
        return(p);
}
void Setleft(NODEPTR p, int x){
        if (p==NULL)
                printf("\n Node p khong co thuc");
        else {
                if (p->left!=NULL)
                        printf("\n Node con ben trai da ton tai");
                else
                        p->left=Makenode(x);
        }
        delay(2000);
}
void Setright(NODEPTR p, int x){
        if (p==NULL)
                printf("\n Node p khong co thuc");
        else {
                if (p->right!=NULL)
                        printf("\n Node con ben phai da ton tai");
                else
                        p->right=Makenode(x);
        }
        delay(2000);
}
void Pretrav(NODEPTR proot){
        if (proot!=NULL){
                printf("%5d", proot->infor);
                Pretrav(proot->left);
                Pretrav(proot->right);
        }
}
void Intrav(NODEPTR proot){
        if (proot!=NULL){
                Intrav(proot->left);
                printf("%5d", proot->infor);
                Intrav(proot->right);
        }
}
```

```
void Postrav(NODEPTR proot){
	if (proot!=NULL){
		Postrav(proot->left);
		Postrav(proot->right);
		printf("%5d", proot->infor);
	}
}
void Insert(NODEPTR proot, int x){
	NODEPTR p;
	p=proot;
	while(p->sonut!=1 && p->sonut!=2){
		if(p->sonut%2==1){
			p->sonut++;
			p=p->left;
		}
		else {
			p->sonut++;
			p= p->right;
		}
	}
	if (p->sonut==1){
		p->sonut++;
		Setleft(p,x);
	}
	else {
		p->sonut++;
		Setright(p,x);
	}
}
NODEPTR Search(NODEPTR proot, int x){
	NODEPTR p;
	if (proot->infor==x)
		return(proot);
	if(proot==NULL)
		return(NULL);
	p= Search(proot->left,x);
	if (p==FALSE)
		p=Search(proot,x);
	return(p);
}
void Cleartree(NODEPTR proot){
	if(proot!=NULL){
		Cleartree(proot->left);
```

```
		Cleartree(proot->right);
		Freenode(proot);
	}
}
void main(void){
	NODEPTR ptree, p;
	int noidung, chucnang;
	Initialize(&ptree);
	do {
		clrscr();
		printf("\n CAY HOAN TOAN CAN BANG");
		printf("\n 1-Them nut tren cay");
		printf("\n 2-Duyet cay theo NLR");
		printf("\n 3-Duyet cay theo LNR");
		printf("\n 4-Duyet cay theo LRN");
		printf("\n 5-Tim kiem tren cay");
		printf("\n 6-Loai bo toan bo cay");
		printf("\n 0-Thoat khoi chuong trinh");
		printf("\n Lua chon chuc nang:");
		scanf("%d", &chucnang);
		switch(chucnang){
			case 1:
				printf("\n Noi dung nut moi:");
				scanf("%d",&noidung);
				if(ptree==NULL)
					ptree=Makenode(noidung);
				else
					Insert(ptree,noidung);
				break;
			case 2:
				printf("\n Duyet cay theo NLR");
				if(ptree==FALSE)
					printf("\n Cay rong");
				else
					Pretrav(ptree);
				break;
			case 3:
				printf("\n Duyet cay theo LNR");
				if(ptree==FALSE)
					printf("\n Cay rong");
				else
					Intrav(ptree);
				break;
```

```
                case 4:
                        printf("\n Duyet cay theo NRN");
                        if(ptree==FALSE)
                                printf("\n Cay rong");
                        else
                                Postrav(ptree);
                        break;
                case 5:
                        printf("\n Noi dung can tim:");
                        scanf("%d",&noidung);
                        if(Search(ptree,noidung))
                                printf("\n Tim thay");
                        else
                                printf("\n Khong tim thay");
                        break;
                case 6:
                        Cleartree(ptree);break;
        }
        delay(1000);
    } while(chucnang!=0);
    Cleartree(ptree); ptree=NULL;
}
```

5.8. Cài đặt cây nhị phân tìm kiếm bằng link list

Vì cây nhị phân tìm kiếm là một dạng đặc biệt của cây nên các thao tác như thiết lập cây, duyệt cây vẫn như cây nhị phân thông thường riêng, các thao tác tìm kiếm , thêm node và loại bỏ node có thể được thực hiện như sau:

Thao tác tìm kiếm node (Search): Giả sử ta cần tìm kiếm node có giá trị x trên cây nhị phân tìm kiếm, trước hết ta bắt đầu từ gốc:

- Nếu cây rỗng: phép tìm kiếm không thoả mãn;
- Nếu x trùng với khoá gốc: phép tìm kiếm thoả mãn;
  - Nếu X nhỏ hơn khoá gốc thì tìm sang cây bên trái;
  - Nếu X lớn hơn khoá gốc thì tìm sang cây bên phải;

```
NODEPTR Search( NODEPTR proot, int x){
        NODEPTR p; p=proot;
        if ( p!=NULL){
                if (x <p->infor)
```

```
                Search(proot->left, x);
            if (x >p->infor)
                Search(proot->right, x);
        }
        return(p);
}
```

Thao tác chèn thêm node (Insert): để thêm node x vào cây nhị phân tìm kiếm, ta thực hiện như sau:

- Nếu x trùng với gốc thì không thể thêm node
- Nếu x < gốc và chưa có lá con bên trái thì thực hiện thêm node vào nhánh bên trái.
- Nếu x > gốc và chưa có lá con bên phải thì thực hiện thêm node vào nhánh bên phải.

```
void Insert(NODEPTR proot, int x){
    if (x==proot->infor){
            printf("\n Noi dung bi trung");
            delay(2000);return;
    }
    else if(x<proot->infor && proot->left==NULL){
            Setleft(proot,x);return;
    }
    else if (x>proot->infor && proot->right==NULL){
            Setright(proot,x);return;
    }
    else if(x<proot->infor)
            Insert(proot->left,x);
    else Insert(proot->right,x);
}
```

Thao tác loại bỏ node (Remove): Việc xoá node trên cây nhị phân tìm kiếm khá phức tạp. Vì sau khi xoá node, chúng ta phải điều chỉnh lại cây để nó vẫn là cây nhị phân tìm kiếm. Khi xoá node trên cây nhị phân tìm kiếm thì node cần xoá bỏ có thể ở một trong 3 trường hợp sau:

Trường hợp 1: nếu node p cần xoá là node lá hoặc node gốc thì việc loại bỏ được thực hiện ngay.

Trường hợp 2: nếu node p cần xoá có một cây con thì ta phải lấy node con của node p thay thế cho p.

Trường hợp 3: node p cần xoá có hai cây con. Nếu node cần xoá ở phía cây con bên trái thì node bên trái nhất sẽ được chọn làm node thế mạng, nếu node cần xoá ở phía cây con bên phải thì node bên phải nhất sẽ được chọn làm node thế mạng. Thuật toán loại bỏ node trên cây nhị phân tìm kiếm được thể hiện như sau:

```
NODEPTR Remove(NODEPTR p){
        NODEPTR rp,f;
        if(p==NULL){
                printf("\n Nut p khong co thuc");
                delay(2000);return(p);
        }
        if(p->right==NULL)
                rp=p->left;
        else {
                if (p->left==NULL)
                        rp = p->right;
                else {
                        f=p;
                        rp=p->right;
                        while(rp->left!=NULL){
                                f=rp;
                                rp=rp->left;
                        }
                        if(f!=p){
                                f->left =rp->right;
                                rp->right = p->right;
                                rp->left=p->left;
                        }
                        else
                                rp->left = p->left;
                }
        }
        Freenode(p);
        return(rp);
}
```

Cài đặt các thao tác trên cây nhị phân tìm kiếm

```
#include    <stdio.h>
#include    <stdlib.h>
#include    <conio.h>
```

```
#include	<alloc.h>
#include	<string.h>
#include	<dos.h>
#define		TRUE 1
#define			FALSE		0
#define			MAX		100
struct node	{
	int infor;
	struct node *left;
	struct node *right;
};
typedef struct node	*NODEPTR;
NODEPTR Getnode(void){
	NODEPTR p;
	p=(NODEPTR)malloc(sizeof(struct node));
	return(p);
}
void Freenode(NODEPTR p){
	free(p);
}
void Initialize(NODEPTR *ptree){
	*ptree=NULL;
}
NODEPTR Makenode(int x){
	NODEPTR p;
	p=Getnode();
	p->infor=x;
	p->left=NULL;
	p->right=NULL;
	return(p);
}
void Setleft(NODEPTR p, int x){
	if (p==NULL)
		printf("\n Node p khong co thuc");
	else {
		if (p->left!=NULL)
			printf("\n Node con ben trai da ton tai");
		else
			p->left=Makenode(x);
	}
}
void Setright(NODEPTR p, int x){
	if (p==NULL)
```

```
                printf("\n Node p khong co thuc");
        else {
                if (p->right!=NULL)
                        printf("\n Node con ben phai da ton tai");
                else
                        p->right=Makenode(x);
        }
}
void Pretrav(NODEPTR proot){
        if (proot!=NULL){
                printf("%5d", proot->infor);
                Pretrav(proot->left);
                Pretrav(proot->right);
        }
}
void Intrav(NODEPTR proot){
        if (proot!=NULL){
                Intrav(proot->left);
                printf("%5d", proot->infor);
                Intrav(proot->right);
        }
}
void Postrav(NODEPTR proot){
        if (proot!=NULL){
                Postrav(proot->left);
                Postrav(proot->right);
                printf("%5d", proot->infor);
        }
}
void Insert(NODEPTR proot, int x){
        if (x==proot->infor){
                printf("\n Noi dung bi trung");
                delay(2000);return;
        }
        else if(x<proot->infor && proot->left==NULL){
                Setleft(proot,x);return;
        }
        else if (x>proot->infor && proot->right==NULL){
                Setright(proot,x);return;
        }
        else if(x<proot->infor)
                Insert(proot->left,x);
        else Insert(proot->right,x);
```

```
}
NODEPTR Search(NODEPTR proot, int x){
        NODEPTR p;p=proot;
        if (p!=NULL) {
                if (x <proot->infor)
                        p=Search(proot->left,x);
                else if(x>proot->infor)
                        p=Search(proot->right,x);
  }
  return(p);
}
NODEPTR Remove(NODEPTR p){
        NODEPTR rp,f;
        if(p==NULL){
                printf("\n Nut p khong co thuc");
                delay(2000);return(p);
        }
        if(p->right==NULL)
                rp=p->left;
        else {
                if (p->left==NULL)
                        rp = p->right;
                else {
                        f=p;
                        rp=p->right;
                        while(rp->left!=NULL){
                                f=rp;
                                rp=rp->left;
                        }
                        if(f!=p){
                                f->left =rp->right;
                                rp->right = p->right;
                                rp->left=p->left;
                        }
                        else
                                rp->left = p->left;
                }
        }
        Freenode(p);
        return(rp);
}
void Cleartree(NODEPTR proot){
        if(proot!=NULL){
```

```
		Cleartree(proot->left);
		Cleartree(proot->right);
		Freenode(proot);
	}
}
void main(void){
	NODEPTR ptree, p;
	int noidung, chucnang;
	Initialize(&ptree);
	do {
		clrscr();
		printf("\n CAY NHI PHAN TIM KIEM");
		printf("\n 1-Them nut tren cay");
		printf("\n 2-Xoa node goc");
		printf("\n 3-Xoa node con ben trai");
		printf("\n 4-Xoa node con ben phai");
		printf("\n 5-Xoa toan bo cay");
		printf("\n 6-Duyet cay theo NLR");
		printf("\n 7-Duyet cay theo LNR");
		printf("\n 8-Duyet cay theo LRN");
		printf("\n 9-Tim kiem tren cay");
		printf("\n 0-Thoat khoi chuong trinh");
		printf("\n Lua chon chuc nang:");
		scanf("%d", &chucnang);
		switch(chucnang){
			case 1:
				printf("\n Noi dung nut moi:");
				scanf("%d",&noidung);
				if(ptree==NULL)
					ptree=Makenode(noidung);
				else
					Insert(ptree,noidung);
				break;
			case 2:
				if (ptree==NULL)
					printf("\n Cay bi rong");
				else
					ptree=Remove(ptree);
				break;
			case 3:
				printf("\n Noi dung node cha:");
				scanf("%d", &noidung);
				p=Search(ptree,noidung);
```

```
            if (p!=NULL)
                  p->left = Remove(p->left);
            else
                  printf("\n Khong co node cha");
            break;
case 4:
            printf("\n Noi dung node cha:");
            scanf("%d", &noidung);
            p=Search(ptree,noidung);
            if (p!=NULL)
                  p->right = Remove(p->right);
            else
                  printf("\n Khong co node cha");
            break;
case 5:
            Cleartree(ptree);
            break;
case 6:
            printf("\n Duyet cay theo NLR");
            if(ptree==NULL)
                  printf("\n Cay rong");
            else
                  Pretrav(ptree);
            break;
case 7:
            printf("\n Duyet cay theo LNR");
            if(ptree==NULL)
                  printf("\n Cay rong");
            else
                  Intrav(ptree);
            break;
case 8:
            printf("\n Duyet cay theo NRN");
            if(ptree==NULL)
                  printf("\n Cay rong");
            else
                  Postrav(ptree);
            break;
case 9:
            printf("\n Noi dung can tim:");
            scanf("%d",&noidung);
            if(Search(ptree,noidung))
                  printf("\n Tim thay");
```

```
                        else
                                printf("\n Khong tim thay");
                        break;
                }
                delay(1000);
        } while(chucnang!=0);
        Cleartree(ptree); ptree=NULL;
}
```

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.1. Một cây nhị phân được gọi là cây nhị phân đúng nếu node gốc của cây và các node trung gian đều có hai node con (ngoại trừ node lá). Chứng minh rằng, nếu cây nhị phân đúng có n node lá thì cây này có tất cả 2n-1 node. Hãy tạo lập một cây nhị phân bất kỳ, sau đó kiểm tra xem nếu cây không phải là cây nhị phân đúng hãy tìm cách bổ sung vào một số node để cây trở thành cây hoàn toàn đúng. Làm tương tự như trên với thao tác loại bỏ node.

5.2. Một cây nhị phân được gọi là cây nhị phân đầy với chiều sâu d (d nguyên dương) khi và chỉ khi ở mức i ($0 \le i \le d$) cây có đúng 2^i node. Hãy viết chương trình kiểm tra xem một cây nhị phân có phải là một cây đầy hay không? Nếu cây chưa phải là cây nhị phân đầy, hãy tìm cách bổ xung một số node vào cây nhị phân để nó trở thành cây nhị phân đầy.

5.3. Một cây nhị phân được gọi là cây nhị phân gần đầy với độ sâu d nếu với mọi mức i ($0 \le i \le d-1$) nó có đúng 2^i node. Cho cây nhị phân bất kỳ, hãy kiểm tra xem nó có phải là cây nhị phân gần đầy hay không ?

5.4. Hãy xây dựng các thao tác sau trên cây nhị phân:

- Tạo lập cây nhị phân;
- Đếm số node của cây nhị phân;
- Xác định chiều sâu của cây nhị phân;
- Xác định số node lá của cây nhị phân;
- Xác định số node trung gian của cây nhị phân;
- Xác định số node trong từng mức của cây nhị phân;
- Xây dựng tập thao tác tương tự như trên đối với các nhánh cây con;
- Thêm một node vào node phải của một node;
- Thêm node vào node trái của một node;
- Loại bỏ node phải của một node;
- Loại bỏ node trái của một node;
- Loại bỏ cả cây;
- Duyệt cây theo thứ tự trước;
- Duyệt cây theo thứ giữa;
- Duyệt cây theo thứ tự sau;

5.5. Cho file dữ liệu cay.in được tổ chức thành từng dòng, trên mỗi dòng ghi lại một từ là nội dung node của một cây nhị phân tìm kiếm. Hãy xây dựng các thao tác sau cho cây nhị phân tìm kiếm:

Tạo lập cây nhị phân tìm kiếm với node gốc là từ đầu tiên trong file dữ liệu cay.in.

- Xác định số node trên cây nhị phân tìm kiếm;
- Xác định chiều sâu của cây nhị phân tìm kiếm;
- Xác định số node nhánh cây bên trái;
- Xác định số node nhánh cây con bên phải;
- Xác định số node trung gian;
- Xác định số node lá;
- Tìm node có độ dài lớn nhất;
- Thêm node;
- Loại bỏ node;
- Loại bỏ cả cây;
- Duyệt cây theo thứ tự trước;
- Duyệt cây theo thứ tự giữa;
- Duyệt cây theo thứ tự sau;

5.6. Cho cây nhị phân bất kỳ hãy xây dựng chương trình xác định xem:

- Cây có phải là cây nhị phân đúng hay không?
- Cây có phải là cây nhị phân đầy hay không ?
- Cây có phải là cây nhị phân gần đầy hay không?
- Cây có phải là cây nhị phân hoàn toàn cân bằng hay không?
- Cây có phải là cây nhị phân tìm kiếm hay không ?

5.7. Cho tam giác số được biểu diễn như hình dưới đây. Hãy viết chương trình tìm dãy các số có tổng lớn nhất trên con đường từ đỉnh và kết thúc tại đâu đó ở đáy. Biết rằng, mỗi bước đi có thể đi chéo xuống phía trái hoặc chéo xuống phía phải. Số lượng hàng trong tam giác là lớn hơn 1 nhưng nhỏ hơn 100; các số trong tam giác đều là các số từ 0 . .99.

CHƯƠNG. ĐỒ THỊ (Graph)

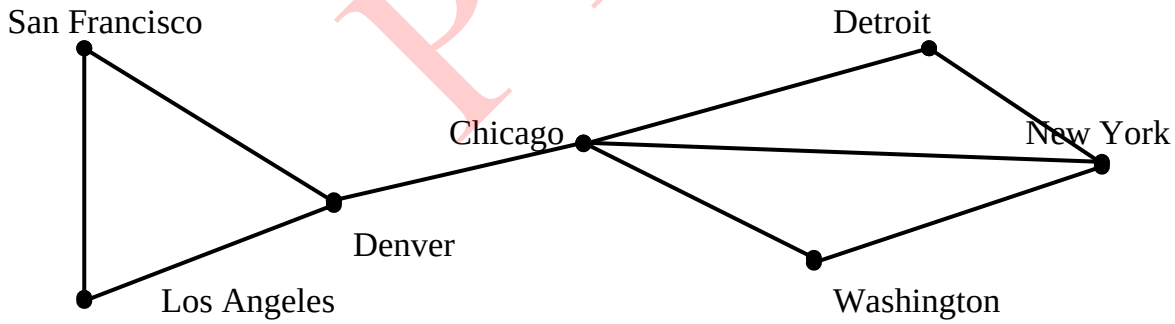
6.1. Những khái niệm cơ bản về đồ thị

6.1.1. Các loại đồ thị

Lý thuyết đồ thị là lĩnh vực nghiên cứu đã tồn tại từ những năm đầu của thế kỷ 18 nhưng lại có những ứng dụng hiện đại. Những tư tưởng cơ bản của lý thuyết đồ thị được nhà toán học người Thuỵ Sĩ Leonhard Euler đề xuất và chính ông là người dùng lý thuyết đồ thị giải quyết bài toán nổi tiếng "Cầu Konigsberg".

Đồ thị được sử dụng để giải quyết nhiều bài toán thuộc các lĩnh vực khác nhau. Chẳng hạn, ta có thể dùng đồ thị để biểu diễn những mạch vòng của một mạch điện, dùng đồ thị biểu diễn quá trình tương tác giữa các loài trong thế giới động thực vật, dùng đồ thị biểu diễn những đồng phân của các hợp chất polyme hoặc biểu diễn mối liên hệ giữa các loại thông tin khác nhau. Có thể nói, lý thuyết đồ thị được ứng dụng rộng rãi trong tất cả các lĩnh vực khác nhau của thực tế cũng như những lĩnh vực trừu tượng của lý thuyết tính toán.

Đồ thị (Graph) là một cấu trúc dữ liệu rời rạc bao gồm các đỉnh và các cạnh nối các cặp đỉnh này. Chúng ta phân biệt đồ thị thông qua kiểu và số lượng cạnh nối giữa các cặp đỉnh của đồ thị. Để minh chứng cho các loại đồ thị, chúng ta xem xét một số ví dụ về các loại mạng máy tính bao gồm: mỗi máy tính là một đỉnh, mỗi cạnh là những kênh điện thoại được nối giữa hai máy tính với nhau. Hình 6.1, là sơ đồ của mạng máy tính loại 1.

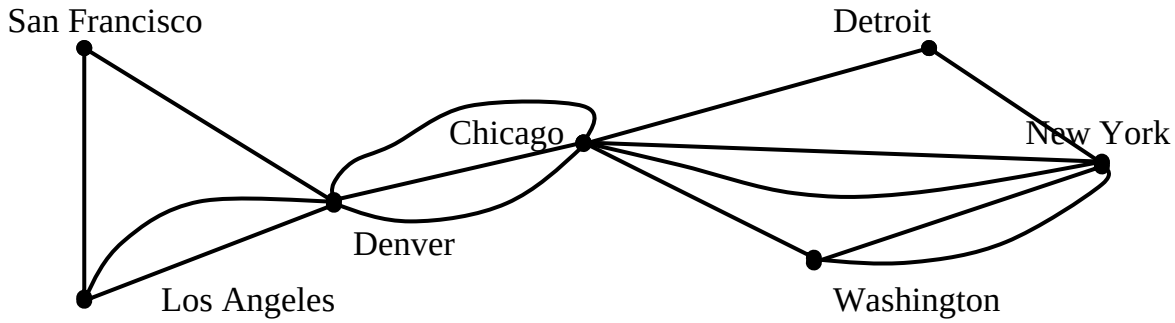


Hình 6.1. Mạng máy tính đơn kênh thoại.

Trong mạng máy tính này, mỗi máy tính là một đỉnh của đồ thị, mỗi cạnh vô hướng biểu diễn các đỉnh nối hai đỉnh phân biệt, không có hai cặp đỉnh nào nối cùng một cặp đỉnh. Mạng loại này có thể biểu diễn bằng một **đơn đồ thị vô hướng**.

Định nghĩa 1. *Đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> bao gồm V là tập các đỉnh, E là tập các cặp có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cạnh.*

Trong trường hợp giữa hai máy tính nào đó thường xuyên truyền tải nhiều thông tin, người ta nối hai máy tính bởi nhiều kênh thoại khác nhau. Mạng máy tính đa kênh thoại có thể được biểu diễn như hình 6.2.



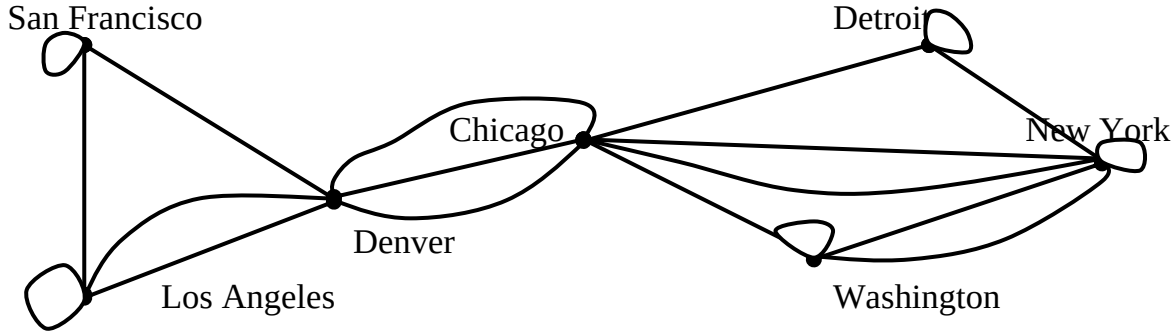
Hình 6.2. Mạng máy tính đa kênh thoại.

Trên hình 6.2, giữa hai máy tính có thể được nối với nhau bởi nhiều hơn một kênh thoại. Với mạng loại này, chúng ta không thể dùng đơn đồ thị vô hướng để biểu diễn. Đồ thị loại này là đa đồ thị vô hướng.

Định nghĩa 2. Đa đồ thị vô hướng G = <V, E> bao gồm V là tập các đỉnh, E là họ các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là tập các cạnh. e1, e2 được gọi là cạnh lặp nếu chúng cùng tương ứng với một cặp đỉnh.

Rõ ràng, mọi đơn đồ thị đều là đa đồ thị, nhưng không phải đa đồ thị nào cũng là đơn đồ thị vì giữa hai đỉnh có thể có nhiều hơn một cạnh nối giữa chúng với nhau. Trong nhiều trường hợp, có máy tính có thể nối nhiều kênh thoại với chính nó. Với loại mạng này, ta không thể dùng đa đồ thị để biểu diễn mà phải dùng giả đồ thị vô hướng. Giả đồ thị vô hướng được mô tả như trong hình 6.3.

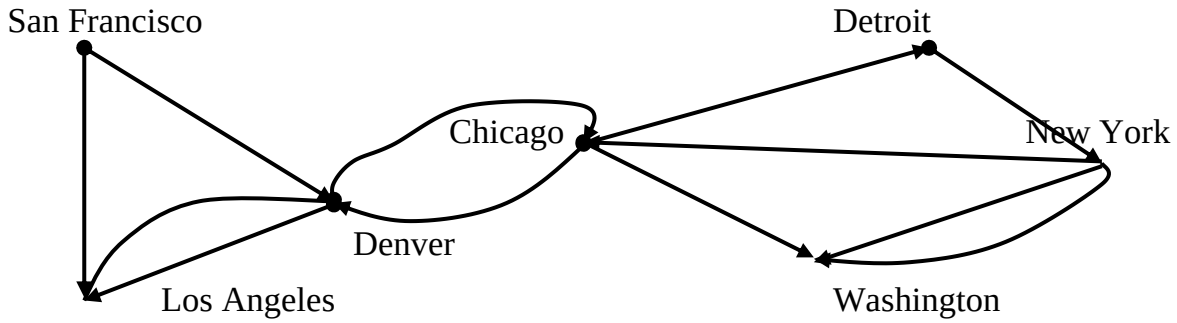
Định nghĩa 3. Giả đồ thị vô hướng G = <V, E> bao gồm V là tập đỉnh, E là họ các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử (hai phần tử không nhất thiết phải khác nhau) trong V được gọi là các cạnh. Cạnh e được gọi là khuyên nếu có dạng e =(u, u), trong đó u là đỉnh nào đó thuộc V.



Hình 6.3. Mạng máy tính đa kênh thoại có khuyên.

Trong nhiều mạng, các kênh thoại nối giữa hai máy tính có thể chỉ được phép truyền tin theo một chiều. Chẳng hạn máy tính đặt tại San Francisco được phép truy nhập tới

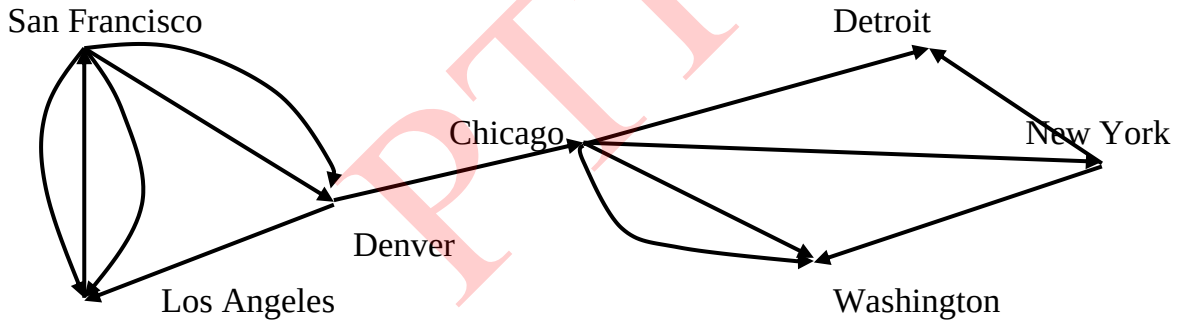
máy tính đặt tại Los Angeles, nhưng máy tính đặt tại Los Angeles không được phép truy nhập ngược lại San Francisco. Hoặc máy tính đặt tại Denver có thể truy nhập được tới máy tính đặt tại Chicago và ngược lại máy tính đặt tại Chicago cũng có thể truy nhập ngược lại máy tính tại Denver. Để mô tả mạng loại này, chúng ta dùng khái niệm đơn đồ thị có hướng. Đơn đồ thị có hướng được mô tả như trong hình 6.4.



Hình 6.4. Mạng máy tính có hướng.

Định nghĩa 4. Đơn đồ thị có hướng G = <V, E> bao gồm V là tập các đỉnh, E là tập các cặp có thứ tự gồm hai phần tử của V gọi là các cung.

Đồ thị có hướng trong hình 6.4 không chứa các cạnh bội. Nên đối với các mạng đa kênh thoại một chiều, đồ thị có hướng không thể mô tả được mà ta dùng khái niệm đa đồ thị có hướng. Mạng có dạng đa đồ thị có hướng được mô tả như trong hình 6.5.



Hình 6.5. Mạng máy tính đa kênh thoại một chiều.

Định nghĩa 5. *Đa đồ thị có hướng G = <V, E> bao gồm V là tập đỉnh, E là cặp có thứ tự gồm hai phần tử của V được gọi là các cung. Hai cung e_1, e_2 tương ứng với cùng một cặp đỉnh được gọi là cung lặp.*

Từ những dạng khác nhau của đồ thị kể trên, chúng ta thấy sự khác nhau giữa các loại đồ thị được phân biệt thông qua các cạnh của đồ thị có thứ tự hay không có thứ tự, các cạnh bội, khuyên có được dùng hay không. Ta có thể tổng kết các loại đồ thị thông qua bảng 1.

Bảng 1. Phân biệt các loại đồ thị

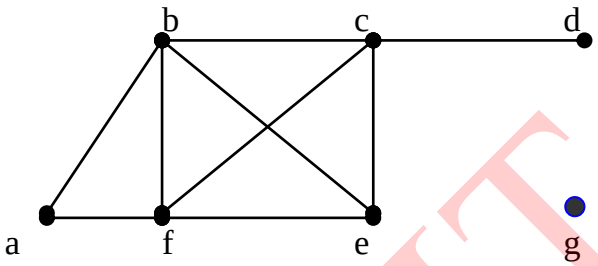
Loại đồ thị	Cạnh	Có cạnh bội	Có khuyên
1. Đơn đồ thị vô hướng	Vô hướng	Không	Không
2. Đa đồ thị vô hướng	Vô hướng	Có	Không

3. Giả đồ thị vô hướng	Vô hướng	Có	Có
4. Đồ thị có hướng	Có hướng	Không	Có
5. Đa đồ thị có hướng	Có hướng	Có	Có

6.1.2. Các thuật ngữ cơ bản

Định nghĩa 1. Hai đỉnh u và v của đồ thị vô hướng G =<V, E> được gọi là kề nhau nếu (u,v) là cạnh thuộc đồ thị G. Nếu e =(u, v) là cạnh của đồ thị G thì ta nói cạnh này liên thuộc với hai đỉnh u và v, hoặc ta nói cạnh e nối đỉnh u với đỉnh v, đồng thời các đỉnh u và v sẽ được gọi là đỉnh đầu của cạnh (u,v).

Định nghĩa 2. Ta gọi bậc của đỉnh v trong đồ thị vô hướng là số cạnh liên thuộc với nó và ký hiệu là deg(v).



Hình 6.6 Đồ thị vô hướng G.

Ví dụ 1. Xét đồ thị trong hình 6.6, ta có

deg(a) = 2, deg(b) =deg(c) = deg(f) = 4, deg(e) = 3, deg(d) = 1, deg(g)=0.

Đỉnh bậc 0 được gọi là đỉnh cô lập. Đỉnh bậc 1 được gọi là đỉnh treo. Trong ví dụ trên, đỉnh g là đỉnh cô lập, đỉnh d là đỉnh treo.

Định lý 1. Giả sử G = <V, E> là đồ thị vô hướng với m cạnh. Khi đó $2m = \sum_{v \in V} \deg(v)$.

Chứng minh. Rõ ràng mỗi cạnh e=(u,v) bất kỳ, được tính một lần trong deg(u) và một lần trong deg(v). Từ đó suy ra số tổng tất cả các bậc bằng hai lần số cạnh.

Hệ quả. Trong đồ thị vô hướng G=<V, E>, số các đỉnh bậc lẻ là một số chẵn.

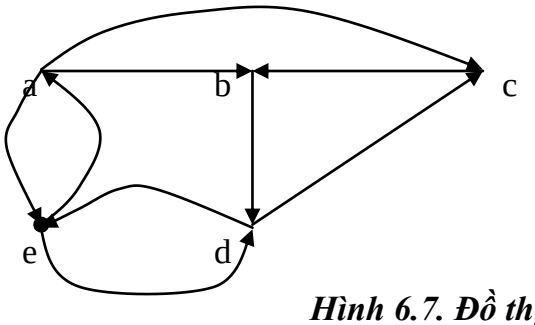
Chứng minh. Gọi O là tập các đỉnh bậc chẵn và V là tập các đỉnh bậc lẻ. Từ định lý 1 ta suy ra:

$$2m = \sum_{v \in V} \deg(v) = \sum_{v \in O} \deg(v) + \sum_{v \in U} \deg(v)$$

Do deg(v) là chẵn với v là đỉnh trong ***O*** nên tổng thứ hai trong vế phải cũng là một số chẵn.

Định nghĩa 3. Nếu e=(u,v) là cung của đồ thị có hướng G thì ta nói hai đỉnh u và v là kề nhau, và nói cung (u, v) nối đỉnh u với đỉnh v hoặc cũng nói cung này đi ra khỏi đỉnh u và đi vào đỉnh v. Đỉnh u (v) sẽ được gọi là đỉnh đầu (cuối) của cung (u,v).

Định nghĩa 4. Ta gọi bán bậc ra (bán bậc vào) của đỉnh v trong đồ thị có hướng là số cung của đồ thị đi ra khỏi nó (đi vào nó) và ký hiệu là $\deg^+(v)$ và $\deg^-(v)$.



Hình 6.7. Đồ thị có hướng G.

Ví dụ 2. Xét đồ thị có hướng trong hình 6.7, ta có

$\deg^-(a) = 1$, $\deg^-(b) = 2$, $\deg^-(c) = 2$, $\deg^-(d) = 2$, $\deg^-(e) = 2$.

$\deg^+(a) = 3$, $\deg^+(b) = 1$, $\deg^+(c) = 1$, $\deg^+(d) = 2$, $\deg^+(e) = 2$.

Do mỗi cung (u,v) được tính một lần trong bán bậc vào của đỉnh v và một lần trong bán bậc ra của đỉnh u nên ta có:

Định lý 2. Giả sử G = <V, E> là đồ thị có hướng. Khi đó $\sum_{v\in V}\deg^+(v) = \sum_{v\in V}\deg^-(v) = |E|$

Rất nhiều tính chất của đồ thị có hướng không phụ thuộc vào hướng trên các cung của nó. Vì vậy, trong nhiều trường hợp, ta bỏ qua các hướng trên cung của đồ thị. Đồ thị vô hướng nhận được bằng cách bỏ qua hướng trên các cung được gọi là đồ thị vô hướng tương ứng với đồ thị có hướng đã cho.

6.1.3. Đường đi, chu trình, đồ thị liên thông

Định nghĩa 1. Đường đi độ dài n từ đỉnh u đến đỉnh v trên đồ thị vô hướng G=<V,E> là dãy

$$x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n$$

trong đó n là số nguyên dương, $x_0=u$, $x_n=v$, $(x_i, x_{i+1})\in E$, i =0, 1, 2, . . ., n-1

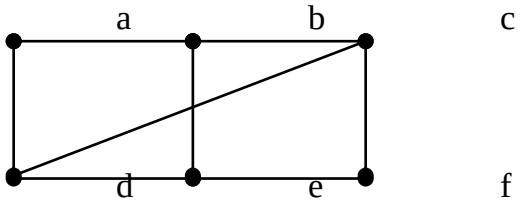
Đường đi như trên còn có thể biểu diễn thành dãy các cạnh

$$(x_0, x_1), (x_1,x_2), \ldots, (x_{n-1}, x_n).$$

Đỉnh u là đỉnh đầu, đỉnh v là đỉnh cuối của đường đi. Đường đi có đỉnh đầu trùng với đỉnh cuối (u=v) được gọi là chu trình. Đường đi hay chu trình được gọi là đơn nếu như không có cạnh nào lặp lại.

Ví dụ 3. Tìm các đường đi, chu trình trong đồ thị vô hướng như trong hình 6.8.

a, d, c, f, e là đường đi đơn độ dài 4, d, e, c, a không là đường đi vì (e,c) không phải là cạnh của đồ thị. Dãy b, c, f, e, b là chu trình độ dài 4. Đường đi a, b, e, d, a, b có độ dài 5 không phải là đường đi đơn vì cạnh (a,b) có mặt hai lần.



Hình 6. 8. Đường đi trên đồ thị.

Khái niệm đường đi và chu trình trên đồ thị có hướng được định nghĩa hoàn toàn tương tự, chỉ có điều khác biệt duy nhất là ta phải chú ý tới các cung của đồ thị.

Định nghĩa 2. Đường đi độ dài n từ đỉnh u đến đỉnh v trong đồ thị có hướng G=<V,A> là dãy

$x_0, x_1, . . ., x_n$

trong đó, n là số nguyên dương, $u = x_0$, $v = x_n$, $(x_i, x_{i+1}) \in A$.

Đường đi như trên có thể biểu diễn thành dãy các cung :

$(x_0, x_1), (x_1, x_2), . . ., (x_{n-1}, x_n)$.

Đỉnh u được gọi là đỉnh đầu, đỉnh v được gọi là đỉnh cuối của đường đi. Đường đi có đỉnh đầu trùng với đỉnh cuối (u=v) được gọi là một chu trình. Đường đi hay chu trình được gọi là đơn nếu như không có hai cạnh nào lặp lại.

Định nghĩa 3. Đồ thị vô hướng được gọi là liên thông nếu luôn tìm được đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của nó.

6.2. Biểu diễn đồ thị trên máy tính

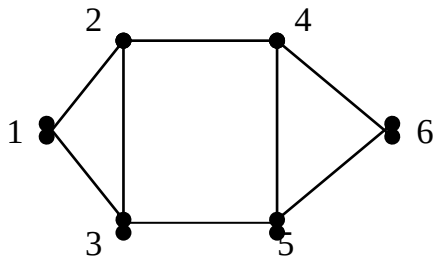
6.2.1. Ma trận kề, ma trận trọng số

Để lưu trữ đồ thị và thực hiện các thuật toán khác nhau, ta cần phải biểu diễn đồ thị trên máy tính, đồng thời sử dụng những cấu trúc dữ liệu thích hợp để mô tả đồ thị. Việc chọn cấu trúc dữ liệu nào để biểu diễn đồ thị có tác động rất lớn đến hiệu quả thuật toán. Vì vậy, lựa chọn cấu trúc dữ liệu thích hợp biểu diễn đồ thị sẽ phụ thuộc vào từng bài toán cụ thể.

Xét đồ thị đơn vô hướng G =<V, E>, với tập đỉnh V = {1, 2, . . ., n}, tập cạnh E = $\{e_1, e_2, . . ., e_m\}$. Ta gọi ma trận kề của đồ thị G là ma trận có các phần tử hoặc bằng 0 hoặc bằng 1 theo qui định như sau:

$A = \{ a_{ij}: a_{ij} = 1$ nếu $(i, j) \in E$, $a_{ij} = 0$ nếu $(i,j) \notin E$; $i, j = 1, 2, . . ., n\}$.

Ví dụ 1. Biểu diễn đồ thị trong hình 6.9 dưới đây bằng ma trận kề.



Hình 6.9. Đồ thị vô hướng G

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	1	0	1	1	0	0
3	1	1	0	0	1	0
4	0	1	0	0	1	1
5	0	0	1	1	0	1
6	0	0	0	1	1	0

Tính chất của ma trận kề:

a) Ma trận kề của đồ thị vô hướng là ma trận đối xứng A[i,j] = A[j, i]; i, j = 1, 2, . . . n. Ngược lại, mỗi (0, 1) ma trận cấp n đẳng cấu với một đơn đồ thị vô hướng n đỉnh;

b) Tổng các phần tử theo dòng i (cột j) của ma trận kề chính bằng bậc đỉnh i (đỉnh j);

c) Nếu ký hiệu

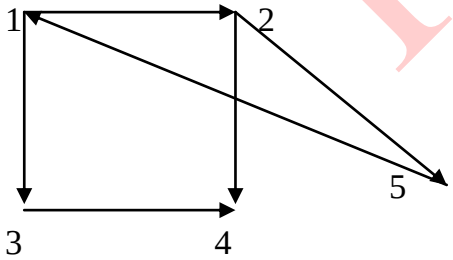
$a_{ij}^p, i, j = 1,2,...,n$ là các phần tử của ma trận

$A^p = A.A. . . A$ *(p lần)* khi đó $a_{ij}^p, i, j = 1,2,...,n,$

cho ta số đường đi khác nhau từ đỉnh i đến đỉnh j qua p-1 đỉnh trung gian.

Ma trận kề của đồ thị có hướng cũng được định nghĩa hoàn toàn tương tự, chúng ta chỉ cần lưu ý tới hướng của cạnh. Ma trận kề của đồ thị có hướng là không đối xứng.

Ví dụ 2. Tìm ma trận kề của đồ thị có hướng trong hình 6.10.

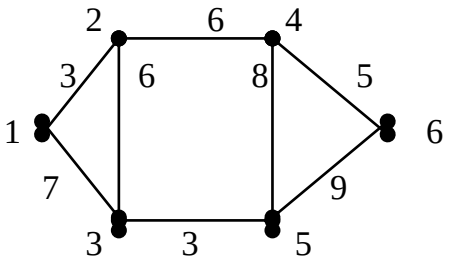


	1	2	3	4	5
1	0	1	1	0	0
2	0	0	0	1	1
3	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0

Hình 6.10. Đồ thị có hướng G

Trong rất nhiều ứng dụng khác nhau của lý thuyết đồ thị, mỗi cạnh e =(u,v) của nó được gán bởi một số c(e) = c(u,v) gọi là trọng số của cạnh e. Đồ thị trong trường hợp như vậy gọi là đồ thị trọng số. Trong trường hợp đó, ma trận kề của đồ thị được thay bởi ma trận trọng số c= c[i,j], i, j= 1, 2, . . ., n. c[i,j] = c(i,j) nếu (i, j) $\in$E, c[i,j] = θ nếu (i, j) $\notin$E. Trong đó, θ nhận các giá trị: 0, ∞, -∞ tuỳ theo từng tình huống cụ thể của thuật toán.

Ví dụ 3. Ma trận kề của đồ thị có trọng số trong hình 6.11.



Hình 6.11. Đồ thị trọng số G.

	1	2	3	4	5	6
1	0	3	7	0	0	0
2	3	0	6	6	0	0
3	7	6	0	0	3	0
4	0	6	0	0	8	5
5	0	0	3	8	0	9
6	0	0	0	5	9	0

Ưu điểm của phương pháp biểu diễn đồ thị bằng ma trận kề (hoặc ma trận trọng số) là ta dễ dàng trả lời được câu hỏi: Hai đỉnh u, v có kề nhau trên đồ thị hay không và chúng ta chỉ mất đúng một phép so sánh. Nhược điểm lớn nhất của nó là bất kể đồ thị có bao nhiêu cạnh ta đều mất n^2 đơn vị bộ nhớ để lưu trữ đồ thị.

6.2.2. Danh sách cạnh (cung)

Trong trường hợp đồ thị thưa (đồ thị có số cạnh $m \leq 6n$), người ta thường biểu diễn đồ thị dưới dạng danh sách cạnh. Trong phép biểu diễn này, chúng ta sẽ lưu trữ danh sách tất cả các cạnh (cung) của đồ thị vô hướng (có hướng). Mỗi cạnh (cung) e (x, y) được tương ứng với hai biến dau[e], cuoi[e]. Như vậy, để lưu trữ đồ thị, ta cần 2m đơn vị bộ nhớ. Nhược điểm lớn nhất của phương pháp này là để nhận biết những cạnh nào kề với cạnh nào chúng ta cần m phép so sánh trong khi duyệt qua tất cả m cạnh (cung) của đồ thị. Nếu là đồ thị có trọng số, ta cần thêm m đơn vị bộ nhớ để lưu trữ trọng số của các cạnh.

Ví dụ 4. Danh sách cạnh (cung) của đồ thị vô hướng trong hình 6.9, đồ thị có hướng hình 6.10, đồ thị trọng số hình 6.11.

Dau	Cuoi
1	2
1	3
2	3
2	4
3	5
4	5
4	6
5	6

Danh sách cạnh cung Hình 6.9

Dau	Cuoi
1	2
1	3
2	4
2	5
3	4
5	1

Hình 6.10

Dau	Cuoi	Trongso
1	2	3
1	3	7
2	3	6
2	4	6
3	5	3
4	5	8
4	6	5
5	6	9

Danh sách trọng số Hình 6.11

6. 2.3. Danh sách kề

Trong rất nhiều ứng dụng, cách biểu diễn đồ thị dưới dạng danh sách kề thường được sử dụng. Trong biểu diễn này, với mỗi đỉnh v của đồ thị chúng ta lưu trữ danh sách các đỉnh kề với nó mà ta ký hiệu là Ke(v), nghĩa là

$$Ke(v) = \{ u \in V: (u, v) \in E\},$$

Với cách biểu diễn này, mỗi đỉnh i của đồ thị, ta làm tương ứng với một danh sách tất cả các đỉnh kề với nó và được ký hiệu là List(i). Để biểu diễn List(i), ta có thể dùng các kiểu dữ liệu kiểu tập hợp, mảng hoặc danh sách liên kết.

Ví dụ 5. Danh sách kề của đồ thị vô hướng trong hình 6.9, đồ thị có hướng trong hình 6.10 được biểu diễn bằng danh sách kề như sau:

Đỉnh	List(i)			
1	2	3		
2	1	3	4	
3	1	2	5	
4	2	5	6	
5	3	4	6	
6	4	5		

Đỉnh	List(i)	
1	3	2
2	4	5
3	4	
5	1	

6.3. Các thuật toán tìm kiếm trên đồ thị

6.3.1. Thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu

Rất nhiều thuật toán trên đồ thị được xây dựng trên việc duyệt tất cả các đỉnh của đồ thị sao cho mỗi đỉnh được viếng thăm đúng một lần. Những thuật toán như vậy được gọi là thuật toán tìm kiếm trên đồ thị. Chúng ta cũng sẽ làm quen với hai thuật toán tìm kiếm cơ bản, đó là duyệt theo chiều sâu (Depth First Search) và duyệt theo chiều rộng (Breath First Search).

Tư tưởng cơ bản của thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu là bắt đầu tại một đỉnh v_0 nào đó, chọn một đỉnh u bất kỳ kề với v_0 và lấy nó làm đỉnh duyệt tiếp theo. Cách duyệt tiếp theo được thực hiện tương tự như đối với đỉnh v_0.

Để kiểm tra việc duyệt mỗi đỉnh đúng một lần, chúng ta sử dụng một mảng gồm n phần tử (tương ứng với n đỉnh), nếu đỉnh thứ i đã được duyệt, phần tử tương ứng trong mảng có giá trị FALSE. Ngược lại, nếu đỉnh chưa được duyệt, phần tử tương ứng trong mảng có giá trị TRUE. Thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh v nào đó sẽ duyệt tất cả các đỉnh liên thông với v. Thuật toán có thể được mô tả bằng thủ tục đệ qui DFS () trong đó: chuaxet - là mảng các giá trị logic được thiết lập giá trị TRUE

```
procedure DFS( v);
begin
    Thăm_Đỉnh(v); chuaxet[v] := FALSE;
    for  u ∈ke(v)  to n do
    begin
```

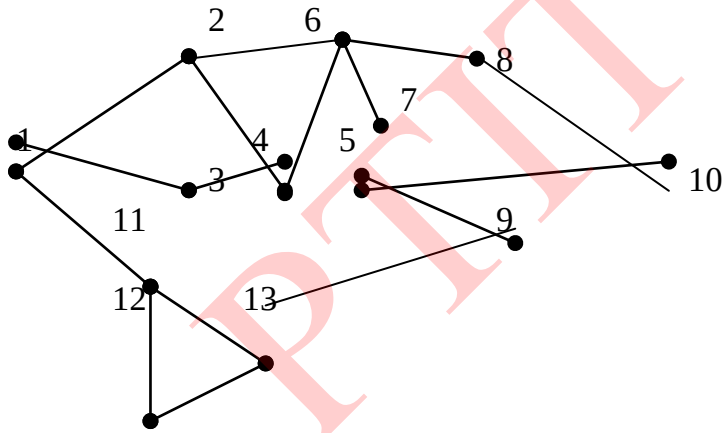
```
            if (chuaxet[u] ) then
                    DFS(A, n, v, chuaxet);
    end;
```

Thủ tục DFS() sẽ thăm tất cả các đỉnh cùng thành phần liên thông với v mỗi đỉnh đúng một lần. Để đảm bảo duyệt tất cả các đỉnh của đồ thị (có thể có nhiều thành phần liên thông), chúng ta chỉ cần thực hiện :

```
    begin
        for i:=1 to n do
                chuaxet[i] := TRUE;
        for i:=1 to n do
                if (chuaxet[i] ) then
                        DFS(A, n, i, chuaxet);
    end;
```

Chú ý: Thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu dễ dàng áp dụng cho đồ thị có hướng. Đối với đồ thị có hướng, chúng ta chỉ cần thay các cạnh vô hướng bằng các cung của đồ thị có hướng.

Ví dụ 1. áp dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu với đồ thị trong hình sau:



Hình 6.12. Đồ thị vô hướng G

Kết quả duyệt: 1, 2, 4 , 3, 6, 7, 8, 10, 5, 9, 13, 11, 12

Văn bản chương trình được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <io.h>
#include <stdlib.h>
#include <dos.h>
#define MAX         100
#define TRUE 1
#define FALSE 0
/* Depth First Search */
void Init(int A[][MAX], int *n){
        FILE *fp; int i,  j;
        fp=fopen("DFS.IN", "r");
```

```
        if(fp==NULL){
                printf("\n Khong co file input");
                delay(2000);return;
        }
        fscanf(fp,"%d", n);
        printf("\n So dinh do thi:%d",*n);
        printf("\n Ma tran ke cua do thi:");
        for(i=1; i<=*n;i++){
                printf("\n");
                for(j=1; j<=*n;j++){
                        fscanf(fp,"%d", &A[i][j]);
                        printf("%3d", A[i][j]);
                }
        }
}
void DFS(int A[][MAX], int n, int v, int chuaxet[]){
        int u;
        printf("%3d",v);chuaxet[v]=FALSE;
        for(u=1; u<=n; u++){
                if(A[v][u]==1 && chuaxet[u])
                        DFS(A,n, u, chuaxet);
        }
}
void main(void){
        int A[MAX][MAX], n, chuaxet[MAX];
        Init(A, &n);
        for(int i=1; i<=n; i++)
                chuaxet[i]=TRUE;
        printf("\n\n");
        for(i=1; i<=n;i++)
                if(chuaxet[i])
                        DFS( n);
        getch();
}
```

6.3.2. Thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng (Breadth First Search)

Để ý rằng, với thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu, đỉnh thăm càng muộn sẽ trở thành đỉnh sớm được duyệt xong. Đó là kết quả tất yếu vì các đỉnh thăm được nạp vào stack trong thủ tục đệ qui. Khác với thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu, thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng thay thế việc sử dụng stack bằng hàng đợi queue. Trong thủ tục này, đỉnh được nạp vào hàng đợi đầu tiên là v, các đỉnh kề với v (v_1, v_2, . . ., v_k) được nạp vào queue kế tiếp. Quá trình được thực tương tự với các đỉnh trong hàng đợi. Thuật toán dừng khi ta đã duyệt hết các đỉnh kề với đỉnh trong hàng đợi. Chúng ta có thể mô tả thuật toán bằng thủ tục BFS.

chuaxet- mảng kiểm tra các đỉnh đã xét hay chưa;
queue – hàng đợi lưu trữ các đỉnh sẽ được duyệt của đồ thị;
procedure BFS(u);
begin
queue := ϕ;
u <= queue; (*nạp u vào hàng đợi*)
chuaxet[u] := false;
while (queue ≠ ϕ) do
begin
queue<=p; (* lấy p ra từ stack*)
Thăm_Đỉnh(p);
for v ∈ ke(p) do
if (chuaxet[v]) then
begin
v<= queue; (*nạp v vào hàng đợi*)
chuaxet[v] := false;
end;
end;
end;

Thủ tục BFS sẽ thăm tất cả các đỉnh dùng thành phần liên thông với u. Để thăm tất cả các đỉnh của đồ thị, chúng ta chỉ cần thực hiện gọi tới thủ tục BFS().

begin
for u∈ V to n do
chuaxet[u] := TRUE;
for u∈V do
if (chuaxet[u] then
BFS(n);
end;

Văn bản chương trình cài đặt theo BFS được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <io.h>
#include <stdlib.h>
#include <dos.h>
#define MAX         100
#define TRUE 1
#dine FALSE 0
/* Breadth First Search */
void Init(int A[][MAX], int *n, int *solt, int *chuaxet){
        FILE *fp; int i,  j;
        fp=fopen("BFS.IN", "r");
        if(fp==NULL){
                printf("\n Khong co file input");
```

```
            delay(2000);return;
    }
    fscanf(fp,"%d", n);
    printf("\n So dinh do thi:%d",*n);
    printf("\n Ma tran ke cua do thi:");

    for(i=1; i<=*n;i++){
            printf("\n");
            for(j=1; j<=*n;j++){
                    fscanf(fp,"%d", &A[i][j]);
                    printf("%3d", A[i][j]);
            }
    }
    for(i=1; i<=*n;i++)
            chuaxet[i]=0;
    *solt=0;
}
void BFS(int A[][MAX], int n, int i, int *solt, int chuaxet[], int QUEUE[MAX]){
    int u, dauQ, cuoiQ, j;
    dauQ=1; cuoiQ=1;QUEUE[cuoiQ]=i;chuaxet[i]=*solt;
    while(dauQ<=cuoiQ){
            u=QUEUE[dauQ];printf("%3d",u);dauQ=dauQ+1;
            for(j=1; j<=n;j++){
                    if(A[u][j]==1 && chuaxet[j]==0){
                            cuoiQ=cuoiQ+1;
                            QUEUE[cuoiQ]=j;
                            chuaxet[j]=*solt;
                    }
            }
    }
}
void main(void){
    int A[MAX][MAX], n, chuaxet[MAX], QUEUE[MAX], solt,i;
    Init(A, &n,&solt, chuaxet);

    printf("\n\n");

    for(i=1; i<=n; i++)

            if(chuaxet[i]==0){

                    solt=solt+1;

                    BFS(A, n, i, &solt, chuaxet, QUEUE);

            }
```

```
    getch();
}
```

Ví dụ. áp dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng với đồ thị trong hình 6.12:

Bước 1. Queue = ϕ;

Bước 2.- Queue = 1;

- Queue = 1, 2, 3, 11;
- Queue = 1, 2, 3, 11, 6, 4;
- Queue = 1, 2, 3, 11, 4, 6,12, 13;
- Queue = 1, 2, 3, 11, 4, 6, 12, 13, 7, 8;
- Queue = 1, 2, 3, 11, 4, 6, 12, 13, 7, 8, 9;
- Queue = 1, 2, 3, 11, 4, 6, 12, 13, 7, 8, 9, 10;
- Queue = 1, 2, 3, 11, 4, 6, 12, 13, 7, 8, 9, 10, 5;

6.3.3. Kiểm tra tính liên thông của đồ thị

Bài toán: Cho đồ thị G=(V, E). Trong đó V là tập đỉnh, E là tập cạnh của đồ thị. Hãy tìm số thành phần liên thông của đồ thị và cho biết mỗi thành phần liên thông của đồ thị gồm những đỉnh nào?

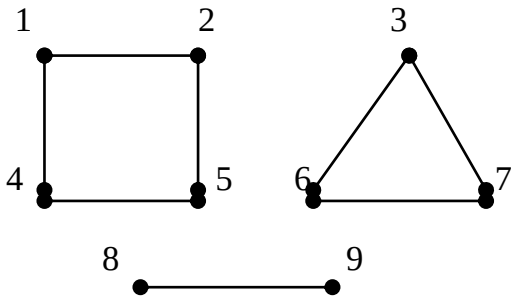
Một đồ thị có thể liên thông hoặc có thể không liên thông. Nếu đồ thị là liên thông (số thành phần liên thông là 1), chúng ta chỉ cần gọi tới thủ tục DFS() hoặc BFS() một lần. Nếu đồ thị là không liên thông, khi đó số thành phần liên thông của đồ thị chính bằng số lần gọi tới thủ tục BFS() hoặc DFS(). Để xác định số các thành phần liên thông của đồ thị, chúng ta sử dụng biến mới solt để nghi nhận các đỉnh cùng một thành phần liên thông trong mảng chuaxet:

- Nếu đỉnh i chưa được duyệt, chuaxet[i] có giá trị 0;
-Nếu đỉnh i được duyệt thuộc thành phần liên thông thứ j=solt, ta ghi nhận chuaxet[i]=solt;
- Các đỉnh cùng thành phần liên thông nếu chúng có cùng giá trị trong mảng chuaxet.

```
procedure BFS(A, n, u, queue, chuaxet);
begin
    queue := ϕ;
    u <= queue; (*nạp u vào hàng đợi*)
    solt := solt+1; chuaxet[u] := solt; (*solt là biến toàn cục thiết lập giá trị 0*)
    while (queue ≠ ϕ ) do
    begin
        queue<=p; (* lấy p ra từ stack*)
        Thăm_Đỉnh(p);
        for  v ∈ ke(p) do
            if (chuaxet[v] ) then
            begin
                v<= queue; (*nạp v vào hàng đợi*)
                chuaxet[v] := solt;
```

```
                end;
        end;
    end;
```

Ví dụ. Đồ thị vô hướng trong hình 6.14 sẽ cho ta kết quả trong mảng chuaxet như sau:



Hình 6.14. Đồ thị vô hướng G.

BFS(1) : 1, 2, 4, 5 ;
BFS(3) : 3, 6, 7;
BFS(8) : 8, 9;
chuaxet = { 1, 1 , 2, 1, 1, 2, 2, 3, 3 }.

Như vậy, đỉnh 1, 2, 4, 5 cùng có giá trị 1 thuộc thành phần liên thông thứ 1;
Đỉnh 3, 6,7 cùng có giá trị 2 thuộc thành phần liên thông thứ 2;
Đỉnh 8, 9 cùng có giá trị 3 thuộc thành phần liên thông thứ 3.

Văn bản chương trình được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <io.h>
#include <stdlib.h>
#include <dos.h>
#define MAX         100
#define TRUE 1
#define FALSE 0
/* Breadth First Search */
void Init(int A[][MAX], int *n, int *solt, int *chuaxet){
        FILE *fp; int i,  j;
        fp=fopen("lienth.IN", "r");
        if(fp==NULL){
                printf("\n Khong co file input");
                delay(2000);return;
        }
        fscanf(fp,"%d", n);
        printf("\n So dinh do thi:%d",*n);
        printf("\n Ma tran ke cua do thi:");

        for(i=1; i<=*n;i++){
```

```
                printf("\n");
                for(j=1; j<=*n;j++){
                        fscanf(fp,"%d", &A[i][j]);
                        printf("%3d", A[i][j]);
                }
        }
        for(i=1; i<=*n;i++)
                chuaxet[i]=0;
        *solt=0;
}
void Result(int *chuaxet, int  n, int solt){
        printf("\n\n");
        if(solt==1){
                printf("\n Do thi la lien thong");
                getch(); return;
        }
        for(int i=1; i<=solt;i++){
                printf("\n Thanh phan lien thong thu %d:",i);
                for(int j=1; j<=n;j++){
                        if( chuaxet[j]==i)
                                printf("%3d", j);
                }
        }
}
void BFS(int A[][MAX], int n, int i, int *solt, int chuaxet[], int QUEUE[MAX]){
        int u, dauQ, cuoiQ, j;
        dauQ=1; cuoiQ=1;QUEUE[cuoiQ]=i;chuaxet[i]=*solt;
        while(dauQ<=cuoiQ){
                u=QUEUE[dauQ];printf("%3d",u);dauQ=dauQ+1;
                for(j=1; j<=n;j++){
                        if(A[u][j]==1 && chuaxet[j]==0){
                                cuoiQ=cuoiQ+1;
                                QUEUE[cuoiQ]=j;
                                chuaxet[j]=*solt;
                        }
                }
        }
}
void Lien_Thong(void){
        int A[MAX][MAX], n, chuaxet[MAX], QUEUE[MAX], solt,i;
        clrscr();Init(A, &n,&solt, chuaxet);
        printf("\n\n");
        for(i=1; i<=n; i++)
```

```
            if(chuaxet[i]==0){
                solt=solt+1;
                BFS(A, n, i, &solt, chuaxet, QUEUE);
            }
        Result(chuaxet, n, solt);
        getch();
}
void main(void){
        Lien_Thong();
}
```

6.3.4. Tìm đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của đồ thị

Bài toán: Cho đồ thị G=(V, E). Trong đó V là tập đỉnh, E là tập cạnh của đồ thị. Hãy tìm đường đi từ đỉnh s∈V tới đỉnh t∈V của G.

Thủ tục BFS(s) hoặc DFS(s) cho phép ta duyệt các đỉnh cùng một thành phần liên thông với đỉnh s. Như vậy, nếu trong số các đỉnh liên thông với s chứa t thì chắc chắn có đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t. Nếu trong số các đỉnh liên thông với đỉnh s không chứa đỉnh t thì không tồn tại đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t. Do vậy, chúng ta chỉ cần gọi tới thủ tục DFS(s) hoặc BFS(s) và kiểm tra xem đỉnh t có thuộc thành phần liên thông với s hay không.

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <io.h>
#include <stdlib.h>
#include <dos.h>
#define MAX     100
#define TRUE    1
#define FALSE   0int n, truoc[MAX], chuaxet[MAX], queue[MAX];
int A[MAX][MAX]; int s, t;
/* Breadth First Search */
void Init(void){
    FILE *fp; int i,  j;
    fp=fopen("lienth.IN", "r");
    if(fp==NULL){
            printf("\n Khong co file input");
            delay(2000);return;
    }
    fscanf(fp,"%d", &n);
    printf("\n So dinh do thi:%d",n);
    printf("\n Ma tran ke cua do thi:");

    for(i=1; i<=n;i++){
            printf("\n");
            for(j=1; j<=n;j++){
```

```
                fscanf(fp,"%d", &A[i][j]);
                printf("%3d", A[i][j]);
            }
    }
    for(i=1; i<=n;i++){
            chuaxet[i]=TRUE;
            truoc[i]=0;
    }
}
void Result(void){
    printf("\n\n");
    if(truoc[t]==0){
            printf("\n Khong co duong di tu %d den %d",s,t);
            getch();
            return;
    }
    printf("\n Duong di tu %d den %d la:",s,t);
    int j = t;printf("%d<=", t);
    while(truoc[j]!=s){
            printf("%3d<=",truoc[j]);
            j=truoc[j];
    }
    printf("%3d",s);
}
void In(void){
    printf("\n\n");
    for(int i=1; i<=n; i++)
            printf("%3d", truoc[i]);
}
void BFS(int s) {
    int dauQ, cuoiQ, p, u;printf("\n");
    dauQ=1;cuoiQ=1; queue[dauQ]=s;chuaxet[s]=FALSE;
    while (dauQ<=cuoiQ){
            u=queue[dauQ]; dauQ=dauQ+1;
            printf("%3d",u);
            for (p=1; p<=n;p++){
                    if(A[u][p] && chuaxet[p]){
                            cuoiQ=cuoiQ+1;queue[cuoiQ]=p;
                            chuaxet[p]=FALSE;truoc[p]=u;
                    }
            }
    }
}
```

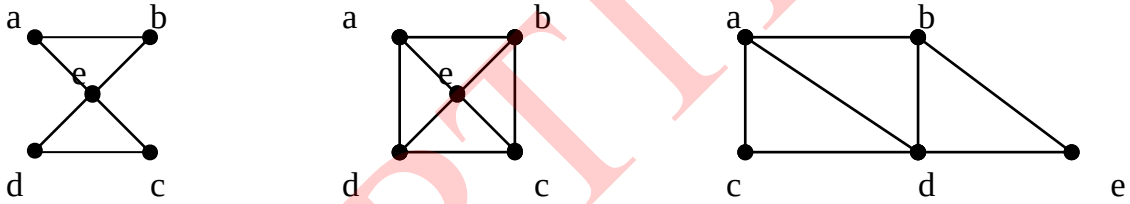
```
void duongdi(void){
    int chuaxet[MAX], truoc[MAX], queue[MAX];
    Init();BFS(s);Result();
}
void main(void){
    printf("\n Dinh dau:"); scanf("%d",&s);
    printf("\n Dinh cuoi:"); scanf("%d",&t);
    Init();printf("\n");BFS(s);
    Result();getch();
}
```

6.4. Đường đi và chu trình Euler

Chu trình đơn trong đồ thị G đi qua mỗi cạnh của đồ thị đúng một lần được gọi là chu trình Euler. Đường đi đơn trong G đi qua mỗi cạnh của nó đúng một lần được gọi là đường đi Euler. Đồ thị được gọi là đồ thị Euler nếu nó có chu trình Euler. Đồ thị có đường đi Euler được gọi là nửa Euler.

Rõ ràng, mọi đồ thị Euler đều là nửa Euler nhưng điều ngược lại không đúng.

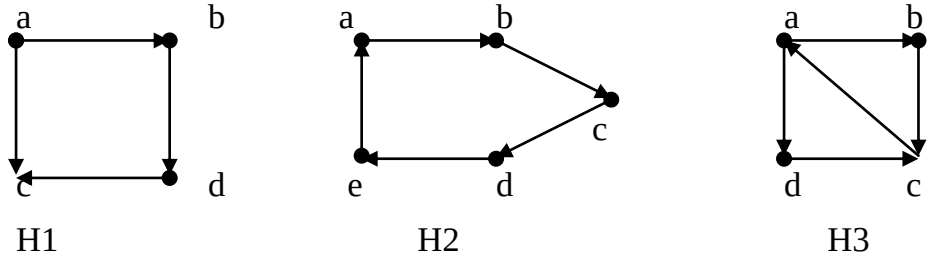
Ví dụ 1. Xét các đồ thị G1, G2, G3 trong hình 6.15.



Hình 6.15. Đồ thị vô hướng G1, G2, G3.

Đồ thị G1 là đồ thị Euler vì nó có chu trình Euler a, e, c, d, e, b, a. Đồ thị G3 không có chu trình Euler nhưng chứa đường đi Euler a, c, d, e, b, d, a, b vì thế G3 là nửa Euler. G2 không có chu trình Euler cũng như đường đi Euler.

Ví dụ 2. Xét các đồ thị có hướng H1, H2, H3 trong hình 6.16.



Hình 6.16. Đồ thị có hướng H1, H2, H3.

Đồ thị H2 là đồ thị Euler vì nó chứa chu trình Euler a, b, c, d, e, a vì vậy nó là đồ thị Euler. Đồ thị H3 không có chu trình Euler nhưng có đường đi Euler a, b, c, a, d, c nên nó là đồ thị nửa Euler. Đồ thị H1 không chứa chu trình Euler cũng như chu trình Euler.

Định lý. Đồ thị vô hướng liên thông G=(V, E) là đồ thị Euler khi và chỉ khi mọi đỉnh của G đều có bậc chẵn. Đồ thị vô hướng liên thông G=(V, E) là đồ thị nửa Euler khi và chỉ khi nó không có quá hai đỉnh bậc lẻ.

Để tìm một chu trình Euler, ta thực hiện theo thuật toán sau:

- Tạo một mảng CE để ghi đường đi và một stack để xếp các đỉnh ta sẽ xét. Xếp vào đó một đỉnh tuỳ ý u nào đó của đồ thị, nghĩa là đỉnh u sẽ được xét đầu tiên.
- Xét đỉnh trên cùng của ngăn xếp, giả sử đỉnh đó là đỉnh v; và thực hiện:
  - Nếu v là đỉnh cô lập thì lấy v khỏi ngăn xếp và đưa vào CE;
  - Nếu v là liên thông với đỉnh x thì xếp x vào ngăn xếp sau đó xoá bỏ cạnh (v, x);
- Quay lại bước 2 cho tới khi ngăn xếp rỗng thì dừng. Kết quả đường đi Euler được chứa trong CE theo thứ tự ngược lại.

Thủ tục Euler_Cycle sau sẽ cho phép ta tìm chu trình Euler.

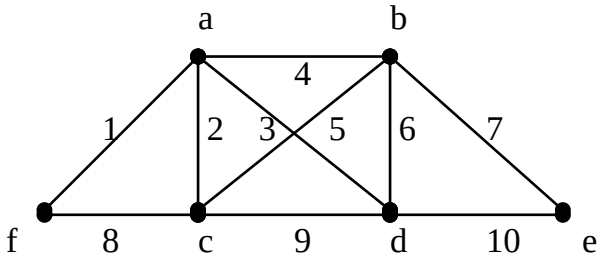
```
Procedure       Euler_Cycle;
begin
    Stack:=ϕ; CE:=ϕ;
    Chọn u là đỉnh nào đó của đồ thị;
    u=>Stack; { nạp u vào stack};
    while Stack≠ϕ do
    begin
            x:= top(Stack); { x là phần tử đầu stack }
            if (ke(x) ≠ ϕ) then
            begin
                    y := Đỉnh đầu trong danh sách ke(x);
                    Stack<=y; { nạp y vào Stack};
                    Ke(x) := Ke(x) \{y};
                    Ke(y) := Ke(y)\{x}; {loại cạnh (x,y) khỏi đồ thị};
            end
            else {
                    x<= Stack; {lấy x ra khỏi stack};
```

CE <=x; { nạp x vào CE;}

end;

end;

Ví dụ. Tìm chu trình Euler trong hình 6.17.



Hình 6.17. Đồ thị vô hướng G.

Các bước thực hiện theo thuật toán sẽ cho ta kết quả sau:

Bước	**Giá trị trong stack**	**Giá trị trong CE**	**Cạnh còn lại**
1	F		1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
2	f, a		2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
3	f, a, c		3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
4	f,a,c,f		3, 4, 5, 6, 7, 9, 10
5	f, a, c	f	3, 4, 5, 6, 7, 9, 10
6	f, a, c, b	f	3, 4, 6, 7, 9, 10
7	f, a, c, b, d	f	3, 4, 7, 9, 10
8	f, a, c, b, d,c	f	3, 4, 7, 10
9	f, a, c, b, d	f, c	3, 4, 7, 10
10	f, a, c, b, d, e	f, c	3, 4, 7
11	f, a, c, b, d, e, b	f, c	3, 4
12	f, a, c, b, d, e, b, a	f, c	3
13	f, a, c, b, d, e, b, a, d	f, c	
14	f, a, c, b, d, e, b, a	f, c, d	
15	f, a, c, b, d, e, b	f,c,d,a	
16	f, a, c, b, d, e	f,c,d,a,b	
17	f, a, c, b, d	f,c,d,a,b,e	
18	f, a, c, b	f,c,d,a,b,e,d	

19	f, a, c	f,c,d,a,b,e,d,b	
20	f, a	f,c,d,a,b,e,d,b,c	
21	f	f,c,d,a,b,e,d,b,c,a	
22		f,c,d,a,b,e,d,b,c,a,f	

Chương trình tìm chu trình Euler được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
#define    TRUE 1
#define FALSE   0
int A[MAX][MAX], n, u=1;
void Init(void){
    int i, j;FILE *fp;
    fp = fopen("CTEULER.IN", "r");
    fscanf(fp,"%d", &n);
    printf("\n So dinh do thi:%d",n);
    printf("\n Ma tran ke:");
    for(i=1; i<=n;i++){
            printf("\n");
            for(j=1; j<=n;j++){
                    fscanf(fp,"%d", &A[i][j]);
                    printf("%3d", A[i][j]);
            }
    }
    fclose(fp);
}
int Kiemtra(void){
    int i, j, s, d;
    d=0;
    for(i=1; i<=n;i++){
            s=0;
            for(j=1; j<=n;j++)
                    s+=A[i][j];
            if(s%2) d++;
    }
    if(d>0) return(FALSE);
```

```
    return(TRUE);
}
void Tim(void){
    int v, x, top, dCE;
    int stack[MAX], CE[MAX];
    top=1; stack[top]=u;dCE=0;
    do {
            v = stack[top];x=1;
            while (x<=n && A[v][x]==0)
                    x++;
            if (x>n) {
                    dCE++; CE[dCE]=v; top--;
            }
            else {
                    top++; stack[top]=x;
                    A[v][x]=0; A[x][v]=0;
            }
    } while(top!=0);
    printf("\n Co chu trinh Euler:");

    for(x=dCE; x>0; x--)
            printf("%3d", CE[x]);
}
void main(void){
    clrscr(); Init();
    if(Kiemtra())
            Tim();
    else printf("\n Khong co chu trinh Euler");
    getch();
}
```

Một đồ thị không có chu trình Euler nhưng vẫn có thể có đường đi Euler. Khi đó, đồ thị có đúng hai đỉnh bậc lẻ, tức là tổng các số cạnh xuất phát từ một trong hai đỉnh đó là số lẻ. Một đường đi Euler phải xuất phát từ một trong hai đỉnh đó và kết thúc ở đỉnh kia. Như vậy, thuật toán tìm đường đi Euler chỉ khác với thuật toán tìm chu trình Euler ở chỗ ta phải xác định điểm xuất phát của đường đi. Chương trình tìm đường đi Euler được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
```

```
#define    TRUE 1
#define FALSE   0
void Init(int A[][MAX], int *n){
    int i, j;FILE *fp;
    fp = fopen("DDEULER.IN", "r");
    fscanf(fp,"%d", n);
    printf("\n So dinh do thi:%d",*n);
    printf("\n Ma tran ke:");
    for(i=1; i<=*n;i++){
            printf("\n");
            for(j=1; j<=*n;j++){
                    fscanf(fp,"%d", &A[i][j]);
                    printf("%3d", A[i][j]);
            }
    }
    fclose(fp);
}
int Kiemtra(int A[][MAX], int n, int *u){
    int i, j, s, d;
    d=0;
    for(i=1; i<=n;i++){
            s=0;
            for(j=1; j<=n;j++)
                    s+=A[i][j];
            if(s%2){
                    d++;*u=i;
            }
    }
    if(d!=2) return(FALSE);
    return(TRUE);
}
void DDEULER(int A[][MAX], int n, int u){
    int v, x, top, dCE;
    int stack[MAX], CE[MAX];
    top=1; stack[top]=u;dCE=0;
    do {
            v = stack[top];x=1;
            while (x<=n && A[v][x]==0)
                    x++;
            if (x>n) {
                    dCE++; CE[dCE]=v; top--;
            }
            else {
```

```
                top++; stack[top]=x;
                A[v][x]=0; A[x][v]=0;
            }
        } while(top!=0);
        printf("\n Co duong di Euler:");
        for(x=dCE; x>0; x--)
            printf("%3d", CE[x]);
    }
    void main(void){
        int A[MAX][MAX], n, u;
        clrscr(); Init(A, &n);
        if(Kiemtra(A,n,&u))
            DDEULER(A,n,u);
        else printf("\n Khong co duong di Euler");
        getch();
    }
```

Để tìm tất cả các đường đi Euler của một đồ thị n đỉnh, m cạnh, ta có thể dùng kỹ thuật đệ qui như sau:

- Bước 1. Tạo mảng b có độ dài m + 1 như một ngăn xếp chứa đường đi. Đặt b[0]=1, i=1 (xét đỉnh thứ nhất của đường đi);
- Bước 2. Lần lượt cho b[i] các giá trị là đỉnh kề với b[i-1] mà cạnh (b[i-1],b[i]) không trùng với những cạnh đã dùng từ b[0] đến b[i-1]. Với mỗi giá trị của b[i], ta kiểm tra:
  - Nếu i<m thì tăng i lên 1 đơn vị (xét đỉnh tiếp theo) và quay lại bước 2.
  - Nếu i=m thì dãy b chính là một đường đi Euler.

Chương trình liệt kê tất cả đường đi Euler được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
#define    TRUE 1
#define FALSE  0
int m, b[MAX], u, i, OK;
void Init(int A[][MAX], int *n){
    int i, j, s, d;FILE *fp;
    fp = fopen("DDEULER.IN", "r");
    fscanf(fp,"%d", n);
    printf("\n So dinh do thi:%d",*n);
```

```
    printf("\n Ma tran ke:");
    u=1; d=0; m=0;
    for(i=1; i<=*n;i++){
            printf("\n");s=0;
            for(j=1; j<=*n;j++){
                    fscanf(fp,"%d", &A[i][j]);
                    printf("%3d", A[i][j]);
                    s+=A[i][j];
            }
            if (s%2) { d++;u=i; }
            m=m+s;
    }
    m=m /2;
    if (d!=2) OK=FALSE;
    else OK=TRUE;
    fclose(fp);
}
void Result(void){
    int i;
    printf("\n Co duong di Euler:");
    for(i=0; i<=m; i++)
            printf("%3d", b[i]);
}
void DDEULER(int *b, int A[][MAX], int n, int i){
    int j, k;
    for(j=1; j<=n;j++){
            if (A[b[i-1]][j]==1){
                    A[b[i-1]][j]=0; A[j][b[i-1]]=0;
                    b[i]=j;
                    if(i==m)        Result();
                    else DDEULER(b, A, n, i+1);
                    A[b[i-1]][j]=1; A[j][b[i-1]]=1;
            }
    }
}
void main(void){
    int A[MAX][MAX], n;
    clrscr(); Init(A, &n);
    b[0]=u;i=1;
    if(OK) DDEULER(b, A, n, i);
    else printf("\n Khong co duong di Euler");
    getch();
}
```

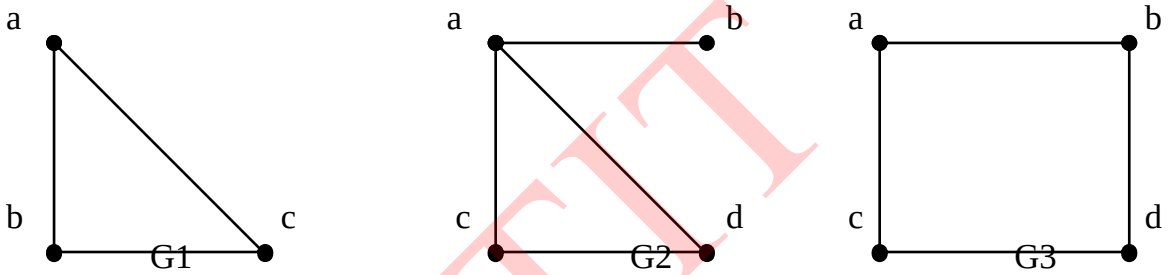
6.5. Đường đi và chu trình Hamilton

Với đồ thị Euler, chúng ta quan tâm tới việc duyệt các cạnh của đồ thị mỗi cạnh đúng một lần, thì trong mục này, chúng ta xét đến một bài toán tương tự nhưng chỉ khác nhau là ta chỉ quan tâm tới các đỉnh của đồ thị, mỗi đỉnh đúng một lần. Sự thay đổi này tưởng như không đáng kể, nhưng thực tế có nhiều sự khác biệt trong khi giải quyết bài toán.

Định nghĩa. Đường đi qua tất cả các đỉnh của đồ thị mỗi đỉnh đúng một lần được gọi là đường đi Hamilton. Chu trình bắt đầu tại một đỉnh v nào đó qua tất cả các đỉnh còn lại mỗi đỉnh đúng một lần sau đó quay trở lại v được gọi là chu trình Hamilton. Đồ thị được gọi là đồ thị Hamilton nếu nó chứa chu trình Hamilton. Đồ thị chứa đường đi Hamilton được gọi là đồ thị nửa Hamilton.

Như vậy, một đồ thị Hamilton bao giờ cũng là đồ thị nửa Hamilton nhưng điều ngược lại không luôn luôn đúng. Ví dụ sau sẽ minh họa cho nhận xét này.

Ví dụ. Đồ thị đồ thi hamilton G3, nửa Hamilton G2 và G1.



Hình 6.18. Đồ thị đồ thi hamilton G3, nửa Hamilton G2 và G1.

Cho đến nay, việc tìm ra một tiêu chuẩn để nhận biết đồ thị Hamilton vẫn còn mở, mặc dù đây là vấn đề trung tâm của lý thuyết đồ thị. Hơn thế nữa, cho đến nay cũng vẫn chưa có thuật toán hiệu quả để kiểm tra một đồ thị có phải là đồ thị Hamilton hay không.

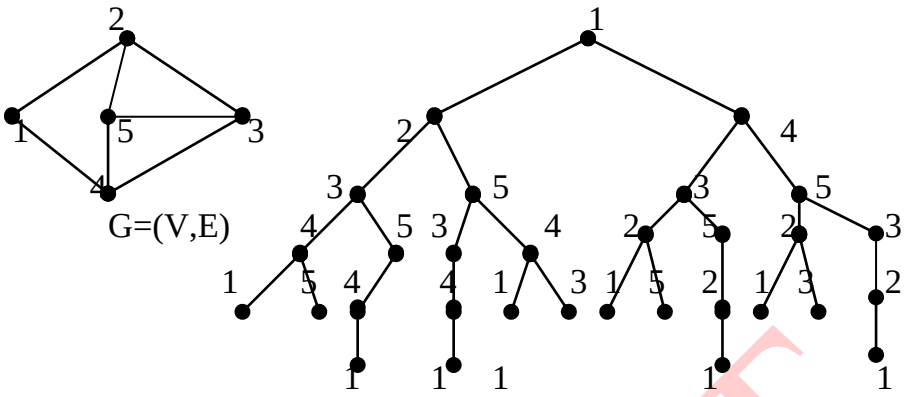
Để liệt kê tất cả các chu trình Hamilton của đồ thị, chúng ta có thể sử dụng thuật toán sau:

```
procedure Hamilton( k) ;
(* Liệt kê các chu trình Hamilton của đồ thị bằng cách phát triển dãy đỉnh
(X[1], X[2], . . ., X[k-1] ) của đồ thị G = (V, E) *)
begin
    for y∈ Ke(X[k-1]) do
            if (k:=n+1) and (y := v0) then
                    Ghinhan(X[1], X[2], . . ., X[n], v0);
            else
            begin
                    X[k]:=y; chuaxet[y] := false;
                    Hamilton(k+1);
                    chuaxet[y] := true;
            end;
end;
```

Chương trình chính được thể hiện như sau:

```
Begin
        for v∈V do chuaxet[v] := true; (*thiết lập trạng thái các đỉnh*)
        X[1] := v0; (*v0 là một đỉnh nào đó của đồ thị*)
        chuaxet[v0] := false;
        Hamilton(2);
end.
```

Cây tìm kiếm chu trình Hamilton thể hiện thuật toán trên được mô tả như trong hình 6.19.



Hình 6.19. Cây tìm kiếm chu trình Hamilton.

Chương trình liệt kê các chu trình Hamilton được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
#define         TRUE 1
#define FALSE       0
int A[MAX][MAX], C[MAX], B[MAX];
int n,i, d;
void Init(void){
        int i, j;FILE *fp;
        fp= fopen("CCHMTON.IN", "r");
        if(fp==NULL){
                printf("\n Khong co file input");
                getch(); return;
        }
        fscanf(fp,"%d",&n);
        printf("\n So dinh do thi:%d", n);
        printf("\n Ma tran ke:");
        for(i=1; i<=n; i++){
                printf("\n");
                for(j=1; j<=n; j++){
                        fscanf(fp, "%d", &A[i][j]);
```

```
                printf("%3d", A[i][j]);
            }
        }
        fclose(fp);
        for (i=1; i<=n;i++)
            C[i]=0;
}
void Result(void){
        int i;
        printf("\n ");
        for(i=n; i>=0; i--)
            printf("%3d", B[i]);
        d++;
}
void Hamilton(int *B, int *C, int i){
        int j, k;
        for(j=1; j<=n; j++){
            if(A[B[i-1]][j]==1 && C[j]==0){
                B[i]=j; C[j]=1;
                if(i<n) Hamilton(B, C, i+1);
                else if(B[i]==B[0]) Result();
                C[j]=0;
            }
        }
}
void main(void){
        B[0]=1; i=1;d=0;
   Init();
        Hamilton(B,C,i);
        if(d==0)
            printf("\n Khong co chu trinh Hamilton");
        getch();
}
```

Chương trình duyệt tất cả đường đi Hamilton như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
#define        TRUE 1
#define FALSE       0
int A[MAX][MAX], C[MAX], B[MAX];
```

```
int n,i, d;
void Init(void){
	int i, j;FILE *fp;
	fp= fopen("DDHMTON.IN", "r");
	if(fp==NULL){
		printf("\n Khong co file input");
		getch(); return;
	}
	fscanf(fp,"%d",&n);
	printf("\n So dinh do thi:%d", n);
	printf("\n Ma tran ke:");
	for(i=1; i<=n; i++){
		printf("\n");
		for(j=1; j<=n; j++){
			fscanf(fp, "%d", &A[i][j]);
			printf("%3d", A[i][j]);
		}
	}
	fclose(fp);
	for (i=1; i<=n;i++)
		C[i]=0;
}
void Result(void){
	int i;
	printf("\n ");
	for(i=n; i>0; i--)
		printf("%3d", B[i]);
	d++;
}
void Hamilton(int *B, int *C, int i){
	int j, k;
	for(j=1; j<=n; j++){
		if(A[B[i-1]][j]==1 && C[j]==0){
			B[i]=j; C[j]=1;
			if(i<n) Hamilton(B, C, i+1);
			else  Result();
			C[j]=0;
		}
	}
}
void main(void){
	B[0]=1; i=1;d=0;
   Init();
```

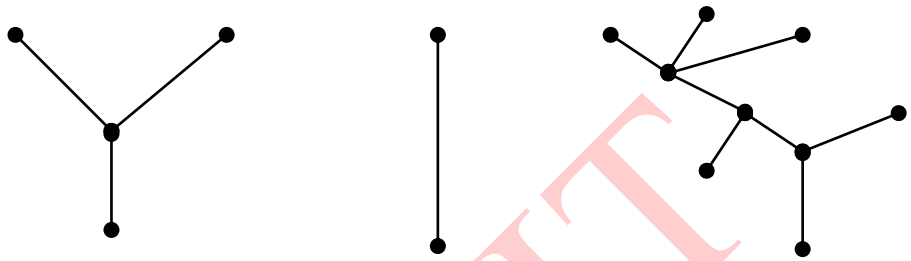
```
        Hamilton(B,C,i);
        if(d==0)
                printf("\n Khong co duong di Hamilton");
        getch();
}
```

6.6. Cây bao trùm

Định nghĩa 1. Ta gọi cây là đồ thị vô hướng liên thông không có chu trình. Đồ thị không có chu trình được gọi là rừng.

Như vậy, rừng là đồ thị mà mỗi thành phần liên thông của nó là một cây.

Ví dụ. Rừng gồm 3 cây trong hình 6.20.



Hình 6.20 . Rừng gồm 3 cây T1, T2, T3.

Cây được coi là dạng đồ thị đơn giản nhất của đồ thị. Định lý sau đây cho ta một số tính chất của cây.

Định lý. Giả sử G=(V, E) là đồ thị vô hướng n đỉnh. Khi đó những khẳng định sau là tương đương

a) G là một cây.

b) G là đồ thị vô hướng liên thông không có chu trình.

c) G liên thông và có đúng n-1 cạnh.

d) Giữa hai đỉnh bất kỳ của G có đúng một đường đi.

e) G liên thông và mỗi cạnh của nó đều là cầu.

f) G không chứa chu trình nhưng hễ cứ thêm vào nó một cạnh ta thu được đúng một chu trình.

Định nghĩa 2. Cho G là đồ thị vô hướng liên thông. Ta gọi đồ thị con T của G là một cây bao trùm hay cây khung nếu T thoả mãn hai điều kiện:

a) T là một cây;

b) Tập đỉnh của T bằng tập đỉnh của G.

Đối với cây bao trùm, chúng ta quan tâm tới những bài toán cơ bản sau:

Bài toán 1. Cho G=(V, E) là đồ thị vô hướng liên thông. Hãy xây dựng một cây bao trùm của G.

Bài toán 2. Cho G = (V, E) là đồ thị vô hướng liên thông có trọng số. Hãy tìm cây bao trùm nhỏ nhất của G.

6.6.1. Tìm một cây bao trùm trên đồ thị

Để tìm một cây bao trùm trên đồ thị vô hướng liên thông, có thể sử dụng kỹ thuật tìm kiếm theo chiều rộng hoặc tìm kiếm theo chiều sâu để thực hiện. Giả sử ta cần xây dựng một cây bao trùm xuất phát tại đỉnh u nào đó. Trong cả hai trường hợp, mỗi khi ta đến được đỉnh v tức (chuaxet[v] = true) từ đỉnh u thì cạnh (u,v) được kết nạp vào cây bao trùm. Hai kỹ thuật này được thể hiện trong hai thủ tục STREE_DFS(u) và STREE_BFS(v) như sau:

```
procedure STREE_DFS( u);
begin
/* Tìm kiếm theo chiều sâu, áp dụng cho bài toán xây dựng cây bao trùm của đồ thị vô
hướng liên thông G=(V, E); các biến chuaxet, Ke, T là toàn cục */
    chuaxet[u] = true;
    for v∈ Ke(u) do
    begin
            if chuaxet[v] then
            begin
                    T := T ∪ (u,v);
                    STREE_DFS(v);
            end;
    end;
end;
/* main program */
BEGIN
    for u∈V do
            chuaxet[u] := true;
    T := ϕ;
    STREE_DFS(root); /* root là một đỉnh nào đó của đồ thị*/
end.
procedure STREE_BFS(u);
begin
    QUUE:=ϕ;
    QUEUE<= u; /* đưa u vào hàng đợi*/
    chuaxet[u] := false;
    while QUEUE≠ ϕ do
    begin
            v<= QUEUE; /* lấy v khỏi hàng đợi */
            for  p ∈ Ke(v) do
            begin
```

```
                    if chuaxet[u] then
                    begin
                        QUEUE<= u; chuaxet[u] := false;
                        T = T∪(v, p);
                    end;
            end;
    end;
end;
/* Main program */
BEGIN
    for u ∈ V do
            chuaxet[u] := true;
    T := ϕ;
    STREE_BFS(root);
END;
```

Chương trình xây dựng một cây bao trùm được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
#define    TRUE 1
#define FALSE  0
int CBT[MAX][2], n, A[MAX][MAX], chuaxet[MAX], sc, QUEUE[MAX];
void Init(void){
    int i, j;FILE *fp;
    fp= fopen("BAOTRUM1.IN", "r");
    if(fp==NULL){
            printf("\n Khong co file input");
            getch(); return;
    }
    fscanf(fp,"%d",&n);
    printf("\n So dinh do thi:%d", n);
    printf("\n Ma tran ke:");
    for(i=1; i<=n; i++){
            printf("\n");
            for(j=1; j<=n; j++){
                    fscanf(fp, "%d", &A[i][j]);
                    printf("%3d", A[i][j]);
            }
    }
```

```
    fclose(fp);
    for (i=1; i<=n;i++)
        chuaxet[i]=TRUE;
}
void STREE_DFS(int i){
    int j;
    if(sc==n-1) return;
    for(j=1; j<=n; j++){
        if (chuaxet[j] && A[i][j]){
            chuaxet[j]=FALSE; sc++;
            CBT[sc][1]=i; CBT[sc][2]=j;
            if(sc==n-1) return;
            STREE_DFS(j);
        }
    }
}
void Result(void){
    int i, j;
    for(i=1; i<=sc; i++){
        printf("\n Canh %d:", i);
        for(j=1; j<=2; j++)
            printf("%3d", CBT[i][j]);
    }
    getch();
}
void STREE_BFS(int u){
    int dauQ, cuoiQ, v, p;
    dauQ=1; cuoiQ=1; QUEUE[dauQ]=u;chuaxet[u]=FALSE;
    while(dauQ<=cuoiQ){
        v= QUEUE[dauQ]; dauQ=dauQ+1;
        for(p=1; p<=n; p++){
            if(chuaxet[p] && A[v][p]){
                chuaxet[p]=FALSE; sc++;
                CBT[sc][1]=v; CBT[sc][2]=p;
                cuoiQ=cuoiQ+1;
                QUEUE[cuoiQ]=p;
                if(sc==n-1) return;
            }
        }
    }
}
void main(void){
    int i; Init(); sc=0; i=1; chuaxet[i]=FALSE; /* xây dựng cây bao trùm tại đỉnh 1*/
```

```
    STREE_BFS(i); /* STREE_DFS(i) */
    Result(); getch();
}
```

6.6.2. Tìm cây bao trùm ngắn nhất

Bài toán tìm cây bao trùm nhỏ nhất là một trong những bài toán tối ưu trên đồ thị có ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau của thực tế. Bài toán được phát biểu như sau:

Cho G=(V, E) là đồ thị vô hướng liên thông với tập đỉnh V = {1, 2, . . ., n } và tập cạnh E gồm m cạnh. Mỗi cạnh e của đồ thị được gán với một số không âm c(e) được gọi là độ dài của nó. Giả sử H=(V, T) là một cây bao trùm của đồ thị G. Ta gọi độ dài c(H) của cây bao trùm H là tổng độ dài các cạnh của nó: $c(H) = \sum_{e \in T} c(e)$. Bài toán được đặt ra là, trong số các cây khung của đồ thị hãy tìm cây khung có độ dài nhỏ nhất của đồ thị.

Để minh họa cho những ứng dụng của bài toán này, chúng ta có thể tham khảo hai mô hình thực tế của bài toán.

Bài toán nối mạng máy tính. Một mạng máy tính gồm n máy tính được đánh số từ 1, 2, . . ., n. Biết chi phí nối máy i với máy j là c[i, j], i, j = 1, 2, . . ., n. Hãy tìm cách nối mạng sao cho chi phí là nhỏ nhất.

Bài toán xây dựng hệ thống cable. Giả sử ta muốn xây dựng một hệ thống cable điện thoại nối n điểm của một mạng viễn thông sao cho điểm bất kỳ nào trong mạng đều có đường truyền tin tới các điểm khác. Biết chi phí xây dựng hệ thống cable từ điểm i đến điểm j là c[i,j]. Hãy tìm cách xây dựng hệ thống mạng cable sao cho chi phí là nhỏ nhất.

Để giải bài toán cây bao trùm nhỏ nhất, chúng ta có thể liệt kê toàn bộ cây bao trùm và chọn trong số đó một cây nhỏ nhất. Phương án như vậy thực sự không khả thi vì số cây bao trùm của đồ thị là rất lớn cỡ n^{n-2}, điều này không thể thực hiện được với đồ thị với số đỉnh cỡ chục.

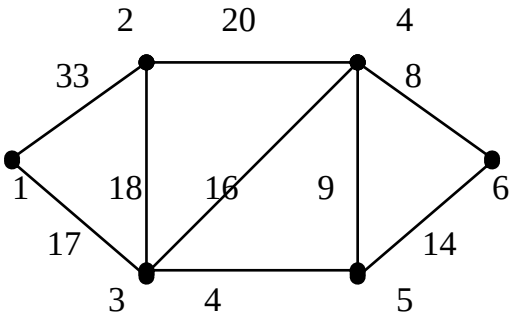
Để tìm một cây bao trùm chúng ta có thể thực hiện theo các bước như sau:

Bước 1. Thiết lập tập cạnh của cây bao trùm là ϕ. Chọn cạnh e = (i, j) có độ dài nhỏ nhất bổ sung vào T.

Bước 2. Trong số các cạnh thuộc E \ T, tìm cạnh $e = (i_1, j_1)$ có độ dài nhỏ nhất sao cho khi bổ sung cạnh đó vào T không tạo nên chu trình. Để thực hiện điều này, chúng ta phải chọn cạnh có độ dài nhỏ nhất sao cho hoặc $i_1 \in T$ và $j_1 \notin T$, hoặc $j_1 \in T$ và $i_1 \notin T$.

Bước 3. Kiểm tra xem T đã đủ n-1 cạnh hay chưa? Nếu T đủ n-1 cạnh thì nó chính là cây bao trùm ngắn nhất cần tìm. Nếu chưa đủ n-1 cạnh thì thực hiện lại bước 2.

Ví dụ. Tìm cây bao trùm nhỏ nhất của đồ thị trong hình 6.21.



Hình 6.21. Đồ thị vô hướng liên thông G=(V, E)

Bước 1. Đặt T=ϕ. Chọn cạnh (3, 5) có độ dài nhỏ nhất bổ sung vào T.

Bước 2. Sau ba lần lặp đầu tiên, ta lần lượt bổ sung vào các cạnh (4,5), (4, 6). Rõ ràng, nếu bổ sung vào cạnh (5, 6) sẽ tạo nên chu trình vì đỉnh 5, 6 đã có mặt trong T. Tình huống tương tự cũng xảy ra đối với cạnh (3, 4) là cạnh tiếp theo của dãy. Tiếp đó, ta bổ sung hai cạnh (1, 3), (2, 3) vào T.

Bước 3. Tập cạnh trong T đã đủ n-1 cạnh: T={ (3, 5), (4,6), (4,5), (1,3), (2,3) } chính là cây bao trùm ngắn nhất.

Chương trình tìm cây bao trùm ngắn nhất được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
#define    TRUE 1
#define FALSE   0
int E1[MAX], E2[MAX], D[MAX], EB[MAX], V[MAX];/*       E1      : Lưu trữ tập đỉnh đầu của các cạnh;
    E2      : Lưu trữ tập đỉnh cuối của các cạnh;
    D       : Độ dài các cạnh;
    EB      : Tập cạnh cây bao trùm ;
    V       : Tập đỉnh của đồ thị cũng là tập đỉnh của cây bao trùm;
    */
int i, k, n, m, sc, min, dai;
FILE *fp;
void Init(void){
    fp=fopen("BAOTRUM.IN","r");
    if(fp==NULL){
            printf("\n Khong co file Input");
            getch(); return;
    }
    fscanf(fp, "%d%d", &n,&m);
```

```
    printf("\n So dinh do thi:%d",n);
    printf("\n So canh do thi:%d", m);
    printf("\n Danh sach canh:");
    for (i=1; i<=m; i++){
        fscanf(fp,"%d%d%d", &E1[i],&E2[i], &D[i]);
        printf("\n%4d%4d%4d",E1[i], E2[i], D[i]);
    }
    fclose(fp);
    for(i=1; i<=m; i++) EB[i]=FALSE;
    for(i=1; i<=n; i++) V[i]= FALSE;
}
void STREE_SHORTEST(void){
    /* Giai đoạn 1 của thuật toán là tìm cạnh k có độ dài nhỏ nhất*/
    min = D[1]; k=1;
    for (i=2; i<=m; i++) {
        if(D[i]<min){
            min=D[i]; k=i;
        }
    }
    /* Kết nạp cạnh k vào cây bao trùm*/
     EB[k]=TRUE; V[E1[k]]=TRUE; V[E2[k]]=TRUE;sc=1;
    do {
        min=32000;
        for (i=1; i<=m; i++){
            if (EB[i]==FALSE && (
                ( (V[E1[i]]) && (V[E2[i]]==FALSE))||
                ( ( V[E1[i]]==FALSE ) && (V[E2[i]]==TRUE ) ) )
                && (D[i]<min) ){
                    min=D[i]; k=i;
            }
        }
        /* Tìm k là cạnh nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện nếu kết nạp
        cạnh vào cây sẽ không tạo nên chu trình*/
        EB[k]=TRUE;V[E1[k]]=TRUE; V[E2[k]]=TRUE;sc=sc+1;
    }while(sc!=(n-1));
}
void Result(void){
    printf("\n Cay bao trum:");
    dai=0;
    for (i=1; i<=m; i++){
        if(EB[i]){
            printf("\n Canh %4d %4d dai %4d", E1[i], E2[i], D[i]);
            dai=dai+D[i];
```

```
            }
        }
        printf("\n Do dai cay bao trum:%d", dai);
    }
    void main(void){
        Init();
        STREE_SHORTEST();
        Result();
        getch();
    }
```

Chúng ta sẽ xét một vài thuật toán hiệu quả hơn. Đó là thuật toán Kruskal và thuật toán Prim.

6.6.3. Thuật toán Kruskal

Thuật toán sẽ xây dựng tập cạnh T của cây khung nhỏ nhất H=(V, T) theo từng bước như sau:

a) Sắp xếp các cạnh của đồ thị G theo thứ tự tăng dần của trọng số cạnh;

b) Xuất phát từ tập cạnh T=ϕ, ở mỗi bước, ta sẽ lần lượt duyệt trong danh sách các cạnh đã được sắp xếp, từ cạnh có trọng số nhỏ đến cạnh có trọng số lớn để tìm ra cạnh mà khi bổ sung nó vào T không tạo thành chu trình trong tập các cạnh đã được bổ sung vào T trước đó;

c) Thuật toán sẽ kết thúc khi ta thu được tập T gồm n-1 cạnh.

Thuật toán được mô tả thông qua thủ tục Kruskal như sau:

```
procedure       Kruskal;
begin
    T = ϕ;
    While | T | < (n-1) and (E≠ ϕ ) do
    begin
            Chọn cạnh e ∈E là cạnh có độ dài nhỏ nhất;
            E := E\ {e};
            if (T ∪ {e}:  không tạo nên chu trình  ) then T := T ∪ {e};
    end;
    if ( | T | <n-1) then (Đồ thị không liên thông);
end;
```

Chương trình tìm cây khung nhỏ nhất theo thuật toán Kruskal được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
```

```
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
#define    TRUE 1
#define FALSE   0
int n, m, minl, connect;
int          dau[500],cuoi[500], w[500];
int    daut[50], cuoit[50], father[50];
void Init(void){
    int i; FILE *fp;
    fp=fopen("baotrum1.in","r");
    fscanf(fp, "%d%d", &n,&m);
    printf("\n So dinh do thi:%d", n);
    printf("\n So canh do thi:%d", m);
    printf("\n Danh sach ke do thi:");
    for(i=1; i<=m;i++){
            fscanf(fp, "%d%d%d", &dau[i], &cuoi[i], &w[i]);
            printf("\n Canh %d: %5d%5d%5d", i, dau[i], cuoi[i], w[i]);
    }
    fclose(fp);getch();
}
void Heap(int First, int Last){
    int j, k, t1, t2, t3;
    j=First;
    while(j<=(Last/2)){
            if( (2*j)<Last && w[2*j + 1]<w[2*j])
                    k = 2*j +1;
            else
                    k=2*j;
            if(w[k]<w[j]){
                    t1=dau[j]; t2=cuoi[j]; t3=w[j];
                    dau[j]=dau[k]; cuoi[j]=cuoi[k]; w[j]=w[k];
                    dau[k]=t1; cuoi[k]=t2; w[k]=t3;
                    j=k;
            }
            else j=Last;
    }
}
int Find(int i){
    int tro=i;
    while(father[tro]>0)
            tro=father[tro];
```

```
    return(tro);
}
void Union(int i, int j){
    int x = father[i]+father[j];
    if(father[i]>father[j]) {
            father[i]=j;
            father[j]=x;
    }
    else {
            father[j]=i;
            father[i]=x;
    }
}
void Krusal(void){
    int i, last, u, v, r1, r2, ncanh, ndinh;
    for(i=1; i<=n; i++)
            father[i]=-1;
    for(i= m/2;i>0; i++)
            Heap(i,m);
    last=m; ncanh=0; ndinh=0;minl=0;connect=TRUE;
    while(ndinh<n-1 && ncanh<m){
            ncanh=ncanh+1;
            u=dau[1]; v=cuoi[1];
            r1= Find(u); r2= Find(v);
            if(r1!=r2) {
                    ndinh=ndinh+1; Union(r1,r2);
                    daut[ndinh]=u; cuoit[ndinh]=v;
                    minl=minl+w[1];
            }
            dau[1]=dau[last];
            cuoi[1]=cuoi[last];
            w[1]=w[last];
            last=last-1;
            Heap(1, last);
    }
    if(ndinh!=n-1) connect=FALSE;
}
void Result(void){
    int i;
    printf("\n Do dai cay khung nho nhat:%d", minl);
    printf("\n Cac canh cua cay khung nho nhat:");
    for(i=1; i<n; i++)
            printf("\n %5d%5d",daut[i], cuoit[i]);
```

```
        printf("\n");
    }
    void main(void){
        clrscr(); Init();
        Krusal();Result(); getch();
    }
```

6.6.4. Thuật toán Prim

Thuật toán Kruskal làm việc kém hiệu quả đối với những đồ thị có số cạnh khoảng m=n(n-1)/2. Trong những tình huống như vậy, thuật toán Prim tỏ ra hiệu quả hơn. Thuật toán Prim còn được mang tên là người láng giềng gần nhất. Trong thuật toán này, bắt đầu tại một đỉnh tuỳ ý s của đồ thị, nối s với đỉnh y sao cho trọng số cạnh c[s, y] là nhỏ nhất. Tiếp theo, từ đỉnh s hoặc y tìm cạnh có độ dài nhỏ nhất, điều này dẫn đến đỉnh thứ ba z và ta thu được cây bộ phận gồm 3 đỉnh 2 cạnh. Quá trình được tiếp tục cho tới khi ta nhận được cây gồm n-1 cạnh, đó chính là cây bao trùm nhỏ nhất cần tìm.

Trong quá trình thực hiện thuật toán, ở mỗi bước, ta có thể nhanh chóng chọn đỉnh và cạnh cần bổ sung vào cây khung, các đỉnh của đồ thị được sẽ được gán các nhãn. Nhãn của một đỉnh v gồm hai phần, [d[v], near[v]]. Trong đó, phần thứ nhất d[v] dùng để ghi nhận độ dài cạnh nhỏ nhất trong số các cạnh nối đỉnh v với các đỉnh của cây khung đang xây dựng. Phần thứ hai, near[v] ghi nhận đỉnh của cây khung gần v nhất. Thuật toán Prim được mô tả thông qua thủ tục sau:

```
Procedure Prim;
Begin
        (*bước khởi tạo*)
        Chọn s là một đỉnh nào đó của đồ thị;
        V_H := { s }; T := ϕ; d[s] := 0; near[s] := s;
        For v∈ V\V_H do
        Begin
                D[v] := C[s, v]; near[v] := s;
        End;
        (* Bước lặp *)
        Stop := False;
        While not stop do
        Begin
                Tìm u∈ V\V_H thoả mãn : d[u] = min { d[v] với  u∈V\V_H};
                V_H = V_H∪ {u}; T = T ∪ {u, near[u] };
                If  | V_H | = n then
                Begin
                        H = (V_H, T) là cây khung nhỏ nhất của đồ thị;
                        Stop := TRUE;
                End
                Else
                        For v ∈ V\V_H do
```

```
                    If d[v] > C[u, v] then
                    Begin
                        D[v] := C[u, v];
                        Near[v] := u;
                    End;
        End;
End;
```

Chương trình cài đặt thuật toán Prim tìm cây bao trùm nhỏ nhất được thực hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define         TRUE 1
#define FALSE       0
#define MAX         10000
int   a[100][100];
int  n,m, i,sc,w;
int   chuaxet[100];
int   cbt[100][3];
FILE *f;
void nhap(void){
        int  p,i,j,k;
        for(i=1; i<=n; i++)
                for(j=1; j<=n;j++)
                        a[i][j]=0;
        f=fopen("baotrum.in","r");
        fscanf(f,"%d%d",&n,&m);
        printf("\n So dinh: %3d  ",n);
        printf("\n So canh: %3d", m);
        printf("\n Danh sach canh:");
        for(p=1; p<=m; p++){
                fscanf(f,"%d%d%d",&i,&j,&k);
                printf("\n %3d%3d%3d", i, j, k);
                a[i][j]=k; a[j][i]=k;
        }
        for (i=1; i<=n; i++){
                printf("\n");
                for (j=1; j<=n; j++){
                        if (i!=j && a[i][j]==0)
                                a[i][j]=MAX;
                        printf("%7d",a[i][j]);
```

```
                }
        }
        fclose(f);getch();
}
void Result(void){
         for(i=1;i<=sc; i++)
                printf("\n %3d%3d", cbt[i][1], cbt[i][2]);
}
void PRIM(void){
        int i,j,k,top,min,l,t,u;
        int s[100];
        sc=0;w=0;u=1;
        for(i=1; i<=n; i++)
                chuaxet[i]=TRUE;
        top=1;s[top]=u;
        chuaxet[u]=FALSE;
        while (sc<n-1) {
                min=MAX;
                for (i=1; i<=top; i++){
                        t=s[i];
                        for(j=1; j<=n; j++){
                                if (chuaxet[j] && min>a[t][j]){
                                        min=a[t][j];
                                        k=t;l=j;
                                }
                        }
                }
                sc++;w=w+min;
                cbt[sc][1]=k;cbt[sc][2]=l;
                chuaxet[l]=FALSE;a[k][l]=MAX;
                a[l][k]=MAX;top++;s[top]=l;
                printf("\n");
        }
}
void main(void){
         clrscr();
         nhap();PRIM();
         printf("\n Do dai ngan nhat:%d", w);
         for(i=1;i<=sc; i++)
                printf("\n %3d%3d", cbt[i][1], cbt[i][2]);
         getch();
}
```

6.7. Bài toán tìm đường đi ngắn nhất

Xét đồ thị có hướng G=(V, E); trong đó | V| = n, | E | = m. Với mỗi cung(u,v)∈E, ta đặt tương ứng với nó một số thực A(u,v) được gọi là trọng số của cung. Ta sẽ đặt A[u,v]=∞ nếu (u,v)∉E. Nếu dãy $v_0, v_1, \ldots, v_k$ là một đường đi trên G thì $\sum_{i=1}^{p} A[v_{i-1}, v_i]$ được gọi là độ dài của đường đi.

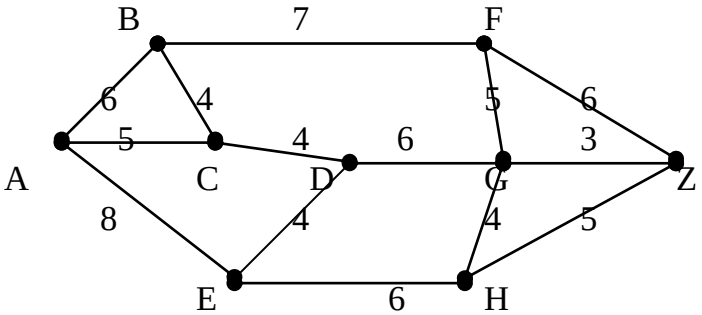
Bài toán tìm đường đi ngắn nhất trên đồ thị có hướng dưới dạng tổng quát có thể được phát biểu dưới dạng sau: tìm đường đi ngắn nhất từ một đỉnh xuất phát s∈V (đỉnh nguồn) đến đỉnh cuối t∈V (đỉnh đích). Đường đi như vậy được gọi là đường đi ngắn nhất từ s đến t, độ dài của đường đi d(s,t) được gọi là khoảng cách ngắn nhất từ s đến t (trong trường hợp tổng quát d(s,t) có thể âm). Nếu như không tồn tại đường đi từ s đến t thì độ dài đường đi d(s,t)=∞. Nếu như mỗi chu trình trong đồ thị đều có độ dài dương thì trong đường đi ngắn nhất sẽ không có đỉnh nào bị lặp lại, đường đi như vậy được gọi là đường đi cơ bản. Nếu như đồ thị tồn tại một chu trình nào đó có độ dài âm , thì đường đi ngắn nhất có thể không xác định, vì ta có thể đi qua chu trình âm đó một số lần đủ lớn để độ dài của nó nhỏ hơn bất kỳ một số thực cho trước nào.

6.7.1. Thuật toán gán nhãn

Có rất nhiều thuật toán khác nhau được xây dựng để tìm đường đi ngắn nhất. Nhưng tư tưởng chung của các thuật toán đó có thể được mô tả như sau:

Từ ma trận trọng số A[u,v], u,v∈V, ta tìm cận trên d[v] của khoảng cách từ s đến tất cả các đỉnh v∈V. Mỗi khi phát hiện thấy d[u] + A[u,v] < d[v] thì cận trên d[v] sẽ được làm tốt lên bằng cách d[v] = d[u] + A[u, v]. Quá trình sẽ kết thúc khi nào ta không thể làm tốt hơn lên được bất kỳ cận trên nào, khi đó d[v] sẽ cho ta giá trị ngắn nhất từ đỉnh s đến đỉnh v. Giá trị d[v] được gọi là nhãn của đỉnh v. Tư tưởng trên có được thể hiện bằng một thuật toán gán nhãn tổng quát như sau:

Ví dụ 1. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh Z trên đồ thị hình 6.22.



Hình 6.22. Đồ thị trọng số G

Bước 1. Gán cho nhãn đỉnh A là 0;

Bước 2. Trong số các cạnh (cung) xuất phát từ A, ta chọn cạnh có độ dài nhỏ nhất, sau đó gán nhãn cho đỉnh đó bằng nhãn của đỉnh A cộng với độ dài cạnh tương ứng. Ta chọn được đỉnh C có trọng số AC = 5, nhãn d[C] = 0 + 5 = 5.

Bước 3. Tiếp đó, trong số các cạnh (cung) đi từ một đỉnh có nhãn là A hoặc C tới một đỉnh chưa được gán nhãn, ta chọn cạnh (cung) sao cho nhãn của đỉnh cộng với trọng số cạnh tương ứng là nhỏ nhất gán cho nhãn của đỉnh cuối của cạnh (cung). Như vậy, ta lần lượt gán được các nhãn như sau: d[B] = 6 vì d[B] <d[C] + | CB| = 5 + 4; d[E] = 8; Tiếp tục làm như vậy cho tới khi đỉnh Z được gán nhãn đó chính là độ dài đường đi ngắn nhất từ A đến Z. Thực chất, nhãn của mỗi đỉnh chính là đường đi ngắn nhất từ đỉnh nguồn tới nó. Quá trình có thể được mô tả như trong bảng dưới đây.

Bảng 1. Quá trình tìm đường đi ngắn nhất.

Bước	Đỉnh được gán nhãn	Nhãn các đỉnh	Đỉnh đã dùng để gán nhãn
Khởi tạo	A	0	
1	C	0 + 5 = 5	A
2	B	0 + 6 = 6	A
3	E	0 + 8 = 8	A
4	D	5 + 4 = 9	C
5	F	6 + 7 = 13	B
6	H	8 + 6 = 14	E
7	G	9 + 6 = 15	D
8	Z	15 + 3 = 18	Z

Như vậy, độ dài đường đi ngắn nhất từ A đến Z là 18. Đường đi ngắn nhất từ A đến Z qua các đỉnh: A -> C-> D -> G -> Z.

Chú ý rằng, thuật toán gán nhãn có thể áp dụng cho cả đồ thị vô hướng hoặc có hướng.

6.7. 2. Thuật toán Dijkstra

Thuật toán tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh s đến các đỉnh còn lại được Dijkstra đề nghị áp dụng cho trường hợp đồ thị có trọng số không âm. Thuật toán được thực hiện trên cơ sở gán tạm thời cho các đỉnh. Nhãn của mỗi đỉnh cho biết cận trên của độ dài đường đi ngắn nhất tới đỉnh đó. Các nhãn này sẽ được biến đổi (tính lại) nhờ một thủ tục lặp, mà ở mỗi bước lặp một số đỉnh sẽ có nhãn không thay đổi, nhãn đó chính là độ dài đường đi ngắn nhất từ s đến đỉnh đó. Thuật toán có thể được mô tả bằng thủ tực Dijkstra như sau:

Procedure Dijkstra;

(*Đầu vào G=(V, E) với n đỉnh có ma trận trọng số A[u,v]≥ 0; s∈V *)

(*Đầu ra là khoảng cách nhỏ nhất từ s đến các đỉnh còn lại d[v]: v∈V.

```
Truoc[v] ghi lại đỉnh trước v trong đường đi ngắn nhất từ s đến v*)
Begin
    (* Bước 1: Khởi tạo nhãn tạm thời cho các đỉnh*)
for v∈ V do
begin
    d[v] := A[s,v];
    truoc[v]:=s;
end;
d[s]:=0; T := V\{s};(*T là tập đỉnh có nhãn tạm thời*)
while T!=ϕ do (* bước lặp *)
begin
    Tìm đỉnh u∈T sao cho d[u] = min { d[z] : z∈T}
    T:= T\{u}; (*cố định nhãn đỉnh u*);
    For v∈T do (* Gán lại nhãn cho các đỉnh trong T*)
    Begin
        If ( d[v] > d[u] + A[u, v] ) then
        Begin
            d[v] := d[u] + A[u, v];
            truoc[v] :=u;
        end;
    end;
end;
```

Chương trình cài đặt thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ một đỉnh đến tất cả các đỉnh khác của đồ thị có hướng với trọng số không âm được thực hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 50
#define    TRUE 1
#define FALSE  0
int n, s, t;
char chon;
int truoc[MAX], d[MAX], CP[MAX][MAX];
int final[MAX];
void Init(void){
    FILE * fp;int i, j;
    fp = fopen("ijk1.in","r");
    fscanf(fp,"%d", &n);
    printf("\n So dinh :%d",n);
    printf("\n Ma tran khoang cach:");
```

```
    for(i=1; i<=n;i++){
            printf("\n");
            for(j=1; j<=n;j++){
                    fscanf(fp, "%d", &CP[i][j]);
                    printf("%3d",CP[i][j]);
                    if(CP[i][j]==0) CP[i][j]=32000;
            }
    }
    fclose(fp);
}
void Result(void){
    int i,j;
    printf("\n Duong di ngan nhat tu %d den %d la\n", s,t);
    printf("%d<=",t);
    i=truoc[t];
    while(i!=s){
            printf("%d<=",i);
            i=truoc[i];
    }
    printf("%d",s);
    printf("\n Do dai duong di la:%d", d[t]);
    getch();
}
void Dijkstra(void){
    int v, u, minp;
    printf("\n Tim duong di tu s=");scanf("%d", &s);
    printf("    den ");scanf("%d", &t);
    for(v=1; v<=n; v++){
            d[v]=CP[s][v];
            truoc[v]=s;
            final[v]=FALSE;
    }
    truoc[s]=0;    d[s]=0;final[s]=TRUE;
    while(!final[t]) {
            minp=2000;
            for(v=1; v<=n; v++){
                    if((!final[v]) && (minp>d[v]) ){
                            u=v;
                            minp=d[v];
                    }
            }
            final[u]=TRUE;// u- la dinh co nhan tam thoi nho nhat
            if(!final[t]){
```

```
                    for(v=1; v<=n; v++){
                        if ((!final[v]) && (d[u]+ CP[u][v]< d[v])){
                            d[v]=d[u]+CP[u][v];
                            truoc[v]=u;
                        }
                    }
                }

        }
    }
    void main(void){
        clrscr();Init();
        Dijkstra();
        Result();
        getch();
    }
```

6.7.3. Thuật toán Floy

Để tìm đường đi ngắn nhất giữa tất cả các cặp đỉnh của đồ thị, chúng ta có thể sử dụng n lần thuật toán Ford_Bellman hoặc Dijkstra (trong trường hợp trọng số không âm). Tuy nhiên, trong cả hai thuật toán được sử dụng đều có độ phức tạp tính toán lớn (chí ít là $O(n^3)$). Trong trường hợp tổng quát, người ta thường dùng thuật toán Floy được mô tả như sau:

```
Procedure Floy;
(* Tìm đường đi ngắn nhất giữa tất cả các cặp đỉnh
Input  :    Đồ thị cho bởi ma trận trọng số a[i, j], i, j = 1, 2, . . ., n.
Output:     -  Ma trận đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh d[i, j], i, j = 1, 2, . . .,n;
            d[i,j] là độ dài ngắn nhất từ i đến j.
            Ma trận ghi nhận đường đi p[i, j], i, j = 1, 2, . . ., n
            p[i, j] ghi nhận đỉnh đi trước đỉnh j trong đường đi ngắn nhất;
*)
begin
    (*bước khởi tạo*)
    for i:=1 to n do
        for j :=1 to n do
        begin
            d[i,j] := a[i, j];
            p[i,j] := i;
        end;
    (*bước lặp *)
    for k:=1 to n do
        for i:=1 to n do
            for j :=1 to n do
```

```
                    if (d[i,j] > d[i, k] + d[k, j]) then
                    begin
                        d[i, j] := d[i, k] + d[k, j];
                        p[i,j] := p[k, j];
                    end;
end;
```

Chương trình cài đặt thuật toán Foly tìm đường đi ngắn nhất giữa tất cả các cặp đỉnh của đồ thị được thể hiện như sau:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <dos.h>
#define MAX 10000
#define     TRUE 1
#define FALSE    0
int A[50][50], D[50][50], S[50][50];
int n, u, v, k;FILE *fp;
void Init(void){
    int i, j, k;
    fp=fopen("FLOY1.IN","r");
    if(fp==NULL){
        printf("\n Khong co file input");
        getch(); return;
    }
    for(i=1; i<=n; i++)
        for(j=1; j<=n; j++)
            A[i][j]=0;
    fscanf(fp,"%d%d%d",&n,&u,&v);
    printf("\n So dinh do thi:%d",n);
    printf("\n Di tu dinh:%d den dinh %d:",u,v);
    printf("\n Ma tran trong so:");
    for(i=1; i<=n; i++){
        printf("\n");
        for(j=1; j<=n; j++){
            fscanf(fp,"%d", &A[i][j]);
            printf("%5d",A[i][j]);
            if(i!=j && A[i][j]==0)
                A[i][j]=MAX;
        }
    }
    fclose(fp);getch();
```

```
}
void Result(void){
	if(D[u][v]>=MAX) {
		printf("\n Khong co duong di");
		getch(); return;
	}
	else {
		printf("\n Duong di ngan nhat:%d", D[u][v]);
		printf("\n Dinh %3d", u);
		while(u!=v) {
			printf("%3d",S[u][v]);
			u=S[u][v];
		}
	}
}
void Floy(void){
	int i, j,k, found;
	for(i=1; i<=n; i++){
		for(j=1; j<=n;j++){
			D[i][j]=A[i][j];
			if (D[i][j]==MAX) S[i][j]=0;
			else S[i][j]=j;
		}
	}
	/* Mang D[i,j] la mang chua cac gia tri khoan cach ngan nhat tu i den j
	Mang S la mang chua gia tri phan tu ngay sau cua i tren duong di
	ngan nhat tu i->j  */
	for (k=1; k<=n; k++){
		for (i=1; i<=n; i++){
			for (j=1; j<=n; j++){
				if (D[i][k]!=MAX && D[i][j]>(D[i][k]+D[k][j]) ){
				// Tim D[i,j] nho nhat co the co
					D[i][j]=D[i][k]+D[k][j];
					S[i][j]=S[i][k];
					//ung voi no la gia tri cua phan tu ngay sau i
				}
			}
		}
	}
}
void main(void){
	clrscr();Init();
	Floy();Result();
```

```
}
```

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

6.1. Cho trước ma trận kề của đồ thị. Hãy viết chương trình tạo ra danh sách kề của đồ thị đó.

6.2. Cho trước danh sách kề của đồ thị, hãy tạo nên ma trận kề của đồ thị.

6.3. Một bàn cờ 8×8 được đánh số theo cách sau:

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Mỗi ô có thể coi là một đỉnh của đồ thị. Hai đỉnh được coi là kề nhau nếu một con vua đặt ở ô này có thể nhảy sang ô kia sau một bước đi. Ví dụ : ô 1 kề với ô 2, 9, 10, ô 11 kề với 2, 3, 4, 10, 12, 18, 19, 20. Hãy viết chương trình tạo ma trận kề của đồ thị, kết quả in ra file king.out.

6.4. Bàn cờ 8×8 được đánh số như bài trên. Mỗi ô có thể coi là một đỉnh của đồ thị . Hai đỉnh được gọi là kề nhau nếu một con mã đặt ở ô này có thể nhảy sang ô kia sau một nước đi. Ví dụ ô 1 kề với 11, 18, ô 11 kề với 1, 5, 17, 21, 26, 28. Hãy viết chương trình lập ma trận kề của đồ thị, kết quả ghi vào file ma.out.

6.5. Hãy lập chương trình tìm một đường đi của con mã trên bàn cờ từ ô s đến ô t (s, t được nhập từ bàn phím).

6.6. Cho Cơ sở dữ liệu ghi lại thông tin về N ***Tuyến bay*** (N<=100) của một hãng hàng không. Trong đó, thông tin về mỗi tuyến bay được mô tả bởi: Điểm khởi hành (departure), điểm đến (destination), khoảng cách (lenght). Departure, destination là một xâu kí tự độ dài không quá 32, không chứa dấu trống ở giữa, Length là một số nhỏ hơn 32767.

Ta gọi "***Hành trình bay***" từ điểm khởi hành A tới điểm đến B là dãy các hành trình [A, A_1, n_1], [A_1, A_2, n_2] . . .[A_k, B,n_k] với A_i là điểm đến của tuyến i nhưng lại là

điểm khởi hành của tuyến i +1, n_i là khoảng cách của tuyến bay thứ i (1<=i<k). Trong đó, khoảng cách của hành trình là tổng khoảng cách của các tuyến mà hành trình đi qua (n_1+n_2+. .+n_k).

Cho file dữ liệu kiểu text hanhtrinh.in được ghi theo từng dòng, số các dòng trong file dữ liệu không vượt quá N, trên mỗi dòng ghi lại thông tin về một tuyến bay, trong đó departure, destination, length được phân biệt với nhau bởi một hoặc vài dấu trống. Hãy tìm giải pháp để thoả mãn nhu cầu của khách hàng đi từ A đến B theo một số tình huống sau:

Tìm hành trình có khoảng cách bé nhất từ A đến B. In ra màn hình từng điểm mà hành trình đã qua và khoảng cách của hành trình. Nếu hành trình không tồn tại hãy đưa ra thông báo "Hành trình không tồn tại".

Ví dụ về Cơ sở dữ liệu hanhtrinh.in

New_York	Chicago	1000
Chicago	Denver	1000
New_York	Toronto	800
New_York	Denver	1900
Toronto	Calgary	1500
Toronto	Los_Angeles	1800
Toronto	Chicago	500
Denver	Urbana	1000
Denver	Houston	1500
Houston	Los_Angeles	1500
Denver	Los_Angeles	1000

Với điểm đi : New_York, điểm đến : Los_Angeles ; chúng ta sẽ có kết quả sau:

Hành trình ngắn nhất:

New_York to Toronto to Los_Angeles; Khoảng cách: 2600.

6.7. Kế tục thành công với khối lập phương thần bí, Rubik sáng tạo ra dạng phẳng của trò chơi này gọi là trò chơi các ô vuông thần bí. Đó là một bảng gồm 8 ô vuông bằng nhau như hình 1. Chúng ta qui định trên mỗi ô vuông có một màu khác nhau. Các màu được kí hiệu bởi 8 số nguyên tương ứng với tám màu cơ bản của màn hình EGA, VGA như hình 1. Trạng thái của bảng các màu được cho bởi dãy kí hiệu màu các ô được viết lần lượt theo chiều kim đồng hồ bắt đầu từ ô góc trên bên trái và kết thúc ở ô góc dưới bên trái. Ví dụ: trạng thái trong hình 1 được cho bởi dãy các màu tương ứng với dãy số (1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8). Trạng thái này được gọi là trạng thái khởi đầu.

Biết rằng chỉ cần sử dụng 3 phép biến đổi cơ bản có tên là ‘A’, ‘B’, ‘C’ dưới đây bao giờ cũng chuyển được từ trạng thái khởi đầu về trạng thái bất kỳ:

‘A’ : đổi chỗ dòng trên xuống dòng dưới. Ví dụ sau phép biến đổi A, hình 1 sẽ trở thành hình 2:

‘B’ : thực hiện một phép hoán vị vòng quanh từ trái sang phải trên từng dòng. Ví dụ sau phép biến đổi B hình 1 sẽ trở thành hình 3:

‘C’ : quay theo chiều kim đồng hồ bốn ô ở giữa. Ví dụ sau phép biến đổi C hình 1 trở thành hình 4:

Hình 1

1	2	3	4
8	7	6	5

Hình 2

8	7	6	5
1	2	3	4

Hình 3

4	1	2	3
5	8	7	6

Hình 4

1	7	2	4
8	6	3	5

Cho file dữ liệu Input.txt ghi lại 8 số nguyên trên một dòng, mỗi số được phân biệt với nhau bởi một dấu trống ghi lại trạng thái đích. Hãy tìm dãy các phép biến đổi sơ bản để đưa trạng thái khởi đầu về trạng thái đích sao cho số các phép biến đổi là ít nhất có thể được.

Dữ liệu ra được ghi lại trong file Output.txt, dòng đầu tiên ghi lại số các phép biến đổi, những dòng tiếp theo ghi lại tên của các thao tác cơ bản đã thực hiện, mỗi thao tác cơ bản được viết trên một dòng.

Bạn sẽ được thêm 20 điểm nếu sử dụng bảng màu thích hợp của màn hình để mô tả lại các phép biến đổi trạng thái của trò chơi. Ví dụ với trạng thái đích dưới đây sẽ cho ta kết quả như sau:

Input.txt

2 6 8 4 5 7 3 1

Output.txt

7

B

C

A

B

C

C

B

6.8. Cho một mạng thông tin gồm N nút. Trong đó, đường truyền tin hai chiều trực tiếp từ nút i đến nút j có chi phí truyền thông tương ứng là một số nguyên A[i,j] = A[j,i], với A[i,j]>=0, i ≠ j. Nếu đường truyền tin từ nút i_1 đến nút i_k phải thông qua các nút i_2, . . i_{k-1} thì chi phí truyền thông được tính bằng tổng các chi phí truyền thông $A[i_1,i_2]$, $A[i_2,i_3]$, . . .

$A[i_{k-1},i_k]$. Cho trước hai nút i và j. Hãy tìm một đường truyền tin từ nút i đến nút j sao cho chi phí truyền thông là thấp nhất.

Dữ liệu vào được cho bởi file TEXT có tên INP.NN. Trong đó, dòng thứ nhất ghi ba số N, i, j, dòng thứ k + 1 ghi k-1 số A[k,1], A[k,2], . . , A[k,k-1], 1<=k<=N.

Kết quả thông báo ra file TEXT có tên OUT.NN. Trong đó, dòng thứ nhất ghi chi phí truyền thông thấp nhất từ nút i đến nút j, dòng thứ 2 ghi lần lượt các nút trên đường truyền tin có chi phí truyền thông thấp nhất từ nút i tới nút j.

6.9. Cho một mạng thông tin gồm N nút. Trong đó, đường truyền tin hai chiều trực tiếp từ nút i đến nút j có chi phí truyền thông tương ứng là một số nguyên A[i,j] = A[j,i], với A[i,j]>=0, i ≠ j. Nếu đường truyền tin từ nút i_1 đến nút i_k phải thông qua các nút i_2, . . i_{k-1} thì chi phí truyền thông được tính bằng tổng các chi phí truyền thông $A[i_1,i_2]$, $A[i_2,i_3]$, . . . $A[i_{k-1},i_k]$. Biết rằng, giữa hai nút bất kỳ của mạng thông tin đều tồn tại ít nhất một đường truyền tin.

Để tiết kiệm đường truyền, người ta tìm cách loại bỏ đi một số đường truyền tin mà vẫn đảm bảo được tính liên thông của mạng. Hãy tìm một phương án loại bỏ đi những đường truyền tin, sao cho ta nhận được một mạng liên thông có chi phí tối thiểu nhất có thể được.

Dữ liệu vào được cho bởi file TEXT có tên INP.NN. Trong đó, dòng thứ nhất ghi số N, dòng thứ k + 1 ghi k-1 số A[k,1], A[k,2], . . , A[k,k-1], 1<=k<=N.

Kết quả thông báo ra file TEXT có tên OUT.NN trong đó dòng thứ nhất ghi chi phí truyền thông nhỏ nhất trong toàn mạng. Từ dòng thứ 2 ghi lần lượt các nút trên đường truyền tin, mỗi đường truyền ghi trên một dòng.

6.10. Cho file dữ liệu được tổ chức giống như bài 6.6. Hãy tìm tất cả các hành trình đi từ điểm s đến t.

6.11. Cho file dữ liệu được tổ chức giống như bài 6.6. Hãy tìm hành trình đi từ điểm s đến t sao cho hành trình đi qua nhiều node nhất.

6.12. Cho file dữ liệu được tổ chức giống như bài 6.6. Hãy tìm hành trình đi từ điểm s đến t sao cho hành trình đi qua ít node nhất.

6.13. Tìm hiểu thuật toán leo đồi trên đồ thị và ứng dụng của nó trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo.