

**HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG**



**NGÔ ĐỨC THIÊN**

**BÀI GIẢNG**

# **LÝ THUYẾT TRƯỜNG ĐIỆN TỪ VÀ SIÊU CAO TẦN**

**Hà Nội 2013**

# LỜI MỞ ĐẦU

Học phần Lý thuyết trường điện từ và Siêu cao tần thuộc phần kiến thức cơ sở cho các chuyên ngành điện – điện tử và viễn thông. Học phần này có mục đích nêu những khái niệm cơ bản chung liên quan đến trường điện từ, xây dựng những phương pháp khảo sát tương tác trường – chất. Trình bày các định luật, các nguyên lý cơ bản của trường điện từ, cùng các quy luật và tính chất lan truyền của sóng điện từ trong chân không, trong không gian vô hạn và các quá trình lan truyền sóng siêu cao tần trong các loại đường truyền dẫn phổ biến. Mô tả các quá trình dao động điện từ ở dải siêu cao tần trong các mạch dao động cộng hưởng khác nhau. Nghiên cứu nguyên lý các mạng nhiều cực siêu cao tần và các linh kiện điện từ và bán dẫn siêu cao tần.

Cuốn bài giảng “Lý thuyết trường điện từ và Siêu cao tần” bao gồm 6 chương, trong đó 3 chương đầu là các nội dung về Lý thuyết trường điện từ:

*Chương 1: Các định luật và nguyên lý cơ bản của trường điện từ.* Chương này đưa ra các thông số cơ bản đặc trưng cho trường điện từ và môi trường chất, các định luật, hệ phương trình Maxwell, các đặc điểm và phương trình của trường điện từ tĩnh và trường điện từ dừng.

*Chương 2: Bức xạ sóng điện từ.* Chương này trình bày nghiệm của hệ phương trình Maxwell, nghiệm của phương trình thế, và bức xạ sóng điện từ của dipol điện.

*Chương 3: Sóng điện từ phẳng.* Chương này khảo sát quá trình lan truyền của sóng điện từ phẳng trong các môi trường đồng nhất đẳng hướng và môi trường không đẳng hướng, sự phân cực của sóng điện từ, hiện tượng phản xạ và khúc xạ sóng điện từ...

Ba chương tiếp theo là các nội dung về kỹ thuật siêu cao tần, bao gồm:

*Chương 4: Sóng điện từ trong các hệ định hướng.* Chương này trình bày các hệ định hướng sóng điện từ như dây song hành, cáp đồng trục, ống dẫn sóng...

*Chương 5: Hộp cộng hưởng.* Trình bày khái niệm về hộp cộng hưởng, các loại hệ số phẩm chất, các hộp cộng hưởng đơn giản và phức tạp, kích thích năng lượng và điều chỉnh tần số cộng hưởng.

*Chương 6: Mạng nhiều cực siêu cao tần.* Chương này tập trung vào các vấn đề về mạng  $2n$  cực siêu cao tần, các mạng 2 cực, 4 cực, 6 cực. Vấn đề phối hợp trở kháng ở mạch siêu cao tần.

Trong quá trình biên soạn bài giảng này không thể tránh được những sai sót, tác giả rất mong nhận được các ý kiến góp ý của bạn đọc.

Hà nội, tháng 10 năm 2013

# MỤC LỤC

<b>LỜI MỞ ĐẦU .....</b>	<b>1</b>
<b>MỤC LỤC .....</b>	<b>3</b>
<b>CHƯƠNG 1. CÁC THAM SỐ VÀ ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN CỦA TRƯỜNG ĐIỆN TỪ.....</b>	<b>7</b>
1.1. Các đại lượng đặc trưng cơ bản cho trường điện từ và môi trường chất .....	7
1.1.1. Vec tơ cường độ điện trường $\vec{E}$ .....	7
1.1.2. Vec tơ điện cảm $\vec{D}$ .....	7
1.1.3. Vector cường độ từ cảm $\vec{B}$ .....	8
1.1.4. Vec tơ cường độ từ trường $\vec{H}$ .....	8
1.1.5. Các tham số đặc trưng cơ bản của môi trường.....	9
1.2. Các phương trình Maxwell.....	10
1.2.1. Một số khái niệm và định luật cơ bản.....	10
1.2.2. Các dạng của hệ phương trình Maxwell.....	13
1.2.3. Ý nghĩa của hệ phương trình Maxwell.....	15
1.3. Điều kiện bờ đối với các vec tơ của trường điện từ.....	16
1.4. Năng lượng của trường điện từ - Định lý Poynting.....	18
1.5. Trường tĩnh điện .....	20
1.5.1. Các phương trình đặc trưng cơ bản.....	20
1.5.2. Một số bài toán về trường tĩnh điện .....	22
1.6. Từ trường của dòng điện không đổi.....	24
1.6.1. Điện trường dừng.....	25
1.6.2. Từ trường dừng .....	25
1.7. Trường điện từ biến thiên.....	26
1.7.1. Các phương trình cơ bản.....	26
1.7.2. Hiện tượng sóng của trường điện từ biến thiên.....	29
<b>BÀI TẬP CHƯƠNG 1 .....</b>	<b>31</b>
<b>CHƯƠNG 2. BỨC XẠ SÓNG ĐIỆN TỪ .....</b>	<b>33</b>
2.1. Bức xạ của lưỡng cực điện .....	33
2.1.1. Tìm nghiệm tổng quát.....	33
2.1.2. Trường bức xạ ở khu gần.....	35
2.1.3. Trường bức xạ ở khu xa.....	36
2.2. Trường điện từ của vòng dây.....	39
2.3. Trường bức xạ của hệ thống anten.....	41

2.3.1. Trường bức xạ của anten nửa sóng.....	42
2.3.2. Trường bức xạ của hai anten nửa sóng đặt song song cách nhau một khoảng $d$ .....	43
<b>BÀI TẬP CHƯƠNG 2 .....</b>	<b>46</b>
<b>CHƯƠNG 3. SÓNG ĐIỆN TỪ PHẪNG .....</b>	<b>47</b>
3.1. Khái niệm về sóng điện từ phẳng .....	47
3.2. Sự phân cực của sóng điện từ .....	48
3.2.1. Phân cực Ellip.....	48
3.2.2. Phân cực tròn.....	49
3.2.3. Phân cực thẳng.....	49
3.3. Nghiệm phương trình sóng đối với sóng phẳng .....	50
3.4. Sóng phẳng trong các môi trường đồng nhất, đẳng hướng .....	52
3.4.1. Sóng phẳng trong môi trường điện môi lý tưởng .....	52
3.4.2. Sóng điện từ phẳng trong vật dẫn tốt .....	54
3.4.3. Sóng điện từ phẳng trong môi trường bán dẫn.....	56
3.5. Hiệu ứng bề mặt.....	57
3.5.1. Khái niệm chung.....	57
3.5.2. Hiệu ứng bề mặt về điện trong một tấm dẫn phẳng.....	57
3.6. Sự phản xạ và khúc xạ sóng điện từ.....	60
3.6.1. Sóng tới phân cực ngang .....	61
3.6.2. Sóng tới phân cực đứng .....	63
3.7. Sóng phẳng trong môi trường không đẳng hướng.....	64
<b>BÀI TẬP CHƯƠNG 3 .....</b>	<b>66</b>
<b>CHƯƠNG 4. SÓNG ĐIỆN TỪ TRONG CÁC HỆ ĐỊNH HƯỚNG.....</b>	<b>67</b>
4.1. Phân loại dải sóng siêu cao tần và đặc điểm của sóng siêu cao tần.....	67
4.2. Khái niệm về hệ định hướng sóng điện từ.....	68
4.3. Ống dẫn sóng chữ nhật.....	69
4.3.1. Trường điện ngang.....	71
4.3.2. Trường từ ngang.....	74
4.4. Ống dẫn sóng trụ tròn.....	76
4.4.1. Trường điện ngang.....	77
4.4.2. Trường từ ngang.....	80
4.5. Cáp đồng trục.....	81
4.6. Đường dây song hành .....	84
4.7. Mạch dải.....	85
4.8. Ống dẫn sóng điện môi .....	85

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 4 .....	86
<b>CHƯƠNG 5. HỘP CỘNG HƯỞNG .....</b>	<b>87</b>
5.1. Khái niệm về hộp cộng hưởng.....	87
5.2. Hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng .....	88
5.2.1. Khái niệm chung.....	88
5.2.2. Các loại hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng .....	89
5.3. Hộp cộng hưởng chữ nhật .....	90
5.3.1. Trường từ ngang $TM$ .....	90
5.3.2. Trường điện ngang $TE$ .....	92
5.3.3. Điều chỉnh tần số cộng hưởng .....	93
5.3.4. Kích thích và ghép năng lượng trong ống dẫn sóng và hộp cộng hưởng .....	94
BÀI TẬP CHƯƠNG 5 .....	95
<b>CHƯƠNG 6. MẠNG NHIỀU CỰC SIÊU CAO TẦN .....</b>	<b>96</b>
6.1. Mạng nhiều cực siêu cao tần .....	96
6.1.1. Khái niệm.....	96
6.1.2. Công suất phức.....	97
6.1.3. Sóng chuẩn hóa .....	98
6.2. Ma trận sóng của mạng nhiều cực siêu cao .....	100
6.2.1. Ma trận tán xạ.....	100
6.2.2. Ma trận truyền.....	103
6.2.3. Ma trận trở kháng và ma trận dẫn nạp.....	104
6.2.4. Mối quan hệ giữa các ma trận sóng.....	106
6.3. Mạng 2 cực .....	106
6.3.1. Hệ số phản xạ và trở kháng chuẩn hóa .....	106
6.3.2. Một ví dụ về mạng 2 cực .....	108
6.4. Mạng 4 cực .....	108
6.4.1. Ma trận sóng.....	108
6.4.2. Mạng 4 cực không tổn hao.....	110
6.4.3. Biến thể lý tưởng .....	112
6.4.4. Trở kháng mắc song song.....	114
6.4.5. Dẫn nạp mắc nối tiếp.....	115
6.4.6. Mắt xích dạng $T$ các trở kháng chuẩn hóa.....	115
6.4.7. Mắt xích dạng $\Pi$ .....	116
6.4.8. Ứng dụng của mạng 4 cực .....	117
6.5. Các bộ ghép định hướng.....	121
6.6. Các bộ cầu siêu cao.....	124

6.6.1. Cầu T - kép.....	124
6.6.2. Cầu vòng.....	126
6.7. Các phần tử siêu cao tần có ferít.....	127
6.7.1. Tính chất của ferít bị từ hóa.....	127
6.7.2. Các phần tử có ferít trong ống dẫn sóng chữ nhật.....	129
6.7.3. Các phần tử có ferít trong ống dẫn sóng tròn.....	132
6.7.4. Một số ứng dụng của các phần tử siêu cao tần có ferít.....	134
6.8. Phối hợp trở kháng ở siêu cao tần.....	136
6.8.1. Ý nghĩa của việc phối hợp trở kháng.....	136
6.8.2. Các phương pháp phối hợp trở kháng.....	137
6.9. Giới thiệu một số cấu kiện siêu cao tần .....	142
6.9.1. Đèn Klystron trực xạ .....	142
6.9.2. Đèn Klystron phản xạ .....	144
6.9.3. Đèn sóng chạy.....	145
6.9.4. Diode PIN .....	145
6.9.5. Diode Tunnel.....	146
<b>PHỤ LỤC 1: MỘT SỐ KÝ HIỆU .....</b>	<b>151</b>
<b>PHỤ LỤC 2: CÁC CÔNG THỨC VÀ ĐỊNH LÝ GIẢI TÍCH VECTƠ .....</b>	<b>152</b>
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO .....</b>	<b>153</b>

# CHƯƠNG 1. CÁC THAM SỐ VÀ ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN CỦA TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

## 1.1. Các đại lượng đặc trưng cơ bản cho trường điện từ và môi trường chất

### 1.1.1. Vec tơ cường độ điện trường $\vec{E}$

Khi một điện tích thử  $q$  đặt cố định tại điểm M trong một hệ quy chiếu quán tính, chịu một tác dụng  $\vec{F}_E$ , người ta nói rằng tại lân cận điểm M có một điện trường. Để đo lực tác động về điện tại M người ta dùng vec tơ trạng thái gọi là cường độ điện trường, ký hiệu  $\vec{E}$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} \quad (1.1)$$

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{N}{C} = \frac{Nm}{Cm} = \frac{V}{m}$$



Hình 1.1. Lực điện trường tác động lên điện tích  $q$

### 1.1.2. Vec tơ điện cảm $\vec{D}$

Chất điện môi được hiểu là những môi trường chỉ tồn tại các hạt mang điện ràng buộc, khi đặt điện môi vào điện trường  $\vec{E}$ , các điện tích ràng buộc tiếp nhận năng lượng điện trường dịch chuyển khỏi vị trí cân bằng. Tâm quỹ đạo điện tử bị kéo ra xa những nút có điện tích dương một đoạn  $\vec{l}$  nào đó và hình thành các *lưỡng cực điện*. Đây là hiện tượng phân cực điện của điện môi.

Trạng thái phân cực điện của điện môi phụ thuộc vào  $q$  và  $\vec{l}$ , và có thể đo trạng thái đó bằng mômen điện của lưỡng cực:

$$\vec{p} = q \cdot \vec{l} \quad (1.2)$$

Nếu số lưỡng cực trung bình cho một đơn vị thể tích là  $N$ , thì mômen điện tổng của chúng, gọi là *vec tơ phân cực điện*, ký hiệu là  $\vec{P}$ :

$$\vec{P} = N\vec{p} = Nq\vec{l} \quad (1.3)$$

Trong môi trường điện môi tuyến tính  $\vec{l}$  tỷ lệ với  $\vec{E}$ , nên  $\vec{P}$  tỷ lệ với  $\vec{E}$ .

$$\vec{P} = k_p \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.4)$$

Trong đó:  $k_p$  là hệ số phân cực điện.

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} (F/m) \text{ là hằng số điện môi.}$$

Điện trường trong điện môi được đặc trưng bởi vector  $\vec{D}$  có dạng sau:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = (1 + k_p) \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_r \vec{E} \quad (1.5)$$

Trong đó:  $\varepsilon_r = 1 + k_p$  là hệ số điện môi tương đối.

$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$  là hệ số điện môi tuyệt đối.

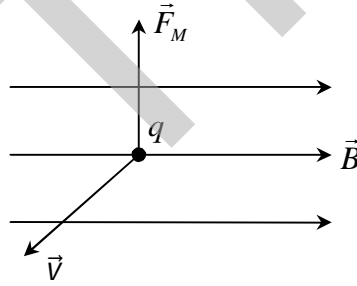
$$\text{Đơn vị của } [D] = \frac{C}{m^2}.$$

### 1.1.3. Vector cường độ từ cảm $\vec{B}$

Một điện tích thử  $q$  chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$  trong một hệ quy chiếu quán tính nếu chịu một lực tác động  $\vec{F}_M$  (phân biệt với lực điện  $\vec{F}_E$ ), thì người ta nói tại lân cận  $q$  tồn tại một từ trường.

Vector cường độ từ cảm  $\vec{B}$  đặc trưng cho lực tác dụng của từ trường lên điện tích chuyển động hay dòng điện theo định luật Lorentz sau:

$$\vec{F}_M = q [\vec{v} \times \vec{B}] \quad (1.6)$$



Hình 1.2. Lực từ trường tác động lên điện tích chuyển động

### 1.1.4. Vec tơ cường độ từ trường $\vec{H}$

Trong nhiều chất, từ môi được hiểu là những môi trường có các dòng phân tử ràng buộc, dưới tác dụng của từ trường với từ cảm  $\vec{B}$ , các spin và dòng phân tử giống như những nam châm nhỏ thường bị xoay trục ít nhiều theo chiều của  $\vec{B}$  và hình thành các cực từ nhỏ. Đó là hiện tượng phân cực từ.

Mômen của một cực từ được tính như sau:

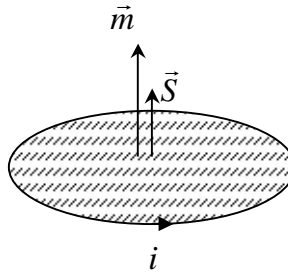
$$\vec{m} = i \vec{S}$$

Mômen tổng hay mômen phân cực từ của từ môi:

$$\vec{M} = N \vec{m}$$

Với  $N$  là số cực từ.





Hình 1.3. Mô men phân cực từ

Vector cường độ từ trường  $\vec{H}$ .

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (1.7)$$

Trong đa số chất từ môi khi cường độ từ trường không quá mạnh, thì  $\vec{M}$  tỷ lệ với cường độ từ trường  $\vec{H}$ :

$$\vec{M} = k_m \mu_0 \vec{H}$$

với  $k_m$  là hệ số phân cực từ.

Ta có:

$$\vec{B} = (1 + k_m) \mu_0 \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} = \mu \vec{H} \quad (1.8)$$

Trong đó:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ (H/m)}$  là độ từ thẩm trong chân không.

$\mu_r = 1 + k_m$  là độ từ thẩm tương đối.

$\mu = \mu_r \mu_0$  là độ từ thẩm tuyệt đối

Đơn vị của  $[H] = \left( \frac{A}{m} \right)$ .

Đối với một số chất như sắt, vật liệu sắt từ thì  $\mu_r = 10^3 \div 10^4$

### 1.1.5. Các tham số đặc trưng cơ bản của môi trường

Đặc tính của môi trường vật chất được thể hiện qua các tham số điện và từ của nó bao gồm:

- + Hệ số điện môi tuyệt đối  $\varepsilon$  (F/m).
- + Hệ số điện môi tương đối  $\varepsilon_r$  (không thứ nguyên)
- + Độ từ thẩm tuyệt đối  $\mu$  (H/m)
- + Độ từ thẩm tương đối  $\mu_r$  (không thứ nguyên)
- + Độ dẫn điện  $\sigma$  (S/m)

Dựa trên các tham số điện và từ, người ta chia vật chất (môi trường điện từ) ra thành các loại sau:

- + *Môi trường tuyến tính*: các tham số  $\epsilon$ ,  $\mu$ , và  $\sigma$  không phụ thuộc cường độ trường. Khi đó, các phương trình liên hệ là tuyến tính.
- + *Môi trường đồng nhất và đẳng hướng*: các tham số điện và từ là hằng số. Trong môi trường này, các vectơ của cùng một phương trình liên hệ song song với nhau.
- + Nếu các tham số điện từ theo các hướng khác nhau có các giá trị không đổi khác nhau thì được gọi là *không đẳng hướng*.
- + Môi trường có các đại lượng điện từ là các hàm của tọa độ được gọi là *môi trường không đồng nhất*.

Trong tự nhiên, hầu hết các chất có hệ số điện môi tương đối  $\epsilon_r > 1$  và là môi trường tuyến tính.

Môi trường có độ từ thẩm tương đối  $\mu_r > 1$  gọi là chất thuận từ, còn  $\mu_r < 1$  gọi là chất nghịch từ.

Chất dẫn điện là chất có  $\sigma > 10^4 \text{ (S/m)}$ .

Chất bán dẫn là chất có  $10^4 > \sigma > 10^{-10} \text{ (S/m)}$

Chất cách điện là chất có  $\sigma < 10^{-10} \text{ (S/m)}$

Điện môi lý tưởng có  $\sigma = 0$ , còn vật dẫn lý tưởng là môi trường có  $\sigma = \infty$ .

## 1.2. Các phương trình Maxwell

### 1.2.1. Một số khái niệm và định luật cơ bản

#### 1.2.1.1. Định nghĩa dòng điện

Xét một thể tích  $V$  được giới hạn bởi một mặt kín  $S$ . Giả sử lượng điện tích  $q$  nằm trong thể tích này giảm theo thời gian, nếu thừa nhận điện tích không tự biến mất thì điện tích đã chảy ra khỏi thể tích đó (qua mặt  $S$ ). Ngược lại, sự tăng điện tích trong thể tích đang xét theo thời gian chỉ có thể xảy ra do điện tích chảy từ ngoài vào, qua mặt  $S$ . Sự chuyển dịch của điện tích qua  $S$  đã tạo ra dòng điện được xác định bằng tốc độ biến thiên của điện tích  $q$  trong thể tích giới hạn bởi mặt  $S$ , lấy với dấu âm.

$$I = -\frac{dq}{dt} \quad (1.9)$$

Như vậy dòng điện sẽ dương trong trường hợp điện tích  $q$  trong thể tích  $V$  giảm theo thời gian, do các điện tích chảy ra ngoài và ngược lại. Căn cứ (1.9) có thể định nghĩa dòng điện theo cách đơn giản: Dòng điện có giá trị bằng lượng điện tích chảy qua mặt  $S$  trong một đơn vị thời gian.

Để mô tả đầy đủ hơn sự chuyển động có hướng của các hạt mang điện, người ta đưa ra khái niệm mật độ dòng điện  $\vec{J}$  với định nghĩa: Mật độ dòng điện dẫn là một đại lượng vectơ, có hướng trùng với hướng chuyển động của điện tích tại điểm đang xét, còn độ lớn bằng

lượng điện tích chảy qua một đơn vị bề mặt đặt vuông góc với hướng chuyển động, trong một đơn vị thời gian.

Quan hệ giữa  $I$  và  $\vec{J}$  như sau:

$$I = \int_S \vec{J} d\vec{S} \quad (1.10)$$

#### 1.2.1.2. Định luật bảo toàn điện tích

Về thực chất, biểu thức (1.9) là định luật bảo toàn điện tích dạng vi phân, nó liên hệ giữa thông lượng của vector mật độ dòng điện qua mặt kín với sự biến đổi của điện tích trong thể tích giới hạn bởi mặt ấy.

Thay  $I$  từ biểu thức (1.10) vào (1.9) và thay  $Q$  trong (1.9) bởi:

$$q = \int_V \rho_{td} dV$$

trong đó  $\rho_{td}$  là mật độ điện tích trong thể tích  $V$ . Ta nhận được:

$$\oint_S \vec{J} d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho_{td} dV = -\int_V \frac{d\rho_{td}}{dt} dV \quad (1.11)$$

Áp dụng phép biến đổi Gauss cho vế trái của (1.11) ta có:

$$\int_V \text{div} \vec{J} dV = -\int_V \frac{\partial \rho_{td}}{\partial t} dV$$

Từ đây suy ra:

$$\text{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho_{td}}{\partial t} \quad (1.12)$$

Biểu thức (1.12) là biểu thức vi phân của định luật bảo toàn điện tích.

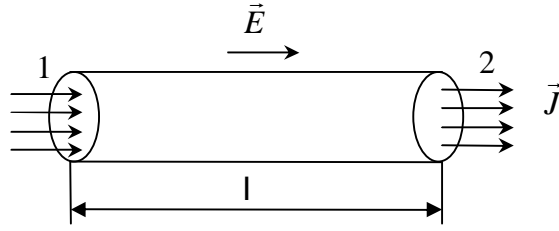
#### 1.2.1.3. Định luật Ohm

Là định luật liên hệ giữa mật độ dòng điện trong môi trường dẫn điện với cường độ điện trường. Biểu thức toán học của định luật có dạng:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1.13)$$

$\sigma$  là hệ số phụ thuộc vào tính dẫn điện của môi trường, được gọi là điện dẫn suất (hay độ dẫn điện).

Biểu thức (1.13) là công thức của định luật Ohm dạng vi phân. Bây giờ xét định luật Ohm dạng tích phân cho đoạn dây có dòng điện.



Hình 1.4.

Từ (1.13) suy ra: 
$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} \quad (1.14)$$

Nhân hai vế của (1.14) với  $d\vec{l}$  ta có:

$$\vec{E}d\vec{l} = \frac{\vec{J}d\vec{l}}{\sigma} = J \frac{dl}{\sigma}$$

Nhân S với tử số và mẫu số vế phải của biểu thức trên, sau đó lấy tích phân theo chiều dài cả hai vế ta được:

$$\int_0^l \vec{E}d\vec{l} = \int_0^l J \frac{Sdl}{\sigma S}$$

Giả sử  $J$  phân bố đều trên theo tiết diện, ta có:  $JS = I$ , do đó:

$$\int_0^l \vec{E}d\vec{l} = I \int_0^l \frac{dl}{\sigma S} \quad (1.15)$$

Vế trái của (1.15) chính là hiệu điện thế tại hai đầu đoạn  $l$ .

$$\int_0^l \vec{E}d\vec{l} = U_1 - U_2$$

Còn tích phân vế phải chính bằng điện trở của đoạn dây:

$$R = \int_0^l \frac{dl}{\sigma S}$$

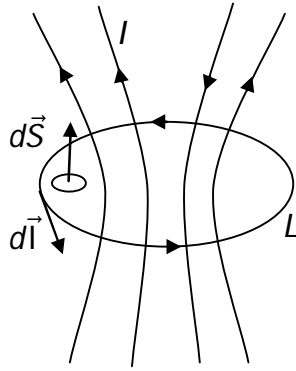
Cuối cùng ta viết được định luật Ohm cho đoạn dây:

$$U_1 - U_2 = IR$$

#### 1.2.1.4. Định luật dòng điện toàn phần

Định luật dòng điện toàn phần của nhà bác học Ampe người Pháp được phát biểu như sau: Lưu thông của vector cường độ từ trường  $\vec{H}$  dọc theo một đường cong kín bất kỳ bằng tổng đại số các dòng điện chảy qua diện tích bao bởi đường cong này. Biểu thức toán học của định luật dòng điện toàn phần có dạng:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^n I_k \quad (1.16)$$



Hình 1.5. Lưu thông của cường độ từ trường qua đường cong kín L

Nếu dòng điện chảy qua mặt S phân bố đều liên tục với mật độ  $\vec{J}$  thì định luật dòng điện toàn phần được viết dưới dạng sau:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S} \quad (1.17)$$

#### 1.2.1.5. Khái niệm về dòng điện dịch

Khi nghiên cứu định luật cảm ứng điện từ của Faraday và định luật dòng điện toàn phần của Ampe nhà vật lý người Anh Maxwell bằng lý thuyết đã chỉ ra sự tác dụng tương hỗ giữa điện trường và từ trường với việc dẫn ra khái niệm mới về dòng điện là dòng điện dịch. Theo Maxwell dòng điện dịch có mật độ được xác định bằng biểu thức:

$$\vec{J}_{dc} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.18)$$

Theo Maxwell mật độ dòng điện toàn phần gồm hai số hạng: mật độ dòng điện điện dẫn  $\vec{J}$  (tỷ lệ với cường độ điện trường) và mật độ dòng chuyển dịch ( $\vec{J}_{cd}$ ) tỷ lệ với biến thiên của cường độ điện trường theo thời gian.

$$\vec{J}_{\Sigma} = \vec{J} + \vec{J}_{cd} \quad (1.19)$$

### 1.2.2. Các dạng của hệ phương trình Maxwell

#### 1.2.2.1. Phương trình Maxwell thứ nhất

Bằng cách bổ sung dòng điện dịch vào vế phải của biểu thức định luật dòng điện toàn phần cùng với dòng điện dẫn Maxwell xây dựng được phương trình thứ nhất dạng tích phân như sau:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1.20)$$

Phương trình (1.20) mô tả quan hệ giữa các vector của trường ( $\vec{H}$  và  $\vec{D}$ ) trong một vòng bất kỳ và các dòng điện (dòng dẫn và dòng dịch) chảy qua nó.

Phương trình Maxwell dạng vi phân có dạng như sau:

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} + \vec{J}_{cd} \quad (1.21)$$

Với điện môi lý tưởng và chân không thì  $\vec{J} = \sigma \vec{E} = 0$  nên (1.21) có dạng:

$$\text{rot}\vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J}_{cd} \quad (1.22)$$

Phương trình (1.21) cho thấy vai trò của dòng điện dịch và dòng điện dẫn là như nhau trong quá trình tạo ra từ trường xoáy.

#### 1.2.2.2. Phương trình Maxwell thứ hai

Maxwell cho rằng biểu thức của định luật cảm ứng điện từ áp dụng không chỉ cho một vòng dây dẫn điện kín mà còn đúng cho một vòng kín nào đó (không nhất thiết là dẫn điện) trong không gian. Trong trường hợp tổng quát vòng kín này có thể một phần nằm trong chân không, phần khác nằm trong điện môi hay trong kim loại.

Phương trình Maxwell thứ hai dạng tích phân như sau:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1.23)$$

Áp dụng phép biến đổi Green-Stoke cho vế trái của (1.23) ta nhận được phương trình Maxwell thứ hai dạng vi phân:

$$\text{rot}\vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.24)$$

Phương trình (1.24) cho thấy từ trường biến thiên sẽ sinh ra điện trường xoáy.

Từ hai phương trình (1.22) và (1.24) cho thấy điện trường và từ trường có tác dụng tương hỗ lẫn nhau. Điện trường biến thiên tạo ra dòng điện dịch và từ trường biến thiên, đồng thời từ trường biến thiên lại tạo ra điện trường biến thiên.

#### 1.2.2.3. Phương trình Maxwell thứ ba và thứ tư

Phương trình Maxwell thứ ba và thứ tư được dẫn ra từ định luật Gauss đối với điện trường và từ trường. Dạng tích phân của hai phương trình này như sau:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho_{td} dV = q \quad (1.25)$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (1.26)$$

Áp dụng phép biến đổi Gauss cho vế trái của hai phương trình trên ta được:

$$\begin{aligned} \int_V \text{div}\vec{D} dV &= \int_V \rho_{td} dV \\ \int_V \text{div}\vec{B} dV &= 0 \end{aligned}$$

Vì thể tích  $V$  là tùy ý nên nhận được các phương trình Maxwell dạng vi phân:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{td} \quad (1.27)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (1.28)$$

#### 1.2.2.4. Hệ thống các phương trình Maxwell

Dạng vi phân:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho_{td} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

Dạng tích phân:

$$\left. \begin{aligned} \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \int_S \vec{J} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint_S \vec{D} d\vec{S} &= \int_V \rho_{td} dV = q \\ \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

Hệ phương trình Maxwell dạng phức:

Nếu các đại lượng điện trường và từ trường biến thiên tuần hoàn theo thời gian với tần số  $\omega$ , tức là có thể mô tả chúng như sau:  $\vec{E} = \vec{E}e^{j\omega t}$ ,  $\vec{H} = \vec{H}e^{j\omega t}$  thì phương trình Maxwell 1 và 2 dạng phức có dạng như sau:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= (\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H} \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

#### 1.2.3. Ý nghĩa của hệ phương trình Maxwell

##### 1.2.3.1. Mô tả mối quan hệ giữa hai mặt điện trường và từ trường của trường điện từ biến thiên

Theo phương trình Maxwell 1: ở những vùng có điện trường biến thiên, tức là mật độ dòng điện  $\vec{J} + \partial \vec{D} / \partial t \neq 0$  biến thiên thì ở đó có từ trường biến thiên và từ trường đó có tính chất xoáy (vì  $\operatorname{rot} \vec{H} \neq 0$ ). Ngược lại theo phương trình Maxwell 2 nêu rõ ở những vùng có từ trường biến thiên  $\partial \vec{B} / \partial t \neq 0$  thì ở đó có điện trường biến thiên và điện trường đó cũng có tính chất xoáy ( $\operatorname{rot} \vec{E} \neq 0$ ). Vậy hai phương trình Maxwell 1 và 2 cho thấy từ trường và điện trường biến thiên luôn gắn bó với nhau và luôn có tính chất xoáy.

### 1.2.3.2. Mô tả hình học của hai mặt thể hiện điện trường và từ trường

Theo phương trình Maxwell 4:  $\text{div} \vec{B} = 0$  hoặc  $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$  ta nhận thấy  $\vec{B}$  luôn chảy liên tục. Với mọi mặt kín S thông lượng của  $\vec{B}$  chảy vào và ra luôn bằng nhau, không có vùng nào là vùng xuất phát hoặc tận cùng của  $\vec{B}$ , đó là hình học của vectơ từ cảm  $\vec{B}$ .

Theo phương trình Maxwell 3:  $\text{div} \vec{D} = \rho_{td}$  hoặc  $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q$  nêu lên một hình học khác. Thông lượng của vectơ  $\vec{D}$  chảy ra khỏi một mặt kín S bằng lượng điện tích tự do bao quanh mặt ấy. Vậy đối với vectơ  $\vec{D}$  có thể có những vùng xuất phát là vùng có  $\rho_{td} > 0$  và những vùng tận cùng là những nơi có phân bố  $\rho_{td} < 0$ . Nó có thể chảy không liên tục, khép kín khắp nơi như  $\vec{B}$ . Đó là hình học của vectơ  $\vec{D}$ .

### 1.2.3.3. Các phương trình Maxwell mô tả quan hệ khăng khít giữa trường và môi trường chất

Thật vậy phương trình Maxwell 1 nêu rõ độ xoáy của từ trường gắn liền với dòng điện, có nghĩa là đường sức từ  $\vec{H}$  xoáy quanh những dòng điện (dòng dẫn hoặc dòng dịch) là một dạng chuyển động của vật chất.

Phương trình Maxwell 3 nêu rõ sự gắn bó giữa điện trường và sự phân bố các hạt mang điện. Đường sức của  $\vec{D}$  tỏa ra từ những hạt mang điện  $\rho_{td}$ , trong tự nhiên tồn tại các điện tích tựa như những hạt này là các "nguồn" của điện trường. (Chú ý phương trình Maxwell 4 cho thấy từ trường  $\vec{B}$  không có "nguồn" điểm thuộc loại như vậy, thực tế cho thấy rằng không tồn tại những từ tích).

Nhìn chung sự gắn bó trường-chất thể hiện ở những hệ số của phương trình  $\mu, \epsilon, \sigma, \rho_{td}$  là những biến và thông số hành vi của môi trường. Với những hệ số khác nhau ta có những dạng phương trình khác nhau và do đó quy luật tương tác của hệ sẽ khác nhau.

## 1.3. Điều kiện bờ đối với các vec tơ của trường điện từ

Điều kiện bờ đối với các vectơ của trường điện từ là hệ thức giữa các thành phần của các vectơ trường điện từ ở hai bên, sát mặt giới hạn phân cách hai môi trường khác nhau. Điều kiện bờ có tầm quan trọng trong cả nghiên cứu lý thuyết lẫn tìm nghiệm các bài toán điện từ trong thực tiễn. Trong mục này, chúng ta sẽ đi tìm quan hệ của cùng các vectơ  $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$  ở hai bên của mặt phân cách hai môi trường khác nhau.

Giả sử có hai môi trường được phân cách nhau bằng mặt giới hạn S nào đó. Các tham số điện và từ của hai môi trường tương ứng là:  $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1, \epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$  và  $\vec{E}_1, \vec{D}_1, \vec{B}_1, \vec{H}_1$   $\vec{E}_2, \vec{D}_2, \vec{B}_2, \vec{H}_2$ .

Điều kiện bờ với thành phần tiếp tuyến.

**Phát biểu 1:** Nếu trên bờ tiếp giáp hai môi trường, một vectơ  $\vec{F}$  thỏa mãn phương trình  $\text{rot} \vec{F} = \text{hữu hạn}$ , thì các thành phần tiếp tuyến phải chuyển tiếp liên tục [3].



$$\vec{F}_{1t}(S) = \vec{F}_{2t}(S) \quad (1.32)$$

**Hệ luận.** Từ (1.31) suy ra trường hợp đặc biệt, khi trên bờ  $S$  thành phần tiếp tuyến  $\text{rot}_t \vec{F}$  có dạng phân bố Dirac theo chiều pháp tuyến  $A\delta(n)$  thì  $F_{1t}(S)$  và  $F_{2t}(S)$  sẽ chuyển tiếp gián đoạn loại 1:

$$F_{1t} - F_{2t} = A \quad (1.33)$$

Ta có điều kiện bờ đối với thành phần tiếp tuyến của điện trường và từ trường như sau:

a) Với vector từ trường:

$$H_{1t} - H_{2t} = J_s \text{ với } J_s \text{ là mật độ dòng điện mặt.}$$

\* Khi cả hai môi trường là điện môi thì  $J_s = 0$ , ta có:

$$\vec{H}_{1t} = \vec{H}_{2t}$$

\* Khi môi trường 1 là điện môi, môi trường 2 là vật dẫn lý tưởng thì:

$$\vec{H}_{1t} = \vec{J}_s, H_{2t} = 0.$$

b) Với vector điện trường:

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$$

Đúng cho mọi trường hợp tổng quát với hai môi trường có tham số tùy ý.

\* Khi môi trường 2 là dẫn điện lý tưởng thì:  $E_{12} = 0$ , do đó:  $E_{1t} = E_{2t} = 0$

Điều kiện bờ với thành phần pháp tuyến.

**Phát biểu 2:** Nếu trên bờ tiếp giáp hai môi trường, một vector  $\vec{F}$  thỏa mãn phương trình  $\text{div} \vec{F} = \text{hữu hạn}$ , thì các thành phần pháp tuyến phải chuyển tiếp liên tục [3].

$$\vec{F}_{1n}(S) = \vec{F}_{2n}(S) \quad (1.34)$$

**Hệ luận.** Từ (1.34) suy ra trường hợp đặc biệt, khi trên bờ  $S$   $\text{div} \vec{F}$  có dạng phân bố Dirac theo bề dày thì  $F_n$  sẽ có gián đoạn loại 1:

$$F_{2n} - F_{1n} = \sigma(S) \delta(n).dn = \sigma(S) \quad (1.35)$$

Từ phát biểu 2 và hệ luận ta có thể có điều kiện bờ với thành phần pháp tuyến của vector điện trường như sau:

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_s \quad (1.36)$$

Trong đó  $\sigma_s$  là mật độ điện tích mặt.

Biểu thức (1.36) đúng cho trường hợp tổng quát với 2 môi trường có tham số tùy ý. Khi môi trường 1 là vật dẫn lý tưởng thì ta có:

$$D_{1n} = 0, D_{2n} = \sigma_s$$

#### 1.4. Năng lượng của trường điện từ - Định lý Poynting

Định lý Poynting thiết lập mối liên hệ giữa sự thay đổi năng lượng điện từ trong một thể tích  $V$  với dòng năng lượng điện từ chảy qua mặt kín  $S$  bao quanh thể tích này.

Trong một thể tích  $V$  tùy ý, trường điện từ sẽ có năng lượng tích tụ bằng:

$$W = \int_V \left( \frac{\varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dV = \int_V (w_E + w_H) dV \quad (1.37)$$

Trong đó:  $w_E = \frac{\varepsilon E^2}{2}$  là mật độ năng lượng điện trường.

$w_H = \frac{\mu H^2}{2}$  là mật độ năng lượng từ trường.

Từ các phương trình Maxwell 1 và 2 ta có thể viết lại:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \text{rot} \vec{H} - \vec{J} & (a) \\ \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= -\text{rot} \vec{E} & (b) \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

Nhân vô hướng đẳng thức (1.38)(a) với  $\vec{E}$  và đẳng thức (1.38)(b) với  $\vec{H}$  rồi cộng vế với vế hai đẳng thức lại ta có:

$$\varepsilon \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{E} \text{rot} \vec{H} - \vec{H} \text{rot} \vec{E} - \vec{J} \vec{E} \quad (1.39)$$

Biến đổi (1.39) ta được:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) = -\text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) - \vec{J} \vec{E} \quad (1.40)$$

Lấy tích phân theo thể tích hai vế phương trình (1.40) ta có:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{\varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dV = \int_V \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) dV + \int_V \vec{J} \vec{E} dV \quad (1.41)$$

Dùng phép biến đổi Gauss cho tích phân thứ nhất của vế phải (1.41) ta có:

$$\int_V \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) dV = \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) d\vec{S} = \oint_S \vec{\Pi} d\vec{S}$$

Trong đó:

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (1.42)$$

$\vec{\Pi}$  gọi là vectơ Poynting (vectơ mật độ công suất của trường điện từ).

Cuối cùng ta có:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dV = \oint_S \vec{\Pi} d\vec{S} + \int_V \vec{J} \vec{E} dV \quad (1.43)$$

Hay:

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \oint_S \vec{\Pi} d\vec{S} + Q \quad (1.44)$$

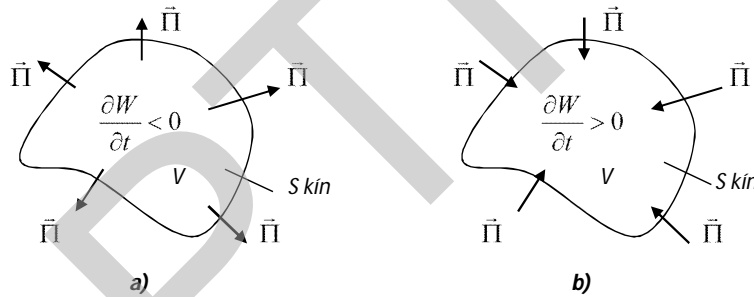
Các biểu thức (1.43) và (1.44) là dạng toán học của định lý Poynting và cũng là định lý về sự bảo toàn năng lượng trong trường điện từ.

Trong đó:  $Q = \int_V \vec{J} \vec{E} dV$  là công suất tổn hao dưới dạng nhiệt của dòng điện trong thể tích  $V$ .

Theo (1.42) thì năng lượng của trường điện từ ở mỗi điểm sẽ dịch chuyển theo phương pháp tuyến với mặt phẳng tạo bởi  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$ .

Phương trình (1.44) là biểu thức của định lý Poynting. Định lý này do hai nhà bác học Poynting (người Anh) và Umôv (người Nga) đưa ra, nên còn gọi là định lý *Umôv-Poynting*.

Dấu (-) ở vế trái của phương trình (1.44) thể hiện sự bảo toàn năng lượng. Khảo sát trường hợp môi trường điện môi lý tưởng ( $\vec{J} = 0$  và do đó  $Q = 0$ ). Xét hai trường hợp sau:



Hình 1.6. Thông lượng của  $\vec{\Pi}$  qua mặt kín  $S$

Trường hợp Hình 1.6.a vector  $\vec{\Pi}$  tỏa ra ngoài  $S$  nên  $\oint_S \vec{\Pi} d\vec{S} > 0$  và do đó  $\frac{\partial W}{\partial t} < 0$  tức là năng lượng trong  $V$  giảm dần theo thời gian.

Ngược lại: Trường hợp Hình 1.6.b vector  $\vec{\Pi}$  đi vào  $S$  nên  $\oint_S \vec{\Pi} d\vec{S} < 0$  và do đó  $\frac{\partial W}{\partial t} > 0$  tức là năng lượng trong  $V$  tăng dần theo thời gian.

\* *Vec tơ Poynting trung bình dạng phức:*

Đối với trường điện từ điều hòa, các đại lượng cơ bản tính trung bình trong một chu kỳ dao động  $T$  của trường có ý nghĩa thiết thực vì thế người ta thường biểu diễn một số đại lượng theo dạng phức. Ta có thể viết các đại lượng thực của trường thông qua các đại lượng phức và liên hợp phức của nó như sau:

$$\vec{E} = re\vec{\dot{E}} = \frac{1}{2}(\vec{\dot{E}} + \vec{\dot{E}}^*)$$

$$\vec{H} = re\vec{\dot{H}} = \frac{1}{2}(\vec{\dot{H}} + \vec{\dot{H}}^*)$$

Ở đây dấu (\*) là đại lượng lấy liên hợp phức. Vector Poynting có thể biểu diễn qua đại lượng phức như sau:

$$\vec{\Pi} = [re\vec{\dot{E}} \times re\vec{\dot{H}}] = \frac{1}{4}[(\vec{\dot{E}} + \vec{\dot{E}}^*) \times (\vec{\dot{H}} + \vec{\dot{H}}^*)]$$

Biến đổi phương trình này và lấy tích phân trong 1 chu kỳ T ta có vector Poynting trung bình tính như sau:

$$\vec{\Pi}_{tb} = \frac{1}{2}re[\vec{\dot{E}} \times \vec{\dot{H}}^*]$$

Với vector Poynting dạng phức:  $\vec{\dot{\Pi}} = \frac{1}{2}[\vec{\dot{E}} \times \vec{\dot{H}}^*]$  từ đó ta có:

$$\vec{\Pi}_{tb} = re\vec{\dot{\Pi}}$$

Bằng cách tương tự người ta biểu diễn các đại lượng trung bình khác như sau:

$$W_{Etb} = \frac{1}{4} \int_V \epsilon |\vec{\dot{E}}|^2 dV$$

$$W_{Mtb} = \frac{1}{4} \int_V \mu |\vec{\dot{H}}|^2 dV$$

Công suất tiêu tán trung bình

$$P_{ttb} = \frac{1}{2}re \int_V \vec{J} \vec{\dot{E}}^* dV = \frac{1}{2} \int_V \sigma |\vec{\dot{E}}|^2 dV$$

## 1.5. Trường tĩnh điện

### 1.5.1. Các phương trình đặc trưng cơ bản

#### 1.5.1.1. Hệ phương trình Maxwell cho trường tĩnh điện

Trường điện từ tĩnh là trường điện từ thỏa mãn hai điều kiện sau:

- + Các đại lượng điện và từ không thay đổi theo thời gian, tức là đạo hàm riêng các đại lượng của trường theo thời gian đều bằng không  $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right)$ .
- + Không có sự chuyển động của các hạt mang điện, nghĩa là mật độ dòng điện dẫn luôn bằng không  $(\vec{J} = 0)$ .

Từ hai điều kiện này ta sẽ có hệ phương trình Maxwell cho trường điện từ tĩnh như sau:

$$\begin{cases} \text{rot}\vec{H} = 0 \\ \text{rot}\vec{E} = 0 \\ \text{div}\vec{D} = \rho_{td} \\ \text{div}\vec{B} = 0 \end{cases} \quad (1.45)$$

Từ (1.45) ta có vài nhận xét: điện trường và từ trường đều có tính chất thế, và chúng không có quan hệ trực tiếp với nhau, tức là điện trường và từ trường độc lập. Ta có thể khảo sát riêng rẽ điện trường và từ trường. Trong tài liệu này chỉ khảo sát điện trường tĩnh, đó là điện trường không thay đổi theo thời gian của các điện tích đứng yên.

### 1.5.1.2. Thế vô hướng của trường tĩnh điện

Ở trường tĩnh công dịch chuyển một điện tích từ điểm nọ đến điểm kia hoàn toàn xác định bởi vị trí 2 điểm mà không phụ thuộc vào đường đi. Điều đó nghĩa là công dịch chuyển một điện tích theo một vòng kín luôn triệt tiêu, điều này thể hiện tính chất *thế* của trường điện từ tĩnh.

Công của lực điện tĩnh khi di chuyển một điện tích  $q$  theo một đường cong kín  $C$  như sau:

$$A = \oint_C q\vec{E} \cdot d\vec{l} = q \int_S \text{rot}\vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

Từ đặc điểm này suy ra, nếu chọn một điểm  $M_0$  nào đó làm gốc, thì công dịch chuyển một đơn vị điện tích ( $q = 1C$ ) từ  $M_0$  đến mọi điểm  $M$  sẽ có giá trị xác định tùy thuộc vị trí của  $M$ . Ta định nghĩa công dịch chuyển điện tích  $1C$  từ  $M_0$  đến  $M$  là thế năng (điện thế) ứng với điểm  $M(x, y, z)$ .

$$\varphi_E(x, y, z) = \varphi_E(M) = - \int_{M_0}^M \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.46)$$

Đại lượng đặc trưng cho vị trí đó được gọi là điện thế  $\varphi_E$ , đơn vị là Volt (V).

Từ (1.46) ta có thể biểu diễn  $\vec{E}$  qua  $\varphi_E$  như sau:

$$\vec{E} = - \frac{\partial \varphi_E}{\partial l} d\vec{l}$$

Hay:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi_E = -\nabla\varphi_E \quad (1.47)$$

Biểu thức (1.47) thỏa mãn phương trình Maxwell 1:

$$\text{rot}\vec{E} = \text{rotgrad}\varphi_E = 0$$

Dấu trừ ở (1.47) chỉ là quy ước: chiều của vec tơ cường độ điện trường là chiều giảm của  $\varphi_E$ .

### 1.5.1.3. Phương trình Laplace – Poisson

Thay phương trình (1.47) vào phương trình Maxwell 4 ta được:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{D} &= \varepsilon \operatorname{div} \vec{E} = \rho \\ \Rightarrow -\varepsilon \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi_E &= \rho \end{aligned}$$

Nếu miền khảo sát là đồng nhất, hệ số điện môi là hằng số thì ta có:

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi_E = \Delta \varphi_E = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1.48)$$

Với  $\Delta$  là toán tử Laplace. Phương trình (1.48) là phương trình Laplace - Poisson. Phương trình này thể hiện quan hệ giữa điện thế của trường tĩnh điện với phân bố điện tích tạo nên trường tĩnh điện đó.

Nếu trong miền khảo sát không có điện tích, phương trình (1.48) trở thành:

$$\Delta \varphi_E = 0 \quad (1.49)$$

Phương trình (1.49) được gọi là phương trình Laplace.

### 1.5.1.4. Từ trường tĩnh và khái niệm từ thế vô hướng $\varphi_M$

Từ trường tĩnh không gắn với điện trường nên tách ra được cặp phương trình Maxwell cho từ trường tĩnh:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0, \operatorname{div} \vec{B} = \operatorname{div} \mu \vec{H} = 0$$

Tương tự như điện trường tĩnh ta thấy  $\vec{H}$  cũng có tính chất thế và ta cũng có:

$$\vec{H} = -\operatorname{grad} \varphi_M \quad (1.50)$$

Trong đó  $\varphi_M$  là từ thế vô hướng biểu diễn trạng thái từ trường tĩnh. Kết hợp với phương trình Maxwell 4 ta cũng có phương trình Laplace cho từ thế vô hướng như sau:

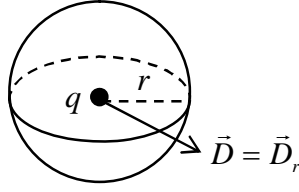
$$\Delta \varphi_M = 0$$

### 1.5.2. Một số bài toán về trường tĩnh điện

Dưới đây là một số ví dụ vận dụng trực tiếp luật Gauss tĩnh điện để giải phương trình Laplace.

#### 1.5.2.1. Điện trường đối xứng xuyên tâm hình cầu

Xét một điện tích điểm hoặc một vật dẫn hình cầu mang điện đặt trong môi trường điện môi lúc này điện trường có tính đối xứng xuyên tâm rõ rệt. Các đại lượng  $\vec{E}, \vec{D}, \varphi_E$  sẽ chỉ phụ thuộc khoảng cách  $r$  đến tâm cầu (như Hình 1.7).



Hình 1.7. Điện trường đối xứng xuyên tâm hình cầu

Các điểm trên mặt cầu có cùng điện thế và cùng cường độ điện trường, hay mặt cầu chính là mặt đẳng thế.

Ở đây  $E$  và  $D$  chỉ có thành phần xuyên tâm:  $E = E_r$ ,  $D = D_r$ . Vì vậy khi ta lấy mặt cầu  $S$  có bán kính  $r$  và áp dụng luật Gauss cho mặt  $S$  ta có:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_r dS = \oint_S D dS = q$$

Trong đó  $q$  là điện tích nằm trong  $S$ . Do  $D$  phân bố đều trên mặt cầu nên ta có:

$$\oint_S D dS = D \oint_S dS = 4\pi r^2 D = q \quad (1.51)$$

$$\text{Hay: } D(r) = D_r(r) = \frac{q}{4\pi r^2} \text{ và } E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}$$

Từ kết quả này ta tính được điện thế của một điểm trên mặt cầu với mốc lấy ở xa vô cùng  $\varphi_E(\infty) = 0$  như sau:

$$\varphi_E(r) = -\int_{\infty}^r \vec{E}_r d\vec{r} = -\int_{\infty}^r E_r dr = -\frac{q}{4\pi\epsilon} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2}$$

Ở đây ta coi môi trường là đồng nhất và tuyến tính tức là  $\epsilon = \text{const}$  tại mọi vị trí, và ta có biểu thức quen thuộc tính điện thế như sau:

$$\varphi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon r} \quad (1.52)$$

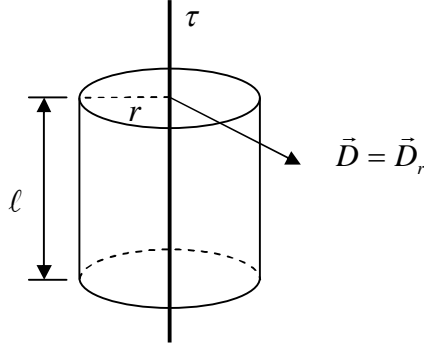
### 1.5.2.2. Điện trường đối xứng xuyên trục

Xét một trục mang điện hoặc một vật dẫn hình trụ tròn, thẳng và dài vô hạn đặt trong môi trường điện môi, lúc này điện trường sẽ đối xứng qua trục và chỉ phụ thuộc vào khoảng cách  $r$  đến trục. Xét một dây dẫn điện thẳng và dài vô hạn, tích điện đều với mật độ tính chiều theo chiều dài là  $\tau$  như Hình 1.8.

Với trường hợp này các thành phần  $\varphi_E, E, D$  chỉ phụ thuộc vào khoảng cách đến dây, tức là:  $\vec{E} = \vec{E}_r, \vec{D} = \vec{D}_r$ . Để tính  $D(r)$  và  $E(r)$  ta lấy một mặt trụ có bán kính  $r$  và chiều dài là  $\ell$ , đồng trục với dây dẫn. Áp dụng luật Gauss ta có:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_r dS = q = \tau \ell$$

Trong đó:  $q$  chính là lượng điện tích nằm trong S.



Hình 1.8. Điện trường đối xứng xuyên trục

Ta nhận thấy  $D_r$  phân bố đều trên diện tích xung quanh của hình trụ S, và  $\vec{D}$  không đi qua diện tích 2 đáy của hình trụ, do đó ta có:

$$\oint_S D_r dS = D_r \oint_S dS = D_r 2\pi r l = \tau l$$

Hay:

$$D(r) = D_r(r) = \frac{\tau}{2\pi r}; E(r) = E_r(r) = \frac{\tau}{2\pi \epsilon r} \quad (1.53)$$

Chọn một mặt trụ bán kính  $r_0$  làm mốc ta tính được điện thế của một điểm cách dây một khoảng cách  $r$  như sau:

$$\varphi_E(r) = -\int_{r_0}^r E_r dr = -\int_{r_0}^r \frac{\tau}{2\pi \epsilon r} dr$$

Với môi trường tuyến tính đẳng hướng ta tính được:

$$\varphi_E(r) = \frac{\tau}{2\pi \epsilon} (\ln r_0 - \ln r) = \frac{\tau}{2\pi \epsilon} \ln \frac{r_0}{r} \quad (1.54)$$

### 1.6. Từ trường của dòng điện không đổi

Trạng thái riêng thứ hai của trường điện từ là trường do dòng điện không đổi tạo ra, đây là trạng thái dừng của trường điện từ. Từ trường dừng là trường gắn với phân bố dòng dẫn  $\vec{J}$  không đổi theo thời gian ( $\vec{J} = \text{const} \neq 0$ ). Do đó các đại lượng của trường cũng không đổi theo thời gian  $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right)$ . Hệ phương trình Maxwell của trường điện từ dừng là:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ \text{rot} \vec{E} = 0 \\ \text{div} \vec{D} = 0 \\ \text{div} \vec{B} = 0 \end{cases} \quad (1.55)$$

Với  $\vec{B} = \mu \vec{H}; \vec{J} = \sigma \vec{E}$ .



Nhận xét: theo phương trình Maxwell 1 và 2 trong hệ (1.55) ta thấy:  $\vec{H}$  có tính xoáy và phụ thuộc vào  $\vec{E}$ , còn  $\vec{E}$  có tính chất thế và độc lập so với  $\vec{H}$ .

### 1.6.1. Điện trường dừng

Trong vật dẫn không tồn tại điện trường tĩnh, nếu bỏ qua hiện tượng phân cực, coi  $\varepsilon = 0$  ta có  $\vec{D} = 0$  và nếu bỏ qua hiện tượng dẫn trong điện môi  $\varepsilon \neq 0$ , tức là coi  $\sigma = 0$ , có thể tách ra hai vùng: Vật dẫn có phân bố dòng điện dẫn  $\vec{J}$  và vùng điện môi quanh đó có phân bố  $\vec{D}$  và  $\vec{E}$ . Do đó ta có các phương trình sau:

$$\text{Vật dẫn:} \quad \text{rot} \vec{E} = 0; \quad \text{div} \vec{J} = 0; \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\text{Điện môi:} \quad \text{rot} \vec{E} = 0; \quad \text{div} \vec{D} = 0; \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

Khái niệm về điện thế và phương trình quan hệ giữa điện thế  $\varphi$  với  $\vec{E}$  tương tự như trường điện từ tĩnh, ta có:

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi_E$$

Thay phương trình này vào các phương trình  $\text{div} \vec{J} = 0$  và  $\text{div} \vec{D} = 0$  đối với cả hai vùng đều có chung một phương trình Laplace cho điện thế vô hướng  $\varphi$ , nó mô tả đủ điện trường dừng:

$$\text{div grad} \varphi_E = \Delta \varphi_E = 0 \quad (1.56)$$

### 1.6.2. Từ trường dừng

Hệ phương trình Maxwell đối với từ trường dừng:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}, \quad \text{div} \vec{B} = 0; \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

Từ phương trình  $\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \neq 0$  ta thấy từ trường dừng có tính chất xoáy, do đó không thể xây dựng hàm thế vô hướng được. Chú ý rằng ở mọi vùng  $\vec{J}$  có triệt tiêu hay không thì cường độ từ cảm  $\vec{B}$  luôn chảy liên tục:

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

So sánh biểu thức này với hằng đẳng thức  $\text{div rot} \vec{A}_M = 0$ , nên có thể đo từ trường bằng một hàm thế  $\vec{A}_M$ , gọi là từ thế vectơ.

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (1.57)$$

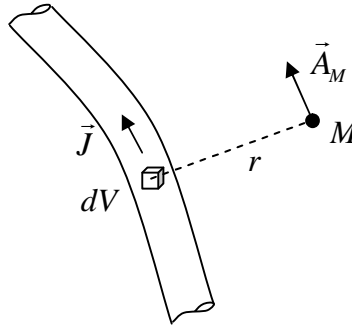
Thay (1.57) vào phương trình thứ nhất của hệ (1.55), ta nhận được:

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (1.58)$$

Đây là phương trình Poisson cho thế vectơ  $\vec{A}_M$ , và nghiệm của phương trình (1.58) có dạng sau:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}}{r} dV$$

Trong đó:  $r$  là khoảng cách từ điểm đang xét  $M$  đến nguyên tố nguồn  $\vec{J}dV$  trong thể tích  $V$  của dây dẫn.



Hình 1.9. Từ thế vectơ  $\vec{A}$  của dây dẫn điện

## 1.7. Trường điện từ biến thiên

### 1.7.1. Các phương trình cơ bản

Trong trường điện từ biến thiên các trạng thái của trường biến thiên theo thời gian ( $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$ ) và do đó hệ phương trình Maxwell như sau:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{D} = \rho_{td} \\ \text{div} \vec{B} = 0 \end{cases}$$

Từ hệ phương trình này ta thấy  $\text{rot} \vec{H} \neq 0$ ,  $\text{rot} \vec{E} \neq 0$  nên cả  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  đều có tính chất xoáy, ngoài ra chúng luôn gắn bó khăng khít với nhau. Do đó ta không thể biểu diễn trạng thái của trường biến thiên bằng riêng những hàm thế vô hướng  $\varphi_E, \varphi_M$  được, mà phải biểu diễn thêm bằng hàm thế vectơ  $\vec{A}$  (ở nơi  $\rho_{td} = 0$ ) hoặc đồng thời cả hai. Ở đây ta sử dụng từ thế vectơ  $\vec{A}$  như trình bày ở trên cho trường điện từ biến thiên trong môi trường đồng nhất, đẳng hướng, tuyến tính.

Từ phương trình Maxwell 2 và phương trình (1.57) ta có:

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{A} = -\text{rot} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Hay:

$$\text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

Chú ý hằng đẳng thức  $\text{rotgrad} \varphi_E = 0$ , ta có thể đặt:

$$\text{rot}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad}\varphi_E\right) = 0$$

Suy ra:

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad}\varphi_E = \vec{F}(t)$$

Trong đó  $\vec{F}(t)$  là một hàm vectơ tùy ý chỉ phụ thuộc riêng vào thời gian và thỏa mãn điều kiện  $\text{rot}\vec{F} = 0$ . Để xác định  $\vec{F}$  ta lập luận rằng khi trường chưa thành lập trong không gian  $\vec{E} = 0, \vec{B} = 0, \varphi_E = 0, \vec{A} = 0$ , do đó suy ra  $\vec{F} = 0$ . Vậy ta được:

$$\begin{aligned}\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad}\varphi_E &= 0 \\ \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}\varphi_E\end{aligned}$$

Về ý nghĩa vật lý số hạng  $(-\text{grad}\varphi_E)$  chính là thành phần điện trường ứng với một phân bố điện tích như biểu thức (1.47). Trường hợp đơn giản nhất đó là thành phần trường tĩnh hoặc dừng xếp chồng lên trường biến thiên. Nếu khắp nơi trong không gian không có phân bố điện tích tự do, như khi xét trường điện từ biến thiên trong vật dẫn, trong bức xạ vô tuyến điện bằng những anten ở tầng khí quyển thấp, sẽ không có thành phần  $(-\text{grad}\varphi_E)$  và ta có:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1.59)$$

Để xác định  $\vec{A}$  như một trường vectơ, về toán học cần định nghĩa hai phép toán không gian  $\text{rot}\vec{A}, \text{div}\vec{A}$  và phép toán thời gian  $\partial\vec{A}/\partial t$ . Tất nhiên việc định nghĩa các phép toán ấy nhằm mục đích mô tả những hiện tượng điện từ. Ở trên ta đã định nghĩa một phép toán thời gian và một phép toán không gian.

$$\text{rot}\vec{A} = \vec{B} \quad \text{đồng nhất với } \text{div}\vec{B} = 0 \quad (1.60)$$

$$\partial\vec{A}/\partial t = -\vec{E} - \text{grad}\varphi_E \quad \text{đồng nhất với } \text{rot}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t \quad (1.61)$$

Chú ý muốn mô tả trường  $\vec{B}$  ta ngoài phép toán không gian  $\text{rot}\vec{A}$  ở (1.60) ta còn cần thêm phép  $\text{div}\vec{A}$  mới hoàn toàn xác định.

Ta có hệ phương trình Maxwell biểu diễn theo dạng sau:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & (1') \\
 \text{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{®} \text{ ả ng nh ấ t vớ i } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi_E & (2') \\
 \text{div} \vec{D} &= \varepsilon \text{div} \vec{E} = \rho_{td} & (3') \\
 \text{div} \vec{B} &= 0 & \text{®} \text{ ả ng nh ấ t vớ i } \vec{B} = \text{rot} \vec{A} & (4')
 \end{aligned} \right\} \quad (1.62)$$

Thay (2') và (3') vào (1') ta có:

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \text{rot} \vec{A} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} - \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon \text{grad} \frac{\partial \varphi_E}{\partial t}$$

Hoặc:

$$\text{rot} \text{rot} \vec{A} = \mu \vec{J} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon \mu \text{grad} \frac{\partial \varphi_E}{\partial t} \quad (1.63)$$

Vận dụng công thức giải tích vectơ:  $\text{rot} \text{rot} \vec{A} = \text{grad} \text{div} \vec{A} - \text{div} \text{grad} \vec{A}$  vào vế trái công thức (1.63) ta có:

$$\text{grad} \left( \text{div} \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial \varphi_E}{\partial t} \right) - \text{div} \text{grad} \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \mu \vec{J}$$

Để được phương trình đơn giản ta có thể chọn  $\text{div} \vec{A}$  như sau:

$$\text{div} \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial \varphi_E}{\partial t} = 0 \Rightarrow \text{div} \vec{A} = -\mu \varepsilon \frac{\partial \varphi_E}{\partial t} \quad (1.64)$$

Điều kiện (1.64) được gọi là điều kiện liên tục của Lorentz. Về vật lý nó phản ánh dưới dạng khác một hiện tượng quan trọng của trường điện từ là *tính liên tục của dòng điện toàn phần*.

Cuối cùng ta được phương trình cho  $\vec{A}$  của trường điện từ biến thiên:

$$\text{div} \text{grad} \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \Delta \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \begin{cases} -\mu \vec{J} & \text{trong vệt dến} \\ 0, & \text{trong ®i ờ n m ắ i} \end{cases} \quad (1.65)$$

Trong trường hợp toàn không gian không có điện tích tự do, ta không có khái niệm điện thế  $\varphi_E$ , lúc đó:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Ta có thêm dạng:

$$\Delta \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \begin{cases} -\mu \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, & \text{trong vệt dến} \\ 0, & \text{trong ®i ờ n m ắ i} \end{cases} \quad (1.66)$$

Cần nhấn mạnh *riêng trong môi trường điện môi* với  $\sigma = 0, \vec{J} = 0$ , đặt:

$$\mu\epsilon = \frac{1}{v^2} \quad (1.67)$$

Ta có:

$$\Delta \vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \Delta \vec{A} - \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial (vt)^2} = 0 \quad (1.68)$$

Các biểu thức (1.65)b, (1.66)b và (1.68) là những phương trình đ'Alamber (d'Alamber) về truyền sóng của trường điện từ biến thiên trong điện môi.

### 1.7.2. Hiện tượng sóng của trường điện từ biến thiên

#### 1.7.2.1. Định nghĩa sóng

*Sóng là hình thái dao động hoặc chuyển động, di chuyển, của một dạng vật chất phân bố một cách liên tục trong không gian.*

Các không gian có thể là không khí, nước, một môi trường chất rắn. Trong khi dao động, chuyển động, lan truyền thì năng lượng của sóng cũng lan truyền theo, do đó chúng có thể tiếp cận để trao đổi năng lượng với những vật chất có khả năng tiếp nhận hoặc đưa trả năng lượng ấy (khả năng đi xuyên của sóng qua nhiều môi trường).

Dòng năng lượng sóng phải lan truyền cùng chiều với dòng lan truyền của dạng vật chất hay của trường, tức là cùng chiều truyền sóng. Từ đó ta có thể định nghĩa *chiều truyền sóng* ở mỗi điểm là *chiều truyền vật chất (hoặc trường), cũng là chiều truyền năng lượng*. Ví dụ nếu không khí ở một miền nào đó đột nhiên dãn nở mạnh, sẽ hình thành những sóng khí truyền ra xung quanh. Đồng thời năng lượng cũng lan ra theo bán kính, vậy ở đây chiều truyền sóng là chiều bán kính, tỏa ra từ miền dãn nở.

Kèm theo sóng trường hoặc sóng chất, những trạng thái như khối lượng, mật độ năng lượng, áp suất, cường độ trường... cũng dao động lan truyền và biến thiên theo không gian và thời gian. Ta cũng gọi *hình thái lan truyền, dao động của những trạng thái đó là sóng* (sóng trạng thái): sóng khối lượng, sóng năng lượng, sóng áp suất, sóng  $\vec{E}$ , sóng  $\vec{H}$  v.v...

#### 1.7.2.2. Phương trình truyền của trường điện từ biến thiên

Như đã nêu các hàm thế  $\vec{A}, \varphi$  của trường điện từ với:

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}, \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi_E$$

Cũng đã nêu quy luật vận động, lan truyền của chúng miêu tả bởi những phương trình truyền:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} &= -\mu \vec{J} \\ \Delta \varphi_E - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= -\frac{\rho_{td}}{\epsilon} \end{aligned} \right\} \quad (1.69)$$

Phương trình (1.69) hàm những ý nghĩa quan trọng, chúng mô tả một cách đầy đủ và gọn sự vận động của trường và quan hệ giữa trường và chất (giữa  $\vec{A}$  với  $\vec{J}, \mu, \varepsilon$ ; giữa  $\varphi_E$  với  $\rho_{td}, \mu, \varepsilon$ ).

Đặc biệt với các hệ số  $\mu, \varepsilon, \sigma$  khác nhau chúng mô tả một cách tổng quát và đầy đủ tính chất lan truyền của trường trong các môi trường khác nhau.

Ví dụ trong môi trường điện môi thuần túy và không trễ ta có  $\sigma = 0$  và  $\varepsilon$  là số thực, *phương trình trong môi trường không tiêu tán có dạng phương trình truyền sóng d'Alamber.*

$$\Delta \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta \varphi_E - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.70)$$

Trong môi trường vật dẫn không trễ, ta có  $\sigma$  là số thực nếu coi  $\varepsilon = \varepsilon_0$  và toàn không gian không có phân bố điện tích tự do ta có  $\varphi_E = 0$  và phương trình  $\vec{A}$  có dạng:

$$\Delta \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad (1.71)$$

*Đây là phương trình truyền có tiêu tán.*

Nếu bỏ qua số hạng đạo hàm bậc 2 theo  $t$ , tức là về hình thức coi  $\varepsilon = 0$ , phương trình sóng trong vật dẫn sẽ có dạng:

$$\Delta \vec{A} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad (1.72)$$

*Đây là một phương trình truyền nhiệt, hoặc phương trình khuếch tán có tiêu tán.*

Để dẫn ra các phương trình truyền đối với  $\vec{E}, \vec{H}$  trong môi trường tuyến tính, không có phân bố điện tích tự do, ta thực hiện tính *rot* với hai vế phương trình Maxwell 1 sau đó giải với phương trình Maxwell 2 và phương trình Maxwell 4. Tương tự như vậy tác động *rot* vào hai vế phương trình Maxwell 2, đồng thời kết hợp phương trình Maxwell 1 và phương trình Maxwell 3 với  $\rho_{td} = 0$  ta có phương trình sóng đối với thành phần từ trường và điện trường như sau:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \vec{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= 0 \\ \Delta \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.73)$$

Vậy tóm lại trường điện từ biến thiên trong một môi trường tuyến tính được mô tả bởi những phương trình (1.69) hoặc (1.73). Tùy vào từng trường hợp ta sẽ chọn phương trình nào.

## BÀI TẬP CHƯƠNG 1

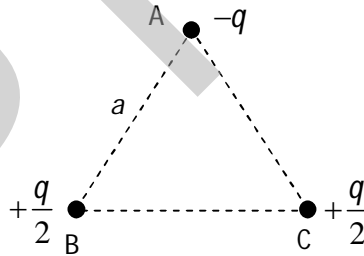
**Bài 1-1:** Giữa hai bản cực của một tụ điện phẳng đặt cách nhau theo chiều  $x$ , có phân bố hàm thế  $\varphi_E = ax^2 + bx$ . Hãy tìm sự phân bố cường độ trường  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ , phân bố điện tích  $E_{1r} = E_1$ ;  $E_{2r} = E_2$  và xem trường có tính chất gì?

**Bài 1-2:** Một quả cầu vật chất bán kính  $a$  có hằng số điện môi tuyệt đối  $\varepsilon$  đặt trong không khí. Có phân bố đều điện tích  $\rho$  trong thể tích quả cầu. Hãy tìm cường độ điện trường  $\vec{E}$  ở trong và ngoài mặt cầu.

**Bài 1-3:** Tìm cường độ điện trường  $\vec{E}$  và điện thế  $\varphi_E$  tại một điểm cách một sợi chỉ mảnh một khoảng cách  $r$ , sợi chỉ dài vô hạn đặt trong không khí và tích điện đều với mật độ điện tích dài là  $\rho_l$ .

**Bài 1-4:** Tính cường độ điện trường  $\vec{E}$  và thế  $\varphi_E$  của hai sợi chỉ mảnh dài vô hạn đặt song song cách nhau một khoảng cách  $d$  trong không khí. Mỗi sợi chỉ tích điện với mật độ điện tích dài là  $+\rho_l$  và  $-\rho_l$ .

**Bài 1-5:** Đặt một hệ ba điện tích điểm  $-q, +q/2, +q/2$  trên 3 đỉnh của một tam giác đều ABC như hình 1.10. Hãy tìm điện thế vô hướng  $\varphi_E$  và cường độ điện trường  $\vec{E}$  ở trọng tâm tam giác. Cho biết cạnh tam giác là  $a$ .

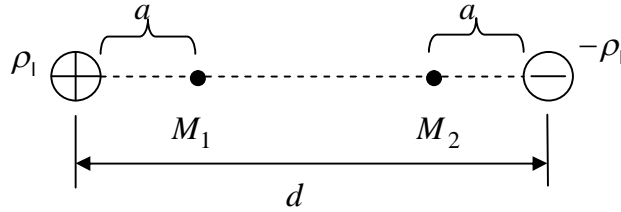


Hình 1.10.

**Bài 1-6:** Cho hai dây dẫn điện mảnh đặt song song và tích điện trái dấu với cùng một mật độ điện tích tính theo chiều dài là  $\pm\rho_l$  (Hình 1.11). Khoảng cách giữa hai dây là  $d$ . Hãy tính:

a) Điện thế giữa hai điểm  $M_1, M_2$ :  $U_{M_1 M_2}$ ?

b) Tìm cường độ điện trường  $\vec{E}$  và điện thế  $\varphi_E$  tại một điểm nằm trên mặt phẳng trung trực?  $\vec{E}$  cực đại tại vị trí nào trên mặt phẳng trung trực?



Hình 1.11.

**Bài 1-7:** Trên mặt một dây điện hình trụ tròn có chiều dài  $l$ , thành phần dọc trục của cường độ điện trường bằng  $E_z = \frac{i}{S\sigma}$ , cường độ từ trường bằng  $H_\phi = \frac{i}{2\pi a}$ , trong đó  $i, S, \sigma, a, l$  là dòng điện, tiết diện, điện dẫn suất, bán kính của dây và chiều dài của dây. Hãy tìm vectơ Poynting chảy vào dây, công suất điện đưa vào dây (tổn hao) và điện trở của đoạn dây đó.

**Bài 1-8:** Một cáp đồng trục có các bán kính lõi và vỏ tương ứng  $a_1, a_2$ ; trong đó phân bố một điện trường xuyên trục  $E_r = \frac{E_0}{r}$  và một từ trường phương vị  $H_\phi = \frac{H_0}{r}$ . Tính công suất truyền dọc cáp?



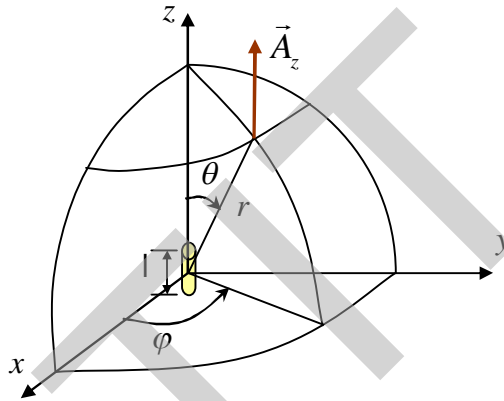
## CHƯƠNG 2. BỨC XẠ SÓNG ĐIỆN TỪ

### 2.1. Bức xạ của lưỡng cực điện

#### 2.1.1. Tìm nghiệm tổng quát

Khảo sát sự bức xạ của một phần tử bức xạ đơn giản nhất là *dipol điện* hoặc còn gọi là *lưỡng cực điện*. Đó là một đoạn dây dẫn có chiều dài  $l$  rất nhỏ hơn bước sóng, trên đó có dòng điện biến đổi  $I$  phân bố đều theo chiều dài. Theo định luật bảo toàn điện tích, có thể tồn tại dòng điện như vậy nếu ở hai đầu dây dẫn có các điện tích  $+q$  và  $-q$  biến đổi theo thời gian. Các điện tích này có liên hệ với dòng điện theo biểu thức:

$$I = -\frac{dq}{dt}$$



Hình 2.1. Lưỡng cực điện

Vì phương của  $\vec{A}$  trùng với phương của  $\vec{I}$  nên nếu xét trong hệ tọa độ vuông góc thì  $\vec{A}$  chỉ có 1 thành phần là  $\vec{A}_z$ :

$$A_z = \mu \frac{\vec{I}(t-r/v)}{4\pi r} \cdot l \quad (2.1)$$

Trong hệ tọa độ cầu,  $\vec{A}$  có các thành phần như sau:

$$A_r = A_z \cos \theta = \mu \frac{I}{4\pi r} l \cos \theta$$

$$A_\theta = -A_z \sin \theta = -\mu \frac{I}{4\pi r} l \sin \theta$$

$$A_\phi = 0$$

Sử dụng biểu thức tính  $\text{rot}\vec{A}$  trong hệ tọa độ cầu, ta có:

$$\left. \begin{aligned} H_r &= 0 \\ H_\theta &= 0 \\ H_\phi &= \frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{\partial}{\partial \theta} A_r \right] \\ &= \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{vr} I'(t-r/v) + \frac{1}{r^2} I(t-r/v) \right] \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Tương tự ta tìm được các thành phần của  $\vec{E}$  :

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ \frac{I(t-r/v)}{vr^2} - \frac{q}{r^3} \right] \cos \theta \\ E_\theta &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{I'(t-r/v)}{v^2 r} + \frac{I(t-r/v)}{vr^2} \right] \sin \theta \\ E_\phi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Trong đó:  $I = -\frac{dq}{dt}$

Các công thức (2.2) và (2.3) là các công thức tổng quát cho phép ta xác định các thành phần trường bức xạ của dipol điện.

Trường hợp dòng điện biến đổi điều hòa theo thời gian.

Với trường hợp này các biểu thức liên quan đến dòng điện như sau:

$$\begin{aligned} I(t-r/v) &= I_m e^{j\omega(t-r/v)} = I_m e^{-jkr} e^{j\omega t} \\ I'(t-r/v) &= j\omega I_m e^{-jkr} e^{j\omega t} \\ q(t-r/v) &= -\frac{1}{j\omega} I_m e^{-jkr} e^{j\omega t} \end{aligned}$$

Thay các giá trị này vào (2.2) và (2.3) ta nhận được:

$$H_\phi = \frac{I_m}{4\pi} \left[ j \frac{k}{r} + \frac{1}{r^2} \right] \sin \theta e^{-jkr} \quad (2.4)$$

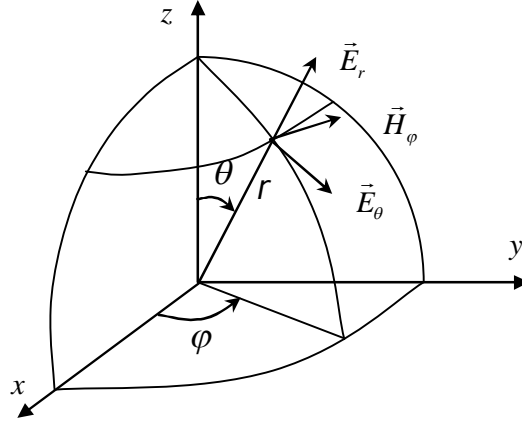
$$E_r = \frac{k}{\omega\epsilon} \frac{I_m}{2\pi} \left[ \frac{1}{r^2} - j \frac{1}{kr^3} \right] \cos \theta e^{-jkr} \quad (2.5)$$

$$E_\theta = \frac{k}{\omega\epsilon} \frac{I_m}{4\pi} \left[ j \frac{k}{r} + \frac{1}{r^2} - j \frac{1}{kr^3} \right] \sin \theta e^{-jkr} \quad (2.6)$$

Trong đó:  $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  và để đơn giản ta tạm bỏ thừa số  $e^{j\omega t}$ .

Quan hệ về hướng của các vector  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  trong trường bức xạ của dipol điện như trong Hình 2.2.

Từ các biểu thức nhận được ở trên đối với các thành phần trường bức xạ, ta thấy có thể phân biệt các trường hợp bức xạ ở khu gần và ở khu xa.



Hình 2.2. Bức xạ của lưỡng cực điện

### 2.1.2. Trường bức xạ ở khu gần

Khu gần được coi là khu vực có các khoảng cách  $r \ll \lambda$ . Khi ấy trong biểu thức của  $H_\varphi$  thì số hạng chủ yếu là số hạng tỷ lệ với  $1/r^2$ , còn trong các biểu thức của  $E_r, E_\theta$  thì số hạng chủ yếu là số hạng tỷ lệ với  $1/r^3$ .

Thừa số  $e^{-jkr}$  coi gần đúng bằng 1.

$$e^{-jkr} = e^{-j\frac{2\pi r}{\lambda}} \approx 1$$

Điều này có nghĩa khi  $r \ll \lambda$ , sự chậm pha của trường so với nguồn có thể bỏ qua, tương tự như trường hợp chuẩn tĩnh. Áp dụng các nhận xét đó vào các biểu thức (2.4) đến (2.6) ta có các thành phần trường khu gần:

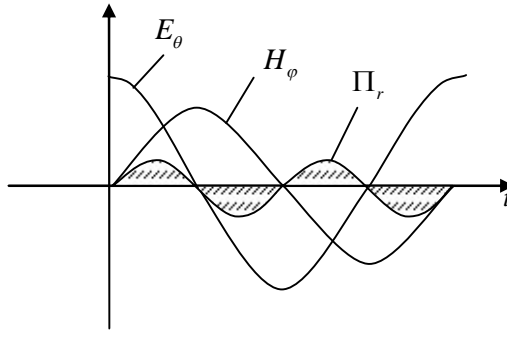
$$H_\varphi = \frac{1}{4\pi r} I_m |\sin \theta| \quad (2.7)$$

$$E_r = -j \frac{\lambda Z_s}{4\pi^2 r^3} I_m |\cos \theta| \quad (2.8)$$

$$E_\theta = -j \frac{\lambda Z_s}{8\pi^2 r^3} I_m |\sin \theta| \quad (2.9)$$

Trong đó:  $Z_s = \sqrt{\mu/\varepsilon}$  (trở kháng sóng, sẽ đề cập trong chương 3)

Phân tích các công thức trên ta nhận thấy ở trường khu gần, các thành phần điện trường và từ trường lệch pha nhau  $90^\circ$  theo thời gian. Do đó vector Poynting trung bình sẽ có giá trị bằng 0. Điều này chứng tỏ năng lượng của trường khu gần có tính dao động. Năng lượng này trong một phần tư chu kỳ đầu thì dịch chuyển từ nguồn trường ra không gian xung quanh và trong phần tư chu kỳ tiếp theo lại dịch chuyển ngược lại. Vì vậy ở trường khu gần còn gọi là trường cảm ứng và khu gần còn gọi là khu cảm ứng.



Hình 2.3. Quan hệ giữa  $\vec{\Pi}$  với  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  ở trường khu gần của lưỡng cực điện

Hình 2.3 cho thấy sự biến đổi của các thành phần điện trường và từ trường theo thời gian, với góc lệch pha  $90^\circ$ . Vector Poynting bằng tích  $E$  và  $H$  sẽ biến đổi với tần số gấp đôi tần số của nguồn trường, có giá trị khi âm, khi dương. Giá trị trung bình của nó trong một chu kỳ sẽ bằng không.

### 2.1.3. Trường bức xạ ở khu xa

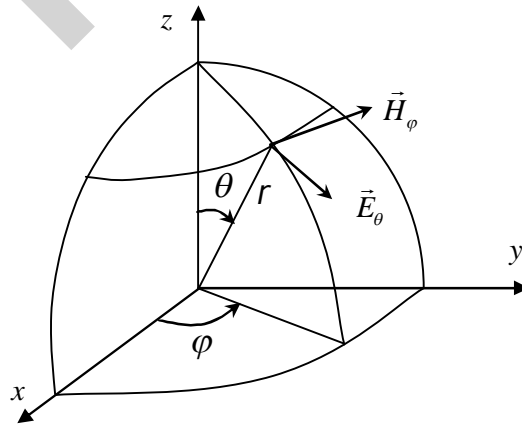
Khu vực xa là khu vực có các khoảng cách  $r \gg \lambda$ , đồng thời  $r \gg 1$ . Sự chậm pha của trường không thể bỏ qua. Giá trị gần đúng của  $E$  và  $H$  trong miền này có thể được tính theo các công thức tổng quát (2.4) đến (2.6) khi chỉ giữ lại các số hạng chủ yếu là các số hạng tỷ lệ với  $1/r$ .

Ta có:

$$\dot{H}_\varphi = \frac{I l}{2 \lambda r} \sin \theta e^{-jkr} \quad (2.10)$$

$$\dot{E}_\theta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{I l}{2 \lambda r} \sin \theta e^{-jkr} = Z_s \dot{H}_\varphi \quad (2.11)$$

$$\dot{E}_r = 0$$



Hình 2.4. Trường bức xạ khu xa của lưỡng cực điện.

Phân tích các biểu thức (2.10) và (2.11) ta nhận thấy điện trường và từ trường ở khu xa luôn đồng pha. Do đó giá trị trung bình của vector Poynting luôn khác không và năng lượng bức xạ được dịch chuyển từ nguồn vào không gian xung quanh.

Trường bức xạ ở khu xa có dạng sóng cầu, trong đó các vector điện và từ vuông góc với hướng truyền lan. Sóng như vậy được gọi là sóng điện từ ngang.

### **Nhận xét về trường bức xạ**

Phân tích các công thức (2.10) và (2.11) ta có thể rút ra một vài nhận xét đối với trường bức xạ ở khu xa của dipol điện như sau:

- + Vector điện trường hướng theo tiếp tuyến với đường tọa độ  $\theta$ , còn vector từ trường hướng theo tiếp tuyến với đường tọa độ  $\varphi$ .
- + Giá trị của cả hai vector  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  đều giảm tỷ lệ nghịch với khoảng cách.
- + Giữa  $E_\theta$  và  $H_\varphi$  có quan hệ với nhau bởi các hệ thức:

$$\frac{E_\theta}{H_\varphi} = Z_s = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

- + Giá trị cường độ trường bức xạ phụ thuộc vào góc  $\theta$ . Theo hướng trục của dipol khi  $\theta = 0$  trường bức xạ bằng 0. Giá trị cực đại của trường tại mặt phẳng vuông góc với dipol, khi  $\theta = \pi / 2$ .

Nếu ký hiệu giá trị cực đại của các biên độ trường ứng với góc  $\theta = \pi / 2$  là  $E_{max}$  và  $H_{max}$ , ta có thể viết các biểu thức biên độ của  $E$  và  $H$  ứng với khoảng cách  $r$  cho trước, phụ thuộc vào góc  $\theta$  như sau:

$$\left. \begin{aligned} E_m(\theta) &= E_{max} \sin \theta \\ H_m(\theta) &= H_{max} \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

Hoặc có thể viết:

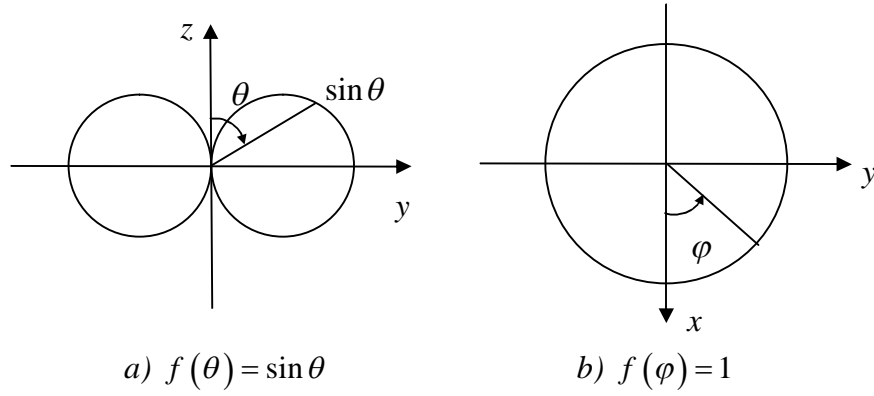
$$\left. \begin{aligned} \frac{E_m(\theta)}{E_{max}} &= \sin \theta \\ \frac{H_m(\theta)}{H_{max}} &= \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

### **\* Hàm phương hướng và đồ thị phương hướng**

Các biểu thức (2.12) biểu thị sự phụ thuộc tương đối của biên độ trường bức xạ theo các hướng không gian khác nhau, được gọi là hàm phương hướng biên độ của dipol điện, ký hiệu bởi:

$$f(\theta) = \frac{E_m(\theta)}{E_{max}} = \sin \theta \quad (2.13)$$

Đồ thị phương hướng của dipol điện trong hệ tọa độ cực như trong Hình 2.5.



Hình 2.5. Đồ thị phương hướng của lưỡng cực điện

**\* Công suất bức xạ của dipol điện:**

Để xác định công suất bức xạ của dipol điện, ta bao bọc dipol bằng mặt cầu kín có bán kính tùy ý và lấy tích phân của vectơ Poynting trung bình trên toàn mặt cầu đó:

$$P_{\Sigma} = \oint_S \vec{\Pi}_{tb} d\vec{S} \quad (2.14)$$

Ở đây  $dS$  là phần tử diện tích mặt cầu, bằng  $dS = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ .

Ta có:

$$\Pi_{tb} = Z_s \frac{(I_m)^2}{8r^2 \lambda^2} \sin^2 \theta \quad (2.15)$$

Thay (2.15) vào (2.14) và tính toán ta có:

$$P_{bx} = \frac{\pi Z_s}{3} \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 I_m^2 = \frac{2\pi}{3} Z_s \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 I_{hd}^2 \quad (2.16)$$

Từ biểu thức (2.16) ta thấy công suất bức xạ tỷ lệ với bình phương của biên độ dòng điện trên dipol và tỷ lệ với bình phương của độ dài tương đối so với bước sóng, nghĩa là tỷ lệ với  $\left( \frac{l}{\lambda} \right)^2$ .

**\* Điện trở bức xạ của dipol điện:**

Ta có công suất bức xạ theo công thức thông thường:

$$P_{bx} = \frac{I_{hd}^2 R_{\Sigma}}{2} \quad (2.17)$$

Gọi  $R_{\Sigma}$  là điện trở bức xạ thì:

$$R_{\Sigma} = \frac{P_{bx}}{I_{hd}^2} = \frac{2\pi}{3} Z_s \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad (2.18)$$

Đối với chân không  $Z_s = Z_0 = 120\pi (\Omega)$ , ta có điện trở bức xạ của dipol điện bằng:

$$R_s = 80\pi^2 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2$$

## 2.2. Trường điện từ của vòng dây

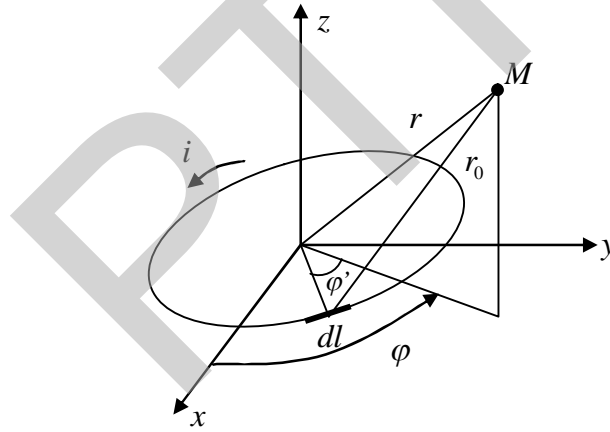
Trong thực tế, người ta tạo ra nguyên tố bức xạ ra trường điện từ tương đương như trường của lưỡng cực từ bằng cách cho dòng điện biến đổi  $\dot{I}$  chạy qua một vòng dây dẫn nhỏ mảnh.

Sau đây ta sẽ áp dụng phương pháp thế chậm để tìm trường bức xạ của nguyên tố anten khung này.

Giả sử rằng mặt phẳng của vòng dây nằm trùng với mặt phẳng vĩ tuyến của tọa độ cầu. Vòng dây có bán kính  $a$  đủ nhỏ so với bước sóng, để có thể coi dòng điện là như nhau trên toàn vòng dây  $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$ .

Lấy một đoạn ngắn  $dl$  của vòng dây (hình 2.6). Có thể coi nó là một nguyên tố anten thẳng, có thể vector như sau:

$$d\vec{A} = \frac{\mu \dot{I} dl}{4\pi r} e^{-jkr} \quad (2.19)$$



Hình 2.6. Nguyên tố anten vòng

Do tính đối xứng đối với trục Oz, thế vector  $\vec{A}$  của dòng điện vòng ở một điểm M có góc phương vị  $\varphi$  xác định, sẽ chỉ có thành phần phương vị  $\vec{A}_\varphi$ , nên:

$$\vec{A}_\varphi = \int d\vec{A}_\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{\mu \dot{I} e^{-jkr_0}}{4\pi r_0} a \cdot \cos \varphi' d\varphi' = \frac{\mu \dot{I}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} a \cdot \cos \varphi' d\varphi' \quad (2.20)$$

Xét riêng vùng xa so với bán kính vòng  $a \ll r$  ta có:

$$r_0 \approx r - a \cdot \cos \varphi' \sin \theta \quad (2.21)$$

Ở đây, cần chú ý ta có thể thay gần đúng  $r_0$  ở mẫu số (2.20) bằng  $r$ , nhưng ở tử số, trong  $e^{-jkr_0}$  phải thay  $r_0$  theo (2.37) vì sự lệch pha có ảnh hưởng lớn đến thế vectơ trong (2.20). Từ đó:

$$\dot{A}_\varphi = \frac{\mu a i e^{-jkr_0}}{4\pi r} \int_0^{2\pi} e^{jka \sin \theta \cos \varphi'} \cos \varphi' d\varphi'$$

$$\text{Do: } ka = \frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1 \text{ nên } e^{jka \sin \theta \cos \varphi'} \approx 1 + jka \sin \theta \cos \varphi'$$

$$\text{Và } \dot{A}_\varphi = \frac{\mu a i e^{-jkr_0}}{4\pi r} \int_0^{2\pi} (\cos \varphi' + jka \sin \theta \cos^2 \varphi') d\varphi'$$

Sau khi lấy tích phân, ta được:

$$\dot{A}_\varphi = j \frac{\mu \pi a^2 k i e^{-jkr_0}}{4\pi r} \sin \theta \quad (2.22)$$

Ta xét cường độ điện trường và cường độ từ trường ở vùng xa  $r \gg \lambda$ . Các cường độ trường tính theo phương trình sau:

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \frac{1}{\mu} \text{rot} \dot{A} \\ \dot{E} &= \frac{1}{j\omega \epsilon} \text{rot} \dot{H} \end{aligned}$$

Với điều kiện  $r \gg \lambda$ , cường độ điện trường chỉ có thành phần phương vị  $\dot{E}_\varphi$  và cường độ từ trường chỉ có thành phần  $\dot{H}_\theta$ .

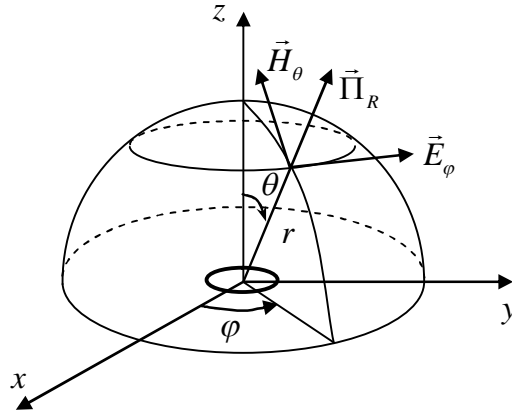
$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_\theta &= -\frac{\pi^2 a^2 i}{\lambda^2 r} \sin \theta e^{-jkr} \\ \dot{E}_\varphi &= Z_s \frac{\pi^2 a^2 i}{\lambda^2 r} \sin \theta e^{-jkr} = -Z_s \dot{H}_\theta \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Chuyển từ ảnh phức sang giá trị tức thời ta được:

$$\left. \begin{aligned} H_\theta &= -\frac{\pi^2 a^2 i}{\lambda^2 r} \sin \theta \cdot \sin \left( \omega t - \omega \frac{R}{v} + \psi \right) \\ E_\varphi &= Z_s \frac{\pi^2 a^2 i}{\lambda^2 r} \sin \theta \cdot \sin \left( \omega t - \omega \frac{R}{v} + \psi \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Biểu thức (2.40) chứng tỏ sóng điện từ ở vùng xa cũng là sóng cầu, nhưng so với trường của anten thẳng thì các sóng  $E$  và  $H$  đã đổi chỗ cho nhau (như hình 2.7).





Hình 2.7. Các thành phần sóng bức xạ của vòng dây

Tuy bây giờ  $E_\phi$  và  $H_\theta$  ngược pha nhau nhưng vector Poynting vẫn luôn luôn hướng theo bán kính rời khỏi gốc tọa độ.

Công suất bức xạ của anten vòng tìm được như sau:

$$P_{bx} = \frac{\pi}{6} Z_s \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^4 I_{hd}^2 \quad (2.25)$$

Tổng trở bức xạ:

$$R_{bx} = \frac{\pi}{6} Z_s \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^4 \quad (2.26)$$

Trong chân không  $Z_s = 120\pi$  ta có:

$$P_{bx} = 20\pi^2 \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^4 I_{hd}^2 \quad (2.27)$$

$$R_{bx} = 20\pi^2 \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^4 \quad (2.28)$$

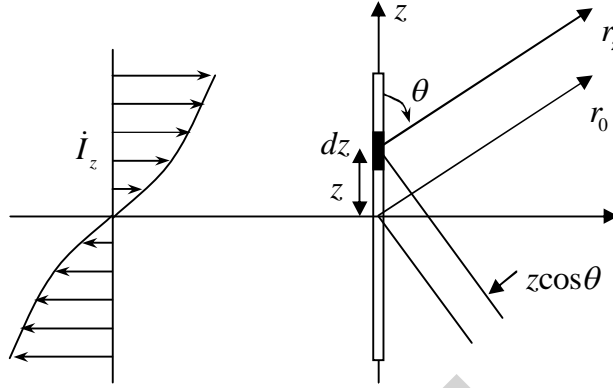
So sánh công suất bức xạ của anten vòng và anten thẳng nếu chúng có chiều dài như nhau, tức là  $\frac{l}{\lambda} = \frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1$  và dòng điện như nhau, ta thấy công suất của anten thẳng lớn hơn công suất của anten vòng nhiều lần. Đó là vì anten thẳng có kết cấu hở, dòng điện dẫn trong đoạn dây được khép kín mạch bởi dòng điện chuyển dịch chảy trong điện môi xung quanh, do đó từ trường và điện trường cùng phân bố trong không gian xa rộng xung quanh dây. Còn đối với anten vòng dòng chảy khép kín, từ trường tập trung nhiều hơn ở gần vòng dây, do đó hiện tượng bức xạ yếu hơn.

### 2.3. Trường bức xạ của hệ thống anten

Ta thấy trường bức xạ của anten thẳng có độ dài rất nhỏ với bước sóng  $l \ll \lambda$ . Trên thực tế, để tăng công suất bức xạ, người ta phải tăng chiều dài anten, do đó anten thường có chiều dài so được với bước sóng. Thường dùng nhất là anten nửa sóng  $l = \lambda / 2$ . Hơn nữa để

tăng tính định hướng người ta không dùng 1 anten mà dùng hệ thống anten sắp đặt một cách thích hợp.

### 2.3.1. Trường bức xạ của anten nửa sóng



Hình 2.8. Anten nửa sóng

Ta xét một anten thẳng, có dòng điện hình sin, có độ dài  $l = \lambda / 2$ . Dòng điện phân bố trên chiều dài bây giờ không đều nữa.

Để tính trường của anten có dòng điện phân bố không đều, ta chia anten thành những nguyên tố anten thẳng là những đoạn vô cùng nhỏ  $dz$ , trên đó dòng điện coi là phân bố đều với trị hiệu dụng  $I_z$ . Ở một điểm tại vùng xa, cường độ từ trường ứng với đoạn dây  $I_z dz$  được tính như sau:

$$d\dot{H}_\varphi = \frac{1}{2} j \frac{I_z dz \sin \theta}{\lambda r_z} e^{-jk r_z} \quad (2.29)$$

Trong đó  $r_z$  là khoảng cách từ vi phân dây  $dz$  đến điểm xét.

Từ hình 2.8 ta có:

$$\left. \begin{aligned} r_z &= r_0 - z \cos \theta, \\ I_z &= I \sin \frac{2\pi}{\lambda} z \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Mẫu số của biểu thức (2.29) coi  $r_z \approx r_0$ , có tử số theo (2.30) ta có:

$$\dot{H}_\varphi = \frac{1}{2} j \frac{I}{\lambda r_0} \sin \theta e^{-jk r_0} \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} e^{jk \cos \theta} \sin \frac{2\pi}{\lambda} z dz$$

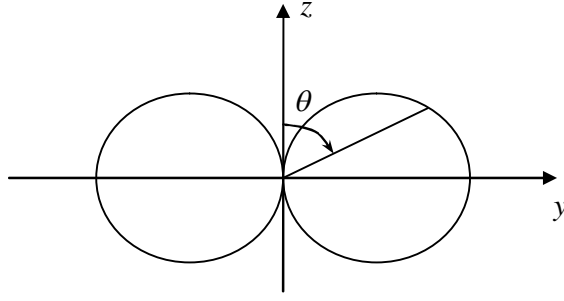
Sau khi tích phân ta được:

$$\dot{H}_\varphi = j \frac{I}{2\pi r_0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} e^{-jk r_0} \quad (2.31)$$

Còn cường độ điện trường ta cũng có:

$$\dot{E}_\theta = Z_s \dot{H}_\varphi \quad (2.32)$$

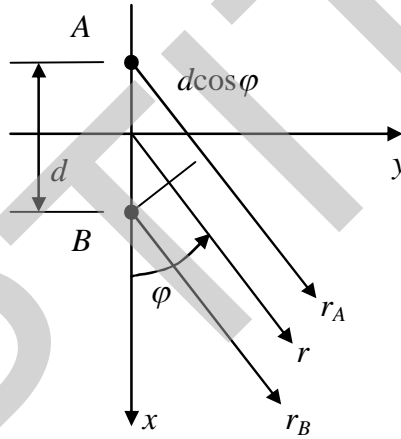
Theo (2.31) ta có thể vẽ đồ thị định hướng của anten nửa sóng trong mặt phẳng kinh tuyến (Hình 2.9). Trường của anten nửa sóng cũng đối xứng qua  $Z$ .



Hình 2.9. Đồ thị định hướng của anten nửa sóng.

### 2.3.2. Trường bức xạ của hai anten nửa sóng đặt song song cách nhau một khoảng $d$ .

Để định hướng bức xạ theo chiều phương vị  $\varphi$  trong mặt phẳng ngang, người ta dùng hệ thống nhiều anten đặt thẳng đứng, song song cách nhau những quãng  $d$ . Xét trường hợp hai anten nửa sóng đặt song song cách nhau  $d$  trên trục  $Ox$  (Hình 2.10).



Hình 2.10. Hai anten nửa sóng đặt song song

Giả thiết dòng điện trong hai anten có biên độ bằng nhau nhưng lệch pha nhau một góc  $\delta$ ,  $i_A = I_m \sin(\omega t)$  và  $i_B = I_m \sin(\omega t + \delta)$ .

Tại một điểm  $M$  ở vùng xa ( $r \gg \lambda$ ) cường độ từ trường của mỗi anten trong mặt phẳng xích đạo ( $\theta = \pi/2$ ) như sau:

$$\begin{aligned} H_A &= \frac{1}{2} \frac{I_m}{\pi r_A} \sin \left[ \omega \left( t - \frac{r_A}{v} \right) + \frac{\pi}{2} \right]; \\ H_B &= \frac{1}{2} \frac{I_m}{\pi r_B} \sin \left[ \omega \left( t - \frac{r_B}{v} \right) + \frac{\pi}{2} + \delta \right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

Cường độ từ trường tổng bằng:

$$H = H_A + H_B = \frac{1}{2} \frac{I_m}{\pi r} \left\{ \sin \left[ \omega \left( t - \frac{r_A}{v} \right) + \frac{\pi}{2} \right] + \sin \left[ \omega \left( t - \frac{r_B}{v} \right) + \frac{\pi}{2} + \delta \right] \right\} \quad (2.34)$$

Ở mẫu số của (2.34), đã coi  $r_A \approx r_B \approx r$ . Còn trong góc pha lấy  $(r_A + r_B)/2 \approx r$ , nhưng  $r_A - r_B = d \cos \varphi$ , ta được:

$$\dot{H}_\varphi = j \frac{I}{\pi r} e^{-jkr} \cos \left( \frac{\pi d}{\lambda} \cos \varphi + \frac{\delta}{2} \right) \quad (2.35)$$

Trong đó:  $I = I_0 e^{j\frac{\delta}{2}}$

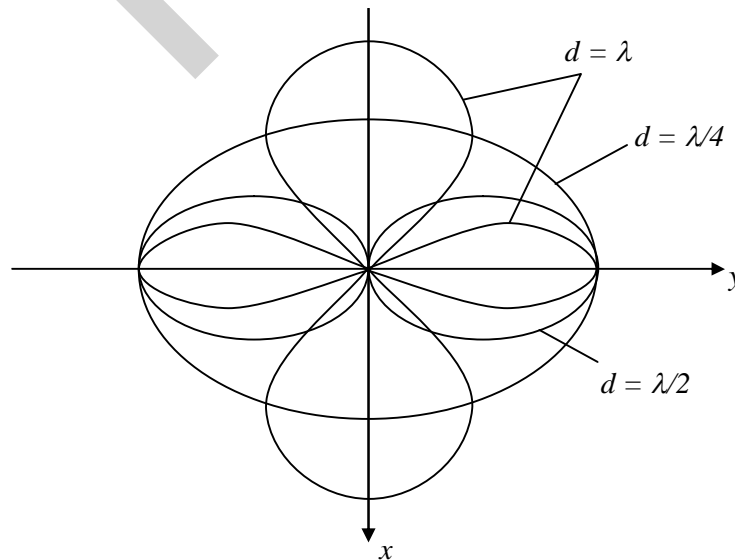
Nếu hai dòng điện cùng pha nhau ( $\delta = 0$ ) ta có:

$$\dot{H}_\varphi = j \frac{I}{\pi r} e^{-jkr} \cos \left( \frac{\pi d}{\lambda} \cos \varphi \right) \quad (2.36)$$

Tương tự cường độ điện trường tính được như sau:

$$\dot{E}_\theta = Z_s \dot{H}_\varphi$$

Từ (2.36) có thể vẽ được đồ thị định hướng các cường độ trường trong mặt phẳng ngang. Với các giá trị  $d$  khác nhau, đồ thị định hướng có dạng rất khác nhau. Trong hình 2.11 vẽ đồ thị định hướng của 2 anten có dòng điện đồng pha ứng với các trường hợp  $d = \frac{\lambda}{4}$  và  $d = \frac{\lambda}{2}$ . Có thể giải thích tính định hướng theo chiều phương vị  $\varphi$  của 2 anten có dòng điện cùng pha đặt cách nhau 1 khoảng  $d$ , bằng sự giao thoa của 2 anten. Do đó khoảng cách từ mỗi anten đến điểm xét khác nhau, pha của cường độ trường của mỗi anten ở điểm đó sẽ khác nhau. Do đó khi xếp chồng trường 2 anten, có những điểm cường độ trường tổng yếu đi hoặc triệt tiêu.



Hình 2.11. Đồ thị định hướng của hai anten nửa sóng đặt song song

Từ Hình 2.11 ta thấy trường của 2 anten có dòng điện cùng pha, đặt cách nhau  $d$ , tuy không giống nhau theo mọi phương  $\varphi$  nhưng vẫn còn đối xứng qua gốc tọa độ O (búp sóng đối xứng qua trục Ox và Oy) tức là cường độ trường theo 2 phương đối nhau ( $\varphi$  và  $\varphi + \pi$ ) bằng nhau. Muốn có đồ thị định hướng không đối xứng ta cho dòng điện trên 2 anten lệch pha nhau một góc  $\delta \neq 0$ .

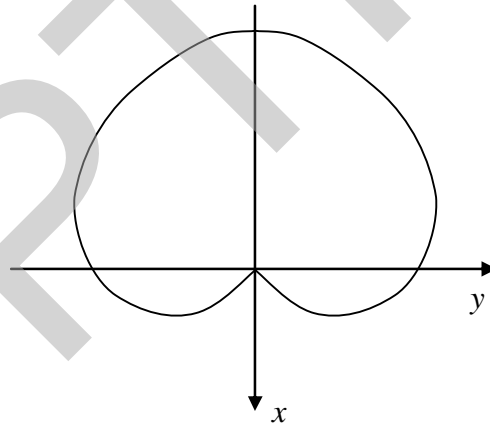
Ví dụ, xét trường hợp  $d = \frac{\lambda}{4}$  và hai dòng điện lệch pha nhau  $\delta = \pi / 2$ , ta có:

$$\begin{aligned}\dot{H}_{\varphi} &= j \frac{i}{\pi r} e^{-jkr} \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda} \cos \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= j \frac{i}{\pi r} e^{-jkr} \cos\left[\frac{\pi}{4}(\cos \varphi + 1)\right]\end{aligned}\quad (2.37)$$

Với  $\varphi = 0$  thì  $\cos\left[\frac{\pi}{4}(\cos \varphi + 1)\right] = \cos \frac{\pi}{2} = 0$ , nên về phía dương của trục  $x$ , cường độ trường bằng 0. Ngược lại với  $\varphi = \pi$  thì  $\cos\left[\frac{\pi}{4}(\cos \varphi + 1)\right] = \cos 0 = 1$  và

$$\dot{H}_{\varphi} = j \frac{i}{\pi r} e^{-jkr}$$

tức gấp đôi cường độ trường của một anten đơn. Đồ thị định hướng như Hình 2.12.



Hình 2.12. Đồ thị định hướng của 2 anten nửa sóng có dòng điện lệch pha nhau  $90^0$ .

## BÀI TẬP CHƯƠNG 2

**Bài 2-1:** Cho một nguyên tố anten thẳng, dài  $l = 5m$ , có dòng điện  $I_{hd} = 10A$ , tần số  $f = 10^6 Hz$  đặt trong không khí. Tính công suất bức xạ và tổng trở bức xạ. Tính trị hiệu dụng của cường độ điện trường, cường độ từ trường và vector Poynting tại các điểm cách anten  $r = 100km$  ứng với các góc tầ  $\theta$  bằng  $0^0, 30^0, 45^0, 60^0, 90^0$ . Vẽ đồ thị định hướng.

**Bài 2-2:** Cho một vòng dây có chu vi  $l = 5m$ , dòng điện  $I_{hd} = 10A$ , tần số  $f = 10^6 Hz$  đặt trong không khí. Tính công suất bức xạ và tổng trở bức xạ. Tính trị hiệu dụng của cường độ điện trường, cường độ từ trường và vector Poynting tại các điểm cách anten  $r = 100km$  ứng với các góc tầ  $\theta$  bằng  $0^0, 30^0, 45^0, 60^0, 90^0$ . Vẽ đồ thị định hướng. So sánh với kết quả ở bài 2-1.

**Bài 2-3:** Một vòng dây có diện tích  $S = 3m^2$ , dòng điện  $I_{hd} = 10A$ , tần số  $f = 50Hz$ . Hỏi công suất tiêu tán do bức xạ bằng bao nhiêu?

**Bài 2-4:** Cho một anten nửa sóng có dòng điện  $I_{hd} = 10A$ , tần số  $f = 3.10^8 Hz$  đặt thẳng đứng. Tính trị hiệu dụng cường độ từ trường và điện trường tại những điểm cách anten  $1km$ , trong mặt phẳng ngang xOy?

**Bài 2-5:** Cho hai anten nửa sóng có dòng điện  $I_{hd} = 10A$ , tần số  $f = 3.10^8 Hz$  đặt thẳng đứng, song song, cách nhau  $d = \lambda / 4$  trên trục Ox. Tính trị hiệu dụng cường độ từ trường và điện trường tại những điểm cách anten  $r = 10km$  trong mặt phẳng ngang xOy ứng với các góc phương vị  $\varphi = 0^0, 30^0, 45^0, 60^0, 90^0$  nếu các dòng điện trong hai anten cùng pha? Vẽ đồ thị định hướng?

**Bài 2-6:** Giải bài 2-5 trong trường hợp các dòng điện lệch pha nhau  $\pi / 2$ .

## CHƯƠNG 3. SÓNG ĐIỆN TỪ PHẪNG

### 3.1. Khái niệm về sóng điện từ phẳng

Giả sử có nguồn bức xạ nào đó tạo ra sóng điện từ truyền tới không gian khảo sát. Nếu không để ý đến các nguồn tạo ra trường ở khu xa mà chỉ đơn thuần coi sự tồn tại của trường ở miền khảo sát, ta có thể áp dụng các phương trình Maxwell cho không gian không có nguồn để nghiên cứu các tính chất của trường ấy.

Trong không gian đồng nhất, đẳng hướng và rộng vô hạn, sóng điện từ sẽ tạo ra tại mỗi điểm và ở mỗi thời điểm các vector điện và từ có biên độ và pha xác định. Những điểm của trường có biên độ giống nhau hợp thành những mặt đồng biên, còn những điểm của trường có pha giống nhau hợp thành mặt đồng pha. Các vector  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  luôn biến đổi theo thời gian, sự biến đổi pha khiến cho các mặt đồng pha sẽ dịch chuyển. Vận tốc dịch chuyển của mặt đồng pha gọi là vận tốc pha  $v_{ph}$  của sóng.

Nếu tại tất cả các điểm trên mặt đồng pha, biên độ của vector  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  cùng bằng nhau thì mặt đồng pha chính là là mặt đồng biên, sóng được gọi là sóng đồng nhất. các mặt đồng nhất này được gọi là *mặt sóng*. Nếu mặt đồng pha và đồng biên là những mặt phẳng (mặt trụ, mặt cầu), ta có sóng điện từ phẳng (sóng trụ, sóng cầu).

Mặc dù trong thực tế sóng điện từ bức xạ từ anten không phải là sóng phẳng thuần túy mà thường là sóng trụ hoặc sóng cầu. Tuy nhiên, tại những điểm khảo sát cách xa nguồn, và trong một phạm vi không gian hẹp ta có thể coi gần đúng mặt sóng là những mặt phẳng.

*Phân loại kiểu sóng:*

Trong chương này ta sẽ xét sóng phẳng trong hệ tọa độ Descartes  $xyz$  và chọn trục  $z$  làm phương truyền sóng, trên cơ sở đó ta có các kiểu sóng như sau:

+ *Sóng điện từ ngang (TEM):* Sóng điện từ ngang là sóng có vector  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  luôn *vuông góc* với phương truyền sóng (phương  $z$ ). Tức là các thành phần  $\vec{E}_z = 0$  và  $\vec{H}_z = 0$ . Đây là loại sóng phổ biến trong thực tế.

+ *Sóng điện ngang (TE):* Sóng điện từ ngang là sóng có vector  $\vec{E}$  luôn *vuông góc* với phương truyền sóng. Tức là các thành phần  $\vec{E}_z = 0$ , loại sóng này còn được gọi là sóng từ dọc (sóng H) vì có thành phần từ trường dọc theo phương truyền sóng  $\vec{H}_z \neq 0$ .

+ *Sóng từ ngang (TM):* Sóng điện từ ngang là sóng có vector  $\vec{H}$  luôn *vuông góc* với phương truyền sóng, tức là các thành phần  $\vec{H}_z = 0$ , loại sóng này còn gọi là sóng điện dọc (sóng E) vì có thành phần từ trường dọc theo phương truyền sóng  $\vec{E}_z \neq 0$ .

Hai loại sóng TE và TM được sử dụng trong ống dẫn sóng (sẽ được trình bày trong chương 4).

### 3.2. Sự phân cực của sóng điện từ

Sóng điện từ khi truyền lan trong một môi trường, vector cường độ điện trường và cường độ từ trường có thể thay đổi cả trị số và hướng. Trong quá trình truyền lan của sóng nếu quan sát điểm cuối của vector  $\vec{E}$  thì nó vạch ra một quỹ đạo nào đó, dạng quỹ đạo này biểu thị dạng phân cực của sóng.

*Mặt phẳng phân cực là mặt phẳng chứa phương truyền sóng và vector cường độ điện trường  $\vec{E}$ . Sóng điện từ phẳng có nhiều dạng phân cực như: phân cực ellip, phân cực tròn và phân cực thẳng. Các dạng phân cực trên có nhiều ứng dụng trong kỹ thuật.*

#### 3.2.1. Phân cực Ellip

Giả sử ta nhìn từ nguồn phát sóng theo hướng truyền sóng (quy định là phương  $z$ ), nếu đầu cuối của vector cường độ điện trường của sóng vạch nên hình ellip trong không gian thì gọi là sóng phân cực ellip.

Chúng ta có thể phân tích sóng phân cực ellip thành hai thành phần sóng có cùng tần số, cùng phương truyền và các vector cường độ trường vuông góc với nhau trong không gian.

Giả sử ta có hai sóng phẳng như sau:

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= E_{mx} \cos(\omega t - \beta z) \cdot \vec{j}_x \\ \vec{E}_2 &= E_{my} \cos(\omega t - \beta z + \delta) \cdot \vec{j}_y\end{aligned}$$

Ở đây  $E_{mx}, E_{my}$  là các biên độ của các sóng thành phần,  $\delta$  là góc lệch pha ban đầu của hai sóng.

Vector cường độ điện trường của sóng tổng hợp sẽ thực hiện theo quy tắc tổng hợp 2 vector, chúng ta hãy tìm phương trình cho đầu cuối của vector cường độ trường của sóng tổng hợp. Ta lần lượt bình phương hai vế của các biểu thức trên và biến đổi đôi chút sẽ nhận được biểu thức sau:

$$\left(\frac{E_1}{E_{mx}}\right)^2 + \left(\frac{E_2}{E_{my}}\right)^2 - 2 \cos \delta \frac{E_1 E_2}{E_{mx} E_{my}} = \sin^2 \delta \quad (3.1)$$

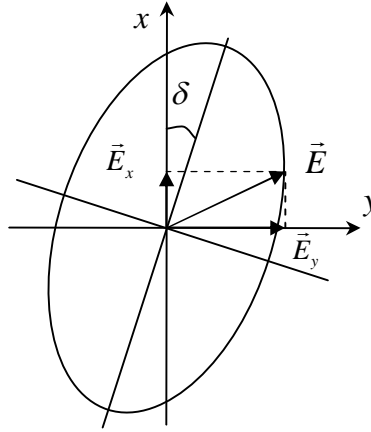
Từ hình học giải tích, ta nhận thấy biểu thức (3.1) là phương trình mô tả đường cong ellip trong mặt phẳng tọa độ  $E_1, E_2$ . Ellip này có trục lớn tạo một góc  $\delta$  với trục tọa độ  $x$ . Do vậy trong quá trình truyền sóng theo trục  $z$  đầu cuối của vector điện trường của sóng tổng hợp sẽ vạch ra một đường xoắn trong không gian.

Giá trị của  $\delta$  có thể tính theo biểu thức sau:

$$\operatorname{tg}^2 \delta = \frac{2E_{mx}E_{my}}{E_{mx}^2 - E_{my}^2} \cos \delta \quad (3.2)$$

với  $E_{mx} > E_{my}$





Hình 3.1. Phân cực Ellip

### 3.2.2. Phân cực tròn

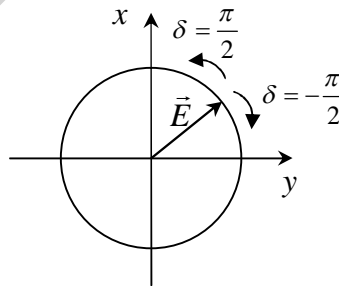
Trong trường hợp thành phần điện trường của hai sóng thành phần có biên độ bằng nhau:  $E_{mx} = E_{my} = E_m$  và lệch pha nhau góc  $\delta = \pm \pi / 2$  thì ta có:

$$\sin^2 \delta = 1, \cos \delta = 0$$

Nên phương trình (3.1) trở thành:

$$E_1^2 + E_2^2 = E_m^2 \quad (3.3)$$

Đây là phương trình đường tròn trong mặt phẳng tọa độ  $E_1, E_2$ . Trong trường hợp này, đầu cuối của vector điện trường vẽ nên đường xoắn tròn trong không gian. Sóng được gọi là phân cực tròn. Nếu nhìn theo chiều truyền sóng, vector điện trường quay theo chiều kim đồng hồ thì ta có sóng phân cực tròn quay phải, trường hợp vector điện trường quay ngược chiều kim đồng hồ ta gọi là sóng phân cực tròn quay trái. Chiều quay của vector cường độ điện trường phụ thuộc vào dấu của góc lệch pha  $\delta$ .



Hình 3.2. Phân cực tròn

### 3.2.3. Phân cực thẳng

Sóng có vector cường độ trường  $\vec{E}$  luôn hướng song song theo một đường thẳng trong quá trình truyền sóng gọi là sóng phân cực thẳng hay phân cực tuyến tính.

Trong trường hợp này góc lệch pha của 2 sóng thành phần  $\vec{E}_x$  và  $\vec{E}_y$  có giá trị:  $\delta = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots$

Nên  $\sin\delta = 0$ ,  $\cos\delta = \pm 1$  và phương trình (3.24) trở về dạng:

$$\left( \frac{E_1}{E_{mx}} \pm \frac{E_2}{E_{my}} \right)^2 = 0$$

Suy ra: 
$$E_2 = \pm \frac{E_{my}}{E_{mx}} E_1 \quad (3.4)$$

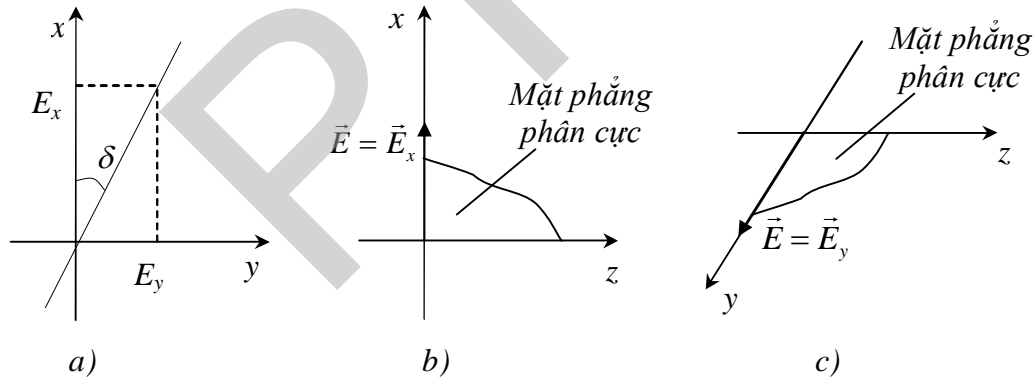
Đây là phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ, nghiêng một góc so với trục  $x$  là  $\delta'$  được xác định bởi biểu thức, như mô tả trong hình 3.3.a:

$$\tan\delta' = \frac{E_{my}}{E_{mx}} \quad (3.5)$$

Đối với phân cực thẳng tùy theo hướng của vector cường độ điện trường, người ta còn phân làm hai trường hợp là phân cực ngang và phân cực đứng.

+ Sóng phân cực đứng (phân cực V): Trường hợp này vector  $\vec{E}$  chỉ có một thành phần theo phương  $x$  (Hình 3.3.b).

+ Sóng phân cực ngang (phân cực H): Trường hợp này vector  $\vec{E}$  chỉ có một thành phần theo phương  $y$  (Hình 3.3.c).



Hình 3.3. Phân cực thẳng (a), đứng (b), ngang (c)

### 3.3. Nghiệm phương trình sóng đối với sóng phẳng

Để đơn giản ta chọn hệ tọa độ Descartes, sóng điện từ phẳng là đơn sắc và chỉ truyền theo phương  $z$ . Mặt sóng vuông góc với phương  $z \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$ . Áp dụng hệ phương trình Maxwell phức:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E} \\ \text{rot} \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \end{cases}$$

Xét sóng TEM và phân cực đứng:

$$\begin{cases} \vec{E}_y = \vec{E}_z = 0 \\ \vec{H}_x = \vec{H}_z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \text{rot} \dot{\vec{E}} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{E}_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -j\omega\mu\dot{H} = -j\omega\mu\dot{H}_y\vec{i}_y$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} \vec{i}_y = -j\omega\mu\dot{H}_y\vec{i}_y$$

$$\text{hay} \quad \dot{H}_y = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} \quad (3.6)$$

Tương tự:

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \dot{H}_y & 0 \end{vmatrix} = (\sigma + j\omega\epsilon) \dot{\vec{E}} = (\sigma + j\omega\epsilon) \dot{E}_x \vec{i}_x$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} = (\sigma + j\omega\epsilon) \dot{E}_x \quad (3.7)$$

Thay (3.6) vào (3.7) ta được:

$$\Rightarrow \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} = (\sigma + j\omega\epsilon) \dot{E}_x$$

$$\text{Hay: } \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \dot{E}_x = 0 \quad (3.8)$$

$$\text{Đặt: } \dot{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = \alpha + j\beta \quad (3.9)$$

Gọi  $\dot{\Gamma}$  là hệ số truyền sóng, trong đó:

- + Phần thực  $\alpha$  : là hệ số suy hao, có đơn vị là  $[1/m]$ .
- + Phần ảo  $\beta$  : là hệ số pha (đặc trưng cho sự lan truyền), đơn vị  $[rad/m]$

Ta có phương trình sóng phẳng như sau:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} - \dot{\Gamma}^2 \dot{E}_x = 0 \quad (3.10)$$

Giải phương trình (3.10) ta có nghiệm:

$$\dot{E}_x = \dot{E}_t e^{-\dot{\Gamma}z} + \dot{E}_{px} e^{\dot{\Gamma}z} \quad (3.11)$$

Trong biểu thức (3.11) cường độ điện trường bao gồm hai thành phần, thành phần thứ nhất:  $\dot{E}^+ = \dot{E}_t e^{-\Gamma z}$  là thành phần sóng thuận (sóng tới) và  $\dot{E}^- = \dot{E}_{px} e^{\Gamma z}$  là thành phần sóng ngược (phản xạ) (Chú ý:  $z$  ở đây là trục tọa độ chứ không phải trở kháng sóng  $\dot{Z}_s$ ).

Trong đó;  $\dot{E}_t = E_t e^{j\varphi_1}$ ;  $\dot{E}_{px} = E_{px} e^{j\varphi_2}$  là các biên độ phức của sóng tới và sóng phản xạ,  $\varphi_1, \varphi_2$  là các góc pha đầu của sóng.

Thay (3.11) vào (3.6) ta được:

$$\begin{aligned}\dot{H}_y &= -\frac{1}{j\omega\mu} \left( -\dot{\Gamma} \dot{E}_t e^{-\dot{\Gamma}z} + \dot{\Gamma} \dot{E}_{px} e^{\dot{\Gamma}z} \right) \\ \dot{H}_y &= \frac{\dot{\Gamma}}{j\omega\mu} \left( \dot{E}_t e^{-\dot{\Gamma}z} - \dot{E}_{px} e^{\dot{\Gamma}z} \right)\end{aligned}\quad (3.12)$$

Đặt: 
$$\dot{Z}_s = \frac{j\omega\mu}{\dot{\Gamma}} = |Z_s| e^{j\xi} \quad (3.13)$$

$\dot{Z}_s$  gọi là trở kháng sóng.

Trong đó: phần modul đặc trưng cho độ lệch biên độ giữa điện trường và từ trường, còn arguymen  $\xi$  đặc trưng cho sự lệch pha giữa  $\dot{E}$  và  $\dot{H}$ .

Ta được: 
$$\dot{H}_y = \left( \frac{\dot{E}_t}{\dot{Z}_s} e^{-\dot{\Gamma}z} - \frac{\dot{E}_{px}}{\dot{Z}_s} e^{j\dot{\Gamma}z} \right) \quad (3.14)$$

Theo biểu thức (3.14) ta thấy  $\dot{H}_y$  cũng có hai thành phần:

Sóng thuận: 
$$\dot{H}^+ = \frac{\dot{E}_t}{\dot{Z}_s}$$

Sóng ngược: 
$$\dot{H}^- = -\frac{\dot{E}_{px}}{\dot{Z}_s}$$

Ta cũng có quan hệ: 
$$\dot{Z}_s = \frac{\dot{E}^+}{\dot{H}^+} = -\frac{\dot{E}^-}{\dot{H}^-}$$

### 3.4. Sóng phẳng trong các môi trường đồng nhất, đẳng hướng

#### 3.4.1. Sóng phẳng trong môi trường điện môi lý tưởng

Nghiên cứu các tính chất của sóng điện từ phẳng đồng nhất truyền dọc theo trục  $z > 0$  trong môi trường điện môi lý tưởng đồng nhất và đẳng hướng rộng vô hạn. Vì điện môi lý tưởng có độ dẫn điện  $\sigma = 0$  nên các tham số điện của nó là các số thực.

##### 3.4.1.1. Hệ số truyền sóng $\dot{\Gamma}$

$$\dot{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = \sqrt{j^2\omega^2\varepsilon\mu} = j\omega\sqrt{\varepsilon\mu} = j\beta$$

Ta thấy:  $\alpha = 0$  nên sóng truyền trong điện môi lý tưởng không bị suy hao.

$$+ \beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu}.$$

### 3.4.1.2. Vận tốc pha

Vận tốc truyền sóng  $v$  là vận tốc truyền tín hiệu hay vận tốc truyền năng lượng, đây là một đại lượng vật lý nên  $v \leq c$ .

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (3.15)$$

Vận tốc pha  $v_{ph}$  là vận tốc dịch chuyển của các trạng thái pha, hay vận tốc dịch chuyển của mặt đồng pha. Mặt đồng pha của sóng thuận có dạng:

$$\phi = \omega t - \beta z = \text{const} \quad (3.16)$$

Do đó:  $d\phi = \omega dt - \beta dz = 0$ , nên vận tốc pha được xác định như sau:

$$v_{ph} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (3.17)$$

Chú ý vận tốc pha là một đại lượng quy ước.

Với môi trường điện môi lý tưởng ta có:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = v$$

Ta thấy vận tốc pha bằng với vận tốc sóng, và nó không phụ thuộc vào tần số, môi trường như vậy người ta nói là môi trường *không tán sắc*.

### 3.4.1.3. Trở kháng sóng

Theo công thức (3.13) ta có:

$$\dot{Z}_s = \frac{j\omega\mu}{\dot{\Gamma}} = \frac{j\omega\mu}{j\omega\sqrt{\epsilon\mu}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (3.18)$$

Ta thấy rằng trở kháng sóng là một số thực, arguymen  $\xi = 0$  hay  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  khi truyền đi luôn đồng pha nhau.

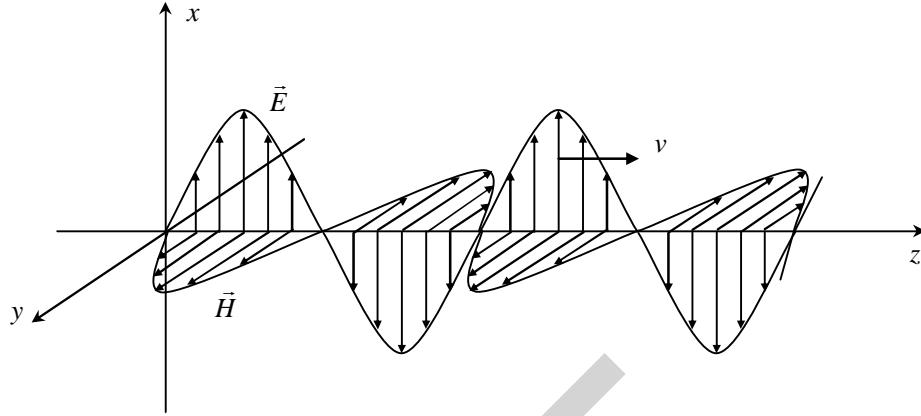
### 3.4.1.4. Biểu thức sóng

Thay  $\dot{\Gamma} = j\beta$  và  $\dot{Z}_s = Z_s$  vào nghiệm của phương trình sóng phẳng các biểu thức (3.11) và (3.14) ta có:

$$\begin{aligned} \dot{E}_x &= \dot{E}_t e^{-\beta z} + \dot{E}_{px} e^{\beta z} = E_t e^{j(-\beta z + \phi_1)} + E_{px} e^{j(\beta z + \phi_2)} \\ \dot{H}_y &= \frac{\dot{E}_t}{Z_s} e^{-\dot{\Gamma}z} - \frac{\dot{E}_{px}}{Z_s} e^{j\dot{\Gamma}z} = \frac{E_t}{Z_s} e^{j(-\beta z + \phi_1)} - \frac{E_{px}}{Z_s} e^{j(\beta z + \phi_2)} \end{aligned}$$

Dạng tức thời của cường độ trường như sau:

$$\begin{aligned}\vec{E}(x,y,z,t) &= \left[ \sqrt{2}E_t \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) + \sqrt{2}E_{px} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_2) \right] \vec{i}_x \\ \vec{H}(x,y,z,t) &= \left[ \frac{\sqrt{2}E_t}{Z_s} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) - \frac{\sqrt{2}E_{px}}{Z_s} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_2) \right] \vec{i}_y\end{aligned}\quad (3.19)$$



Hình 3.4. Dạng sóng điện từ phẳng trong điện môi lý tưởng

Hình 3.4 là dạng sóng thuận của điện trường và từ trường trong điện môi lý tưởng, biên độ của sóng giữ cố định theo phương truyền sóng, pha của cường độ điện trường và cường độ từ trường trùng nhau.

Ta nhận xét tính chất của sóng phẳng trong điện môi lý tưởng như sau:

- Các vectơ  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  luôn vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền sóng. Từ trường và điện trường luôn đồng pha và có biên độ không đổi dọc theo phương truyền sóng.
- Vận tốc pha của sóng phẳng bằng vận tốc truyền sóng trong cùng môi trường. Và điện môi lý tưởng là môi trường không tán sắc.
- Năng lượng sóng không tổn hao và trở kháng sóng là một số thực.

### 3.4.2. Sóng điện từ phẳng trong vật dẫn tốt

#### 3.4.2.1. Hệ số truyền sóng $\dot{\Gamma}$

Môi trường dẫn điện tốt là môi trường có  $\sigma$  rất lớn, nên trong biểu thức của hệ số truyền sóng ta có thể bỏ qua thành phần  $\omega\epsilon$ .

$$\dot{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$$

$$\text{Hay} \quad \dot{\Gamma} = \sqrt{\omega\mu\sigma} e^{j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} (1 + j) \quad (3.20)$$

$$\text{Do đó:} \quad \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \neq 0 \quad (3.21)$$

Vậy sóng truyền trong vật dẫn sẽ bị suy hao, với hệ số suy hao  $\alpha \sim \sqrt{\omega}$  tức là khi tần số của sóng càng tăng thì hệ số suy hao càng lớn và sóng sẽ khó có thể đi sâu vào vật dẫn.

### 3.4.2.2. Vận tốc pha

Theo biểu thức (3.17) ta có:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} \quad (3.22)$$

Với vật dẫn tốt ta thấy  $v_{ph}$  phụ thuộc vào tần số, môi trường như vậy người ta nói là *môi trường tán sắc*.

### 3.4.2.3. Trở kháng sóng

Theo công thức tính trở kháng sóng ta có:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_s &= \frac{j\omega\mu}{\Gamma} = \frac{j\omega\mu}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j\frac{\pi}{4}} \\ \Rightarrow |\dot{Z}_s| &= \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}}; \quad \xi = \frac{\pi}{4} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Ta thấy rằng trở kháng sóng là một số phức có argumen  $\xi = \frac{\pi}{4}$  hay  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  truyền đi lệch pha nhau một góc  $\pi/4$ .

### 3.4.2.4. Biểu thức sóng

Thay  $\Gamma = \alpha + j\beta$  và  $\dot{Z}_s = |\dot{Z}_s| e^{j\frac{\pi}{4}}$  vào nghiệm của phương trình sóng phẳng các biểu thức (3.11) và (3.14) ta có:

$$\begin{aligned} \vec{E}_x &= E_t e^{-\alpha z} e^{j(-\beta z + \varphi_1)} + E_{px} e^{\alpha z} e^{j(\beta z + \varphi_2)} \\ \vec{H}_y &= \frac{E_t e^{-\alpha z}}{\dot{Z}_s} e^{j(-\beta z + \varphi_1 - \frac{\pi}{4})} - \frac{E_{px} e^{\alpha z}}{\dot{Z}_s} e^{j(\beta z + \varphi_2 - \frac{\pi}{4})} \end{aligned}$$

Dạng tức thời của cường độ trường như sau:

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z, t) &= \left[ \sqrt{2} E_t e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) + \sqrt{2} E_{px} e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_2) \right] \vec{i}_x \\ \vec{H}(x, y, z, t) &= \left[ \frac{\sqrt{2} E_t e^{-\alpha z}}{|\dot{Z}_s|} \cos\left(\omega t - \beta z + \varphi_1 - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\sqrt{2} E_{px} e^{\alpha z}}{|\dot{Z}_s|} \cos\left(\omega t + \beta z + \varphi_2 - \frac{\pi}{4}\right) \right] \vec{i}_y \end{aligned}$$

### 3.4.2.5. Độ sâu thâm nhập d

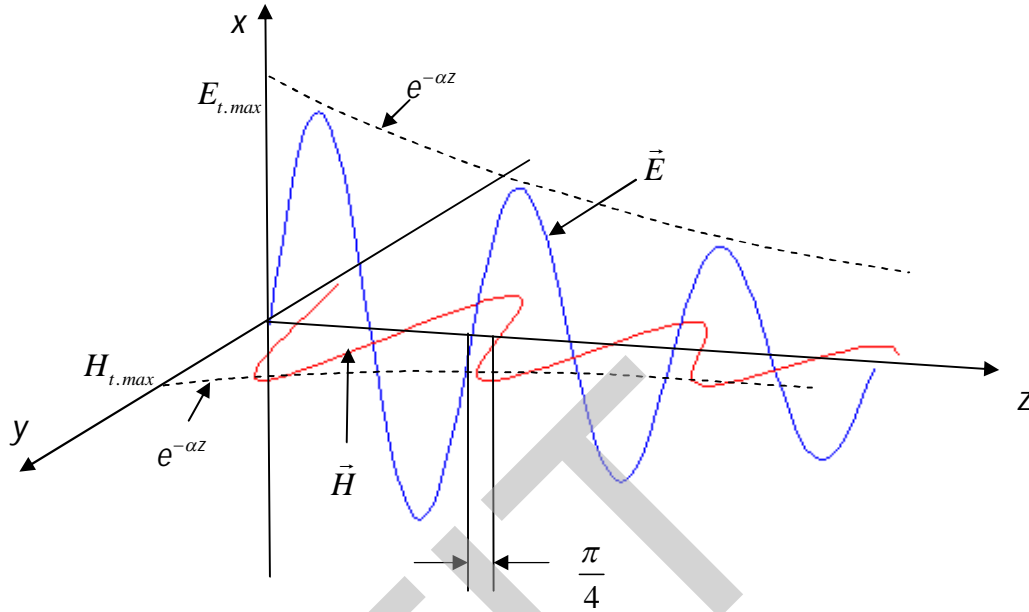
Để đo mức độ tắt của sóng khi lan truyền trong vật dẫn người ta đưa ra đại lượng **độ sâu thâm nhập**, ký hiệu là  $d$ . Đó là khoảng cách tính theo phương truyền sóng sao cho sóng truyền qua khoảng cách  $d$  ấy thì biên độ sóng sẽ giảm đi  $e = 2,718$  lần, và do đó vector Poynting, dòng năng lượng giảm đi  $e^2 = 7,45$  lần.

Theo định nghĩa trên, ta có:

$$e^{\alpha d} = e$$

hay

$$d = \frac{1}{\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (3.24)$$



Hình 3.5. Dạng sóng điện từ phẳng trong vật dẫn tốt

### 3.4.3. Sóng điện từ phẳng trong môi trường bán dẫn

#### 3.4.3.1. Hệ số truyền sóng

Môi trường bán dẫn là môi trường có đầy đủ các tham số  $\epsilon, \mu, \sigma$  độ dẫn điện  $\sigma$  không là một số rất lớn. Theo (3.9) ta có:

$$\dot{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

$$\alpha = \omega\sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{\sigma^2}{\omega^2\epsilon^2} + 1} - 1 \right)} = \frac{\omega}{v} \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{tg^2\delta_e + 1} - \frac{1}{2}} \quad (3.25)$$

$$\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{\sigma^2}{\omega^2\epsilon^2} + 1} + 1 \right)} = \frac{\omega}{v} \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{tg^2\delta_e + 1} + \frac{1}{2}}$$

Trong đó:  $tg\delta_e = \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$  gọi là tang của góc tiêu hao điện.

#### 3.4.3.2. Vận tốc pha

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{\sigma^2}{\omega^2\epsilon^2} + 1} + 1 \right)}} \quad (3.26)$$



### 3.4.3.3. Trở kháng sóng

$$\begin{aligned}\dot{Z}_s &= |\dot{Z}_s| e^{j\xi} \\ |\dot{Z}_s| &= \sqrt{\frac{\omega^2 \mu^2}{\omega^2 \varepsilon^2 + \sigma^2}} \\ \xi &= \arctg \frac{\alpha}{\beta}\end{aligned}\quad (3.27)$$

Trường hợp môi trường gần với môi trường điện môi lý tưởng, nghĩa là  $\sigma \ll \omega\varepsilon$  ta có:  $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \ll 1$

Các công thức (3.25) đến (3.27) được giản ước gần đúng như sau:

$$\beta \approx \omega\sqrt{\varepsilon\mu}; \quad \alpha \approx \sqrt{\frac{\mu\sigma^2}{4\varepsilon}} = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}};$$

## 3.5. Hiệu ứng bề mặt

### 3.5.1. Khái niệm chung

Khi dòng điện chạy trên một dây dẫn điện thì mật độ dòng điện sẽ phân bố đều trên toàn bộ tiết diện ngang của dây.

Tuy nhiên nếu trên dây dẫn có dòng điện xoay chiều chạy qua thì mật độ dòng điện sẽ không còn phân bố đều trên tiết diện ngang nữa. Lúc này mật độ dòng điện sẽ tập trung ra sát bề mặt bên ngoài của dây dẫn. Khi tần số của dòng điện càng tăng thì hiện tượng này xảy ra càng mạnh, hiệu ứng này gọi là hiệu ứng bề mặt (skin effect).

*Các ảnh hưởng của hiệu ứng bề mặt:*

- + Diện tích tham gia dẫn điện của vật dẫn giảm và làm cho điện trở của vật dẫn tăng lên, tức là tổn hao sẽ tăng lên.
- + Điện cảm của vật dẫn cũng thay đổi.

Điều này làm ảnh hưởng nhiều đến việc truyền dẫn năng lượng ở tần số cao và siêu cao.

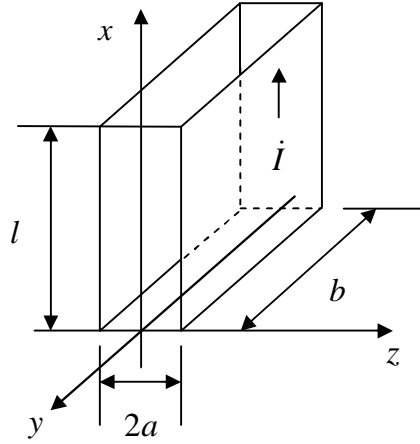
Trong thực tế ở tần số siêu cao người ta không dùng dây dẫn điện mà thường dùng các hệ định hướng sóng điện từ để truyền năng lượng (sẽ đề cập trong chương 4), với các ưu điểm:

- + Hạn chế tiêu hao năng lượng do bức xạ sóng điện từ.
- + Hạn chế tiêu hao năng lượng do hiệu ứng bề mặt.

### 3.5.2. Hiệu ứng bề mặt về điện trong một phiến dẫn phẳng

Phiến dẫn phẳng là một tấm kim loại mỏng với các kích thước bề dày  $2a$  (rất mỏng), bề ngang là  $b$  và chiều dài là  $l$  đủ nhỏ (so với bước sóng trong không khí), với điều kiện  $2a \ll b$ . Do bề ngang  $b$  đủ rộng, không kể đến hiệu ứng ở biên và các góc cạnh của phiến dẫn, có thể thấy trên các bề mặt  $z = \pm a$  và các mặt  $-a \leq z \leq a$  cường độ trường cũng như mật

độ dòng điện phân bố đều đặn, chúng chỉ phụ thuộc vào tọa độ  $z$ . Do đó chọn hệ trục tọa độ như Hình 3.6.



Hình 3.6. Hiệu ứng bề mặt về điện trên phiến dẫn phẳng

Trên phiến dẫn có dòng điện xoay chiều  $i = I_{hd} e^{j\omega t}$  chạy theo chiều  $x$  như Hình 3.6, giả sử hiệu ứng bề mặt chỉ xảy ra trên bề dày (trục  $z$ ) của phiến dẫn.

Ta nhận thấy:

$$\vec{E}_{(z=-a)} = \vec{E}_{(z=a)} \quad (\text{Đối xứng chẵn})$$

$$\vec{H}_{(z=-a)} = -\vec{H}_{(z=a)} \quad (\text{Đối xứng lẻ})$$

Khi hiệu ứng bề mặt xảy ra trên phiến dẫn thì biên độ của  $E, H$  sẽ lớn nhất tại 2 bề mặt ( $z = -a; z = a$ ), còn giá trị của chúng bên trong được tính như sau:

$$\begin{cases} \dot{E} = \dot{Z}_s \dot{H}_{m\text{kt}} \frac{ch(\dot{\Gamma}z)}{sh(\dot{\Gamma}a)} \\ \dot{H} = -\dot{H}_{m\text{kt}} \frac{sh(\dot{\Gamma}z)}{sh(\dot{\Gamma}a)} \\ \dot{H}_{m\text{kt}} = \frac{i}{2b} \end{cases} \quad (3.28)$$

Thay  $z = a$  vào (3.28) ta có:  $\dot{E}_{m\text{kt}} = \dot{Z}_s \dot{H}_{m\text{kt}} cth(\dot{\Gamma}a)$

$$\begin{cases} \dot{E}_*(z) = \frac{\dot{E}(z)}{\dot{E}_{m\text{kt}}} = \frac{ch(\dot{\Gamma}z)}{ch(\dot{\Gamma}a)} \\ \dot{H}_*(z) = \frac{\dot{H}(z)}{\dot{H}_{m\text{kt}}} = -\frac{sh(\dot{\Gamma}z)}{sh(\dot{\Gamma}a)} \end{cases} \quad (3.29)$$

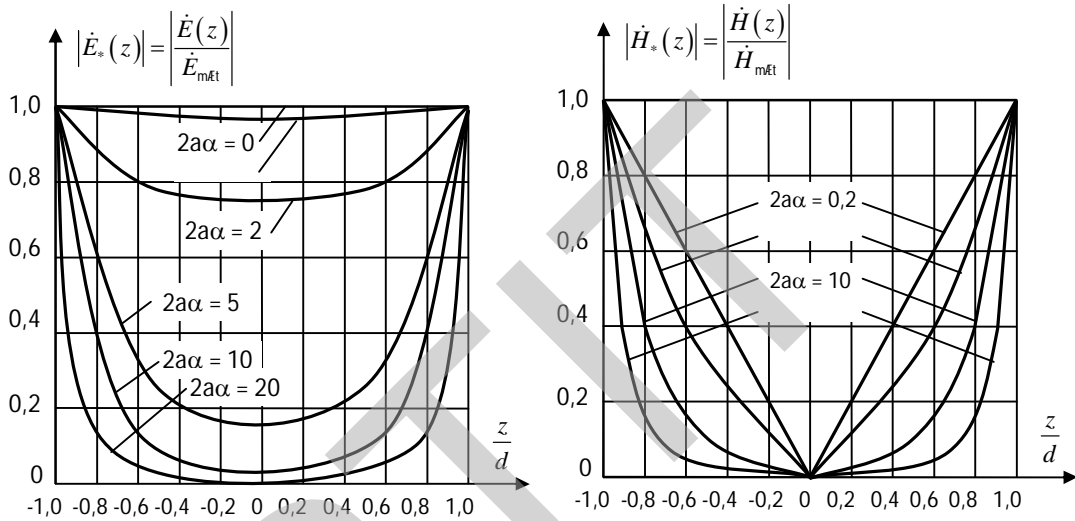
$$\text{Ta thấy } \dot{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\omega\mu\sigma} e^{j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} \cdot \alpha \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Hay  $\Gamma$  tỷ lệ với  $\alpha = \frac{1}{d}$  ( $d$  là độ sâu thâm nhập).

Vậy:  $\Gamma a \sim \frac{a}{d}$ ;  $\Gamma z \sim \frac{z}{d}$ .

Hình 3.7 là sự phân bố tương đối về modul của  $\dot{E}_*(z), \dot{H}_*(z)$  theo thông số  $a/d = a.\alpha$ .

Dễ thấy khi phiên đủ mỏng với  $2a \ll d$  tức  $a/d \ll 1$  sự phân bố của  $E_*, H_*$  theo bề dày coi là đều đặn, đó là vì các sóng chạy trong phiên mỏng chưa đủ để tắt. Ta gọi phiên có bề dày  $2a$  đủ nhỏ (so với  $d$ ) như vậy là một phiên “trong suốt” đối với sóng điện từ. Ngược lại ở phiên đủ dày  $2a \gg d$  hiệu ứng bề mặt thể hiện rất rõ, ta bảo phiên này “đục”.



Hình 3.7. Phân bố tương đối về modul của E và H trong phiên dẫn

Với cùng một phiên, nhưng đối với những tần số khác nhau, sẽ có những độ sâu thâm nhập  $d$  khác nhau và phiên có thể là “trong” hoặc “đục”. Nó là “trong suốt” đối với tần số thấp, nhưng lại “đục” đối với tần số cao ứng với độ sâu thâm nhập  $d$  bé hơn. Vậy ở tần số cao hiệu ứng bề mặt càng mạnh, vật dẫn càng “đục”.

Ta có khái niệm trở kháng sóng  $Z_s$  là tỷ số giữa trị hiệu dụng phức của các sóng thuận hoặc sóng ngược  $E^+, H^+$ . Với quan niệm sóng điện từ truyền từ bên ngoài khúc xạ vào phiên dẫn đến một phân bố nào đó, ta dẫn ra thêm khái niệm tổng trở vào của sóng  $Z_{vjo}$ . Nó bằng tỷ số  $E_{m\dot{E}}$  với  $H_{m\dot{H}}$  ở trên bề mặt phiên  $z = a$ . Ta có:

$$\dot{Z}_{vjo} = \dot{Z}_s \text{cth}(\Gamma a) \quad (3.30)$$

### Tổng trở điện của một phiên dẫn

Từ kết quả phân tích về một phiên dẫn phẳng khi có dòng điện xoay chiều  $\vec{I}$  chảy dọc phiên, ta có một cơ sở để xét tổng trở về điện của phiên.

Chú ý rằng một mặt tổng trở điện bằng tỷ số của công suất phức trung bình và bình phương của dòng điện.

$$Z = \frac{\tilde{S}}{I^2} \quad (3.31)$$

Mặt khác công suất phức đưa vào phiến phải bằng thông lượng vector Poynting phức chảy vào phiến đó, khi trong phiến có dòng điện  $\dot{I}$ . Vector Poynting trên mặt  $z = \pm a$  đều có chiều chảy vào phiến với trị số bằng:

$$\dot{\Pi} = \dot{E}_{m\phi t} \hat{H}_{m\phi t} = Z_{vjo} H_{m\phi t}^2 \quad (3.32)$$

Đối với phiến phẳng thông lượng vector Poynting đưa vào phiến bằng:

$$\tilde{S} = \dot{\Pi} 2lb = \dot{Z}_{vao} H_{mat}^2 2lb = \dot{Z}_{vao} I \frac{I^2}{2b} \quad (3.33)$$

Và tổng trở về điện của phiến:

$$\dot{Z} = \frac{\tilde{S}}{I^2} = \frac{Z_{vao} \cdot I}{2b} \quad (3.34)$$

Đặc biệt ở tần số đủ cao, hiệu ứng bề mặt xảy ra rất mạnh, phiến rất “đục”, có thể coi các sóng lan truyền từ phía mặt này sang mặt kia đã tắt hết trên dọc đường đi trong khoảng  $2a \gg d$  nên trên bề mặt phiến chỉ có các sóng thuận đi vào. Trên bề mặt phiến, sóng sẽ chỉ gặp tổng trở vào vừa bằng tổng trở sóng  $\dot{Z}_{vjo} = \dot{Z}_s$ . Cũng có thể từ (3.30) suy ra điều ấy, với  $|\Gamma a| \gg 1$ ,  $cth(\Gamma a) \rightarrow 1$  và:

$$\dot{Z}_{vjo} = \dot{Z}_s \quad (3.35)$$

Vậy đối với một phiến “đục”, thay (3.35) vào các biểu thức (3.32), (3.33), (3.34) có các biểu thức của vector Poynting và tổng trở đây:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Pi} &= Z_s H_{mat}^2 \\ \dot{Z} &= Z_s \cdot I / 2b = R + jX \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

Nếu tính  $Z_s$  theo các thông số  $d$  và  $\sigma$ , ta có thể viết:

$$\dot{Z} = R + jX = \frac{I}{2bd\sigma} (1 + j) \quad (3.37)$$

Biểu thức này cho ta tìm được điện trở  $R$  và điện kháng  $X$  (ứng với phần bên trong của phiến) của phiến theo tần số. Ta thấy trong trường hợp này hai giá trị  $R$  và  $X$  vừa bằng nhau, argumen của  $\dot{Z}$  bằng  $\pi / 4$ .

### 3.6. Sự phản xạ và khúc xạ sóng điện từ

Khi sóng điện từ bức xạ ra từ một nguồn thì các thông số của sóng phụ thuộc vào nguồn, sau đó nó phụ thuộc vào môi trường. Nếu trên đường đi của sóng nó gặp phải một môi trường có thông số khác thì tại bề mặt phân chia giữa hai môi trường sẽ xảy ra hiện tượng phản xạ và khúc xạ sóng điện từ.

Hiện tượng phản xạ và khúc xạ sóng điện từ làm thay đổi phương truyền sóng tại bề mặt phân cách hai môi trường có tham số khác nhau. Sự phản xạ và khúc xạ sóng được ứng dụng nhiều trong kỹ thuật.

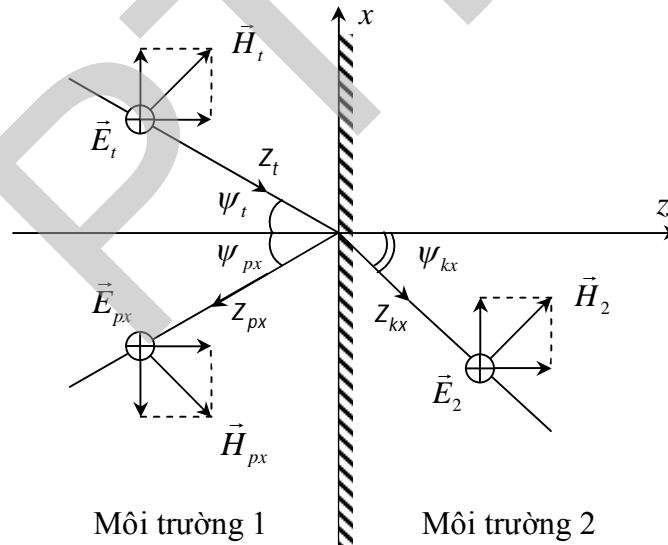
Để cho đơn giản, ta chỉ xét đối với trường hợp sóng phẳng tới phân cực ngang và đứng, các trường hợp phân cực khác của sóng phẳng là tổ hợp của hai dạng sóng phân cực thẳng ngang và đứng.

### 3.6.1. Sóng tới phân cực ngang

Sóng phân cực thẳng được gọi là phân cực ngang nếu vector cường độ điện trường của sóng tới vuông góc với mặt phẳng tới. Mặt phẳng tới là mặt phẳng chứa phương truyền sóng và pháp tuyến của mặt phân cách hai môi trường. Trong trường hợp này, vector cường độ điện trường của sóng tới sẽ song song với mặt phân cách hai môi trường. Để tìm quy luật của sóng phản xạ và khúc xạ, ta chọn hệ tọa độ Descartes có mặt xOy trùng với mặt phẳng giới hạn phân cách hai môi trường, trục z trùng với pháp tuyến của mặt giới hạn, hai môi trường điện môi có các tham số điện  $\varepsilon_1, \mu_1, \varepsilon_2, \mu_2$  tương ứng.

Giả sử sóng tới truyền theo phương  $z_t$  lập với pháp tuyến của mặt phân chia 2 môi trường một góc  $\psi_t$ .

Sóng phản xạ truyền theo phương  $z_{px}$  với góc phản xạ  $\psi_{px}$ , còn sóng khúc xạ truyền theo phương  $z_{kx}$  đi vào môi trường thứ hai ứng với góc  $\psi_{kx}$ .



Hình 3.8. Phản xạ và khúc xạ của sóng phân cực ngang

Sử dụng công thức chuyển đổi tọa độ, chuyển các phương  $z_t, z_{px}, z_{kx}$  về tọa độ  $x$  và  $z$ .

$$z_t = z \cos \psi_t + x \sin \psi_t$$

$$z_{px} = z \cos \psi_{px} + x \sin \psi_{px}$$

$$z_{kx} = z \cos \psi_{kx} + x \sin \psi_{kx}$$

Biểu thức sóng trong môi trường 1 là:

$$\begin{aligned}\dot{E}_1 &= \dot{E}_t e^{-\Gamma_1 z_t} + \dot{E}_{px} e^{\Gamma_1 z_{px}} = \dot{E}_t e^{-\Gamma_1 (z \cos \psi_t + x \sin \psi_t)} + \dot{E}_{px} e^{\Gamma_1 (z \cos \psi_{px} + x \sin \psi_{px})} \\ H_1 &= \frac{\dot{E}_t}{Z_1} e^{-\Gamma_1 z_t} - \frac{\dot{E}_{px}}{Z_1} e^{\Gamma_1 z_{px}} = \frac{\dot{E}_t}{Z_1} e^{-\Gamma_1 (z \cos \psi_t + x \sin \psi_t)} - \frac{\dot{E}_{px}}{Z_1} e^{\Gamma_1 (z \cos \psi_{px} + x \sin \psi_{px})}\end{aligned}\quad (3.38)$$

Giả sử môi trường 2 từ vị trí  $z = 0$  trở đi theo trục  $z$  là môi trường đồng nhất và rộng vô hạn, tức là sẽ không có sóng phản xạ trong môi trường 2. Biểu thức sóng trong môi trường lúc này chỉ có thành phần sóng thuận, chính là sóng khúc xạ.

$$\begin{aligned}\dot{E}_2 &= \dot{E}_{kx} e^{-\Gamma_2 z_{kx}} = \dot{E}_{kx} e^{-\Gamma_2 (z \cos \psi_{kx} + x \sin \psi_{kx})} \\ H_2 &= \frac{\dot{E}_{kx}}{Z_2} e^{-\Gamma_2 z_{kx}} = \frac{\dot{E}_{kx}}{Z_2} e^{-\Gamma_2 (z \cos \psi_{kx} + x \sin \psi_{kx})}\end{aligned}\quad (3.39)$$

Vì hai môi trường là điện môi ta có thể áp dụng điều kiện bờ.

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \Big|_{z=0}$$

Ta nhận thấy:  $E_{1\tau} = E_1$ ;  $E_{2\tau} = E_2$  vậy:  $E_1 = E_2 \Big|_{z=0}$  (3.40)

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \Big|_{z=0}$$

Hay  $H_1 \cos \psi_t = H_2 \cos \psi_{kx} \Big|_{z=0}$  (3.41)

Từ các biểu thức từ (3.38) đến (3.41) ta có:

$$\dot{E}_t e^{-\Gamma_1 x \sin \psi_t} + \dot{E}_{px} e^{\Gamma_1 x \sin \psi_{px}} = \dot{E}_{kx} e^{-\Gamma_2 x \sin \psi_{kx}} \quad (3.42)$$

Biểu thức (3.42) phải đúng với mọi giá trị của  $x$ , tức là phải đúng với  $x = 0$ , hay:

$$\dot{E}_t + \dot{E}_{px} = \dot{E}_{kx} \quad (3.43)$$

Tương tự như thế ta có:

$$\left( \frac{\dot{E}_t}{Z_1} - \frac{\dot{E}_{px}}{Z_1} \right) \cos \psi_t = \frac{\dot{E}_{kx}}{Z_2} \cos \psi_{kx} \quad (3.44)$$

Giải 2 phương trình (3.43) và (3.44) ta có:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{px} &= \frac{\dot{Z}_2 \cos \psi_t - \dot{Z}_1 \cos \psi_{kx}}{\dot{Z}_2 \cos \psi_t + \dot{Z}_1 \cos \psi_{kx}} \dot{E}_t \\ \dot{E}_{kx} &= \frac{2 \dot{Z}_2 \cos \psi_t}{\dot{Z}_2 \cos \psi_t + \dot{Z}_1 \cos \psi_{kx}} \dot{E}_t\end{aligned}\quad (3.45)$$

Để mô tả mối quan hệ giữa các biên độ phức của sóng tới, sóng phản xạ, sóng khúc xạ, người ta đưa ra khái niệm hệ số phản xạ và hệ số khúc xạ.

Với sóng phân cực ngang ta có:

$$\begin{aligned}
R_{ng} &= \frac{\dot{E}_{px}}{\dot{E}_t} = \frac{\dot{Z}_2 \cos \psi_t - \dot{Z}_1 \cos \psi_{kx}}{\dot{Z}_2 \cos \psi_t + \dot{Z}_1 \cos \psi_{kx}} \\
T_{ng} &= \frac{\dot{E}_{kx}}{\dot{E}_t} = \frac{2\dot{Z}_2 \cos \psi_t}{\dot{Z}_2 \cos \psi_t + \dot{Z}_1 \cos \psi_{kx}}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Kết hợp (3.42) và (3.43) ta được một điều kiện:

$$\Gamma_1 \sin \psi_t = -\Gamma_1 \sin \psi_{px} = \Gamma_2 \sin \psi_{kx} \tag{3.47}$$

$$\sin \psi_t = -\sin \psi_{px} \text{ hay } \psi_t = -\psi_{px}$$

Ngoài ra ta cũng có: 
$$\frac{\sin \psi_t}{\sin \psi_{kx}} = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} \tag{3.48}$$

Xét trường hợp 2 môi trường đều là điện môi có thông số khác nhau, khi đó:

$\Gamma_1 = j\omega\sqrt{\mu_1\epsilon_1}$ ;  $\Gamma_2 = j\omega\sqrt{\mu_2\epsilon_2}$ , thông thường với điện môi độ từ thẩm tương đối bằng 1, tức là  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ , ta được:

$$\begin{aligned}
\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} &= \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} \\
\text{Hay } \frac{\sin \psi_t}{\sin \psi_{kx}} &= \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1}
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Trong đó:  $n = \sqrt{\epsilon}$  gọi là chiết suất của môi trường.

### 3.6.2. Sóng tới phân cực đứng

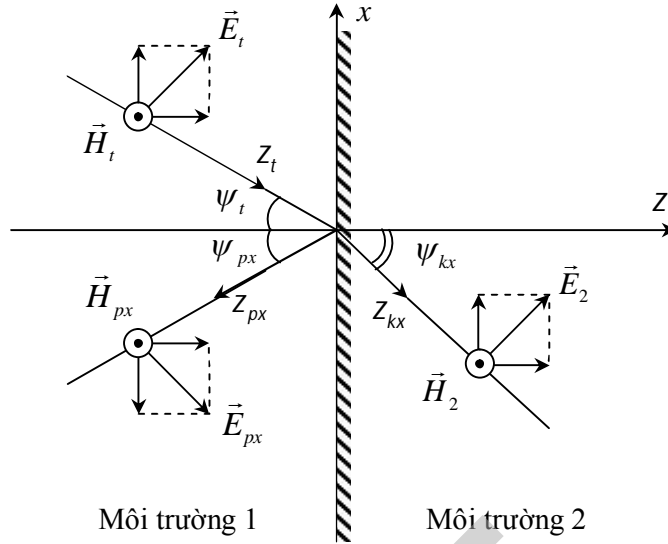
Ta lập lại các bước tiến hành tương tự như với sóng phân cực ngang, áp dụng điều kiện bờ cho các thành phần tiếp tuyến của điện trường và từ trường tại mặt giới hạn phân cách hai môi trường xOy, sẽ nhận được các biểu thức của sóng phản xạ và khúc xạ như sau:

$$\begin{aligned}
R_d &= \frac{\dot{H}_{px}}{\dot{H}_t} = \frac{\dot{Z}_1 \cos \psi_t - \dot{Z}_2 \cos \psi_{kx}}{\dot{Z}_1 \cos \psi_t + \dot{Z}_2 \cos \psi_{kx}} \\
T_d &= \frac{\dot{H}_{kx}}{\dot{H}_t} = \frac{2\dot{Z}_1 \cos \psi_t}{\dot{Z}_1 \cos \psi_t + \dot{Z}_2 \cos \psi_{kx}}
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Trong trường hợp đặc biệt, khi sóng tới vuông góc với mặt phân chia hai môi trường, tức là góc tới  $\psi_t = 0$  và do đó góc khúc xạ  $\psi_{kx} = 0$ .

Lúc này các hệ số phản xạ và khúc xạ có dạng đơn giản là:

$$\left. \begin{aligned} R_{ng} &= \frac{\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1}; T_{ng} = \frac{2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1} \\ R_d &= \frac{\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}; T_d = \frac{2\dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \end{aligned} \right\} \tag{3.51}$$



Hình 3.9. Phản xạ và khúc xạ của sóng phân cực đứng

### 3.7. Sóng phẳng trong môi trường không đẳng hướng

Ở các phần trước, chúng ta đã tìm hiểu sóng điện từ phẳng trong các môi trường đẳng hướng. Trong các môi trường này, các tham số điện từ như  $\epsilon, \mu, \sigma$  là các hằng số và các vectơ của trường điện từ  $\vec{E}$  song song với  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  song song với  $\vec{H}$  qua các phương trình chất.

Trong tự nhiên, ngoài các môi trường đẳng hướng còn tồn tại những môi trường mà theo các hướng khác nhau các tham số điện từ của chúng có các giá trị khác nhau. Những môi trường như vậy được gọi là môi trường không đẳng hướng. Độ từ thẩm và điện thẩm của môi trường không đẳng hướng gồm một số các giá trị khác nhau tạo thành một bảng gọi là tenxơ độ từ thẩm  $\vec{\mu}$  và  $\vec{\epsilon}$ . Chúng có dạng sau:

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix}, \vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

Các phương trình chất trong môi trường không đẳng hướng sẽ là:

$$\vec{D} = \vec{\epsilon} \vec{E}; \quad \vec{B} = \vec{\mu} \vec{H} \quad (3.53)$$

Triển khai (3.53) cho các thành phần theo các trục tọa độ Descartes được:

$$\begin{aligned} D_x &= \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z \\ D_y &= \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z \\ D_z &= \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z \\ B_x &= \mu_{xx} H_x + \mu_{xy} H_y + \mu_{xz} H_z \\ B_y &= \mu_{yx} H_x + \mu_{yy} H_y + \mu_{yz} H_z \\ B_z &= \mu_{zx} H_x + \mu_{zy} H_y + \mu_{zz} H_z \end{aligned} \quad (3.54)$$



Từ (3.54), ta thấy trong môi trường không đẳng hướng các vectơ của trường  $\vec{E}$  không song song với  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  không song song với  $\vec{H}$ .

Trong thực tế chỉ tồn tại các môi trường mà độ từ thẩm và điện thẩm đều là các tenxơ, chỉ có các môi trường không đẳng hướng loại như sau:

- Môi trường có  $\epsilon$  và  $\sigma$  là các hằng số mà độ từ thẩm là tenxơ  $\vec{\mu}$  được gọi là môi trường không đẳng hướng từ quay. Ferit bị từ hóa bởi từ trường không đổi là môi trường từ quay đối với sóng điện từ. Nó được ứng dụng trong kỹ thuật siêu cao tần làm các thiết bị điều khiển sự truyền sóng.
- Môi trường có  $\mu$  và  $\sigma$  là các hằng số, còn độ điện thẩm là tenxơ  $\vec{\epsilon}$  được gọi là môi trường không đẳng hướng điện quay. Chất khí bị ion hóa (còn gọi là plazma) dưới tác dụng của từ trường không đổi cũng biểu hiện tính không đẳng hướng của môi trường điện quay đối với sóng điện từ. Tầng ion hóa của khí quyển trái đất cũng là plazma dưới tác dụng của từ trường trái đất cũng là môi trường điện quay. Khi truyền sóng vô tuyến trong tầng ion hóa cần xét đến tính chất không đẳng hướng của nó. Điều này được nghiên cứu kỹ trong các tài liệu về truyền sóng vô tuyến.

### BÀI TẬP CHƯƠNG 3

**Bài 3-1:** Một sóng phẳng điều hòa là truyền trong môi trường đồng nhất, vô hạn với các thông số  $\varepsilon_0, \mu_0$  và  $\sigma = 0$ . Biết  $E_m = 500 \text{ mV/m}$ , tần số  $\omega = 10^8 \text{ rad/s}$ . Hãy xác định các thông số của sóng: hệ số truyền sóng  $\Gamma$ , trở kháng sóng  $Z_s$ , vận tốc sóng  $v$ , bước sóng  $\lambda$ , cường độ từ trường  $\vec{H}$ , vector Poynting  $\vec{\Pi}$  và mật độ dòng dịch  $\vec{J}_{dc}$ .

**Bài 3-2:** Hãy tìm các thông số của một sóng phẳng điều hòa: hệ số pha  $\beta$ , trở kháng sóng  $Z_s$ , vận tốc sóng  $v$  trong không khí và nước. Cho biết thông số của nước là  $\varepsilon_1 = 81\varepsilon_0; \mu_1 = \mu_0$ . Xét trường hợp tần số  $f = 1 \text{ Mhz}$  và  $f = 10 \text{ Mhz}$ .

**Bài 3-3:** Một sóng phẳng điều hòa lan truyền trong môi trường bán dẫn (điện môi có tiêu tán), biết các thông số môi trường  $\varepsilon = 10\varepsilon_0; \mu = \mu_0; \sigma = 10^{-2} \text{ S/m}$  và tần số  $\omega = 10^8 \text{ rad/s}$ . Đã biết cường độ trường tại  $x = y = z = 0$  là  $E_m = 600 \text{ mV/m}$ . Hãy viết biểu thức sóng chạy?

**Bài 3-4:** Một sóng phẳng điều hòa lan truyền theo phương  $Z$  vuông góc với mặt chia cắt hai điện môi. Thông số hai môi trường tại  $-\infty \leq z \leq 0$  là:  $\varepsilon_{r1} = 1; \mu_{r1} = 1; \sigma_1 = 0$  và tại  $0 \leq z \leq \infty$ :  $\varepsilon_{r2} = 4; \mu_{r2} = 1; \sigma_1 = 0$ . Biết tần số sóng  $\omega = 3.10^8 \text{ rad/s}$ , biên độ sóng tại  $z = 0$  bằng  $E_m = 1 \text{ V/m}$ , cho biết sóng phân cực ngang ( $\vec{E} = \vec{E}_y$ ). Hãy tìm biểu thức sóng trong hai môi trường đó:  $E_1(t), H_1(t), E_2(t), H_2(t)$ ?

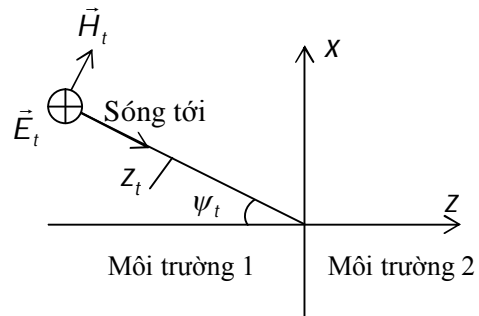
**Bài 3-5:** Một sóng phẳng điều hòa phân cực theo chiều  $x$  lan truyền theo phương  $Z$ , tại vị trí  $z = 0$  sóng chuyển từ không khí có  $\varepsilon_{r1} = 1; \mu_{r1} = 1$  sang một môi trường dẫn điện  $\mu_{r2} = 1; \sigma_2 = 5.10^2 \text{ S/m}$ . Biết biên độ cường độ trường của sóng tới  $E_t = 1 \text{ V/m}$ , tần số  $\omega = 10^6 \text{ rad/s}$ . Hãy tìm giá trị tức thời của các vector trường  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  trong hai miền sau khi đã khúc xạ, phản xạ. Tìm vector Poynting thấm vào mặt vật dẫn và tìm độ sâu thâm nhập  $d$ ?

**Bài 3-6 :** Một sóng phẳng phân cực ngang lan truyền theo phương  $Z_t$  tạo với pháp tuyến của mặt phẳng phân chia giữa 2 môi trường (mặt phẳng  $xy$ ) một góc  $\psi_t = 30^\circ$ , biết:

Môi trường 1 có  $\varepsilon_{r1} = 2; \mu_{r1} = 1; \sigma_1 = 0$ ;

Môi trường 2 có  $\varepsilon_{r2} = 1; \mu_{r2} = 1; \sigma_2 = 0$ ;

Tần số sóng  $\omega = 3.10^8 \text{ rad/s}$ ; Biên độ sóng tới:  $E_{t\max} = 500 \text{ mV/m}$ .



a) Hãy tìm các góc phản xạ  $\psi_{px}$ , góc khúc xạ  $\psi_{kx}$  và biểu thức sóng trong hai môi trường  $E_1(t); E_2(t); H_1(t); H_2(t)$ ?

b) Vẽ các véc tơ thành phần sóng theo các phương sóng tới  $Z_t$ , phương sóng phản xạ  $Z_{px}$  và phương sóng khúc xạ  $Z_{kx}$ ?

## CHƯƠNG 4. SÓNG ĐIỆN TỪ TRONG CÁC HỆ ĐỊNH HƯỚNG

### 4.1. Phân loại dải sóng siêu cao tần và đặc điểm của sóng siêu cao tần

Ở các chương 1, 2 và 3 ta đã khảo sát các vấn đề thuộc phần lý thuyết trường điện từ. Bắt đầu từ chương 4 là các vấn đề về kỹ thuật siêu cao tần.

Dải sóng siêu cao tần là một phần của dải sóng điện từ có bước sóng  $\lambda$  nằm trong khoảng từ 10m đến 1mm, tương ứng với dải tần số  $f$  từ  $3 \cdot 10^7 \text{ Hz}$  đến  $3 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$ . Nó được phân ra bốn dải nhỏ là:

- + Dải sóng  $m$  hay VHF ( $\lambda = 10m \div 1m; f = 30\text{MHz} \div 300\text{MHz}$ )
- + Dải sóng  $dm$  hay UHF ( $\lambda = 10dm \div 1dm; f = 300\text{MHz} \div 3\text{GHz}$ )
- + Dải sóng  $cm$  hay SHF ( $\lambda = 10cm \div 1cm; f = 3\text{GHz} \div 30\text{GHz}$ )
- + Dải sóng  $mm$  hay EHF ( $\lambda = 10mm \div 1mm; f = 30\text{GHz} \div 300\text{GHz}$ )

Các dải sóng siêu cao tần trên được sử dụng ngày càng rộng rãi trong các thiết bị vô tuyến điện từ ở các lĩnh vực khác nhau như: truyền hình, phát thanh FM, thông tin vệ tinh, thông tin di động, radar, đạo hàng...

Sở dĩ như vậy vì sóng siêu cao tần có các tính chất đặc biệt sau:

1. Sóng siêu cao tần truyền thẳng trong phạm vi nhìn thấy trực tiếp. Hầu hết các dải sóng này đều có khả năng xuyên qua bầu khí quyển của trái đất và thay đổi ít về công suất và phương truyền sóng.
2. Sóng siêu cao tần có tính định hướng cao khi bức xạ từ những vật có kích thước lớn hơn nhiều so với bước sóng.
3. Sóng siêu cao tần cho phép khoảng tần số sử dụng lớn, tức là chúng ta có thể sử dụng số kênh rất lớn trong dải sóng siêu cao tần, đáp ứng được nhu cầu truyền thông tin ngày càng tăng.

Ví dụ: trong tất cả các dải sóng ngắn ( $\lambda = 100m \div 10m; f = 3\text{MHz} \div 30\text{MHz}$ ) chỉ có thể phân bố được khoảng 4000 kênh thoại hay 4 kênh video của truyền hình không nhiều đến nhau. Song với lượng kênh cần sử dụng như trên khi dùng dải sóng cm, chỉ cần một khoảng khá nhỏ từ bước sóng  $\lambda = 2,992$  đến 3cm.

4. Ở dải sóng siêu cao tần nhất là hai dải nhỏ là cm và mm thì kích thước của các phần tử và thiết bị so sánh được với chiều dài bước sóng, thậm chí có trường hợp chúng còn lớn hơn nhiều so với bước sóng. Do đó trong các trường hợp như vậy phải chú ý đến hiệu ứng giữ chậm của sóng điện từ. Trong các đèn điện tử chân không thông thường thời gian bay của điện tử giữa các cực của đèn có thể so sánh hoặc lớn hơn chu kỳ dao động siêu cao tần (nhất là ở dải cm và mm). Nên ta phải chú ý đến hiệu ứng quán tính bay của điện tử. Trong các

dụng cụ bán dẫn thông thường ở dải sóng siêu cao tần cũng có hiệu ứng quán tính dịch chuyển của điện tử và lỗ trống.

Do các đặc điểm riêng của dải sóng siêu cao tần, nên các khái niệm về các phần tử tập trung ở đây không còn áp dụng được, mà ta phải thay bằng khái niệm về các phần tử phân bố. Đồng thời chúng cũng đặt ra nhiều vấn đề lớn cần giải quyết như: các hệ thống truyền dẫn năng lượng, các mạch dao động, các hệ bức xạ và các dụng cụ điện tử và bán dẫn để tạo ra các dao động siêu cao tần.

#### **4.2. Khái niệm về hệ định hướng sóng điện từ**

Chúng ta gọi đường truyền là các thiết bị hay hệ để giới hạn đường truyền lan các dao động điện từ hay các dòng năng lượng điện từ theo hướng đã cho. Đường truyền dùng để truyền dẫn năng lượng siêu cao tần hay sóng siêu cao gọi là đường truyền năng lượng siêu cao tần (đường truyền siêu cao).

*Đường truyền siêu cao được gọi là đường truyền đồng nhất nếu như dọc theo hướng truyền sóng tiết diện ngang không thay đổi và môi trường chứa trong nó là đồng nhất. Trong kỹ thuật siêu cao tần, đường truyền đồng nhất được sử dụng là chủ yếu. Người ta có thể phân loại đường truyền đồng nhất ra các loại sau: đường truyền hở và đường truyền kín.*

Trong đường truyền hở, tại tiết diện ngang không có vòng kim loại bao bọc vùng truyền năng lượng siêu cao tần. Đường truyền hở có nhiều dạng khác nhau như: đường dây đôi, mạch dải, đường truyền sóng mặt ...

Đối với đường truyền kín, trong nó phải có ít nhất một mặt vật dẫn kim loại bao bọc hoàn toàn vùng truyền năng lượng siêu cao tần. Đường truyền kín là các ống kim loại rỗng có tiết diện khác nhau, bên trong có thể nhét đầy các chất điện môi đồng nhất khác nhau hoặc không khí hay chân không. Chúng được gọi là ống dẫn sóng.

Có nhiều loại ống dẫn sóng được dùng trong kỹ thuật siêu cao tần như: ống dẫn sóng đồng trục, ống dẫn sóng chữ nhật, ống dẫn sóng trụ tròn ...

Ở dải sóng mét, người ta ứng dụng đường dây đôi (song hành) và cáp đồng trục hay ống dẫn sóng đồng trục để truyền dẫn năng lượng siêu cao. Đường dây đôi có cấu trúc đơn giản và cho kích thước ngang khá gọn, dễ điều chỉnh phối hợp. Nhưng ở dải sóng decimet, ống dẫn sóng đồng trục hay cáp đồng trục được dùng phổ biến để truyền dẫn năng lượng siêu cao. Đường dây đôi không được sử dụng rộng rãi trong dải sóng này vì tổn hao do bức xạ và hiệu ứng bề mặt.

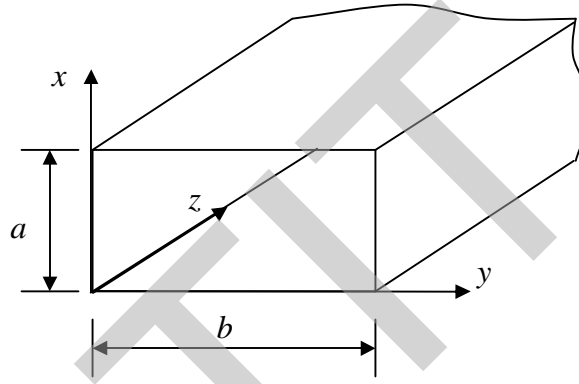
Trong dải sóng centimet, đường truyền siêu cao phổ biến là các ống dẫn sóng chữ nhật và trụ tròn vì nó cho tiêu hao nhỏ, kích thước phù hợp, ống dẫn sóng đồng trục hay cáp đồng trục ít được dùng vì tổn hao do hiệu ứng bề mặt ở lõi trong và tổn hao trong điện môi rất lớn. Nó chỉ dùng ở khoảng cách ngắn và công suất nhỏ.

Trong dải milimet, các ống dẫn sóng chữ nhật và tròn không được dùng phổ biến do kích thước nhỏ, khó chế tạo và tiêu hao lớn. Ở dải sóng này, đường truyền siêu cao phổ biến là mạch dải, đường truyền sóng mặt như: ống dẫn sóng điện môi, dây dẫn đơn có phủ chất điện môi.

Trong chương này, chúng ta sẽ tìm hiểu trường điện từ tồn tại và lan truyền trong các dạng đường truyền siêu cao phổ biến như: ống dẫn sóng chữ nhật, ống dẫn sóng trụ tròn, ống dẫn sóng hoặc cáp đồng trục, ống dẫn sóng điện môi, đường dây đôi, mạch dải... Chúng ta cũng tiến hành xét điều kiện truyền lan các dạng trường TEM, TE, TM trong chúng và nghiên cứu các đại lượng đặc trưng cho trường và cho đường truyền để từ đó áp dụng chúng có hiệu quả nhất khi truyền dẫn năng lượng siêu cao.

### 4.3. Ống dẫn sóng chữ nhật

Ống dẫn sóng chữ nhật là một cấu trúc được tạo bởi 4 vách kim loại như hình 4.1. Khoảng không gian bên trong ống là điện môi. Phần lớn các trường hợp, điện môi là không khí, có trường hợp là khí trơ. Các vách kim loại làm bằng vật liệu có độ dẫn cao, ví dụ đồng hoặc hợp kim của đồng. Đồng thời để chống rỉ và tăng thêm độ dẫn, người ta có thể mạ bên trong ống bằng 1 lớp bạc mỏng.



Hình 4.1. Ống dẫn sóng chữ nhật

Để tìm trường có thể tồn tại trong ống dẫn sóng chữ nhật không tổn hao, cần giải hệ phương trình Maxwell đối với miền giới hạn bởi các vách kim loại dẫn điện lý tưởng, với điều kiện bờ  $E_t = 0$ .

Để đơn giản ta xét ống dẫn sóng với các điều kiện sau đây:

- + Thành ống có  $\sigma = \infty$
- + Điện môi bên trong lý tưởng:  $\sigma_{dm} = 0$ .
- + Ta coi ống dẫn sóng dài vô hạn và trong miền khảo sát không tồn tại nguồn trường ( $\rho = 0$ ).

Sử dụng hệ tọa độ vuông góc (Hình 4.1) ta có điều kiện bờ trên các thành ống có dạng:

$$\vec{E}_t = 0 \text{ tại } x=0, x=a, y=0, y=b \quad (4.1)$$

Ta sẽ quan tâm đến điều kiện để lời giải của các phương trình sẽ có dạng sóng chạy truyền lan dọc theo trục ống dẫn sóng (trục  $z$ ). Vì vậy, sự phụ thuộc của các thành phần vectơ  $\vec{E}, \vec{H}$  với tọa độ  $z$  trong chế độ xác lập có thể biểu diễn bởi hàm số:

$$e^{j\omega t - \Gamma z} \quad (4.2)$$

Với  $\Gamma$  là hệ số truyền sóng chưa biết.

Theo (4.2) thì vi phân của một thành phần bất kỳ của vector  $\vec{E}$  hoặc  $\vec{H}$  theo biến số  $z$  sẽ tương đương với tích của hàm số ấy với  $-\Gamma$ .

$$\text{Ví dụ: } \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} [E_{x_0}(x, y) e^{-\Gamma z}] = -\Gamma \dot{E}_x$$

Do đó, khai triển các phương trình Maxwell theo hệ tọa độ vuông góc, đối với miền trong của ống dẫn sóng, khi  $J = 0$  và  $\rho = 0$  ta sẽ có:

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{H}_x & \dot{H}_y & \dot{H}_z \end{vmatrix} = j\omega\epsilon \dot{\vec{E}} \quad (4.3)$$

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = -j\omega\mu \dot{\vec{H}} \quad (4.4)$$

Cho các thành phần tương ứng theo 3 trục  $x, y, z$  của hai vế phương trình (4.3) và (4.4) bằng nhau ta được:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + \Gamma \dot{H}_y &= j\omega\epsilon \dot{E}_x & (1) \\ -\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} - \Gamma \dot{H}_x &= j\omega\epsilon \dot{E}_y & (2) \\ \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} &= j\omega\epsilon \dot{E}_z & (3) \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + \Gamma \dot{E}_y &= -j\omega\mu \dot{H}_x & (4) \\ -\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} - \Gamma \dot{E}_x &= -j\omega\mu \dot{H}_y & (5) \\ \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} &= -j\omega\mu \dot{H}_z & (6) \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

Trong đó:  $\epsilon, \mu$  là các hằng số của môi trường bên trong ống dẫn sóng.

Nếu thay  $\dot{H}_x$  và  $\dot{H}_y$  từ phương trình (4) và (5) vào phương trình (1), (2) của hệ phương trình (4.5), sau đó thay  $\dot{E}_x$  và  $\dot{E}_y$  từ phương trình (1), (2) vào phương trình (4), (5) thì các đại lượng chưa biết  $\dot{E}_x, \dot{E}_y, \dot{H}_x, \dot{H}_y$  sẽ được biểu thị qua  $\dot{E}_z, \dot{H}_z$ :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_x &= -\frac{1}{k_c^2} \left( \Gamma \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} \right) \\ \dot{E}_y &= -\frac{1}{k_c^2} \left( \Gamma \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \right) \\ \dot{H}_x &= -\frac{1}{k_c^2} \left( -j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + \Gamma \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \right) \\ \dot{H}_y &= -\frac{1}{k_c^2} \left( j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + \Gamma \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Trong đó  $k_c^2 = k^2 + \Gamma^2$ , với  $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \frac{\omega}{v}$

Đối với sóng truyền lan theo hướng ngược, cần thay  $\Gamma$  trong các biểu thức (4.5) và (4.6) bởi  $-\Gamma$ .

Như vậy nếu ta tìm được  $\dot{E}_z, \dot{H}_z$  thì sẽ tìm được các thành phần sóng còn lại trong ống dẫn sóng. Thay  $\dot{E}_x, \dot{E}_y$  từ (4.6) vào (6) của (4.5) và thay  $\dot{H}_x, \dot{H}_y$  vào (3) của (4.5) ta sẽ nhận được phương trình của các thành phần  $\dot{E}_z$  và  $\dot{H}_z$ :

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + k_c^2 \dot{H}_z = 0 \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial y^2} + k_c^2 \dot{E}_z = 0 \quad (4.8)$$

Từ các biểu thức (4.6) ta thấy trường điện từ trong ống dẫn sóng, trong trường hợp tổng quát là tổng của hai trường độc lập nhau:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_x &= -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}; \dot{E}_y = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}; \dot{E}_z = 0 \\ \dot{H}_x &= -\frac{\Gamma}{k_c^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}; \dot{H}_y = -\frac{\Gamma}{k_c^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}; \dot{H}_z \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_x &= -\frac{\Gamma}{k_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}; \dot{E}_y = -\frac{\Gamma}{k_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}; \dot{E}_z \neq 0 \\ \dot{H}_x &= \frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}; \dot{H}_y = -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}; \dot{H}_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

Dễ dàng nhận thấy biểu thức (4.9) là trường điện ngang TE ( $\dot{E}_z = 0$ ), (4.10) là trường từ ngang TM ( $\dot{H}_z = 0$ ).

#### 4.3.1. Trường điện ngang

Theo (4.9) trường điện ngang trong ống dẫn sóng được xác định bởi thành phần dọc  $\dot{H}_z$ . Thành phần này thỏa mãn (4.7). Điều kiện bờ có thể tìm được từ điều kiện bờ tổng quát. Điều kiện này được áp dụng cho trường TE như sau:

$$\dot{E}_z = 0 \Big|_{\substack{y=0; y=b \\ x=0; x=a}} \quad (4.11)$$

Áp dụng (4.9) sẽ có:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} &= 0 \quad \text{t}^i \text{ } x=0; x=a \\ \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} &= 0 \quad \text{t}^i \text{ } y=0; y=b \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Lời giải của (4.7) có thể biểu thị dưới dạng:

$$\dot{H}_z = X(x)Y(y)e^{-\Gamma z} \quad (4.13)$$

Trong đó  $X(x)$  và  $Y(y)$  là các hàm chỉ phụ thuộc vào  $x$  và  $y$ . Thay các biểu thức trên vào (4.7) và thực hiện các phép biến đổi đơn giản ta sẽ nhận được:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + k_c^2 = 0$$

Từ đây ta có:

$$X'' + p^2 X = 0; \quad Y'' + q^2 Y = 0 \quad \text{với} \quad p^2 + q^2 = k_c^2$$

ở đây  $p$  và  $q$  là các hằng số phân ly tùy ý (giải bằng phương pháp phân ly biến số).

Ta viết lời giải tổng quát của các phương trình vi phân trên dưới dạng sau:

$$X = (A_1 \cos px + B_1 \sin px), \\ Y = (A_2 \cos qy + B_2 \sin qy)$$

Theo (4.13), thành phần  $\dot{H}_z$  sẽ bằng:

$$\dot{H}_z = (A_1 \cos px + B_1 \sin px)(A_2 \cos qy + B_2 \sin qy)e^{-\Gamma z} \quad (4.14)$$

ở đây hệ số truyền sóng  $\Gamma^2 = p^2 + q^2 - k^2$

Để tìm các đại lượng chưa biết, ta áp dụng điều kiện bờ (4.12). Từ điều kiện thứ hai ta có:

$$B_2 = 0; \sin qb = 0 \quad \text{hay} \quad q = \frac{n\pi}{b}; n = 0, 1, 2, \dots$$

Từ điều kiện thứ nhất ta nhận được:

$$B_1 = 0; \sin pa = 0 \quad \text{hay} \quad p = \frac{m\pi}{a}; m = 0, 1, 2, \dots$$

Do đó:

$$k_c^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$\Gamma = \Gamma_{mn} = \sqrt{k_c^2 - k^2} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k^2}$$

$$\dot{H}_z = A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma z}$$

ở đây ký hiệu  $A_{mn} = A_1 A_2$

Bây giờ thay giá trị của  $\dot{H}_z$  vào (4.9) ta sẽ tìm được các biểu thức cuối cùng đối với hình chiếu của các vectơ trường điện ngang trong ống dẫn sóng chữ nhật.



$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_x &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma z} \\ \dot{E}_y &= -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma z} \\ \dot{E}_z &= 0 \\ \dot{H}_x &= \frac{\Gamma_{mn}}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma z} \\ \dot{H}_y &= \frac{\Gamma_{mn}}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma z} \\ \dot{H}_z &= A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma z} \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

Từ các đẳng thức trong (4.15) ta thấy khi  $m = n = 0$  thì tất cả các thành phần của trường đều bằng 0, trừ  $\dot{H}_z$ . Do đó số  $m$  và  $n$  có thể nhận bất kỳ giá trị nào bằng 0, 1, 2, 3, ... nhưng không đồng thời được lấy bằng 0.

Như vậy trong ống dẫn sóng chữ nhật tồn tại vô số kiểu trường điện ngang khác nhau, đặc trưng bởi các giá trị  $m, n$  khác nhau (ta ký hiệu trường  $TE_{mn}$  hoặc  $H_{mn}$ ). Theo (4.15) phân bố trường theo các cạnh  $a, b$  có sóng đứng, đồng thời số  $m$  xác định số nửa sóng trong khoảng  $0 \leq x \leq a$ , còn  $n$  là số nửa sóng trong khoảng  $0 \leq y \leq b$ .

Rõ ràng là trường (4.15) sẽ có dạng sóng chạy, truyền theo trục  $z$  nếu hệ số truyền sóng  $\Gamma$  là một số thuần ảo.

$$\Gamma_{mn} = j\beta_{mn} = j\sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (4.16)$$

$\beta_{mn}$  là hệ số pha. Muốn vậy, cần thực hiện bất đẳng thức sau:

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu > \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

Nếu  $k^2 < \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$  thì trường sẽ là trường suy giảm.

Do đó, trong ống dẫn sóng cũng như trong khoảng không gian giữa các mặt phẳng dẫn điện, trường  $TE_{mn}$  sẽ tồn tại nếu tần số dao động  $f$  lớn hơn tần số tới hạn  $f_{th}$  xác định từ điều kiện  $\Gamma_{mn} = 0$ .

Áp dụng (4.16), sau một vài biến đổi đơn giản sẽ nhận được  $f_{th}$ :

$$f_{th} = \frac{1}{2} k_c v = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad m, n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.17)$$

Bước sóng tới hạn (ứng với tần số tới hạn đã tìm được) sẽ xác định theo công thức:

$$\lambda_{th} = \frac{c}{f_{th}} = \frac{2\pi}{k_c} \frac{c}{v} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} \quad (4.18)$$

Điều kiện truyền sóng trong ống dẫn sóng:

$$f > f_{th} \text{ hoặc } \lambda < \lambda_{th} \quad (4.19)$$

Tiếp theo, có thể dễ dàng tính được vận tốc pha và bước sóng trong ống dẫn sóng. Vận tốc pha  $v_{ph}$  bằng:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2}} \quad (4.20)$$

Còn bước sóng trong ống dẫn sóng sẽ là:

$$\lambda_s = \frac{v_{ph}}{f} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{th}}\right)^2}} \frac{v}{c} \quad (4.21)$$

Do đó  $\lambda_s$  có giá trị khác với bước sóng trong không gian tự do tính theo các thông số  $\epsilon = \epsilon_0$  và  $\mu = \mu_0$ .

Vận tốc nhóm  $v_{nh}$  có dạng:

$$v_{nh} = \frac{d\omega}{d\beta_{mn}} = v \sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2} \quad (4.22)$$

Từ các công thức đối với vận tốc pha và vận tốc nhóm (4.20) và (4.22) ta thấy ống dẫn sóng chữ nhật là môi trường tán sắc.

Trở kháng của ống dẫn sóng trong trường hợp sóng điện ngang có giá trị bằng:

$$(Z_s)_{TE} = \frac{\dot{E}_x}{\dot{H}_y} = -\frac{\dot{E}_y}{\dot{H}_x} = \frac{\omega\mu}{\beta_{mn}} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2}} \quad (4.23)$$

Từ biểu thức (4.17) có thể thấy rằng với các kích thước ngang của ống dẫn sóng cho trước, khi tăng  $m$  và  $n$ , tần số tới hạn sẽ tăng, nghĩa là sóng với  $m, n$  lớn sẽ có tần số tới hạn cao hơn là sóng với  $m, n$  nhỏ. Do đó, để truyền năng lượng điện từ có tần số dao động cho trước trong ống dẫn sóng có kích thước ngang nhỏ nhất cần sử dụng sóng với các giá trị  $m, n$  nhỏ.

#### 4.3.2. Trường từ ngang

Trường từ ngang trong ống dẫn sóng được xác định bởi thành phần  $\dot{E}_z$ , thành phần này thoả mãn phương trình (4.8) và các điều kiện bờ:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_z = 0 \quad \text{t}^i \text{ } x=0, x=a \\ \dot{E}_z = 0 \quad \text{t}^i \text{ } y=0, y=b \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

Vì phương trình (4.7) và (4.8) tương tự nhau nên lời giải của (4.8) cũng sẽ có dạng giống (4.14) nghĩa là:

$$\dot{E}_z = (A_1 \cos px + B_1 \sin px)(A_2 \cos qy + B_2 \sin qy)e^{-\Gamma z} \quad (4.25)$$

$$\text{Với} \quad p^2 + q^2 = k^2 \quad \text{và} \quad \Gamma^2 = p^2 + q^2 - k^2 \quad (4.26)$$

Khi thoả mãn các điều kiện bờ (4.24) ta sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} A_1 = 0; \quad \sin pa = 0; \quad p = \frac{m\pi}{a}; m = 0, 1, 2, \dots \\ A_2 = 0; \quad \sin qb = 0; \quad q = \frac{n\pi}{b}; n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

Áp dụng kết quả này vào (4.25) ta sẽ có:

$$\dot{E}_z = B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma z}$$

ở đây  $B_{mn} = B_1 B_2$

Thay giá trị  $E_z$  vào công thức (4.10) ta sẽ nhận được các biểu thức cuối cùng của các thành phần vector trường từ ngang trong ống dẫn sóng chữ nhật.

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_x &= -\frac{\Gamma_{mn}}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma_{mn}z} \\ \dot{E}_y &= -\frac{\Gamma_{mn}}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma_{mn}z} \\ \dot{E}_z &= B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma_{mn}z} \\ \dot{H}_x &= \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma_{mn}z} \\ \dot{H}_y &= -\frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\Gamma_{mn}z} \\ \dot{H}_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

Đồng thời theo (4.26) và (4.27) ta nhận được:

$$\begin{aligned} k_c^2 &= \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \\ \Gamma_{mn} &= \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k^2} \end{aligned}$$

Như vậy, trong ống dẫn sóng chữ nhật có thể tồn tại vô số kiểu sóng từ ngang, đặc trưng bởi các chỉ số  $m, n$  khác nhau (sóng  $TM_{mn}$  hay  $E_{mn}$ )

Các số  $m, n$  ở đây cũng có ý nghĩa giống như trong trường hợp  $TE$ .

Dễ dàng nhận thấy khi  $m$  hoặc  $n$  bằng 0 thì tất cả các vectơ trường sẽ bằng 0. Do đó trong ống dẫn sóng chữ nhật sẽ không tồn tại các trường  $TM_{00}, TM_{m0}$  hoặc  $TM_{0n}$ , và  $m, n$  sẽ nhận các giá trị:  $m = 1, 2, 3, \dots, n = 1, 2, 3, \dots$

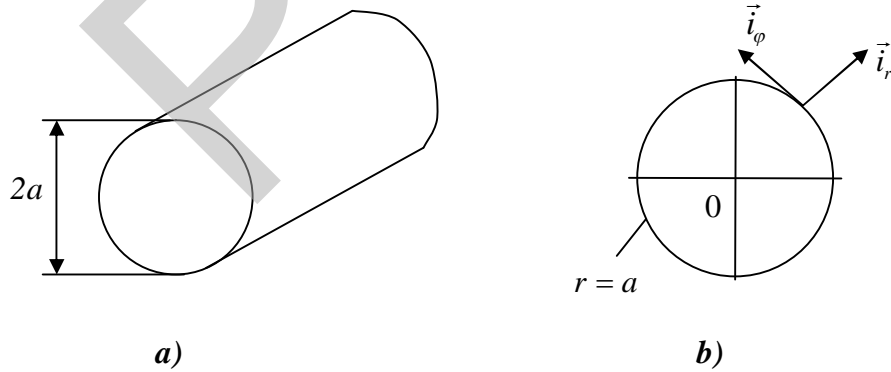
Cũng lập luận tương tự như đối với “trường điện ngang” ta sẽ nhận được công thức của tần số tới hạn, bước sóng tới hạn và các đặc trưng khác đối với sóng từ ngang khác nhau. Các công thức này có dạng gần giống với các công thức của sóng điện ngang. Công thức đối với trở kháng đặc tính của ống dẫn sóng trong trường hợp sóng từ ngang có dạng:

$$(Z_s)_{TM} = \frac{\beta_{mn}}{\omega\epsilon} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2} \quad (4.29)$$

Như vậy tất cả các lời giải có thể có trong ống dẫn sóng chữ nhật đã được thể hiện đầy đủ bởi các trường (4.15) và (4.28) với  $m, n = 0, 1, 2, \dots$ . Các trường hợp này được gọi là trường riêng hay sóng riêng của ống dẫn sóng chữ nhật. Hiển nhiên là nếu có một trường bất kỳ, với cấu trúc phức tạp thì tại các điểm không có nguồn ta cũng có thể biểu thị nó dưới dạng tổ hợp của các trường riêng nói trên.

**Chú ý**, trong các công thức trên đây, khi tính toán với trường hợp điện môi bên trong ống dẫn sóng lý tưởng ta thay thế  $\Gamma = j\beta$ .

#### 4.4. Ống dẫn sóng trụ tròn



Hình 4.2. Ống dẫn sóng trụ tròn

Ống dẫn sóng trụ tròn là 1 ống hình trụ bằng kim loại rỗng bên trong chứa chất điện môi (thường là không khí), bán kính của ống là  $a$ .

Ta sẽ khảo sát ống dẫn sóng trụ tròn mà bề mặt của nó được xác định bởi phương trình  $r = a$  trong hệ tọa độ trụ  $r, \varphi, z$  (Hình 4.2.b).

Áp dụng các phương trình Maxwell ta sẽ biểu thị các thành phần  $\vec{E}_r, \vec{E}_\varphi$  và  $\vec{H}_r, \vec{H}_\varphi$  qua  $\vec{E}_z, \vec{H}_z$  như sau:

$$\begin{aligned}
\dot{E}_r &= -\frac{1}{k_c^2} \left( \Gamma \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{j\omega\mu}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} \right) \\
\dot{E}_\varphi &= \frac{1}{k_c^2} \left( -\frac{\Gamma}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} + j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} \right) \\
\dot{H}_r &= \frac{1}{k_c^2} \left( \frac{j\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} - \Gamma \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} \right) \\
\dot{H}_\varphi &= -\frac{1}{k_c^2} \left( j\omega\varepsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{\Gamma}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} \right)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

#### 4.4.1. Trường điện ngang

Biểu thức tổng quát của các thành phần vectơ  $\vec{E}, \vec{H}$  của trường điện ngang trong ống dẫn sóng trụ tròn có dạng:

$$\left. \begin{aligned}
\dot{E}_r &= -\frac{1}{k_c^2} \frac{j\omega\mu}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi}; \dot{E}_\varphi = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r}; \dot{E}_z = 0 \\
\dot{H}_r &= -\frac{\Gamma}{k_c^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi}; \dot{H}_\varphi = -\frac{\Gamma}{k_c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi}; \dot{H}_z \neq 0
\end{aligned} \right\} \tag{4.31}$$

Các điều kiện bờ mà  $\dot{H}_z$  phải thỏa mãn sẽ dễ dàng nhận được từ điều kiện thành phần tiếp tuyến của vectơ  $\vec{E}$  trên mặt ống dẫn sóng bằng 0.

Theo (4.31) hình chiếu  $E_t = E_\varphi$  sẽ bằng 0 tại  $r = a$  nếu:

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} = 0 \quad \text{tại } r = a \tag{4.32}$$

Trong hệ tọa độ này, hướng bán kính sẽ trùng với hướng pháp tuyến ngoài của mặt  $r = a$  nên biểu thức (4.32) có thể viết như sau:

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial n} = 0 \quad \text{tại } r = a \tag{4.33}$$

Áp dụng các tính toán như ống dẫn sóng chữ nhật và chú ý các tính toán trong hệ tọa độ trụ ta có:

$$\dot{H}_z = [A_m J_m(k_c r) + B_m N_m(k_c r)] [C_m \cos m\varphi + D_m \sin m\varphi] e^{-\Gamma z}$$

Trong đó:  $J_m(k_c r)$  và  $N_m(k_c r)$  là các hàm Bessel loại 1 và loại 2.

Gốc để tính  $\varphi$  có thể chọn tùy ý. Ta sẽ lấy nửa mặt phẳng  $\varphi = \text{const}$  mà trong đó thành phần  $\dot{H}_z$  có giá trị cực đại để làm gốc. Do đó  $\dot{H}_z$  sẽ bằng:

$$\dot{H}_z = [A_m J_m(k_c r) + B_m N_m(k_c r)] \cos(m\varphi) e^{-\Gamma z} \tag{4.34}$$

Hàm số Bessel loại 2 sẽ bằng  $\infty$  khi  $r \rightarrow 0$ . Thế nhưng theo quan điểm vật lý thì trường ở tâm ống ( $r = 0$ ) phải có giá trị hữu hạn. Vì vậy, trong (4.34) cần đặt  $B_m = 0$ . Lời giải của phương trình này bây giờ sẽ có dạng:

$$\dot{H}_z = A_m J_m(k_c r) \cos(m\varphi) e^{-\Gamma z} \quad (4.35)$$

Vì hàm số  $\dot{H}_z$  không được biến đổi khi  $\varphi$  bằng  $\varphi + 2\pi$  nên  $m$  chỉ có thể là số nguyên:  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Tiếp theo, điều kiện bờ (4.32) sẽ được thỏa mãn nếu:

$$\frac{dJ_m(k_c r)}{dr} = 0 \text{ tại } r = a$$

Hoặc:

$$J'_m(k_c a) = 0; m = 0, 1, 2, \dots \quad (4.36)$$

ở đây dấu “ ' ” là ký hiệu đạo hàm theo argumen.

Lý thuyết hàm số Bessel cho biết với mỗi giá trị  $m$  sẽ có vô số nghiệm của phương trình  $J'_m(\nu) = 0$ . Ta ký hiệu các nghiệm này là  $\nu_{mn}$  ở đây  $n$  là số thứ tự nghiệm. Giá trị của một vài nghiệm đầu, với  $m = 0, 1, 2, \dots$  cho trong bảng 4.1.

Bảng 4.1. Nghiệm của đạo hàm hàm số Bessel

Số thứ tự nghiệm (n)	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$
1	3,832	1,840	3,054
2	7,016	5,335	6,705
3	10,174	8,536	9,965

Từ biểu thức (4.36) ta có:

$$k_c a = \nu_{mn}$$

Từ đó suy ra:

$$k_c = \frac{\nu_{mn}}{a}; m = 0, 1, 2, \dots; n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.37)$$

Thay giá trị của  $k_c$  vào biểu thức:  $k_c^2 = k^2 + \Gamma^2$  ta có:

$$\Gamma_{mn} = \sqrt{\left(\frac{\nu_{mn}}{a}\right)^2 - k^2}$$

Và tương ứng ta có:

$$\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\nu_{mn}}{a}\right)^2}$$

Từ các biểu thức (4.31), (4.35) và (4.36) ta nhận được các thành phần của các vector trường điện ngang trong ống dẫn sóng trụ tròn:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_r &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{m}{r} A_{mn} J_m \left( \frac{v_{mn}}{a} r \right) \sin(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\ \dot{E}_\varphi &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2} A_{mn} J'_m \left( \frac{v_{mn}}{a} r \right) \cos(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\ \dot{E}_z &= 0 \\ \dot{H}_r &= -\frac{\Gamma_{mn}}{k_c^2} A_{mn} J'_m \left( \frac{v_{mn}}{a} r \right) \cos(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\ \dot{H}_\varphi &= \frac{\Gamma_{mn}}{k_c^2} A_{mn} J'_m \left( \frac{v_{mn}}{a} r \right) \sin(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\ \dot{H}_z &= A_{mn} J_m \left( \frac{v_{mn}}{a} r \right) \cos(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

Như vậy trong ống dẫn sóng trụ tròn tồn tại vô số trường điện ngang  $TE_{mn}$  (hoặc  $H_{mn}$ ) với các số  $m, n$  khác nhau. Các số này có quan hệ đến cấu trúc trường trong mặt cắt ngang của ống dẫn sóng:  $n$  đặc trưng cho sự biến đổi trường theo bán kính,  $m$  đặc trưng cho sự biến đổi trường theo chu vi. Cũng giống như ống dẫn sóng chữ nhật, mỗi kiểu trường sẽ có tần số tới hạn và bước sóng tới hạn riêng.

Tần số tới hạn của trường  $TE_{mn}$  được xác định bởi:

$$(f_{th})_{TE} = \frac{1}{2\pi} k_c v = \frac{v_{mn}}{2\pi a \sqrt{\epsilon\mu}} \quad (4.39)$$

Còn bước sóng tới hạn:

$$(\lambda_{th})_{TE} = \frac{2\pi}{v_{mn}} a \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \quad (4.40)$$

Các công thức đối với vận tốc pha và vận tốc nhóm của sóng  $TE_{mn}$  trong ống dẫn sóng có dạng sau:

$$v_{ph} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2}}; \quad v_{nh} = v \sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2} \quad (4.41)$$

Trở kháng của ống dẫn sóng trụ tròn trong trường hợp này bằng:

$$(Z_c)_{TE} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{th}}{f}\right)^2}}$$

#### 4.4.2. Trường từ ngang

Biểu thức gốc đối với các thành phần của vector trường từ ngang trong ống dẫn sóng tròn có dạng:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_r &= -\frac{\Gamma}{k_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}; \dot{E}_\varphi = -\frac{\Gamma}{k_c^2} \frac{1}{k_c^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}; \dot{E}_z \neq 0 \\ \dot{H}_r &= \frac{1}{k_c^2} \frac{j\omega\epsilon}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi}; \dot{H}_\varphi = -\frac{1}{k_c^2} j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi}; \dot{H}_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

Phương trình cho thành phần  $\dot{E}_z$  trong hệ tọa độ trụ là;

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial \varphi^2} + k_c^2 \dot{E}_z = 0 \quad (4.43)$$

Hàm  $\dot{E}_z$  phải thỏa mãn điều kiện bờ trên mặt ống dẫn sóng.

$$\dot{E}_z = 0 \text{ tại } r = a \quad (4.44)$$

Khi thực hiện điều kiện này, tất cả các thành phần tiếp tuyến của vector  $E_z$  trên mặt ống dẫn sóng sẽ bằng 0.

Để đảm bảo trường có giá trị hữu hạn trên trục, nghiệm của phương trình (4.43) sẽ có dạng:

$$\dot{E}_z = B_m J_m(k_c r) \cos(m\varphi) e^{-\Gamma z}; m = 0, 1, 2, \dots$$

Nghiệm này sẽ thỏa mãn điều kiện (4.44) nếu:

$$k_c = \frac{\chi_{mn}}{a} \quad (4.45)$$

ở đây  $\chi_{mn}$  là nghiệm của phương trình  $J_m(\chi) = 0; m = 0, 1, 2, \dots; n = 1, 2, 3, \dots$

Giá trị của một số nghiệm đầu của phương trình  $J_m(\chi) = 0; m = 0, 1, 2, \dots$  như trong bảng 4.2.

Bảng 4.2. Nghiệm của hàm Bessel

Số thứ tự nghiệm (n)	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$
1	2,405	3,832	5,135
2	5,520	7,016	8,417
3	8,654	10,173	11,620

Thay giá trị  $\dot{E}_z$  đã tìm được vào (4.42) ta được:



$$\left. \begin{aligned}
\dot{E}_r &= -\frac{\Gamma_{mn}}{k_c^2} B_{mn} J'_m \left( \frac{\chi_{mn}}{a} r \right) \cos(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\
\dot{E}_\varphi &= \frac{\Gamma_{mn}}{k_c^2} \frac{m}{r} B_{mn} J_m \left( \frac{\chi_{mn}}{a} r \right) \sin(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\
\dot{E}_z &= B_{mn} J_m \left( \frac{\chi_{mn}}{a} r \right) \cos(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\
\dot{H}_r &= -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2} \frac{m}{r} B_{mn} J_m \left( \frac{\chi_{mn}}{a} r \right) \sin(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\
\dot{H}_\varphi &= -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2} B_{mn} J'_m \left( \frac{\chi_{mn}}{a} r \right) \cos(m\varphi) e^{-\Gamma_{mn} z} \\
\dot{H}_z &= 0; m=0,1,2,\dots \quad n=1,2,3,\dots
\end{aligned} \right\} \quad (4.46)$$

$$\Gamma_{mn} = \sqrt{\left( \frac{\chi_{mn}}{a} \right)^2 - k^2}$$

Ta cũng nhận được vô số kiểu trường  $TM_{mn}$  (hay  $E_{mn}$ ) đặc trưng bởi các số  $m$  và  $n$  khác nhau. Các số này cũng có ý nghĩa giống như trường hợp  $TE_{mn}$ .

Tần số tới hạn của trường từ ngang trong ống dẫn sóng trụ tròn:

$$(f_{th})_{TM} = \frac{1}{2\pi} k_c v = \frac{\chi_{mn}}{2\pi a \sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (4.47)$$

Bước sóng tới hạn:

$$(\lambda_{th})_{TM} = \frac{2\pi a}{\chi_{mn}} \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} \quad (4.48)$$

Nếu  $f > (f_{th})_{TM}$  hoặc  $\lambda < (\lambda_{th})_{TM}$  thì trường sẽ truyền lan trong ống dẫn sóng dưới dạng sóng chạy.

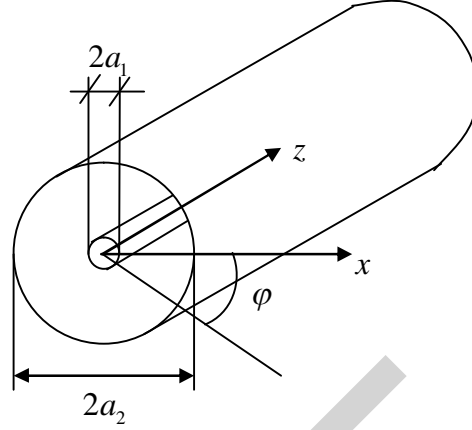
Cuối cùng cần lưu ý rằng trong ống dẫn sóng chỉ có các sóng điện ngang (TE) hoặc từ ngang (TM) là có thể tồn tại. Sóng điện từ ngang (TEM) không thể tồn tại trong bất cứ hệ thống ống dẫn sóng nào. Điều này có thể suy luận một cách đơn giản như sau: Giả sử đường sức vector  $\vec{H}$  nằm hoàn toàn trong mặt cắt ngang của ống dẫn sóng (nghĩa là  $\vec{H}$  chỉ có thành phần ngang). Theo lý thuyết các đường sức từ khép kín phải bao quanh đường sức dòng điện tổng, không phân biệt dòng dẫn hay dòng dịch. Nhưng trong ống dẫn sóng không có dây dẫn nên dòng điện này chỉ có thể là dòng điện dịch. Do đó vector  $\vec{E}$  trong trường hợp này phải có thành phần theo trục  $z$ . Điều đó có nghĩa trường trong ống dẫn sóng không phải là trường điện từ ngang nữa.

#### 4.5. Cáp đồng trục

Khi sử dụng ống dẫn sóng để truyền sóng thì kích thước ngang của ống dẫn sóng phải có cùng cỡ với bước sóng. Vì vậy để khả thi thường người ta chỉ dùng ống dẫn sóng có bước sóng cực ngắn cỡ vài cm, tức tần số siêu cao cỡ  $10^{10} \text{ Hz}$ . Để truyền năng lượng và tín hiệu

điện từ ở tần số không cao lắm (bước sóng từ vài trăm mét đến vài mét) người ta dùng cáp đồng trục.

Cáp đồng trục là một hệ thống gồm lõi và vỏ trụ tròn bằng vật dẫn, có trục trùng nhau (Hình 4.3).



Hình 4.3. Cấu tạo nguyên lý của cáp đồng trục

Cáp đồng trục là loại đường truyền kín và cũng có ưu điểm của ống dẫn sóng là tránh được bức xạ năng lượng điện từ ra xung quanh. Nhưng khác với ống dẫn sóng, do cáp có lõi nên ngoài sóng TE, TM nó còn có thể cho qua sóng điện từ ngang TEM với mọi bước sóng, về nguyên tắc không bị hạn chế bởi kích thước tiết diện.

Ta cũng đưa ra giả thiết cáp dài vô hạn với độ dẫn của vỏ là vô cùng lớn, và độ dẫn điện của lớp điện môi coi như bằng 0. Ta chọn hệ tọa độ trụ tròn với trục z hướng theo trục cáp (như trong hình 4.3).

Để đơn giản ta chỉ xét sóng điện từ ngang TEM tức là các cường độ trường đều không có thành phần dọc trục ( $\dot{E}_z = 0, \dot{H}_z = 0$ ). Do tính đối xứng của lõi và vỏ nên cường độ từ trường chỉ có thành phần phương vị  $\dot{H}_\varphi$  và cường độ điện trường chỉ có thành phần xuyên trục  $\dot{E}_r$  với trị hiệu dụng chỉ phụ thuộc một tọa độ  $r$ , không phụ thuộc các tọa độ  $\varphi, z$ .

Gọi  $\beta = k_z$  là hệ số pha dọc trục, ta có thể đặt:

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_\varphi &= \dot{H}_0(r)e^{-j\beta z} \\ \dot{E}_r &= \dot{E}_0(r)e^{-j\beta z} \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

Trong đó:  $\dot{H}_0(r), \dot{E}_0(r), \beta$  là những hàm và thông số chưa biết.

Để tìm  $\beta$  ta xuất phát từ các phương trình Maxwell 1,2 trong hệ tọa độ trụ tròn với  $\dot{E}_z = 0, \dot{H}_z = 0; \frac{\partial}{\partial \alpha} = 0; \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow -j\beta$  ta có:

$$\left. \begin{aligned} j\beta \dot{H}_\varphi &= j\omega\varepsilon \dot{E}_r, \\ -j\beta \dot{E}_r &= -j\omega\mu \dot{H}_\varphi \\ \frac{d}{dr}(r\dot{H}_\varphi) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

Nhân hai vế phương trình (4.49a), (4.49b) với nhau rồi chia hai vế cho  $\dot{H}_\varphi, \dot{E}_r$  ta được:

$$\beta^2 = \omega^2\varepsilon\mu \quad \text{hay} \quad \beta = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \quad (4.51)$$

Vì  $\beta$  là một số thực, nên hệ số truyền sóng  $-j\beta$  là một số ảo không phụ thuộc tần số sóng và kích thước tiết diện cáp. Tần số tới hạn ứng với  $\beta = 0$  trong trường hợp này bằng  $\omega_{th} = 0$ . Điều này có nghĩa là sóng TEM ở mọi tần số, mọi bước sóng đều truyền qua được dây cáp đồng trục.

Từ (4.49a) và (4.49b) suy ra quan hệ giữa  $\dot{E}_r, \dot{H}_\varphi$ :

$$\dot{E}_r = \dot{H}_\varphi \frac{\beta}{\omega\varepsilon} = \frac{\dot{H}_\varphi}{v\varepsilon} = \dot{H}_\varphi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z \cdot \dot{H}_\varphi$$

Tức là  $\dot{E}_r, \dot{H}_\varphi$  biến thiên cùng pha.

Biểu thức tức thời của chúng có dạng:

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}(t, r) &= \dot{H}_m(r) \cos(\omega t - \beta z), \\ \dot{E}(t, r) &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \dot{H}_m(r) \cos(\omega t - \beta z) \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

Như vậy sóng điện từ ngang trong cáp hoàn toàn giống sóng phẳng trong không gian tự do. Bây giờ ta xét sự phân bố của  $\dot{H}_\varphi$  và  $\dot{E}_r$  theo tọa độ  $r$ . Từ công thức (4.50c) ta có:

$$r\dot{H}_\varphi(r) = C = \text{const}$$

$$\text{Hay} \quad \dot{H}_\varphi(r) = \frac{C}{r}$$

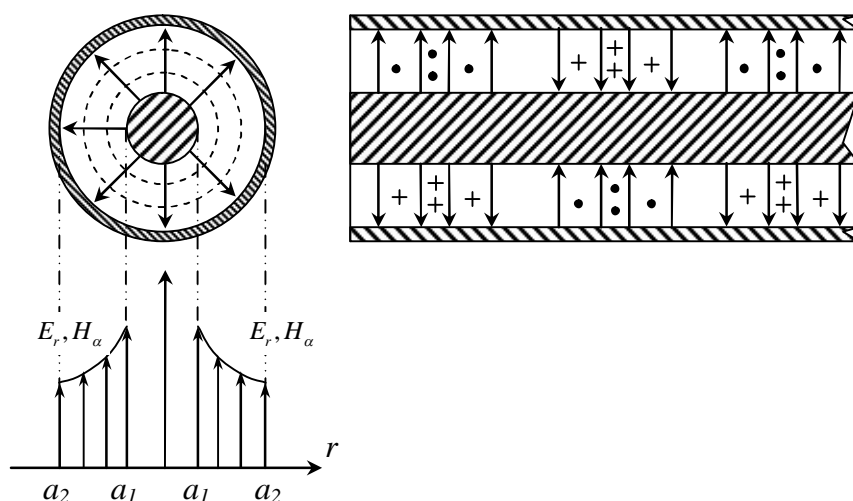
Trong đó có thể xác định được hằng số  $C$  theo luật dòng điện toàn phần đối với một đường tròn bán kính  $r = a_1$ , ôm sát lõi cáp.

$$2\pi a \dot{H}_\varphi(a) = \frac{2\pi C}{a} = i_m$$

$$\text{Từ đó có:} \quad C = i / 2\pi$$

$$\text{Và:} \quad \dot{H}_\varphi(r) = i / 2\pi r \quad (4.53)$$

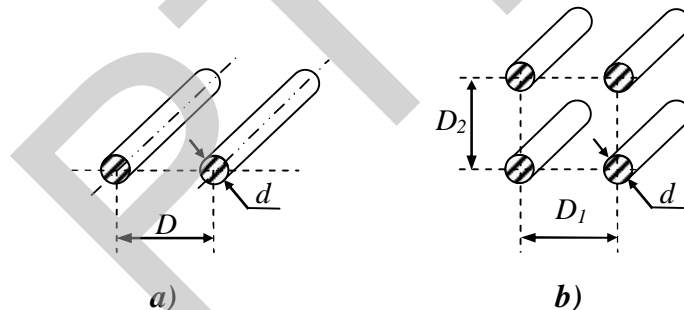
Tức trị hiệu dụng của cường độ từ trường và cường độ điện trường tỷ lệ nghịch với bán kính  $r$ . Hình 4.4 vẽ phân bố điện trường và từ trường trong cáp đồng trục.



Hình 4.4. Phân bố điện trường và từ trường TEM trong dây cáp đồng trục.

#### 4.6. Đường dây song hành

Ở dải sóng mét, đường truyền năng lượng siêu cao tần dạng phổ biến có cấu tạo đơn giản, kích thước ngang nhỏ là đường dây song hành. Đường dây song hành đơn giản nhất, gồm có hai dây dẫn kim loại trụ tròn như nhau đường kính  $d$  đặt song song với nhau, cách nhau một khoảng  $D$  giữa hai trục của chúng trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng. Môi trường đồng nhất và đẳng hướng có thể là không khí hay điện môi. Ngoài loại đơn giản nhất hai dây, đường dây song hành có thể gồm 4 dây hoặc 2 dây có màn chắn kim loại.



Hình 4.5. Dây song hành loại 2 dây (a) và 4 dây (b)

Sau đây ta chỉ xét trường hợp đường dây song hành đơn giản gồm hai dây dẫn hờ. Trường điện từ truyền dọc đường dây song hành này là trường TEM.

Khi nghiên cứu trường tĩnh điện ở vùng không gian bao quanh hai dây dẫn mảnh đặt song song cách nhau một khoảng được tích điện (có cùng điện lượng song trái dấu). Đường sức điện trường tĩnh của hệ luôn vuông góc với các đường đẳng thế (là họ vòng tròn nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục của hai dây dẫn), nên điện trường nằm trong mặt phẳng ngang với trục hai dây dẫn. Từ trường sinh ra ở vùng không gian bao quanh hai dây dẫn có dòng điện không đối chọi (dòng trong mỗi dây có cùng giá trị song ngược chiều). Nên đường sức từ trường của hệ trùng với các đường đẳng thế của chúng (cũng là các họ vòng tròn dạng như các đường đẳng thế của điện trường tĩnh). Do đó từ trường cũng nằm trong mặt phẳng ngang với trục của hai dây dẫn.

Điện áp và dòng điện trên đường dây của sóng thuận (truyền theo chiều dương trục  $z$  của hệ) có dạng:

$$\begin{aligned} U(z) &= U_m e^{-jkz} \\ I(z) &= I_m e^{-jkz} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Trở sóng đặc tính của đường dây song hành không tiêu hao có dạng:

$$Z_{CT} = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{2D}{d} \quad (4.55)$$

Ở đây  $U_m, I_m$  là biên độ của điện áp và dòng trên dây.

$$L_0 = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{2D}{d}; \quad C_0 = \frac{\pi \varepsilon}{\ln \frac{2D}{d}} \quad (4.56)$$

là điện cảm và điện dung tính trên một đơn vị độ dài của đường dây song hành.

Nếu đường dây song hành được đặt trong không khí ( $\varepsilon = \varepsilon_0$  và  $\mu = \mu_0$ ) thì trở sóng đặc tính của đường dây này có dạng đơn giản là:

$$Z_{CT0} \approx 120 \ln \frac{2D}{d} \approx 276 \lg \frac{2D}{d} (\Omega)$$

#### 4.7. Mạch dải

Trong kỹ thuật đo lường và các thiết bị thu ở các dải sóng từ  $dm$  đến  $mm$ , người ta thường sử dụng một loại đường truyền năng lượng siêu cao tần có kích thước gọn nhẹ, đó là các mạch dải siêu cao tần. Vì các mạch dải siêu cao tần được chế tạo dưới dạng mạch in nên chúng được dùng rất phổ biến trong vi mạch siêu cao. Mạch dải siêu cao thường cấu tạo theo các dạng: dạng đối xứng, dạng không đối xứng, dạng đường khe và dạng cáp phẳng.

Các tấm điện môi dùng làm đế của mạch dải có hệ số điện môi tương đối lớn cỡ từ 7 đến 13, có tiêu hao rất nhỏ, có độ dày  $h = 1,5$  đến  $5mm$ .

Để tạo ra các dải kim loại dẫn sóng, người ta dùng các kim loại phun, tạo ra trên mặt tấm điện môi các dải dẫn sóng có độ dày lớn hơn nhiều lần độ thâm sâu của trường, cỡ  $15\mu m$  đến  $100\mu m$ . Dải kim loại rộng gọi là bản đáy hay đất, còn dải hẹp có độ rộng  $0,05mm$  đến  $10mm$  được gọi là dải trung tâm dẫn sóng. Độ rộng của mạch dải thường lớn gấp nhiều lần chiều cao tổng cộng của nó.

#### 4.8. Ống dẫn sóng điện môi

Ở dải sóng  $mm$  hoặc ngắn hơn (dưới  $mm$  hoặc hồng ngoại hay quang học), người ta dùng ống dẫn sóng điện môi để truyền dẫn năng lượng điện từ rất thuận tiện vì có năng lượng tiêu hao nhỏ, kích thước bé và dễ chế tạo. Ống dẫn sóng điện môi có cấu tạo từ một thanh điện môi đồng nhất dạng phẳng hay trụ tròn gồm một hay nhiều lớp. Nếu các lớp điện môi có chiết suất đồng nhất và khác nhau thì được gọi là có dạng nhảy bậc. Còn nếu trong một lớp chính (thường là lớp giữa) mà chiết suất biến đổi theo một hàm số của tốc độ thì được gọi là ống dẫn sóng dạng Gradient. Sóng truyền dọc ống dẫn sóng điện môi là sóng mặt chậm.

Ống dẫn sóng điện môi phẳng được dùng trong các kỹ thuật quang tích phân, trong các thiết bị laser bán dẫn.

Ống dẫn sóng điện môi trụ tròn dùng chủ yếu để dẫn năng lượng ở dải sóng mm hay dải sóng quang học dưới dạng sợi quang.

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 4

**Bài 4-1:** Tại sao ở tần số cao để dẫn năng lượng điện từ phải dùng ống dẫn sóng hoặc cáp đồng trục mà không dùng được đường dây thông thường như ở tần số thấp?

**Bài 4-2:** Tại sao sóng TEM không truyền được trong ống dẫn sóng? Tại sao cáp đồng trục có thể cho tất cả các loại sóng TEM, TE, TM đi qua?

**Bài 4-3:** Bước sóng tới hạn của ống dẫn sóng là gì? Nó phụ thuộc những yếu tố nào? Chứng minh rằng nếu  $\lambda > \lambda_{th}$  thì sóng sẽ tắt mà không chạy trong ống dẫn sóng.

**Bài 4-4:** Cho một ống dẫn sóng chữ nhật có kích thước  $a = 2,5cm$  và  $b = 5cm$ . Độ dẫn điện của thành ống vô cùng lớn. Điện môi bên trong ống là không khí. Hỏi ở tần số  $f = 7,5GHz$  những mode sóng nào có thể truyền được trong ống? Tính  $\lambda_{th}$  và  $\lambda_s$  của các mode sóng đó?

**Bài 4-5:** Cho một ống dẫn sóng hình trụ tròn bán kính  $a = 2cm$ , độ dẫn điện của thành ống lớn vô cùng, điện môi trong ống là không khí. Hỏi ở tần số  $f = 10^{10}Hz$  những mode sóng nào có thể truyền qua ống được? Tính bước sóng tới hạn và bước sóng trong ống dẫn sóng của những mode sóng đó?

**Bài 4-6:** Tính và biểu diễn lên trục số các bước sóng tới hạn và bước sóng của các dạng sóng trong ống dẫn sóng chữ nhật bên trong chứa không khí có kích thước tiết diện ngang  $a = 7,2cm$ ;  $b = 3,4cm$ , bước sóng  $\lambda = 3,9cm$ .

## CHƯƠNG 5. HỘP CỘNG HƯỞNG

### 5.1. Khái niệm về hộp cộng hưởng

Thông thường mỗi hệ thống dao động là một mạch điện gồm điện cảm  $L$  và  $C$ . Hai thông số quan trọng của mạch là tần số cộng hưởng và hệ số phẩm chất. Ở môn học Lý thuyết mạch, chúng ta đã biết mạch LC cho tần số cộng hưởng riêng là:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5.1)$$

Còn hệ số phẩm chất:  $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

Nhưng ở dải tần số siêu cao (trừ sóng dài của dải sóng m), ta không thể dùng mạch LC cho hiện tượng cộng hưởng, do các nguyên nhân sau:

1. Để nhận được tần số cộng hưởng  $f_0$  lớn, ta phải giảm nhỏ các giá trị  $L$  và  $C$  của cuộn cảm hay tụ điện. Do kích thước chế tạo, ta không thể có các giá trị  $L$  và  $C$  nhỏ như yêu cầu được.
2. Ở dải sóng siêu cao, kích thước của các cuộn cảm hay tụ điện so sánh được với bước sóng nên tại các tần số này, bản thân mạch dao động cũng đóng vai trò như các phần tử bức xạ năng lượng điện từ làm tăng tiêu hao năng lượng đáng kể trong mạch dao động và mạch không duy trì được dao động ở dải này.
3. Khi tần số tăng, tiêu hao do hiệu ứng bề mặt và tiêu hao trong điện môi của cuộn cảm và tụ điện tăng đáng kể làm giảm phẩm chất của mạch dao động LC, làm cho nó mất tính chọn lọc cộng hưởng.

Vì vậy, ở dải sóng siêu cao, người ta sử dụng các mạch dao động có tham số phân bố, thường gọi là hộp cộng hưởng.

*Định nghĩa: Hộp cộng hưởng là một vùng không gian hữu hạn mà ở trong nó sau khoảng thời gian lớn hơn nhiều chu kỳ dao động siêu cao tần có sự tích lũy năng lượng điện từ.*

Hộp cộng hưởng thường có dạng kín, tức là được bao bọc bởi thành kim loại. Tuy nhiên cũng có hộp cộng hưởng dạng không kín như hộp cộng hưởng điện môi, hộp cộng hưởng hở ở dải mm hay dải quang học, bao gồm hai bản phản xạ đặt song song cách nhau một khoảng nhất định. Các hộp cộng hưởng kín lại chia làm hai loại:

1. Các hộp cộng hưởng có cấu trúc tương đối đơn giản được tạo nên từ các đoạn ống dẫn sóng đồng nhất rộng như: hộp cộng hưởng chữ nhật, hộp cộng hưởng trụ tròn, hộp cộng hưởng đồng trục, hộp cộng hưởng xuyên tâm...
2. Các hộp cộng hưởng có cấu trúc phức tạp hơn như: hộp cộng hưởng hình xuyên, hộp cộng hưởng dạng một khâu của đèn Manhetron, hộp cộng hưởng đồng trục có khe hở...

Đối với các hộp cộng hưởng từ đoạn ống dẫn sóng rỗng, do cấu trúc đơn giản nên ta có thể tìm được trường điện từ các dạng tồn tại bên trong chúng bằng cách tìm nghiệm của các phương trình Maxwell với các điều kiện bờ đã cho rồi từ đó tìm được các đại lượng đặc trưng cơ bản là bước sóng cộng hưởng riêng hay tần số cộng hưởng riêng và hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng ứng với các dạng dao động khác nhau trong hộp.

Đối với các hộp cộng hưởng phức tạp thì do cấu trúc điều kiện bờ phức tạp, ta chỉ xét cấu trúc của trường điện từ của các dao động hay sóng trong chúng, kết hợp với tìm biểu thức cho bước sóng hay tần số cộng hưởng riêng của dạng dao động được sử dụng và nêu ứng dụng của chúng.

Khác với các mạch cộng hưởng LC chỉ có một tần số cộng hưởng riêng  $f_0$  khi đã cho các giá trị của L và C, trong hộp cộng hưởng với kích thước đã cho có thể tồn tại vô số các dao động riêng có cấu trúc trường khác nhau và tương ứng cho các bước sóng cộng hưởng hay tần số cộng hưởng và hệ số phẩm chất khác nhau.

Các hộp cộng hưởng được ứng dụng trong kỹ thuật siêu cao làm mạch dao động trong các lĩnh vực như: trong chế độ dao động tự do nó được dùng làm hộp tiếng vọng để kiểm tra các trạm phát xung. Trong chế độ dao động cưỡng bức, hộp cộng hưởng đóng vai trò của hệ cộng hưởng chọn lọc cho các thiết bị thu, phát, đo lường. Trong các dụng cụ điện tử và bán dẫn siêu cao, hộp cộng hưởng tạo ra không gian tương tác và trao đổi năng lượng giữa trường điện từ và các điện tử hoặc lỗ trống để tạo hoặc khuếch đại các dao động siêu cao tần.

## 5.2. Hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng

### 5.2.1. Khái niệm chung

Hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng là một tham số cơ bản, nó đặc trưng cho khả năng duy trì các dao động tự do trong hộp và dải thông của hộp. Nếu hộp cộng hưởng được sử dụng làm mạch dao động cộng hưởng trong máy thu thì hệ số phẩm chất của nó đánh giá khả năng chọn lọc tần số của máy thu.

Hệ số phẩm chất của mạch cộng hưởng đối với một dạng mạch dao động riêng được xác định bởi biểu thức sau:

$$Q = \omega_0 \frac{W}{P_{th}} \quad (5.1)$$

Hoặc: 
$$Q = 2\pi \frac{W}{W_{th}} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad (5.2)$$

Ở đây:

- + W là năng lượng của trường điện từ tích lũy trong hộp.
- +  $W_{th} = P_{th} \cdot T$  là năng lượng điện từ tiêu hao trong hộp sau một chu kỳ của trường,
- +  $P_{th}$  là công suất tiêu hao của trường trong hộp,  $\omega_0$  là tần số cộng hưởng của dạng dao động.



Vì trong hộp cộng hưởng tồn tại vô số các dao động riêng, mỗi dạng có cấu trúc trường riêng nên có năng lượng tích lũy, năng lượng tiêu hao hay công suất tiêu hao riêng, do đó hộp cộng hưởng cũng có vô số độ phẩm chất. Từ nay về sau, khi xét hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng, ta hiểu ngầm là chỉ cho một dạng dao động riêng không suy biến tồn tại trong hộp.

### 5.2.2. Các loại hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng

Tiêu hao năng lượng của trường điện từ trong hộp cộng hưởng do các nguyên nhân sau: tiêu hao trên bề mặt bên trong của hộp do hiệu ứng bề mặt, tiêu hao trong chất điện môi chứa trong hộp, tiêu hao do ghép với tải bên ngoài của hộp. Nên ta có thể viết:

$$P_{th} = P_{thkl} + P_{thdm} + P_{tht} \quad (5.3)$$

Và ta viết (5.3) dưới dạng sau:

$$\frac{1}{Q_t} = \frac{P_{th}}{\omega_0 W} = \frac{1}{Q_{kl}} + \frac{1}{Q_{dm}} + \frac{1}{Q_{ng}} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ng}} \quad (5.4)$$

Ta đưa vào các loại hệ số phẩm chất sau của hộp:

+ Hệ số phẩm chất của hộp khi chỉ tính tiêu hao do hiệu ứng bề mặt trong hộp:

$$Q_{kl} = \omega_0 \frac{W}{P_{thkl}} \quad (5.5)$$

+ Hệ số phẩm chất của hộp khi chỉ tính đến tiêu hao trong chất điện môi chứa trong hộp:

$$Q_{dm} = \omega_0 \frac{W}{P_{thdm}} \quad (5.6)$$

+ Hệ số phẩm chất ngoài khi chỉ tính đến tiêu hao do ghép tải ở ngoài hộp:

$$Q_{ng} = \omega_0 \frac{W}{P_{tht}} \quad (5.7)$$

Trong trường hợp chung thì hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng là hệ số phẩm chất tải  $Q_t$ .  $Q_0$  được gọi là hệ số phẩm chất không tải hay hệ số phẩm chất riêng của hộp. Nó chỉ liên quan đến tiêu hao xảy ra trong bản thân hộp mà không tính đến ảnh hưởng của tải. Ta có:

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{kl}} + \frac{1}{Q_{dm}} \quad (5.8)$$

Để chỉ mức độ liên kết giữa hộp cộng hưởng và tải bên ngoài, người ta còn đưa vào khái niệm hiệu suất của hộp cộng hưởng và ký hiệu bởi chữ  $\eta_h$  được xác định bởi biểu thức sau:

$$\eta_h = \frac{P_{tht}}{P_{th}} \quad (5.9)$$

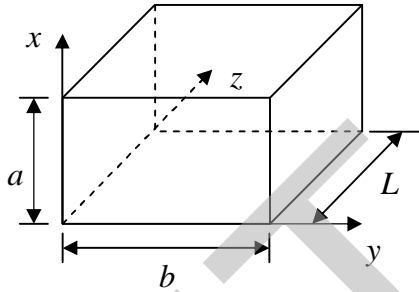
Từ (5.4), (5.7) và (5.9) ta tính được:

$$\eta_{th} = \frac{Q_t}{Q_{ng}} = \frac{Q_0}{Q_0 + Q_{ng}} = 1 - \frac{Q_t}{Q_0} \quad (5.10)$$

Khi  $Q_0 = Q_{ng}$  ta có sự ghép giữa hộp cộng hưởng và tải ở chế độ tới hạn.

- Khi  $Q_{ng} < Q_0$  ta có chế độ ghép chặt,
- Ngược lại chế độ ghép lỏng ứng với trường hợp  $Q_{ng} > Q_0$ .

### 5.3. Hộp cộng hưởng chữ nhật



Hình 5.1. Hộp cộng hưởng chữ nhật

Trường ở trong hộp cộng hưởng có thể xác định theo phương pháp tương tự như với ống dẫn sóng, nhưng ở đây cần lưu ý là theo hướng  $z$  trường cũng có dạng sóng đứng do kích thước của ống dẫn sóng theo chiều  $z$  không phải là vô hạn mà bị giới hạn bởi các vách kim loại. Sóng phản xạ từ hai vách kim loại này sẽ tạo ra sóng đứng, giống như sóng đứng theo các trục  $x$  và  $y$  của ống dẫn sóng.

Tương tự như đối với ống dẫn sóng, ta sẽ nhận được kết quả là trong hộp cộng hưởng có thể tồn tại vô số kiểu trường điện ngang và trường từ ngang khác nhau đặc trưng bởi 3 chỉ số  $m, n$  và  $p$  đó là  $TE_{mnp}$  và  $TM_{mnp}$ . Ở đây hai chỉ số đầu  $m$  và  $n$  cũng có ý nghĩa như trường hợp ống dẫn sóng, nghĩa là đặc trưng cho số nửa sóng của sóng đứng theo hai cạnh  $x$  và  $y$ , còn chỉ số  $p$  đặc trưng cho số nửa sóng của sóng đứng theo cạnh  $z$ . Mỗi kiểu trường điện ngang và từ ngang này là một dao động riêng của hộp cộng hưởng.

#### 5.3.1. Trường từ ngang TM

Áp dụng kết quả của phân bố trường theo tọa độ ngang trong ống dẫn sóng chữ nhật, ta nhận được biểu thức biên độ của trường TM trong hộp cộng hưởng chữ nhật như sau:

$$\begin{aligned}
E_z &= E_m \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\
E_x &= -\frac{E_m}{k_c^2} \frac{p\pi}{L} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\
E_y &= -\frac{E_m}{k_c^2} \frac{p\pi}{L} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\
H_x &= \frac{jE_m \omega \varepsilon}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\
H_y &= -\frac{jE_m \omega \varepsilon}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right)
\end{aligned} \tag{5.11}$$

$E_m = 2A$  là một hằng số tùy ý, nó được xác định từ kết quả của việc kích thích trường.

$$k_c^2 = \Gamma^2 + k^2$$

$$m, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$p = 1, 2, \dots$$

Bước sóng cộng hưởng riêng trong hộp cộng hưởng chữ nhật được tính theo biểu thức sau đây:

$$k_c^2 = k^2 + \Gamma^2$$

$$k = 2\pi / \lambda_0,$$

$$\Gamma = j\beta = j\frac{p\pi}{L},$$

$$k_c^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

Suy ra:

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}} \tag{5.12}$$

Từ biểu thức của các thành phần trường  $TM_{mnp}$ , ta thấy các thành phần ngang của điện trường và từ trường lệch pha nhau  $90^\circ$ . Do đó vectơ mật độ công suất trung bình theo phương trục  $z$  bằng 0. Ngoài ra, thành phần dọc  $E_z$  đồng pha với các thành phần ngang  $E_x, E_y$  song điểm cực đại của chúng lại lệch nhau theo trục  $z$  đi một khoảng  $\lambda_t / 4$ . Trong ống dẫn sóng chữ nhật, ta đã biết hệ số pha  $\beta$  biểu thị qua bước sóng trong ống dẫn sóng  $\lambda_t$  có dạng:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_t} \text{ mà } \beta = \frac{p\pi}{L} \text{ nên ta suy ra:}$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} p \lambda_t, \quad p = 1, 2, 3, \dots \tag{5.13}$$

Biểu thức (5.13) gọi là **điều kiện cộng hưởng** của hộp cộng hưởng chữ nhật. Điều kiện (5.13) mô tả hiện tượng là từ một tiết diện  $z$  bất kỳ, sóng truyền dọc theo trục  $z$  và sóng phản xạ liên tiếp hai lần tại hai đáy  $z = 0, z = L$  có pha cách nhau  $2p\pi$  tức là chúng đồng pha. Dạng dao động đơn vị nào thỏa mãn điều kiện cộng hưởng sẽ có biên độ rất lớn trong hộp, còn các dạng dao động khác sẽ bị tiêu hao nên tắt rất nhanh.

### 5.3.2. Trường điện ngang TE

Các thành phần trường TE trong hộp cộng hưởng chữ nhật sau:

$$\begin{aligned} H_z &= H_m \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ H_x &= \frac{H_m}{k_c^2} \frac{p\pi}{L} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ H_y &= \frac{H_m}{k_c^2} \frac{p\pi}{L} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ E_x &= \frac{H_m j\omega\mu}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \\ E_y &= -\frac{H_m j\omega\mu}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L}z\right) \end{aligned} \quad (5.14)$$

ở đây ta chọn:  $H_m = -2A$  với  $m, n = 0, 1, 2, \dots; p = 1, 2, 3, \dots$

Bước sóng cộng hưởng riêng của dạng trường  $TE_{mnp}$  trong hộp này cũng được biểu thị bởi (5.12). Điều kiện cộng hưởng cho dạng trường TE trong hộp cộng hưởng chữ nhật cũng tuân theo biểu thức (5.13). Từ các biểu thức (5.11) và (5.14) ta thấy ứng với một cặp ba số nguyên  $(m, n, p)$  trong hộp cộng hưởng chữ nhật tồn tại các dạng trường đơn vị dạng  $TM_{mnp}(E_{mnp})$  và  $TE_{mnp}(H_{mnp})$ .

Chúng được gọi là các dạng dao động riêng trong hộp cộng hưởng. Mỗi dạng dao động riêng có bước sóng cộng hưởng riêng theo công thức (5.12) khi đã cho kích thước của hộp, dao động riêng có bước sóng cộng hưởng lớn nhất gọi là dạng dao động cơ bản, các dạng dao động khác gọi là dạng dao động bậc cao. Chẳng hạn nếu ta có kích thước của hộp:  $L > a > b > 0$  thì:

$$\lambda_0(H_{101}) = \frac{2aL}{\sqrt{a^2 + L^2}} \max$$

Nên dạng dao động  $H_{101}$  là cơ bản trong hộp cộng hưởng chữ nhật.

Các dạng dao động riêng trong hộp cộng hưởng chữ nhật có cấu trúc trường khác nhau, nhưng có cùng tần số hay bước sóng cộng hưởng riêng gọi là dạng dao động suy biến. Chẳng hạn các dạng dao động  $TM_{mnp}$  và  $TE_{mnp}$  khi có cùng chỉ số là các dạng suy biến. Dạng dao động cơ bản trong hộp cộng hưởng không đóng vai trò quan trọng như trường cơ bản trong ống dẫn sóng.

### 5.3.3. Điều chỉnh tần số cộng hưởng

Từ các mục trước, chúng ta đã biết rằng tần số cộng hưởng có liên quan đến kích thước của hộp cộng hưởng qua biểu thức của điều kiện cộng hưởng. Do vậy, khi thay đổi kích thước của hộp ta nhận được các giá trị khác nhau của tần số cộng hưởng hay bước sóng cộng hưởng. Điều này thường hay thực hiện bởi pittông dịch chuyển được. Tuy nhiên trong một số trường hợp chỉ cần điều chỉnh tần số cộng hưởng của một dạng dao động đã cho trong hộp ở phạm vi nhỏ, mà cấu trúc của hộp đỡ phức tạp và giảm tiêu hao do có dòng mặt ở chỗ tiếp xúc của pittông với thành hộp, người ta không dùng pit-tông dịch chuyển mà dùng phương pháp nhiễu loạn nhỏ.

Việc điều chỉnh tần số cộng hưởng của hộp theo phương pháp này được thực hiện bằng cách đưa vào bên trong hộp một vật thể có kích thước nhỏ hơn nhiều so với kích thước hộp. Vật thể đưa vào trong hộp có thể là điện môi, ferit hay kim loại dẫn điện lý tưởng. Phương pháp điều chỉnh cộng hưởng này cho phép ta khắc phục được các nhược điểm khi chế tạo hộp không chính xác và bù được một số sai sót do bất đồng nhất gây ra làm ảnh hưởng đến điều kiện cộng hưởng và cách thực hiện khá đơn giản. Vì thể tích của vật thể đưa vào rất nhỏ so với thể tích của hộp nên nó không gây ra méo đáng kể đến cấu trúc trường của dạng dao động trong hộp, từ đó ta coi vật thể đưa vào như một nhiễu loạn nhỏ.

Giả sử ta có hộp cộng hưởng dạng tùy ý có thể tích  $V$ , bên trong chứa không khí với hằng số  $\epsilon_0, \mu_0$  đang làm việc với một dạng dao động nào đó ở tần số  $\omega$ . Bây giờ ta đưa vào trong hộp một vật thể rất nhỏ có thể tích là  $V_0$  với hằng số  $\epsilon, \mu, \sigma$ .

Theo kết quả của phương pháp nhiễu loạn nhỏ thì sự thay đổi tần số tương đối trong hộp được xác định bởi biểu thức sau:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta W_H - \Delta W_E}{2W(V)} \quad (5.15)$$

$$\text{Ở đây: } W(V) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_V E^2 dV = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V H^2 dV$$

Là năng lượng tích lũy cực đại của điện trường hoặc từ trường trong hộp cộng hưởng không nhiễu loạn (chưa đưa vật thể vào).

– Trường hợp vật thể đưa vào là kim loại thì:

$$\begin{aligned} \Delta W_E &= W_E(V_0) \\ \Delta W_H &= W_H(V_0) \end{aligned} \quad (5.16)$$

$W_E(V_0), W_H(V_0)$  là điện năng và từ năng cực đại trong thể tích  $V_0$  đã có trước đây của hộp khi chưa đưa vật thể vào.

– Nếu vật đưa vào là điện môi hay ferit thì:

$$\begin{aligned} \Delta W_E &= \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_0} W_E(V_0) \\ \Delta W_H &= \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} W_H(V_0) \end{aligned} \quad (5.17)$$

#### **5.3.4. Kích thích và ghép năng lượng trong ống dẫn sóng và hộp cộng hưởng**

Ta đã xét các dạng trường điện từ tồn tại trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng cùng các tính chất quan trọng của chúng. Tuy nhiên lại xuất hiện một vấn đề là các dạng trường trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng được tạo ra như thế nào và cần dẫn năng lượng từ chúng ra mạch ngoài ra sao.

Các phần tử dùng để tạo ra dạng trường mong muốn trong ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng được gọi là phần tử kích thích. Ngược lại các phần tử dùng để ghép năng lượng của dạng trường đã cho ra mạch ngoài gọi là phần tử liên kết hay phần tử ghép.

Theo nguyên lý tương hỗ trong lý thuyết trường điện từ, chúng ta nhận thấy nguyên tắc làm hoạt động của các phần tử kích thích và các phần tử ghép là tương tự nhau. Tức là cùng một phần tử có thể làm chức năng của phần tử kích thích và ngược lại cũng có thể làm chức năng của phần tử ghép tùy theo từng ứng dụng. Vì vậy, ở đây ta chỉ xét trường hợp phần tử kích thích.

Bài toán kích thích trường trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng là bài toán tìm trường điện từ trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng của nguồn đã cho với phân bố dòng đã biết trong phần tử kích thích. Để tìm nghiệm của nó, người ta tiến hành như sau: biểu diễn trường cần tìm trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng dưới dạng tổ hợp của các dạng trường đơn vị trong ống dẫn sóng và tổ hợp các dao động riêng trong hộp cộng hưởng với các hệ số khai triển cần tìm. Yêu cầu đặt ra là trường phải tìm tại vị trí đặt phần tử kích thích trùng với trường của nó có phân bố dòng đã cho. Khi đồng nhất các hệ số triển khai của chúng, ta tìm được kết quả của bài toán. Việc tính toán định lượng bài toán này sẽ dẫn đến việc xây dựng các sơ đồ tương đương thay thế của các phần tử kích thích.

Sau đây ta chỉ trình bày nguyên tắc hoạt động theo quan điểm định tính của các phần tử kích thích trường trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng.

Theo lý thuyết trường điện từ, các phần tử kích thích trường chính là các bức xạ nguyên tố. Chúng có dạng là các lưỡng cực điện, lưỡng cực từ hoặc tổ hợp của cả hai dạng trên. Do vậy, các phần tử kích thích trường trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng cũng gồm ba loại: loại điện, loại từ và loại nhiễu xạ. Nguyên tắc tạo trường của chúng tuân theo nguyên tắc của các bức xạ nguyên tố.

##### **5.3.4.1. Phần tử kích thích dạng điện**

Phần tử kích thích dạng điện được thực hiện bằng các que dò hay thăm kim loại mảnh đưa vào bên trong ống dẫn sóng hoặc hộp cộng hưởng. Muốn tạo ra dạng trường đơn vị hoặc dạng dao động riêng mong đợi, ta phải đặt que dò hay que thăm ở vị trí mà điện trường của trường đơn vị hay dạng dao động riêng là cực đại và phương của dò hay thăm phải song song với đường sức của điện trường. Phần tử kích thích loại điện này thường là phần kéo dài của lõi giữa ống dẫn sóng đồng trục hay cáp đồng trục đưa vào bên trong ống dẫn sóng có chiều dài xác định, còn lõi ngoài của ống đồng trục nối với thành ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng.

#### 5.3.4.2. Phần tử kích thích dạng từ

Phần tử kích thích dạng từ được thực hiện dưới dạng vòng dây dẫn mảnh có diện tích nhỏ (lưỡng cực từ) được đưa vào trong ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng. Muốn tạo ra dạng trường đơn vị hoặc dạng dao động riêng mong muốn, ta đặt vòng dây kích thích dẫn năng lượng siêu cao tần từ nguồn ngoài vào trong ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng tại vị trí từ trường của dạng trường đơn vị hay dạng dao động riêng là cực đại và mặt phẳng vòng dây vuông góc với đường sức từ trường của chúng.

#### 5.3.4.3. Phần tử kích thích dạng nhiễu xạ

Phần tử kích thích dạng nhiễu xạ được thực hiện bằng cách xẻ các khe hẹp hay lỗ nhỏ trên thành ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng. Vì trên thành hay bên trong của ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng ứng với một dạng trường đơn vị hay dạng dao động riêng đã cho có phân bố dòng điện mặt xác định. Việc xẻ các khe hay lỗ trên thành ống dẫn sóng hay hộp cộng hưởng sẽ làm biến dạng phân bố của dòng điện mặt và thành phần tiếp tuyến của từ trường tại đây và khe hoặc lỗ trở thành nguồn bức xạ thứ cấp tương đương như một lưỡng cực từ hoặc tổ hợp của cả lưỡng cực điện và từ tùy theo vị trí và hình dạng của lỗ hay khe. Kích thích dạng nhiễu xạ rất thích hợp khi ghép nối giữa các ống dẫn sóng với nhau hoặc giữa ống dẫn sóng và hộp cộng hưởng. Để tạo ra dạng trường đơn vị hay dạng dao động riêng mong muốn trong ống dẫn sóng và trong hộp cộng hưởng, ta cần xẻ khe hẹp hay lỗ nhỏ ở chỗ trên thành có dòng điện mặt của trường đã cho cực đại và cắt ngang dòng mặt này hoặc ở chỗ có thành phần tiếp tuyến của từ trường cực đại và khe hay lỗ song song với tiếp tuyến từ trường.

### BÀI TẬP CHƯƠNG 5

**Bài 5-1:** Một hộp cộng hưởng chữ nhật có các kích thước  $a = 10\text{cm}$ ;  $b = 20\text{cm}$ ;  $L = 30\text{cm}$ . Độ dẫn điện của thành hộp là vô cùng lớn, điện môi bên trong là không khí. Tính tần số sóng trong hộp cộng hưởng với  $m = 1, n = 0, p = 1$ .

**Bài 5-2:** Tính và lập bảng các bước sóng cộng hưởng riêng trong hộp cộng hưởng chữ nhật rỗng có kích thước  $a = 7,2\text{cm}$ ;  $b = 3,4\text{cm}$ ;  $L = 10\text{cm}$  với các dạng dao động hoạt động có trong dải sóng có  $\lambda_r \geq 5,3\text{cm}$ .

## CHƯƠNG 6. MẠNG NHIỀU CỰC SIÊU CAO TẦN

Ngoài đường truyền và hộp cộng hưởng, trong kỹ thuật siêu cao tần còn sử dụng các phần tử thụ động tuyến tính và không tuyến tính khác nhau. Những phần tử này có cấu trúc rất đa dạng và có những tính chất đặc thù để đảm nhiệm các chức năng cần thiết. Khi nghiên cứu và ứng dụng các phần tử này, nếu dựa trên sự tính toán cấu trúc trường điện từ và tính các tham số đặc trưng bên trong của thiết bị thường gặp nhiều khó khăn do cấu trúc và điều kiện biên của chúng phức tạp. Hơn nữa với các phần tử này, người ta quan tâm chủ yếu đến công suất truyền, hệ số phản xạ và sự phối hợp trở kháng trên đường truyền. Các đặc tính điện bên ngoài của các phần tử (tức là các tham số phản ánh tính chất điện của các phần tử tại các mặt cuối của chúng) đủ cho phép ta giải quyết các nhu cầu trên. Khi nghiên cứu các tham số điện bên ngoài, ta sử dụng công cụ toán là đại số tuyến tính và các phép tính ma trận. Các phần tử siêu cao tần được xem là các “mạng nhiều cực siêu cao”

### 6.1. Mạng nhiều cực siêu cao tần

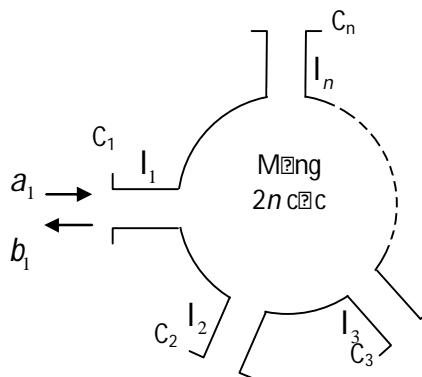
#### 6.1.1. Khái niệm

Một cách tổng quát, ta hiểu mạng nhiều cực siêu cao tần là một vùng không gian được giới hạn bởi các mặt dẫn kim loại dẫn điện tốt (còn gọi là bọc kim loại) chỉ thông ra ngoài qua những nhánh là các đoạn đường truyền dẫn năng lượng siêu cao.

Nếu mạng có  $n$  nhánh ( $I_1, I_2, \dots, I_n$ ) thì gọi đó là mạng  $2n$  cực siêu cao. Các nhánh có thể có tiết diện khác nhau hoặc cấu trúc khác nhau. Tiết diện cuối cùng của các nhánh ( $C_1, C_2, \dots, C_n$ ) được gọi là các mặt cuối của mạng  $2n$  cực. Khi nghiên cứu các mạng  $2n$  cực siêu cao, ta giả thiết rằng trong mỗi nhánh của nó chỉ tồn tại một dạng trường, đồng thời các mặt cuối  $C$  phải chọn cách đủ xa chỗ nối vào bọc kim loại để tại các mặt cuối không tồn tại các trường bậc cao.

Ta quy ước rằng:

- Sóng đi từ ngoài qua mặt cuối  $C$  vào mạng nhiều cực được gọi là sóng tới  $a$ ,
- Còn sóng đi từ trong mạng ra ngoài qua  $C$  được gọi là sóng phản xạ  $b$ .

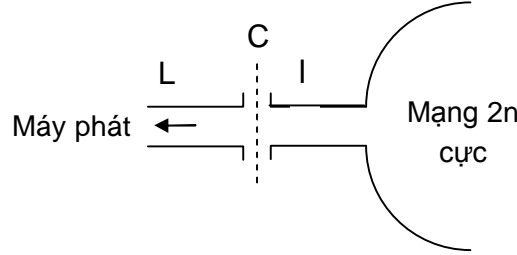


Hình 6.1. Mạng  $2n$  cực



### 6.1.2. Công suất phức

Có một đoạn đường truyền L nối giữa máy phát và một nhánh I của mạng nhiều cực như hình 6.2.



Hình 6.2. Ghép nối một cổng với máy phát

Như vậy tại mặt cuối C sẽ có sóng tới từ máy phát truyền vào mạng nhiều cực và cũng có sóng phản xạ từ mạng nhiều cực qua C.

Trên đoạn đường truyền L có sóng đứng. Nếu ta gọi  $\vec{E}$  và  $\vec{H}$  là cường độ trường của sóng đứng tại C thì theo lý thuyết trường, công suất của sóng qua C phải là:

$$P = \frac{1}{2} \int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*] d\vec{S} \quad (6.1)$$

Ở đây:

- + Dấu (\*) chỉ đại lượng liên hiệp phức
- + S là tiết diện của đường truyền tại C.
- +  $d\vec{S}$  là vi phân diện tích tiết diện

Công thức (6.1) cho ta công suất phức của sóng qua mặt cuối C. Công suất trung bình của nó là phần thực của biểu thức (6.1).

Ta có thể chuyển công thức (6.1) về dạng sau:

$$P = \frac{1}{2} \int_S [\vec{E}_q \times \vec{H}_q^*] d\vec{S} \quad (6.2)$$

Ở đây,  $\vec{E}_q$  và  $\vec{H}_q$  là các thành phần ngang của điện và từ trường của sóng. Do vậy về sau ta sẽ đề cập chủ yếu đến các thành phần ngang của trường.

Với một sóng chạy bất kỳ theo hướng truyền sóng gọi là sóng tới, thành phần ngang của điện từ trường được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} \vec{E}_q^t &= \vec{q}_{10} E_q^t(q_1, q_2) e^{-\Gamma z} \\ \vec{H}_q^t &= \vec{q}_{20} H_q^t(q_1, q_2) e^{-\Gamma z} \end{aligned} \quad (6.3)$$

- +  $\vec{q}_{10}, \vec{q}_{20}$  Là các vector đơn vị hướng theo 2 trục tọa độ ngang  $q_1, q_2$
- +  $E^t(q_1, q_2)$  và  $H^t(q_1, q_2)$  là biên độ phức,

- +  $\Gamma$  là hệ số truyền sóng.
- + Còn  $z$  là tọa độ dọc theo phương truyền sóng.

Từ (6.2) và (6.3) ta nhận được:

$$P = \frac{1}{2} \int_S E_q^t H_q^{t*} d\vec{S} \quad (6.4)$$

### 6.1.3. Sóng chuẩn hóa

Để tiện lợi cho việc nghiên cứu sự truyền sóng trong tuyến siêu cao, người ta đưa vào khái niệm “sóng chuẩn hóa”. Sóng chuẩn hóa là sóng chạy trên đường truyền của một dạng sóng nhất định ở tần số công tác có công suất truyền trung bình qua tiết diện  $S$  của đường truyền bằng  $\frac{1}{2}$  (công suất cực đại bằng 1).

Nếu ta gọi  $e_{ch}$  là biên độ phức điện trường của sóng chuẩn hóa và  $h_{ch}$  là biên độ phức từ trường của nó thì điều kiện chuẩn hóa trên có dạng:

$$\int_S e_{ch} h_{ch}^* dS = 1 \quad (6.5)$$

$e_{ch}, h_{ch}$  là các hàm của tọa độ ngang tại tiết diện  $S$  của đường truyền. Khi đó một sóng chạy tới theo chiều dương  $z$  trên đường truyền tại tiết diện  $S$  bất kỳ có biên độ điện và từ trường ngang được biểu diễn qua biên độ sóng chuẩn hóa như sau:

$$\begin{cases} E_q^t = e_{ch} a \\ H_q^t = h_{ch} a \end{cases} \quad (6.6)$$

$a$  là biên độ sóng tới (hoặc gọi tắt là sóng tới). Nó là một đại lượng phức không phụ thuộc vào các tọa độ ngang của tiết diện  $S$  trên đường truyền, nó tỉ lệ với biên độ điện trường ngang của sóng tới.

Đối với sóng chạy phản xạ (theo chiều  $z$  âm), ta cũng có biểu thức tương tự sau:

$$\begin{cases} E_q^{px} = e_{ch} b \\ H_q^{px} = -h_{ch} b \end{cases} \quad (6.7)$$

$b$  là biên độ sóng phản xạ, nó cũng là một đại lượng phức và tỉ lệ với biên độ điện trường ngang của sóng phản xạ.

Từ (6.4), (6.5), (6.6) và (6.7) ta biểu diễn được công suất của sóng tới và sóng phản xạ như sau:

$$P_t = \frac{1}{2} \int_S E_q^t H_q^{t*} dS = \frac{1}{2} \int_S a a^* e_{ch} h_{ch}^* dS = \frac{1}{2} |a|^2 \quad (6.8)$$

$$P_{px} = \frac{1}{2} \int_S E_q^{px} H_q^{px*} dS = \frac{1}{2} \int_S b b^* e_{ch} h_{ch}^* dS = \frac{1}{2} |b|^2 \quad (6.9)$$

Ta đưa vào khái niệm điện áp chuẩn hóa và dòng chuẩn hóa tại một tiết diện S bất kỳ trên đường truyền sẽ giúp ích cho việc tính và phân tích các mạch điện siêu cao tần về sau. Chúng được định nghĩa như sau:

$$\begin{aligned}\bar{U} &= a + b \\ \bar{I} &= a - b\end{aligned}\quad (6.10)$$

$\bar{U}$  là điện áp chuẩn hóa,  $\bar{I}$  là dòng điện chuẩn hóa.

Tương tự như ở mạch điện với tham số tập trung, ta gọi tỉ số điện áp chuẩn hóa và dòng điện chuẩn hóa là trở kháng chuẩn hóa, ký hiệu là  $\bar{Z}_{ch}$ , ta có:

$$\bar{Z}_{ch} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} \quad (6.11)$$

Từ (6.10) ta có thể viết:

$$\begin{aligned}a &= \frac{1}{2}(\bar{U} + \bar{I}) \\ b &= \frac{1}{2}(\bar{U} - \bar{I})\end{aligned}\quad (6.12)$$

Hệ số phản xạ tại tiết diện S tùy ý trên đường truyền là tỉ số giữa biên độ điện trường ngang của sóng phản xạ trên biên độ điện trường ngang của sóng tới. Ký hiệu là  $R_{px}$ , ta có biểu thức:

$$R_{px} = \frac{E_q^{px}}{E_q^t} = \frac{b}{a} \quad (6.13)$$

Từ (6.10), (6.11) và (6.13) ta suy ra mối quan hệ giữa trở kháng chuẩn hóa và hệ số phản xạ sau:

$$\bar{Z}_{ch} = \frac{a+b}{a-b} = \frac{1+R_{px}}{1-R_{px}} \quad (6.14)$$

Và ngược lại:

$$R_{px} = \frac{\bar{Z}_{ch} - 1}{\bar{Z}_{ch} + 1} \quad (6.15)$$

Trên đường truyền, khi có cả sóng tới và sóng chạy phản xạ đồng thời thì sóng tổng hợp sẽ là sóng đứng. Điện trường ngang của sóng đứng có biên độ là:

$$E_q = E_q^t + E_q^{px} = E_q^t(1 + R_{px})$$

Giá trị lớn nhất của  $E$  được gọi là điểm bụng của sóng đứng:

$$E_{qb} = E_{q\max} = E_q^t(1 + |R_{px}|)$$

Còn giá trị nhỏ nhất của  $E$  được gọi là điểm nút của sóng đứng:

$$E_{qn} = E_{q\min} = E_q^t(1 - |R_{px}|)$$

Tỉ số giữa điện trường cực đại và điện trường cực tiểu được gọi là hệ số sóng đứng điện áp, ký hiệu là  $K_d$  và có biểu thức:

$$K_d = \frac{E_{q\max}}{E_{q\min}} = \frac{1 + |R_{px}|}{1 - |R_{px}|} \quad (6.16)$$

Nghịch đảo của hệ số sóng đứng được gọi là hệ số sóng chạy:

$$K_d = \frac{1}{K_d} = \frac{1 - |R_{px}|}{1 + |R_{px}|} \quad (6.17)$$

Vì module của hệ số phản xạ  $R$  biến thiên từ 0 đến 1 nên  $K_d$  có giá trị từ  $\infty \rightarrow 1$  còn  $K_{ch}$  có giá trị từ 0 đến 1.

Với các khái niệm và định nghĩa trên đây, ta nghiên cứu mạng nhiều cực siêu cao với phương pháp ma trận sóng đứng.

## 6.2. Ma trận sóng của mạng nhiều cực siêu cao

### 6.2.1. Ma trận tán xạ

Giả sử ta có một mạng  $2n$  cực, nhánh  $p$  của nó được nối với máy phát siêu cao có sóng tới qua mặt cuối  $C_p$  là  $a_p$ , các nhánh còn lại của mạng  $2n$  cực được lắp tải không phản xạ (gọi là tải phối hợp). Trong một nhánh  $q$  bất kỳ khác sẽ có sóng đi ra khỏi mạng  $2n$  cực qua mặt cuối  $C_q$  vào tải là  $b_q$ . Đồng thời tại mặt  $C_p$  cũng có một sóng phản xạ lại máy phát là  $b_p$ . Ta có mối quan hệ giữa các sóng  $b_p$ ,  $b_q$ , và  $a_p$  như sau:

$$\begin{aligned} b_p &= S_{pp} a_p \\ b_q &= S_{qp} a_p \end{aligned} \quad \text{với } p \text{ khác } q; \quad p, q = 1, 2, \dots, n$$

Ở đây,  $S_{pp}, S_{qp}$  là các hệ số tỉ lệ, mô tả tính chất của mạng  $2n$  cực không phụ thuộc và  $a_p, b_p, b_q$  chúng là các đại lượng phức. Rõ ràng trong trường hợp tổng quát nhất khi các nhánh của  $2n$  cực có sóng tới thì bất kỳ một sóng phản xạ nào tại mỗi nhánh phải phụ thuộc vào sóng tới ở tất cả các nhánh của nó. Vì mạng  $2n$  cực là tuyến tính nên ta có biểu thức sau:

$$b_p = \sum_{q=1}^n S_{pq} a_q \quad (6.18)$$

Biểu thức (6.18) viết cho tất cả  $n$  nhánh là:

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + \dots + S_{1n}a_n \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + \dots + S_{2n}a_n \\ &\vdots \\ b_p &= S_{p1}a_1 + S_{p2}a_2 + \dots + S_{pn}a_n \end{aligned} \quad (6.19)$$

Ta đưa vào các ma trận sau:

$$\Rightarrow \begin{aligned} [b] &= \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}; & [a] &= \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \\ [S] &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.20)$$

Thì (6.19) được viết dưới dạng gọn hơn là:

$$[b] = [S][a] \quad (6.21)$$

- + [a] được gọi là ma trận sóng tới,
- + [b] được gọi là ma trận sóng phản xạ,
- + [S] là ma trận tán xạ của mạng  $2n$  cực, nó là ma trận vuông cấp  $n$ .

Các hệ thức (6.19) và (6.21) mô tả quan hệ giữa các sóng phản xạ và sóng tới tại các mặt cuối của các nhánh mạng  $2n$  cực qua các yếu tố ma trận tán xạ của mạng  $2n$  cực đó. Ma trận tán xạ của một mạng  $2n$  cực đã cho là hoàn toàn xác định, nó không phụ thuộc vào các sóng tới cũng như các tải mắc tại các nhánh.

Từ (6.19) ta thấy:

$$\begin{aligned} S_{pq} &= \left. \frac{b_p}{a_q} \right|_{a_l=0} \quad l \neq p, q; p \neq q \\ S_{pp} &= \left. \frac{b_p}{a_p} \right|_{a_l=0} \quad l \neq p; l = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (6.22)$$

Như vậy ta suy ra rằng: các yếu tố ngoài đường chéo chính  $S_{pq}$  của ma trận [S] mang ý nghĩa của hệ số truyền của sóng từ nhánh  $q$  sang nhánh  $p$ . Yếu tố nằm trên đường chéo chính của [S] chính là hệ số phản xạ riêng tại mặt cuối  $C_p$  của nhánh  $p$  của mạng  $2n$  cực.

Ta cũng nhận thấy rằng ma trận tán xạ [S] của mạng  $2n$  cực được xác định với các mặt cuối đã cho. Khi thay đổi vị trí của các mặt cuối  $C_p$  ở các nhánh thì các yếu tố liên quan đến nó sẽ biến đổi, nhưng chỉ có pha là thay đổi còn module của chúng thì vẫn giữ nguyên (nếu trong các nhánh và trong  $2n$  cực không tiêu hao năng lượng)

Ta hãy xem các yếu tố này thay đổi ra sao. Nếu mặt cuối  $C_p$  của nhánh  $p$  dịch chuyển về phía mạng  $2n$  cực một đoạn là  $d_p$  đến vị trí mới là  $C'_p$  sóng tới tại mặt cuối  $C'_p$  sẽ có pha giảm đi góc  $\theta_p = \frac{2\pi}{\lambda} d_p$  so với sóng tới ở vị trí  $C_p$ . Ta có:

$$a'_p = a_p e^{-j\theta_p} \quad (6.23)$$

Còn sóng phản xạ tại  $C'_p$  so với sóng ở  $C_p$  sẽ có pha tăng lên một góc  $\theta_p$ , tức là:

$$b'_p = b_p e^{j\theta_p} \quad (6.24)$$

Nếu ở nhánh  $q$  ta cũng dịch chuyển mặt cuối  $C_q$  đi một khoảng  $d_q$  về phía mạng  $2n$  cực đến vị trí mới  $C'_q$  một góc pha là  $\theta_q = 2\pi d_q / \lambda$  thì cũng nhận được:

$$\begin{aligned} a'_q &= a_q e^{-j\theta_q} \\ b'_q &= b_q e^{j\theta_q} \end{aligned}$$

Như vậy các yếu tố mới của ma trận tán xạ  $[S']$  so với yếu tố của ma trận  $[S]$  là:

$$\begin{aligned} S'_{pp} &= \frac{b'_p}{a'_p} = \frac{b_p}{a_p} e^{j2\theta_p} = S_{pp} e^{j2\theta_p} \\ S'_{qq} &= \frac{b'_q}{a'_q} = \frac{b_q}{a_q} e^{j2\theta_q} = S_{qq} e^{j2\theta_q} \\ S'_{pq} &= \frac{b'_p}{a'_q} = \frac{b_p}{a_q} e^{j(\theta_q + \theta_p)} = S_{pq} e^{j(\theta_p + \theta_q)} \end{aligned} \quad (6.25)$$

Một cách tổng quát, nếu ở nhánh 1 dịch chuyển mặt cuối  $C_1$  đi một góc pha  $\theta_1$ , ở nhánh  $C_2$  dịch chuyển đi góc pha  $\theta_2$  ...,  $C_n$  đi góc  $\theta_n$ . Thì theo (6.23) và (6.24) ta có mối quan hệ:

$$\begin{aligned} [b]' &= [G]^* [b] \\ [a]' &= [G] \cdot [a] \end{aligned} \quad (6.26)$$

Ở đây ma trận chuyển đổi  $[G]$  có dạng:

$$[G] = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & e^{-j\theta_n} \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Còn  $[G]^*$  là ma trận lấy liên hiệp phức tất cả các phần tử của ma trận  $[G]$ , từ đó rút ra được ma trận tán xạ mới của mạng  $2n$  cực so với ma trận khi chưa thay đổi các mặt cuối:

$$[S]' = [G]^* [S] [G] \quad (6.28)$$

Hay:

$$[S] = [G] [S]' [G] \quad (6.29)$$

Ma trận tán xạ  $[S]$  của mạng  $2n$  cực siêu cao có các tính chất quan trọng sau:

Nếu môi trường trong mạng  $2n$  cực là đẳng hướng thì ma trận tán xạ  $[S]$  của nó đối xứng, tức là:

$$S_{pq} = S_{qp}$$

Hay:

$$[S] = [S]^T \quad (6.30)$$

- +  $[S]^T$  là ma trận chuyển vị của ma trận  $[S]$  qua đường chéo chính. Mạng  $2n$  cực như thế gọi là phần tử thuận nghịch.

Nếu mạng  $2n$  cực không tiêu hao năng lượng thì ma trận tán xạ  $[S]$  của nó sẽ đơn nguyên (Unita), nghĩa là:

$$[S]^H[S] = [I] \quad (6.31)$$

- +  $[I]$  là ma trận đơn vị cùng cấp với  $[S]$ , các yếu tố đường chéo chính là đơn vị còn các yếu tố khác là 0.
- +  $[S]^H = ([S]^*)^T$  là ma trận liên hợp Hecmitic của ma trận  $[S]$ .

Từ tính chất trên của ma trận, ta dễ dàng kiểm tra mạng  $2n$  cực trên phương diện năng lượng. Vì nếu mạng  $2n$  cực là không tiêu hao năng lượng thì tổng công suất của sóng tới tất cả các nhánh phải bằng tổng công suất sóng phản xạ ở tất cả các nhánh. Tính chất trên được biểu thị bởi hệ thức sau:

$$\sum_{q=1}^n |S_{pq}|^2 = 1; p = 1, 2, \dots, n \quad (6.32)$$

Về pha, ta cũng có hệ thức sau:

$$\sum_{l=1}^n S_{pl} S_{ql}^* = 0 \quad (6.33)$$

- +  $p = 1, 2, \dots, n$
- +  $q = 1, 2, \dots, n$
- +  $p$  khác  $q$

### 6.2.2. Ma trận truyền

Ngoài ma trận tán xạ  $[S]$ , khi phân tích và tổng hợp các mạng nhiều cực, người ta còn dùng một số ma trận khác thuận tiện cho việc nghiên cứu. Đó là các ma trận truyền  $[T]$ , ma trận trở kháng  $[\bar{Z}]$  và ma trận dẫn nạp  $[\bar{Y}]$ .

Ma trận truyền  $[T]$  của mạng  $2n$  cực mô tả mối quan hệ giữa biên độ phức của sóng tới và sóng phản xạ ở nhóm nhánh vào với nhóm nhánh ra. Với mạng 4 cực, nếu ta gọi nhánh 1 là nhánh vào, nhánh 2 là nhánh ra thì ma trận truyền  $[T]_4$  sẽ cho ta các hệ thức sau:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_2 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (6.34)$$

Trong đó:  $[T]_4 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$  là ma trận truyền của mạng 4 cực

Với mạng  $2n$  cực, nếu  $n = 2m$ , ta gọi các nhánh từ 1 đến  $m$  là nhóm nhánh vào I, các nhánh còn lại từ  $m + 1$  đến  $n$  là nhóm nhánh ra II và đưa vào các ma trận dạng sau:

$$\begin{aligned}
a_I &= \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_m \end{pmatrix} & b_I &= \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix} \\
a_{II} &= \begin{pmatrix} a_{m+1} \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} & b_{II} &= \begin{pmatrix} b_{m+1} \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{aa} & \vdots & T_{ab} \\ \dots & \dots & \dots \\ T_{ba} & \vdots & T_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & \dots & T_{1m} & \cdot & T_{1,m+1} & \dots & T_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \cdot & \dots & \dots & \dots \\ T_{m1} & \dots & T_{mm} & \cdot & T_{m,m+1} & \dots & T_{mn} \\ \dots & \dots & \dots & \cdot & \dots & \dots & \dots \\ T_{m+1,1} & \dots & T_{m+1,m} & \cdot & T_{m+1,m+1} & \dots & T_{m+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \cdot & \dots & \dots & \dots \\ T_{n1} & \dots & T_{nm} & \cdot & T_{n,m+1} & \dots & T_{nn} \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

Thì hệ thức mô tả giữa các sóng tới và phản xạ giữa nhóm nhánh ra và nhóm nhánh vào qua ma trận truyền của mạng  $2n$  cực có dạng sau:

$$\begin{pmatrix} a_I \\ b_I \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_{aa} & T_{ab} \\ T_{ba} & T_{bb} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_{II} \\ a_{II} \end{pmatrix} \quad (6.36)$$

Khác với ma trận tán xạ  $[S]$ , các yếu tố của ma trận truyền  $[T]$  nói chung cũng là đại lượng phức, nhưng không nhất thiết có một ý nghĩa vật lý nào. Ma trận truyền được sử dụng rất thuận tiện khi có nối tầng các mạng nhiều cực, tức là việc ghép nối các nhóm nhánh vào của một mạng nhiều cực với nhóm nhánh ra của mạng nhiều cực khác.

Chẳng hạn với mạng 4 cực ta có tính chất sau: nếu thực hiện việc ghép nối tầng liên tiếp các mạng 4 cực khác nhau, thì ma trận truyền  $[T]$  của mạng 4 cực hợp thành bằng tích theo thứ tự truyền sóng các ma trận truyền của các mạng 4 cực thành phần.

Gọi  $[T_1]$ ,  $[T_2]$ ,  $[T_3]$  là ma trận truyền của các mạng 4 cực thành phần, 1, 2, 3 mắc liên tiếp nhau,  $[T]$  là ma trận truyền của mạng 4 cực hợp thành sau khi ghép nối, ta có:

$$[T] = [T_1] \cdot [T_2] \cdot [T_3] \quad (6.37)$$

### 6.2.3. Ma trận trở kháng và ma trận dẫn nạp

Ma trận trở kháng của mạng  $2n$  siêu cao mô tả quan hệ giữa điện áp chuẩn hóa với dòng điện chuẩn hóa tại các mặt cuối của nó. Nếu gọi  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_n$  là điện áp chuẩn hóa và  $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_n$  là dòng điện chuẩn hóa tại các mặt cuối  $C_p$  của các nhánh thì ta có các hệ thức sau:

$$\begin{aligned}
\bar{U}_1 &= \bar{Z}_{11} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{12} \bar{I}_2 + \dots + \bar{Z}_{1n} \bar{I}_n \\
\bar{U}_2 &= \bar{Z}_{21} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{22} \bar{I}_2 + \dots + \bar{Z}_{2n} \bar{I}_n \\
&\dots\dots\dots \\
\bar{U}_n &= \bar{Z}_{n1} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{n2} \bar{I}_2 + \dots + \bar{Z}_{nn} \bar{I}_n
\end{aligned} \quad (6.38)$$

Hay đưa vào các ma trận:





Nếu mạng  $2n$  cực không tổn hao năng lượng thì các yếu tố của ma trận trở kháng  $[\bar{Z}]$  của  $2n$  cực là các số thuần ảo.

#### 6.2.4. *Mối quan hệ giữa các ma trận sóng*

Việc dẫn ra các ma trận tán xạ  $[S]$  có thuận lợi lớn vì có thể đo đạc các yếu tố của nó dựa trên việc đo công suất và hệ số sóng đứng điện áp. Ngoài ra khi dịch chuyển các mặt cuối của mạng  $2n$  cực chỉ có pha của các yếu tố  $S_{pq}$  thay đổi, trong khi đó các yếu tố của ma trận  $[\bar{Z}]$  và  $[\bar{Y}]$  sẽ thay đổi cả pha lẫn module. Sử dụng ma trận tán xạ  $[S]$  thuận tiện khi phân tích các mạng nhiều cực có số cực lớn hơn. Còn khi với mạng 2 cực thì dùng ma trận  $[\bar{Y}]$  hoặc  $[\bar{Z}]$  sẽ dễ dàng hơn. Khi phân tích các mạng 4 cực nối tầng, sử dụng ma trận truyền  $[T]$  sẽ nhanh gọn hơn.

Các ma trận  $[T]$ ,  $[\bar{Z}]$  và  $[\bar{Y}]$  không xác định được bằng thực nghiệm, nhưng ta có thể nhận được chúng khi biết ma trận tán xạ  $[S]$  qua các mối quan hệ giữa  $[S]$  với  $[T]$ ,  $[\bar{Z}]$  và  $[\bar{Y}]$ . Từ các biểu thức (6.10), (6.12), (6.14), (6.40) và (6.42) ta có mối quan hệ giữa  $[S]$  với  $[\bar{Z}]$  và  $[\bar{Y}]$  cho mạng  $2n$  cực như sau:

$$\begin{aligned} [S] &= ([\bar{Z}] - [I])([\bar{Z}] + [I])^{-1} = ([I] - [\bar{Y}])([I] + [\bar{Y}])^{-1} \\ [\bar{Z}] &= ([I] + [S])([I] - [S])^{-1} \\ [\bar{Y}] &= ([I] - [S])([I] + [S])^{-1} \end{aligned} \quad (6.45)$$

Với mạng 4 cực, từ các biểu thức (6.21) và (6.34) có quan hệ giữa  $[S]$  và  $[T]$ :

$$[S] = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{21}/T_{11} & \det[T]/T_{11} \\ 1/T_{11} & -T_{12}/T_{11} \end{pmatrix} \quad (6.46)$$

Ở đây:

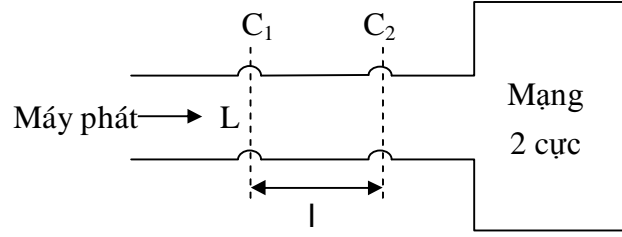
$$\begin{aligned} + \quad \det [T] &= T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} \\ + \quad \det [S] &= S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} \\ + \quad \text{Dấu } (-1) &\text{ trong biểu thức (6.45) chỉ ma trận nghịch đảo.} \end{aligned}$$

Các mạng nhiều cực siêu cao được ứng dụng rộng rãi trong kỹ thuật nhất là các mạng 2, 4, 6, và 8 cực. Sau đây ta lần lượt nghiên cứu các mạng trên.

### 6.3. *Mạng 2 cực*

#### 6.3.1. *Hệ số phản xạ và trở kháng chuẩn hóa*

Mạng 2 cực siêu cao tần là phần tử siêu cao đơn giản nhất trong tuyến siêu cao. Chúng được dùng khá rộng rãi trong kỹ thuật siêu cao. Đó là: tải không phản xạ, đầu nối tắt có pít-tông dịch chuyển, đầu tách sóng, một hộp cộng hưởng nối với đoạn đường truyền, tải tiêu thụ v.v...



Hình 6.3. Mạng 2 cực siêu cao tần

Ta hãy xét quy luật biến đổi của hệ số phản xạ và trở kháng chuẩn hóa ở đầu vào C của mạng 2 cực nói chung. Giả sử có một mạng 2 cực mắc trên đường truyền L với máy phát năng lượng siêu cao như hình 6.3, tại mặt phẳng cuối  $C_1$  ta có sóng tới là  $a$  và sóng phản xạ là  $b$ . Hệ số phản xạ tại  $C_1$  là:

$$R_{px1} = b / a$$

Và trở kháng chuẩn hóa tại  $C_1$  theo (6.14) là:

$$\bar{Z}_{ch1} = \frac{1 + R_{px1}}{1 - R_{px1}}$$

Bây giờ ta dịch chuyển mặt cuối của mạng 2 cực từ  $C_1$  về  $C_2$  một khoảng  $l$  thì tại  $C_2$  ta có sóng tới và sóng phản xạ theo (6.23) và (6.24) là:

- +  $b' = be^{\Gamma l}$
- +  $a' = ae^{-\Gamma l}$
- +  $\Gamma = \alpha + j\beta$ : hệ số truyền
- +  $\alpha$  là hệ số tiêu hao,  $\beta$  là hệ số pha

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (6.47)$$

Như vậy hệ số phản xạ và trở kháng chuẩn hóa tại mặt cuối  $C_2$  là:

$$R_{px2} = \frac{b'}{a'} = R_{px1} e^{2\Gamma l} \quad (6.48)$$

$$\bar{Z}_{ch2} = \frac{1 + R_{px2}}{1 - R_{px2}} = \frac{\bar{Z}_{ch1} - th\Gamma l}{1 - \bar{Z}_{ch1} th\Gamma l} \quad (6.49)$$

Hay là:  $R_{px1} = R_{px2} e^{-2\Gamma l}$

$$\bar{Z}_{ch1} = \frac{\bar{Z}_{ch2} + th\Gamma l}{1 + \bar{Z}_{ch2} th\Gamma l} \quad (6.50)$$

Nếu đường truyền L không tổn hao năng lượng  $\alpha = 0$  thì:

$$R_{px1} = R_{px2} e^{-2\Gamma l} = R_{px2} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda} l}$$

$$\bar{Z}_{ch1} = \frac{\bar{Z}_{ch2} + jtg \frac{2\pi}{\lambda} l}{1 + j\bar{Z}_{ch2}tg \frac{2\pi}{\lambda} l} \quad (6.51)$$

Nếu đoạn đường truyền  $l = \lambda / 4$  thì (6.51) có dạng:

$$R_{px1} = -R_{px2}$$

$$\bar{Z}_{ch1} = \frac{1}{\bar{Z}_{ch2}} \quad (6.52)$$

Từ (6.52) ta thấy rằng một tiết diện nối tắt có thể trở thành một trở kháng vô cùng (đường truyền hở mạch ở cuối) khi qua một đoạn đường truyền có chiều dài  $l = \lambda / 4$  hoặc ngược lại.

Nếu gọi trở kháng đặc tính của đường truyền  $Z_{co}$  thì trở kháng của mạng 2 cực tại tiết diện cuối C sẽ là:

$$Z_1 = \bar{Z}_{ch1} Z_{co}, Z_2 = \bar{Z}_{ch2} Z_{co} \quad (6.53)$$

Các biểu thức (6.51) và (6.52) có thể viết như sau cho các trở kháng:

$$Z_1 = Z_{co} \frac{Z_2 + jZ_{co}tg \frac{2\pi}{\lambda} l}{Z_{co} + jZ_2tg \frac{2\pi}{\lambda} l} \quad (6.54)$$

$$Z_2 Z_1 = Z_{co}^2 \quad (6.55)$$

### 6.3.2. Một ví dụ về mạng 2 cực

Có rất nhiều phần tử trong mạng siêu cao tần thuộc loại mạng 2 cực. Trong phần này, ta chỉ xét một ví dụ đó là tải không phản xạ.

Tải không phản xạ dùng trong tuyến siêu cao tần với mục đích tạo ra trong tuyến sóng chạy hoàn toàn, dùng trong khi đo đặc ở siêu cao và làm anten tương đương khi điều chỉnh máy phát siêu cao. Tải không phản xạ có cấu tạo đa dạng tùy theo cấu trúc của đường truyền và mức công suất cần hấp thụ. Đặc trưng điện cơ bản của tải không phản xạ là module của hệ số phản xạ (hay hệ số sóng đứng) trong một dải tần công tác. Trong thực tế kỹ thuật có khả năng tạo ra những tải với module của hệ số phản xạ  $|R_{px}| \leq 0,01$  trong dải tần tương đối  $\Delta f / f_0 = 20 \div 30\%$  hoặc lớn hơn. Còn pha của hệ số phản xạ có thể có giá trị bất kỳ trong khoảng từ 0 đến  $2\pi$ . Một đặc trưng quan trọng của tải không phản xạ là giá trị công suất hấp thụ cho phép. Tải với mức công suất nhỏ thì công suất hấp thụ  $P_t \leq 1W$  còn lớn hơn 1W là tải ở mức công suất lớn.

## 6.4. Mạng 4 cực

### 6.4.1. Ma trận sóng

Mạng 4 cực siêu cao là phần tử được sử dụng rộng rãi nhất trong tuyến siêu cao tần, nó rất đa dạng và đảm nhiệm các chức năng khác nhau. Từ các phần tử đơn giản như: tấm chắn,

que dò, cửa sổ cộng hưởng, 1 đoạn đường truyền đến phần tử phức tạp như các bộ suy giảm, quay pha, bộ lọc đều là những mạng 4 cực siêu cao và chúng không thể thiếu trong tuyến siêu cao. Trước hết chúng ta nghiên cứu các ma trận sóng của chúng.

Giả sử ta có một mạng 4 cực siêu cao tần có nhánh vào 1 và nhánh ra 2. Với các sóng tới  $a_1, a_2$ , sóng phản xạ  $b_1, b_2$ , điện áp và dòng chuẩn hóa:  $\bar{v}_1, \bar{i}_1, \bar{v}_2, \bar{i}_2$ .

Quan hệ giữa các sóng tới và sóng phản xạ ở các nhánh của mạng 4 cực này được biểu diễn bởi ma trận tán xạ [S] và ma trận truyền [T] có dạng:

$$\begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{cases} \quad (6.56)$$

$$\begin{cases} a_1 = T_{11}b_2 + T_{12}a_2 \\ a_1 = S_{21}b_2 + S_{22}a_2 \end{cases} \quad (6.57)$$

Mối quan hệ giữa điện áp chuẩn hóa và dòng điện chuẩn hóa của mạng 4 cực được mô tả qua ma trận trở kháng và ma trận dẫn nạp như sau:

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= \bar{z}_{11}\bar{i}_1 + \bar{z}_{12}\bar{i}_2 \\ \bar{v}_2 &= \bar{z}_{21}\bar{i}_1 + \bar{z}_{22}\bar{i}_2 \end{aligned} \quad (6.58)$$

$$\begin{aligned} \bar{i}_1 &= \bar{y}_{11}\bar{v}_1 + \bar{y}_{12}\bar{v}_2 \\ \bar{i}_2 &= \bar{y}_{21}\bar{v}_1 + \bar{y}_{22}\bar{v}_2 \end{aligned} \quad (6.59)$$

Các yếu tố của các ma trận của mạng 4 cực quan hệ với nhau như sau:

$$\begin{aligned} [S] &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\bar{z}_{11}-1)(\bar{z}_{22}+1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}}{A} & \frac{2\bar{z}_{12}}{A} \\ \frac{2\bar{z}_{21}}{A} & \frac{(\bar{z}_{11}+1)(\bar{z}_{22}-1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}}{A} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{(1-\bar{y}_{11})(1+\bar{y}_{22}) + \bar{y}_{12}\bar{y}_{21}}{B} & \frac{-2\bar{y}_{12}}{B} \\ \frac{-2\bar{y}_{21}}{B} & \frac{(1+\bar{y}_{11})(1-\bar{y}_{22}) + \bar{y}_{12}\bar{y}_{21}}{B} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.60)$$

ở đây:  $A = (\bar{z}_{11}+1)(\bar{z}_{22}+1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}$

$B = (1+\bar{y}_{11})(1+\bar{y}_{22}) - \bar{y}_{12}\bar{y}_{21}$

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{12} \\ \bar{z}_{21} & \bar{z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+S_{11})(1-S_{22}) + S_{12}S_{21}}{C} & \frac{2S_{12}}{C} \\ \frac{2S_{21}}{C} & \frac{(1-S_{11})(1+S_{22}) + S_{12}S_{21}}{C} \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

$$[\bar{Y}] = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{D} & \frac{-2S_{12}}{D} \\ \frac{-2S_{21}}{D} & \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{D} \end{bmatrix} \quad (6.62)$$

ở đây:  $C = (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}$

$$D = (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}$$

$$[\bar{Y}] = \begin{bmatrix} \frac{\bar{z}_{22}}{E} & \frac{-\bar{z}_{12}}{E} \\ \frac{-\bar{z}_{21}}{E} & \frac{\bar{z}_{11}}{E} \end{bmatrix} \quad E = \bar{z}_{11}\bar{z}_{22} - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21} \quad (6.63)$$

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \frac{\bar{y}_{22}}{F} & \frac{-\bar{y}_{12}}{F} \\ \frac{-\bar{y}_{21}}{F} & \frac{\bar{y}_{11}}{F} \end{bmatrix} \quad F = \bar{y}_{11}\bar{y}_{22} - \bar{y}_{12}\bar{y}_{21} \quad (6.64)$$

Trong trường hợp mạng 4 cực chứa môi trường đẳng hướng, tức là nó thuận nghịch thì các ma trận  $[S]$ ,  $[\bar{Z}]$  và  $[\bar{Y}]$  sẽ đối xứng, tức là có:

$$S_{12} = S_{21} \quad \bar{z}_{12} = \bar{z}_{21} \quad \bar{y}_{12} = \bar{y}_{21}$$

Thì các biểu thức (6.60), (6.61) và (6.62) sẽ có dạng đơn giản hơn:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{(\bar{z}_{11}-1)(\bar{z}_{22}+1)-\bar{z}_{12}^2}{A} & \frac{2\bar{z}_{12}}{A} \\ \frac{2\bar{z}_{12}}{A} & \frac{(\bar{z}_{11}+1)(\bar{z}_{22}-1)-\bar{z}_{12}^2}{A} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \frac{(1-\bar{y}_{11})(1+\bar{y}_{22})+\bar{y}_{12}^2}{B} & \frac{-2\bar{y}_{12}}{B} \\ \frac{-2\bar{y}_{12}}{B} & \frac{(1+\bar{y}_{11})(1-\bar{y}_{22})+\bar{y}_{12}^2}{B} \end{bmatrix} \quad (6.65)$$

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}^2}{C} & \frac{2S_{12}}{C} \\ \frac{2S_{12}}{C} & \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}^2}{C} \end{bmatrix} \quad (6.66)$$

$$[\bar{Y}] = \begin{bmatrix} \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}^2}{D} & \frac{-2S_{12}}{D} \\ \frac{-2S_{12}}{D} & \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}^2}{D} \end{bmatrix} \quad (6.67)$$

#### 6.4.2. Mạng 4 cực không tổn hao

Nếu mạng 4 cực không tổn hao năng lượng và thuận nghịch từ tính Unitariness của ma trận tán xạ  $[S]$  ta thấy có thể đặt:

$$\begin{aligned}
S_{11} &= j \cos \varphi e^{-j\psi_1} \\
S_{22} &= j \cos \varphi e^{-j\psi_2} \\
S_{12} &= S_{21} = \sin \varphi e^{-j(\psi_1 + \psi_2)/2}
\end{aligned} \tag{6.68}$$

$\varphi, \psi_1, \psi_2$  là các số thực có giá trị từ 0 đến  $2\pi$ . Với ký hiệu mới, ma trận tán xạ của một mạng 4 cực thuận nghịch không tổn hao có thể viết:

$$[S] = \begin{bmatrix} j \cos \varphi e^{-j\psi_1} & \sin \varphi e^{-j(\psi_1 + \psi_2)/2} \\ \sin \varphi e^{-j(\psi_1 + \psi_2)/2} & j \cos \varphi e^{-j\psi_2} \end{bmatrix} \tag{6.69}$$

Còn ma trận truyền  $[T]$  của mạng 4 cực này theo (6.46) có dạng:

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sin \varphi} e^{j\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right)} & -j \cot \varphi e^{j\left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}\right)} \\ j \cot \varphi e^{j\left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}\right)} & \frac{1}{\sin \varphi} e^{-j\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right)} \end{bmatrix} \tag{6.70}$$

Từ (6.68) ta thấy rằng  $|S_{11}| = |S_{22}|$  nó được gọi là hệ số phản xạ riêng của mạng 4 cực không tổn hao. Nếu mắc một đường truyền với mạng 4 cực này, trên đường truyền sẽ có sóng đứng với hệ số:

$$K_d = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} = \frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} = \cot^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \tag{6.71}$$

Và góc  $\varphi$  được gọi là góc mở.

Hoàn toàn tương tự từ (6.65), (6.66) và (6.67) ta có thể dẫn ra được các ma trận  $[\bar{Z}]$  và  $[\bar{Y}]$  cho 4 cực không tổn hao thuận nghịch.

Nếu mạng 4 cực không tổn hao mà có:

$$S_{11} = S_{22} \text{ tức là } \psi_1 = \psi_2 = \psi$$

Thì được gọi là đối xứng.

Với một mạng 4 cực không tổn hao đối xứng thì các ma trận tán xạ  $[S]$  và truyền  $[T]$  sẽ có dạng đơn giản hơn:

$$\begin{aligned}
[S] &= e^{-j\psi} \begin{bmatrix} j \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & j \cos \phi \end{bmatrix} \\
[T] &= \begin{bmatrix} e^{j\psi} & -j \cos \phi \\ j \cos \phi & e^{-j\psi} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6.72}$$

Như vậy với một mạng 4 cực không tổn hao đối xứng, các ma trận sóng được xác định bởi 2 tham số độc lập là  $\varphi$  và  $\psi$ .

Một ví dụ rất đơn giản về một mạng 4 cực không tổn hao đối xứng là một đoạn đường truyền đồng nhất không tổn hao có chiều dài  $l$  với góc pha  $\theta = 2\pi l / \lambda$ .

Ở đây vì không có phản xạ nên góc  $\varphi = \pi/2$  và do đó  $\psi = \psi_0$  nào đó, và lúc này ma trận tán xạ và ma trận truyền của nó sẽ là:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\psi_0} \\ e^{-j\psi_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.73)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} e^{j\psi_0} & 0 \\ 0 & e^{-j\psi_0} \end{bmatrix} \quad (6.74)$$

Nếu bây giờ ta đặt một đường truyền không tổn hao có ma trận  $[T]$  như (6.74) trước một mạng 4 cực đối xứng không tổn hao có ma trận truyền  $[T]$  như ở (6.72) thì theo (6.75) ma trận truyền của mạng 4 cực mới tạo thành có dạng:

$$\begin{aligned} [T] &= \begin{bmatrix} e^{j\psi_0} & 0 \\ 0 & e^{-j\psi_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\psi} & -j \cos \varphi \\ j \cos \varphi & e^{-j\psi} \end{bmatrix} \frac{1}{\sin \varphi} \\ &= \frac{1}{\sin \varphi} \begin{bmatrix} e^{j(\psi+\psi_0)} & -j \cos \varphi e^{j\psi_0} \\ j \cos \varphi e^{-j\psi_0} & e^{-j(\psi+\psi_0)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.75)$$

So sánh (6.75) và (6.70) ta thấy mạng 4 cực mới này cũng không tổn hao có dạng tùy ý. Nó được xác định bởi ba tham số thực độc lập  $\varphi$ ,  $\psi$ , và  $\psi_0$ . Nó có dạng giống như ma trận (6.70) nếu ta giữ nguyên  $\varphi$  và đặt  $\psi = \psi_0$  và:

$$\psi_0 = \frac{\psi_1 - \psi_2}{2} \quad (6.76)$$

Như vậy khi không có tổn hao, ở mỗi tần số, một mạng 4 cực không đối xứng có thể được thay thế bởi một mạng 4 cực đối xứng đặt sau một đoạn đường truyền đồng nhất.

Ở đây, góc  $\psi_0$  của đoạn đường truyền mô tả tính không đối xứng của mạng 4 cực nên nó được gọi là góc bất đối xứng của mạng 4 cực, ma trận tán xạ của mạng 4 cực này có dạng:

$$[T] = \begin{bmatrix} j \cos \varphi e^{-j(\psi+2\psi_0)} & \sin \varphi e^{-j(\psi+\psi_0)} \\ \sin \varphi e^{-j(\psi+\psi_0)} & j \cos \varphi e^{-j\psi} \end{bmatrix} \quad (6.77)$$

Theo (6.66) và (6.73) ta dễ dàng viết được ma trận trở kháng và dẫn nạp của một mạng 4 cực đối xứng như sau:

$$[\bar{Z}] = \frac{1}{\cos \phi - \sin \psi} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \phi \\ \sin \phi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (6.78)$$

$$[\bar{Y}] = \frac{1}{\cos \phi \sin \psi} \begin{bmatrix} -\cos \psi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \psi \end{bmatrix} \quad (6.79)$$

#### 6.4.3. Biến thể lý tưởng

Ta nhận thấy rằng vì các yếu tố của ma trận tán xạ  $[S]$  của mạng 4 cực được xác định bằng thực nghiệm nên nó luôn tồn tại. Còn các ma trận trở kháng và ma trận dẫn nạp của mạng 4 cực chỉ tồn tại khi thỏa mãn điều kiện sau:

$$C = (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21} \neq 0$$



$$D = (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21} \neq 0 \quad (6.80)$$

Ta xem xét trường hợp khi cả hai điều kiện trên đều không thỏa mãn tức là đối với một mạng 4 cực thuận nghịch xảy ra đồng thời hai đẳng thức:

$$\begin{aligned} (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}^2 &= 0 \\ (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}^2 &= 0 \end{aligned} \quad (6.81)$$

Điều kiện (6.81) cho ta hệ thức sau:

$$\begin{aligned} -S_{22} &= S_{11} = \rho \\ S_{11}^2 + S_{12}^2 &= 1 \rightarrow S_{12} = t = (1 - \rho^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (6.82)$$

Lúc này ma trận truyền [T] của mạng 4 cực có dạng:

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{1 - \rho^2}} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \quad (6.83)$$

Hay có mối quan hệ giữa các sóng ở lối vào và lối ra của mạng 4 cực:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \rho^2}} b_2 + \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} a_2 \\ b_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \rho^2}} b_2 + \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} a_2 \end{aligned}$$

Ta cộng và trừ hai vế của hai đẳng thức trên và chú ý đến biểu thức (6.10) sẽ nhận được kết quả:

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= \frac{1 + \rho}{\sqrt{1 - \rho^2}}; & \bar{u}_2 &= \sqrt{\frac{1 + \rho}{1 - \rho}} \\ \bar{i}_1 &= \frac{1 + \rho}{\sqrt{1 - \rho^2}}; & \bar{i}_2 &= \sqrt{\frac{1 + \rho}{1 - \rho}} \end{aligned}$$

Nếu ta đặt:

$$n = \sqrt{\frac{1 + \rho}{1 - \rho}} \quad (6.84)$$

Thì biểu thức trên viết dưới dạng mới là:

$$\begin{aligned} \bar{u}_2 &= \frac{1}{n} \bar{u}_1 \\ \bar{i}_2 &= -n \bar{i}_1 \end{aligned} \quad (6.85)$$

Một mạng 4 cực như trên được gọi là một biến thể lý tưởng. Còn  $n$  được gọi là hệ số của biến thể.

Từ (6.82) và (6.84) ta biểu diễn ngược lại các hệ số ma trận [S] qua hệ số biến thể  $n$ :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \rho = \frac{n^2 - 1}{1 + n^2} \\ S_{12} &= t = \frac{2n}{1 + n^2} \end{aligned} \quad (6.86)$$

Do đó:

$$[S] = \frac{1}{1 + n^2} \begin{bmatrix} -(1 - n^2) & 2n \\ 2n & (1 - n^2) \end{bmatrix} \quad (6.87)$$

Ta nhận thấy rằng vì  $n$  thực cho nên tất cả các yếu tố của ma trận  $[S]$  đều là thực, đồng thời từ (6.82) ma trận  $[S]$  Unitary. Như vậy một mạng 4 cực chỉ có thể biểu diễn dưới dạng một biến thể lý tưởng chỉ khi nó không tổn hao năng lượng và các mặt cuối phải đặt ở vị trí một là bụng sóng, một là nút sóng đứng.

Khi  $n > 0$  thì mặt cuối  $C_1$  (có  $S_{11} > 0$ ) đặt ở bụng sóng đứng,  $C_2$  ở nút sóng đứng và ngược lại  $n < 0$  thì  $C_1$  sẽ ở nút sóng và  $C_2$  ở điểm bụng sóng.

Với cách chọn các vị trí thích hợp của các mặt cuối  $C_1, C_2$ , một mạng 4 cực không tổn hao tùy ý có thể biểu diễn dưới dạng là một biến thể lý tưởng ghép nối ở hai đầu đoạn đường truyền đồng nhất không tiêu hao. Ở đây các đoạn  $l_1, l_2$  chọn sao cho các góc pha:

$$\theta_1 = 2\pi l_1 / \lambda, \quad \theta_2 = 2\pi l_2 / \lambda$$

Thực hiện được điều kiện:

$$S'_{11} = S_{11} e^{2j\theta_1} \text{ là thực và dương (hoặc âm)}$$

$$S'_{22} = S_{22} e^{2j\theta_2} \text{ là thực và dương (hoặc âm)}$$

Lúc đó:

$$S'_{12} = S_{12} e^{j(\theta_1 + \theta_2)} \text{ sẽ tự động thỏa mãn là thực.}$$

ở đây dấu phẩy chỉ các yếu tố của biến thể lý tưởng.

#### 6.4.4. Trở kháng mắc song song

Một trở kháng  $[\bar{Z}]$  mắc song song vào đường truyền được xem như là một mạng 4 cực với lối vào và ra cùng nằm tại chỗ mắc trở kháng.

Hệ thức giữa điện áp và dòng điện chuẩn hóa:

$$\bar{U}_1 = \bar{Z} \bar{I}_1 + \bar{Z} \bar{I}_2$$

$$\bar{U}_2 = \bar{Z} \bar{I}_1 + \bar{Z} \bar{I}_2$$

Ma trận trở kháng là:

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \bar{Z} & \bar{Z} \\ \bar{Z} & \bar{Z} \end{bmatrix}$$

Từ đó theo (6.65) tính được ma trận tán xạ và ma trận truyền:

$$[S]_{//} = \frac{1}{1+2\bar{Z}} \begin{bmatrix} -1 & 2\bar{Z} \\ 2\bar{Z} & -1 \end{bmatrix} \quad (6.88)$$

Từ (6.26) có dạng:

$$[T]_{//} = \frac{1}{2\bar{Z}} \begin{bmatrix} 2\bar{Z}+1 & 1 \\ 1 & 2\bar{Z}-1 \end{bmatrix} \quad (6.89)$$

Như vậy ta có:

$$S_{11} - S_{12} = -1 \quad (6.90)$$

Người ta đã chứng minh được rằng nếu một mạng 4 cực thực hiện được điều kiện (6.90) thì sơ đồ tương đương của nó có dạng như một trở kháng mắc song song vào đường truyền siêu cao.

#### 6.4.5. Dẫn nạp mắc nối tiếp

Một dẫn nạp  $[\bar{Y}]$  mắc nối tiếp trên đường truyền chính là một mạng 4 cực đơn giản.

Hệ thức giữa các dòng và áp chuẩn hóa của nó có dạng:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{Y} \cdot \bar{U}_1 - \bar{Y} \cdot \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 &= \bar{Y} \cdot \bar{U}_1 + \bar{Y} \cdot \bar{U}_2 \end{aligned}$$

Ma trận dẫn nạp  $[\bar{Y}]$  là:

$$[\bar{Y}] = \begin{bmatrix} \bar{Y} & -\bar{Y} \\ -\bar{Y} & \bar{Y} \end{bmatrix}$$

Ma trận tán xạ được tính từ (6.65):

$$[S]_{\perp} = \frac{1}{1+2\bar{Y}} \begin{bmatrix} 1 & 2\bar{Y} \\ 2\bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \quad (6.91)$$

Từ (6.91) suy ra điều kiện:

$$S_{11} + S_{12} = 1 \quad (6.92)$$

Người ta cũng chứng minh được rằng khi một mạng 4 cực nào thỏa mãn điều kiện (6.92) thì sơ đồ tương đương của nó được biểu diễn bằng một dẫn nạp mắc nối tiếp vào đường truyền siêu cao tần.

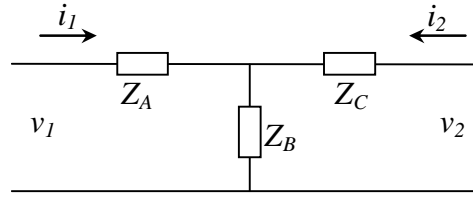
Ma trận truyền của nó có dạng:

$$[T]_{\perp} = \frac{1}{2\bar{Y}} \begin{bmatrix} 1+2\bar{Y} & -1 \\ 1 & 1-2\bar{Y} \end{bmatrix} \quad (6.93)$$

#### 6.4.6. Mất xích dạng T các trở kháng chuẩn hóa

Sau đây ta có thể biểu diễn sơ đồ tương đương của một mạng 4 cực thuận nghịch dưới dạng một mất xích dạng T với 3 trở kháng chuẩn hóa.

Giả sử ta có 3 trở kháng chuẩn hóa  $\bar{Z}_A, \bar{Z}_B, \bar{Z}_C$  mắc dạng chữ T như hình 6.4.



Hình 6.4. Mắc xích dạng T

Ta có mối quan hệ giữa các dòng điện và điện áp chuẩn hóa của chúng là:

$$\begin{aligned}\bar{u}_1 &= \bar{Z}_A \bar{i}_1 + \bar{Z}_B (\bar{i}_1 + \bar{i}_2) \\ \bar{u}_2 &= \bar{Z}_C \bar{i}_2 + \bar{Z}_B (\bar{i}_1 + \bar{i}_2)\end{aligned}$$

Vì ở đây  $\bar{i} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2$  hay viết dạng ma trận ta có:

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{Z}_A + \bar{Z}_B) & \bar{Z}_B \\ \bar{Z}_B & (\bar{Z}_B + \bar{Z}_C) \end{bmatrix}$$

Như vậy ma trận trở kháng của mạch này là:

$$[Z] = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{Z}_A + \bar{Z}_B) & \bar{Z}_B \\ \bar{Z}_B & (\bar{Z}_B + \bar{Z}_C) \end{bmatrix} \quad (6.94)$$

Từ đó suy ra quan hệ sau:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_A &= \bar{Z}_{11} - \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_B &= \bar{Z}_{12} - \bar{Z}_{21} \\ \bar{Z}_C &= \bar{Z}_{22} - \bar{Z}_{12}\end{aligned} \quad (6.95)$$

Từ biểu thức (6.66) ta có:

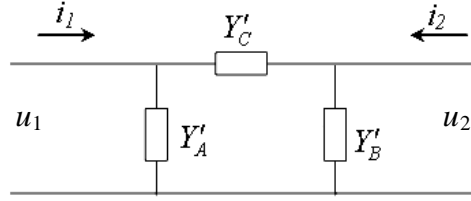
$$\begin{aligned}\bar{Z}_A &= \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}^2 - 2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}^2} \\ \bar{Z}_B &= \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}^2} \\ \bar{Z}_C &= \frac{(1 + S_{22})(1 - S_{11}) + S_{12}^2 - 2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}^2}\end{aligned} \quad (6.96)$$

Chú ý rằng việc biểu diễn theo sơ đồ dạng chữ T chỉ thực hiện được trong điều kiện:

$$C = (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}^2 \text{ khác } 0 \quad (6.97)$$

#### 6.4.7. Mắc xích dạng II

Ta có thể biểu diễn một mạng 4 cực thuận nghịch bất kỳ bằng sơ đồ tương đương dạng II với 3 dẫn nạp  $\bar{Y}_A, \bar{Y}_B, \bar{Y}_C$  như hình 6.5.



Hình 6.5. Mạng xích dạng  $\Pi$

Mối quan hệ giữa các dòng điện và điện áp chuẩn hóa của mạng trên là:

$$\begin{aligned}\bar{i}_1 &= \bar{y}'_A \bar{u}_1 + \bar{y}'_B (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \\ \bar{i}_2 &= \bar{y}'_C \bar{u}_2 - \bar{y}'_B (\bar{u}_1 - \bar{u}_2)\end{aligned}$$

Và ma trận dẫn nạp có dạng:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{y}'_A + \bar{y}'_B) & -\bar{y}'_B \\ -\bar{y}'_B & (\bar{y}'_B + \bar{y}'_C) \end{bmatrix} \quad (6.98)$$

Ta suy ra được:

$$\begin{aligned}\bar{y}'_A &= \bar{y}_{11} + \bar{y}_{12} \\ \bar{y}'_B &= -\bar{y}_{12} - \bar{y}_{21} \\ \bar{y}'_C &= \bar{y}_{22} + \bar{y}_{12}\end{aligned} \quad (6.99)$$

Hay các yếu tố ma trận tán xạ được các biểu thức cho các dẫn nạp là:

$$\begin{aligned}\bar{y}'_A &= \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}^2 - 2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}^2} \\ \bar{y}'_B &= \frac{2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}^2} \\ \bar{y}'_C &= \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}^2 - 2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}^2}\end{aligned} \quad (6.100)$$

Rõ ràng biểu diễn theo sơ đồ tương đương dạng  $\Pi$  chỉ thực hiện được trong điều kiện:

$$D = (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}^2 \text{ khác } 0 \quad (6.101)$$

#### 6.4.8. Ứng dụng của mạng 4 cực

##### 6.4.8.1. Các loại chuyển tiếp

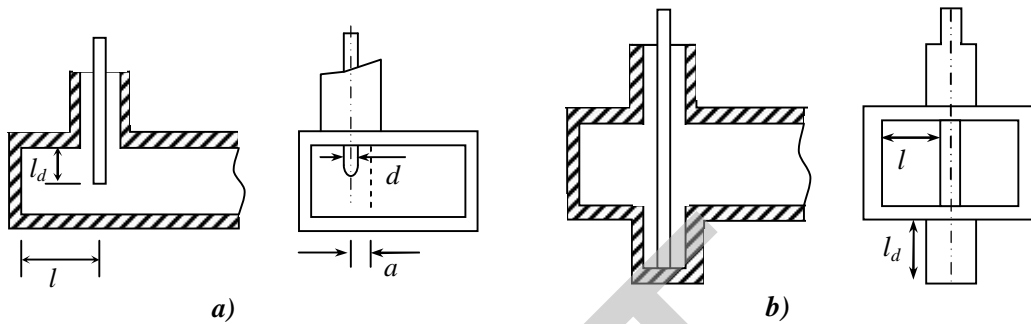
Để ghép nối các loại đường truyền khác nhau với các dạng sóng làm việc thích hợp trong tuyến siêu cao tần, người ta dùng các phần tử chuyển tiếp. Một số loại chuyển tiếp phổ biến trong kỹ thuật như: chuyển tiếp từ đường dây đồng trục sang ống dẫn sóng tròn và chữ nhật, chuyển tiếp từ dây đồng trục sang mạch dải, chuyển tiếp từ ống dẫn sóng chữ nhật sang ống dẫn sóng tròn. Tất cả các chuyển tiếp đều là các mạng 4 cực siêu cao.

#### a) Chuyển tiếp dạng đồng trục - ống dẫn sóng

Gồm hai loại chính:

- + Chuyển tiếp từ ống đồng trục hay cáp đồng trục sang ống dẫn sóng chữ nhật.

Được dùng để truyền năng lượng trong ống đồng trục với sóng TEM sang ống dẫn sóng chữ nhật với sóng cơ bản  $H_{10}$  hay ngược lại. Tùy theo yêu cầu về công suất và dải tần mà dạng chuyển tiếp này có cấu tạo khác nhau như dạng que dò (hình 6.6.a), dạng Slaypher (hình 6.6.b), dạng có thanh ngang hay dạng cúc áo.



Hình 6.6. Chuyển tiếp đồng trục – ống dẫn sóng chữ nhật.

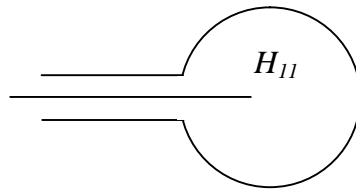
Đối với chuyển tiếp dạng que dò, việc phối hợp giữa hai loại ống dẫn sóng được bảo đảm bởi chọn thích hợp chiều dài của que dò  $l_d$  và khoảng cách từ que dò đến thành gần mạch của ống dẫn sóng  $l$ . Để mở rộng dải tần, việc phối hợp được thực hiện bằng cách tăng đường kính  $d$  của que dò và việc chọn cả độ lệch  $a$  của que dò. Khi chọn khoảng cách và các kích thước trên một cách tỉ mỉ, loại chuyển tiếp dạng que dò này phải đảm bảo phối hợp được trong dải tần cỡ đến 15 đến 20 % với hệ số sóng chạy  $K_{ch}$  lớn hơn hoặc bằng 0,95. Nhược điểm của loại chuyển tiếp que dò là làm giảm độ bền điện do tập trung đường sức điện trường ở đầu của que dò.

Khắc phục nhược điểm trên, người ta làm chuyển tiếp dạng Slaypher. Khi chọn các kích thước  $l$  và chiều dài đoạn Slaypher  $l_d$  thì dải tần công tác tương đối cũng chỉ đạt đến khoảng 7%.

Để đạt được sự phối hợp tốt đồng thời tăng độ bền điện người ta còn có chuyển tiếp dạng có thanh ngang được bổ sung bằng một tấm chắn điện cảm. Dạng chuyển tiếp này có thể đạt đến 20% khi hệ số sóng chạy  $K_{ch}$  lớn hơn 0,95. Khi truyền công suất lớn và để có độ bền điện cao ta dùng chuyển tiếp dạng cúc. Trong dạng chuyển tiếp đồng trục ống dẫn sóng này cần phải chọn tỉ mỉ dạng của dây dẫn chỗ chuyển tiếp và bổ sung bằng tấm chắn điện cảm. Dạng chuyển tiếp này được dùng để dẫn năng lượng từ đèn dao động Magnetron ra tuyến siêu cao.

- + Chuyển tiếp từ ống đồng trục sang ống dẫn sóng tròn

Để kích thích sóng trong ống dẫn sóng tròn dạng sóng cơ bản  $H_{11}$  từ đường dây đồng trục, ta dùng bộ chuyển tiếp đồng trục - ống dẫn sóng tròn (hình 6.7).



Hình 6.7. Chuyển tiếp đồng trục – ống dẫn sóng trụ tròn

Ở đây lõi của dây đồng trục kéo dài ra thành một que dò đặt song song với đường sức điện trường của sóng  $H_{11}$  trong ống dẫn sóng tròn.

Để kích thích sóng  $E_{01}$  trong ống dẫn sóng tròn từ dây đồng trục, ta dùng chuyển tiếp có lõi của dây đồng trục kéo dài ra tạo thành que dò đặt song song với trục của ống dẫn sóng tròn và song song với đường sức điện trường của sóng  $E_{01}$ .

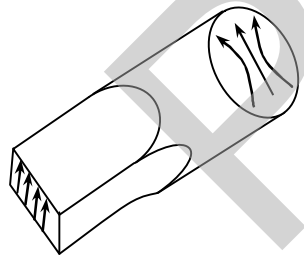
Loại chuyển tiếp này được sử dụng trong các khớp quay anten đài rada.

**b) Chuyển tiếp dạng ống dẫn sóng chữ nhật - ống dẫn sóng tròn**

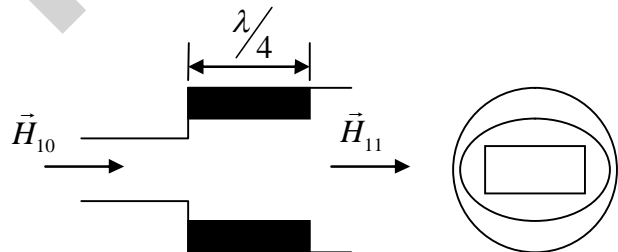
Để kích thích sóng cơ bản  $H_{11}$  trong ống dẫn sóng tròn từ sóng cơ bản  $H_{10}$  trong ống dẫn sóng chữ nhật, người ta dùng chuyển tiếp từ từ. Ở loại chuyển tiếp này, tiết diện ngang của nó biến dạng dần đều đều từ tiết diện chữ nhật sang tròn.

Để tránh phản xạ trong một dải tần thì chiều dài của chuyển tiếp phải lớn hơn bước sóng trong ống dẫn sóng.

Một dạng chuyển tiếp khác từ ống dẫn sóng chữ nhật sang ống dẫn sóng tròn với sóng cơ bản  $H_{11}$  và  $H_{10}$  chắc chắn hơn về mặt cơ khí có tiết diện chữ nhật chuyển sang tiết diện tròn được thực hiện qua một đoạn biến áp  $\lambda/4$  có tiết diện hình oval.



Hình 6.8.



Hình 6.9.

Để kích thích sóng  $E_{01}$  trong ống dẫn sóng tròn từ sóng  $H_{10}$  ở trong ống dẫn sóng chữ nhật, ta dùng chuyển tiếp dạng khác. Trong loại chuyển tiếp này, ống dẫn sóng chữ nhật nối với ống dẫn sóng tròn qua tiết diện của ống chữ nhật. Một đầu của ống sóng tròn được ngắn mạch có độ dài  $\lambda/2$  so với bước sóng của sóng  $E_{01}$  trong ống dẫn sóng trên tính từ tâm chỗ nối với ống dẫn sóng chữ nhật.

Để lọc sóng không mong muốn là  $H_{11}$  trong ống dẫn sóng tròn, trong đoạn nối tắt của ống dẫn sóng tròn người ta đặt một vòng xuyên kim loại mỏng, chu vi của xuyên gần với bước sóng  $\lambda_0$  trong không gian tự do. Vị trí của xuyên đặt cách tâm lỗ ghép một khoảng  $\lambda/4$  bước sóng của sóng  $H_{11}$ . Xuyên cộng hưởng này tác dụng lên sóng  $H_{11}$  như một đoạn ngắn mạch. Đối với sóng  $E_{01}$  đường sức điện trường  $E$  vuông góc với xuyên nên nó không bị ảnh hưởng.

Việc kích thích sóng  $H_{01}$  trong ống dẫn sóng tròn từ sóng  $H_{10}$  trong ống dẫn sóng chữ nhật được thực hiện bởi chuyển tiếp từ từ. Trong dạng chuyển tiếp này, tiết diện ngang của nó được biến dạng từ dạng chữ nhật sang tròn nhưng đảm bảo cho đường sức điện trường biến chuyển dần từ thẳng sang dạng đồng tâm với trục.

Vì sóng dạng  $H_{01}$  là bậc cao nên muốn có nó ta phải dùng một bộ lọc bỏ các dạng sóng bậc thấp hơn chẳng hạn như lọc sóng  $E_{01}$ . Bộ lọc như vậy gọi là bộ lọc dạng sóng. Nó chính là một đoạn ống dẫn sóng tròn, bên trong có đặt các phiến mỏng kim loại theo phương bán kính.

Một dạng bộ lọc khác có xẻ các khe tròn hẹp song song chạy vòng quanh ống tròn. Khe này sẽ làm cho các sóng bậc thấp như  $H_{11}$  và  $E_{01}$  bức xạ qua khe ra ngoài, còn sóng  $H_{01}$  truyền bên trong ống dẫn sóng.

Ngoài các loại chuyển tiếp trên, còn có chuyển tiếp đồng trục - mạch dài và chuyển tiếp ống dẫn sóng - mạch dài. Do thời lượng của môn học nên tài liệu không bàn đến hai loại chuyển tiếp này.

#### 6.4.8.2. Các bộ suy giảm

Chúng ta tìm hiểu một loại mạng 4 cực siêu cao tần khác là các bộ suy giảm. Đó là các phần tử 4 cực siêu cao mà khi sóng điện từ đi qua nó sẽ bị giảm đi một phần năng lượng ở đầu ra so với đầu vào. Các bộ suy giảm được lắp ở đầu ra của máy phát và tuyến siêu cao hoặc để đo đạc trong các thiết bị đo lường. Người ta chia làm ba loại suy giảm: suy giảm kiểu hấp thụ, suy giảm tới hạn và suy giảm có điều khiển điện.

##### a) Suy giảm kiểu hấp thụ

Bộ suy giảm kiểu hấp thụ gồm một đoạn ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong nó được đưa vào một bản hấp thụ năng lượng điện từ trường. Bản hấp thụ này có thể là điện môi được kim loại hóa. Tùy theo vị trí đặt tấm hấp thụ mà ta đạt được mức độ khác nhau về suy giảm năng lượng siêu cao tần.

Các bộ suy giảm kiểu hấp thụ có ưu điểm là cấu trúc đơn giản, phản xạ ít. Tuy nhiên chúng có nhược điểm là độ suy giảm không lớn quá 50dB và rất nhạy đối với tần số. Do đó với các tần số khác nhau phải lấy chuẩn cho từng tần số.

##### b) Suy giảm tới hạn

Nguyên tắc làm việc của bộ suy giảm tới hạn là sự suy giảm cường độ trường theo hàm mũ trong ống dẫn sóng có kích thước sao cho bước sóng tới hạn của dạng sóng đã chọn nhỏ hơn bước sóng công tác. Ta có biểu thức:

$$\frac{1}{\lambda_{th}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_t^2}$$

nếu  $\lambda > \lambda_{th}$  thì  $\lambda_t$  là số ảo, sóng trong ống dẫn sóng không lan truyền được mà bị suy giảm theo hàm mũ với hệ số suy giảm  $\alpha$  được tính:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_{th}}\right)^2 - 1}$$



khi  $\lambda > \lambda_{th}$  thì ta có:

$$\alpha \approx \frac{2\pi}{\lambda_{th}}$$

Nghĩa là độ suy giảm không phụ thuộc vào tần số.

Các bộ suy giảm tới hạn có ưu điểm là độ suy giảm thay đổi trong phạm vi lớn và chịu được công suất lớn khi chọn độ suy giảm thay đổi tuyến tính theo chiều dài L tốt. Do đó chúng được dùng làm các bộ suy giảm chuẩn. Nhược điểm của chúng là gây ra phản xạ lớn do bất đồng nhất. Để giảm phản xạ, người ta dùng các phần tử phối hợp ở hai đầu như là các điện trở hay đĩa điện môi.

Ngoài hai loại trên, trong kỹ thuật còn sử dụng các bộ suy giảm có điều khiển điện. Người ta lợi dụng tính chất đặc biệt của ferit bị từ hoá trong từ trường không đổi để tạo ra các bộ suy giảm không thuận nghịch gọi là các bộ van. Ngoài ra còn dùng các diode loại PIN tạo ra các bộ suy giảm có thể điều khiển điện khi thay đổi thiên áp cho các diode trên.

#### 6.4.8.3. Các bộ quay pha

Một loại mạng 4 cực khác là các bộ quay pha. Các bộ quay pha được sử dụng nhiều trong tuyến siêu cao và trong các thiết bị đo lường.

Bộ quay pha đơn giản cố định chính là một đoạn đường truyền đồng nhất có chiều dài l sẽ cho một bộ quay pha cố định với góc pha:

$$\theta = \frac{2\pi l}{\lambda}$$

Một bộ quay pha biến đổi đơn giản được thực hiện bởi ống đồng trục khi thay đổi chiều dài l của bộ quay pha.

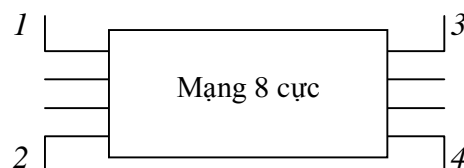
Người ta còn tạo ra bộ quay pha biến đổi bằng cách làm thay đổi bước sóng tới hạn của ống dẫn sóng  $H_{10}$  trong ống dẫn sóng chữ nhật.

Tất cả các bộ quay pha trên đều có mức độ quay pha như nhau không phụ thuộc vào chiều truyền sóng. Các bộ quay pha như vậy gọi là các bộ quay pha thuận nghịch.

Người ta sử dụng tính chất đặc biệt của ferit bị từ hoá trong từ trường không đổi để tạo ra các bộ quay pha theo chiều truyền sóng gọi là các bộ quay pha không thuận nghịch.

#### 6.5. Các bộ ghép định hướng

Bộ ghép định hướng là một mạng 8 cực được sử dụng phổ biến trong kỹ thuật siêu cao tần. Ta giả thiết rằng đây là một mạng 8 cực không tổn hao năng lượng.



Cho một mạng 8 cực với các nhánh 1, 2, 3 và 4. Ta nhóm các nhánh trên thành 2 nhóm: nhóm 1 gồm các nhánh 1 và 2, nhóm 2 gồm các nhánh 3 và 4.

Ta nói rằng mạng 8 cực này là một bộ ghép định hướng nếu các nhánh của một nhóm hoàn toàn cách ly khi các nhánh của nhóm kia được phối hợp.

Ví dụ ta nối vào hai nhánh 3 và 4 các tải không phản xạ, cho sóng vào nhánh 1 thì không có sóng ra nhánh 2.

Các điều kiện được thể hiện bởi hệ thức:

$$S_{12} = S_{21} = S_{34} = S_{43} = 0$$

Ma trận tán xạ của bộ ghép định hướng có dạng:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & S_{24} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \quad (6.102)$$

Các bộ ghép định hướng có ba tính chất sau:

Các hệ số phản xạ của bộ ghép định hướng có cùng module.

Từ tính chất Unita của ma trận tán xạ  $[S]$  của bộ ghép định hướng ta có:

$$S_{13}S_{11}^* + S_{33}S_{14}^* = 0$$

$$S_{22}S_{24}^* + S_{24}S_{44}^* = 0$$

$$S_{11}S_{14}^* + S_{14}S_{44}^* = 0$$

Ta suy ra được kết quả:

$$|S_{11}| = |S_{22}| = |S_{33}| = |S_{44}| \quad (6.103)$$

Nếu bộ ghép định hướng đối xứng để cho:

$$S_{14} = S_{23} \text{ và } S_{13} = S_{24} \quad (6.104)$$

Thì nó hoàn toàn phối hợp, tức:

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} \quad (6.105)$$

Thật vậy, từ (6.102) và điều kiện (6.103), (6.104) ta có dạng ma trận tán xạ của bộ ghép định hướng là:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & S_{22} & S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & S_{13} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & \delta & \gamma \\ 0 & \alpha & \gamma & \delta \\ \delta & \gamma & \alpha & 0 \\ \gamma & \delta & 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (6.106)$$

Ta có thể chọn mạng 8 cực đối xứng với các mặt cuối để đạt được các hệ số phản xạ tại các nhánh là thực và dương là  $\alpha$ .

Từ tính Unità và đối xứng của ma trận  $[S]$  (6.106), ta suy ra các định thức con ứng với các số hạng 0 của ma trận  $[S]$  (6.106) sẽ bằng không. Cụ thể ta có;

$$\begin{bmatrix} 0 & \gamma & \delta \\ \delta & \alpha & 0 \\ \gamma & 0 & \alpha \end{bmatrix} = -2\alpha\gamma\delta = 0$$

Suy ra: hoặc  $\alpha = 0$  hoặc  $\gamma = 0$  hoặc  $\delta = 0$ . Nếu  $\alpha = S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0$  thì trùng với (6.105)

Còn trường hợp  $\gamma = \delta = 0$  ứng với hai trường hợp mạng 8 cực suy biến thành hai mạng 4 cực. Rõ ràng là bộ ghép định hướng đối xứng là hoàn toàn phối hợp.

Ngược lại nếu một mạng 8 cực thuận nghịch hoàn toàn phối hợp là một bộ ghép định hướng.

Ta viết ma trận tán xạ của mạng 8 cực hoàn toàn phối hợp này dạng:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix}$$

Vì ma trận Unità, nên các định thức con ứng với các số hạng 0 sẽ bằng 0. Do đó ta nhận được các hệ thức:

$$\begin{aligned} S_{23} = S_{24} = S_{34} = 0; & \quad S_{13} = S_{14} = S_{34} = 0 \\ S_{12} = S_{14} = S_{24} = 0; & \quad S_{12} = S_{13} = S_{23} = 0 \end{aligned} \quad (6.107)$$

Hệ (6.107) có 3 nghiệm cấp:

$$(A): S_{12} = 0; S_{34} = 0$$

$$(B): S_{13} = 0; S_{24} = 0$$

$$(C): S_{14} = 0; S_{23} = 0$$

3 nghiệm (A), (B), (C) sẽ cho ta 3 cách tạo ra bộ ghép định hướng khác nhau.

Như vậy ma trận tán xạ của một bộ ghép định hướng hoàn toàn phối hợp dạng:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & 0 & S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & 0 & 0 \\ S_{14} & S_{13} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.108)$$

với điều kiện:  $|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1$

$$S_{13}S_{14}^* + S_{14}S_{13}^* = 0$$

Các tính chất trên là nói với các bộ ghép hoàn toàn lý tưởng. Tuy nhiên các bộ ghép định hướng thực tế bao giờ cũng có sóng ra nhánh cách ly. Để đặc trưng cho chất lượng của

bộ ghép định hướng, ta dùng 2 khái niệm là hệ số ghép C và hệ số định hướng D. Chúng được định nghĩa như sau:

Hệ số ghép là tỉ số của biên độ sóng ở nhánh ghép tính theo Decibel:

$$C = 20 \lg |a_1/b_4| \quad (\text{dB}) \quad (6.109)$$

Hệ số định hướng là tỉ số biên độ sóng ở nhánh ghép và biên độ sóng ở nhánh cách ly tính theo Decibel:

$$D = 20 \lg |b_4/b_2| \quad (6.110)$$

Ở đây, sóng vào các nhánh 1 và ra ở nhánh 3, còn một phần năng lượng sẽ sang nhánh ghép định hướng 4 và phản xạ sang nhánh cách ly 2.

## 6.6. Các bộ cầu siêu cao

Mạch cầu siêu cao là những mạng 8 cực chia đôi công suất hay là những bộ phân mạch định hướng với độ ghép  $C = 3 \text{ dB}$ . Các bộ cầu siêu cao tần có thể thực hiện trên ống dẫn sóng chữ nhật, ống đồng trục hoặc mạch dải. Các bộ cầu siêu cao điển hình là: cầu T kép, cầu khe và cầu vòng.

### 6.6.1. Cầu T - kép

Cầu T – kép được cấu tạo từ việc ghép 2 chạc 3 vuông góc (chữ T) loại E và H có chung mặt phẳng đối xứng P với nhau (hình 6.10). Do kết hợp 2 loại chạc 3 vuông góc loại E và H nên cầu T – kép mang tính chất của 2 loại chạc 3 này.

Tức là nếu truyền sóng  $H_{10}$  vào nhánh 3 (E) thì tại nhánh (1) và (2) có 2 sóng ra đồng biên và ngược pha, còn trong nhánh (4) không có sóng ra.

Nếu ta lại truyền sóng  $H_{10}$  vào nhánh (4) thì tại nhánh (1) và (2) có 2 sóng đồng biên và đồng pha mà không có sóng ra nhánh (3).

Như vậy, giữa hai nhánh (3) và (4) cách ly điện với nhau, tức là:

$$S_{34} = S_{43} = 0$$

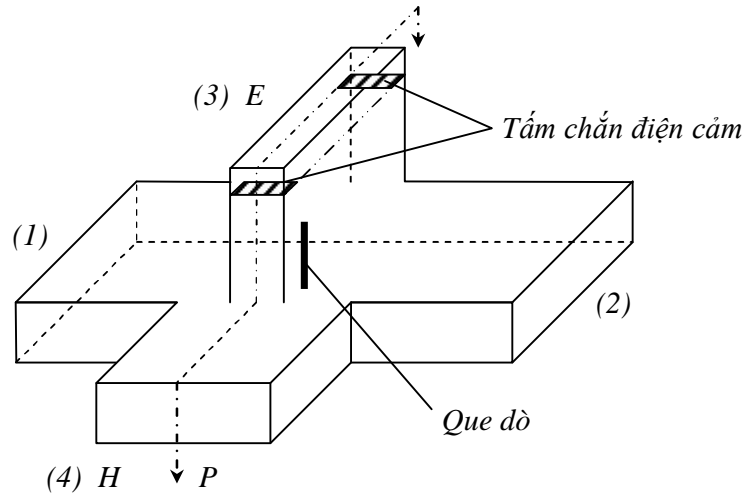
Việc phối hợp trở kháng ở nhánh (3) được thực hiện bởi tấm chắn điện cảm đặt ở nhánh E, còn que dò đặt vuông góc với thành phần rộng của nhánh H sẽ làm cho nhánh này được phối hợp.

Ta có:  $S_{33} = S_{44} = 0$

Vì bộ cầu T kép là đối xứng qua P và thuận nghịch, không tiêu hao năng lượng nên ma trận tán xạ  $[S]$  sẽ đối xứng và Unitar. Với tính chất của các chạc 3 vuông góc E và H ta có:

$$S_{13} = S_{31} = -S_{23} = -S_{32}$$

$$S_{14} = S_{41} = S_{24} = S_{42}$$



Hình 6.10. Bộ cầu T- kép

Ngoài ra các hệ số truyền giữa 1-E và 1-H còn lệch pha nhau  $\pi/2$  nên:

$$S_{14} = S_{13} e^{j\frac{\pi}{2}} = jS_{13}$$

Như vậy ma trận  $[S]$  của cầu T- kép có dạng:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & jS_{13} \\ S_{12} & S_{22} & -S_{13} & jS_{13} \\ S_{13} & -S_{13} & 0 & 0 \\ jS_{13} & jS_{13} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Từ tính Unita của  $[S]$  ta có:

$$|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + 2|S_{13}|^2 = 1$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 + 2|S_{13}|^2 = 1$$

$$2|S_{13}|^2 = 1$$

Từ đó suy ra:  $|S_{13}| = \frac{1}{\sqrt{2}}; S_{11} = S_{22} = S_{12} = 0$

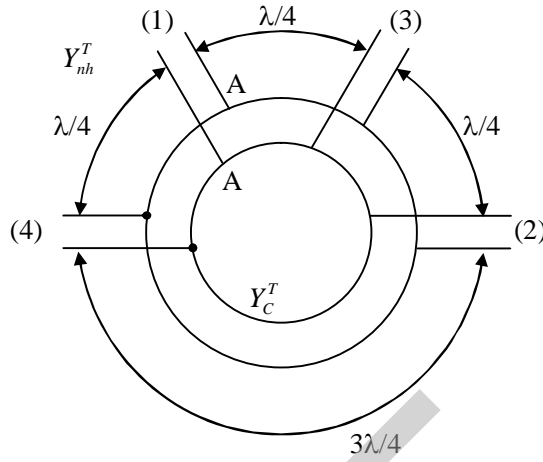
Như vậy cầu T- kép được phối hợp hoàn toàn ở các nhánh và giữa nhánh 1 và nhánh 2 cũng cách ly điện. Do tính chất kỳ lạ này nên cầu T-kép còn được gọi là cầu *T magic*.

Nếu chọn các mặt cuối của cầu T-kép một cách thích hợp thì ta có thể nhận được ma trận tán xạ  $[S]$  của nó có dạng gọn như sau:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & -1 & j \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ j & j & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.111)$$

### 6.6.2. Cầu vòng

Cầu vòng được tạo thành trên ống dẫn sóng đồng trục hay trên mạch dải. Nó có cấu tạo như hình 6.11.



Hình 6.11. Bộ cầu vòng

Thân cầu là một đoạn đường truyền uốn vòng tròn có chiều dài  $6\lambda/4$  và dẫn nạp đặc tính  $Y_C^T$ . Các nhánh (1), (4) và (3) ghép song song với cầu cũng là các đoạn đường truyền có dẫn sóng đặc tính  $Y_{nh}^T$ .

Chúng đặt cách nhau một khoảng cách  $\lambda/4$ . Còn nhánh (2) cũng có dẫn nạp đặc tính là  $Y_{nh}^T$  đặt cách nhánh (3) một khoảng  $\lambda/4$  và cách nhánh (4) một khoảng  $3\lambda/4$ .

Nguyên tắc làm việc của cầu vòng như sau: nếu sóng TEM vào nhánh (1) thì sóng sẽ truyền vào cầu theo 2 phía của chỗ ghép đi về các nhánh (3) và (4) hai sóng đi theo hai phía của cầu có cùng biên độ và cùng pha (giả thiết không có tiêu hao trên cầu vòng) còn tại chỗ ghép với nhánh (2) thì hai sóng này đồng biên và ngược pha. Tại tiết diện nối với nhánh (2) ta có nút điện áp. Nên dẫn nạp vào tiết diện này bằng  $\infty$ . Do đó tại các tiết diện ghép với các nhánh (3) và (4) dẫn nạp vào bằng dẫn nạp đặc tính của các nhánh (3) và (4). Khi đó dẫn nạp vào tại tiết diện ghép với nhánh (1) tiết diện AA trên hình 6.11 sẽ là tổng dẫn nạp của hai nhánh (3) và (4) mắc song song tính chuyển qua một đoạn  $\lambda/4$  và bằng:

$$Y_{VAA} = \frac{Y_C^T}{Y_{nh}^T} + \frac{Y_C^T}{Y_{nh}^T} = 2 \frac{Y_C^T}{Y_{nh}^T}$$

Muốn để cầu vòng được phối hợp thì yêu cầu dẫn nạp vào ở tiết diện ghép với nhánh (1) phải bằng dẫn nạp đặc tính của nhánh, tức là ta có điều kiện phối hợp sau:

$$Y_{nh}^T = Y_{VAA} = 2 \frac{Y_C^T}{Y_{nh}^T}$$

Từ đó rút ra hệ thức:

$$Y_{nh}^T = \sqrt{2} Y_C^T \quad (6.112)$$

Với trở kháng đặc tính thì điều kiện phối hợp của cầu vòng là:

$$Z_c^T = \sqrt{2} Z_{nh}^T \quad (6.113)$$

Nếu chọn các mặt cuối ở các nhánh một cách thích hợp, thì ta nhận được ma trận tán xạ  $[S]$  của cầu vòng thuận nghịch không tiêu hao dạng đơn giản như sau:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.114)$$

## 6.7. Các phần tử siêu cao tần có ferít

Các phần tử siêu cao tần sử dụng tính chất đặc biệt của ferít từ hóa bởi từ trường không đổi đảm nhiệm nhiều chức năng quan trọng khác nhau trong tuyến siêu cao. Chúng thường được gọi là các phần tử không thuận nghịch. Các phần tử này thường là các mạng 4 cực, 6 cực và 8 cực.

### 6.7.1. Tính chất của ferít bị từ hóa

Ferít là một chất vừa có tính như môi trường điện môi vừa là chất sắt từ. Về hóa học ferít là hỗn hợp của oxyt sắt ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) với một số oxyt kim loại khác như Mg, Mn, Ni, ... nó thường được chế tạo bằng cách nén bột ferít trong áp suất và nhiệt độ thích hợp để tạo nên dạng cần thiết. Ferít có hằng số điện môi tương đối  $\epsilon_r = 5 \div 16$ . Độ từ thẩm tương đối của ferít ở âm tần khá lớn, còn khi tần số siêu cao thì nó giảm xuống bằng đơn vị.

Ferít khi không có từ trường không đổi từ hóa, đối với sóng điện từ biểu hiện như một môi trường đẳng hướng bình thường. Nhưng nó mang những tính chất đặc biệt của môi trường không đẳng hướng khi bị từ hóa bởi từ trường không đổi, khi truyền sóng điện từ siêu cao tần. Với môi trường không đẳng hướng độ từ thẩm được đo bằng tenxơ có dạng sau:

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x & -ja & 0 \\ ja & \mu_x & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix}$$

Trong đó  $\mu_x, a, \mu_z$  là các hằng số, chúng phụ thuộc vào tính chất của ferít, cường độ từ trường không đổi từ hóa  $H_0$ , vào tần số của trường siêu cao tần. Nói chung chúng là các đại lượng phức.

Một số tính chất đặc biệt của ferít từ hóa bởi từ trường không đổi khi truyền sóng siêu cao:

Khi truyền sóng điện từ vector cường độ từ trường  $\vec{H}$  phân cực tròn quay phải, mặt phẳng vector  $\vec{H}$  vuông góc với từ trường không đổi  $\vec{H}_0$ , vào ferít bị từ hóa. Vector từ cảm  $\vec{B}$  cũng phân cực tròn quay phải. Và như vậy môi trường ferít bị từ hóa có thể coi như môi trường đẳng hướng với sóng phân cực tròn quay phải với hằng số từ môi mới là  $\mu^+ = \mu_x + a$  và sóng quay phải truyền với vận tốc pha:

$$V_{ph}^+ = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\mu_x + a)}}$$

Nếu ta lại truyền sóng siêu cao tần có vectơ cường độ từ trường  $\vec{H}$  phân cực tròn quay trái mà vectơ  $\vec{H}$  vuông góc với vectơ từ trường không đổi  $\vec{H}_0$ , khi đi vào ferít bị từ hóa, thì vectơ từ cảm của sóng siêu cao tần cũng phân cực tròn quay trái. Tức là ferít bị từ hóa bởi từ trường không đổi có tác dụng như một môi trường đẳng hướng đối với việc truyền sóng phân cực tròn quay trái, nhưng có độ từ thẩm là:

$$\mu^- = \mu_x - a$$

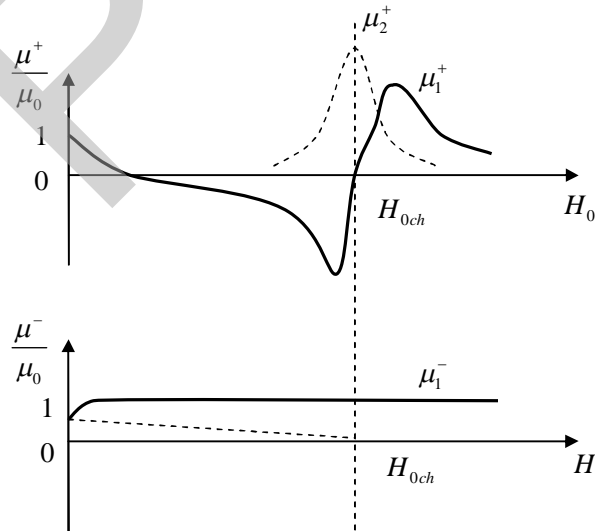
$$\text{Và vận tốc pha: } V_{ph}^- = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\mu_x - a)}}$$

Như vậy ferít bị từ hóa bởi từ trường không đổi có tác dụng khác nhau lên phân cực tròn quay trái và quay phải. Độ từ thẩm của ferít đối với 2 sóng này khi kể đến suy hao là một số phức:

$$\mu^+ = \mu_x + a = \mu_1^+ + j\mu_2^+$$

$$\mu^- = \mu_x - a = \mu_1^- + j\mu_2^-$$

Phần thực  $\mu_1^+, \mu_1^-$  biểu thị sự biến đổi của vận tốc pha của các sóng khi truyền qua ferít, còn phần ảo  $\mu_2^+, \mu_2^-$  biểu thị mức độ tiêu hao của 2 sóng trong ferít. Khi nghiên cứu tỉ mỉ, người ta vẽ được các đường cong độ từ thẩm phụ thuộc vào cường độ từ trường từ hóa  $\vec{H}_0$  như trên hình 6.12.



Hình 6.12. Sự phụ thuộc của từ thẩm vào cường độ từ trường từ hóa của ferít

Từ đồ thị ta thấy có một giá trị của  $H_0 = H_{och}$ , tại đây vận tốc pha của sóng phân cực tròn quay phải biến đổi lớn và nó bị tiêu hao năng lượng nhiều. Đường cong  $\mu_2^+$  có dạng đường cong cộng hưởng. Hiện tượng sóng phân cực tròn quay phải bị tiêu hao năng lượng gọi là sự cộng hưởng sắt từ trong ferít từ hóa.



Bây giờ ta lại truyền sóng siêu cao tần dọc theo phương của vector từ trường không đổi  $\vec{H}_0$  từ hóa ferít có phân cực thẳng tùy ý. Khi đi ra khỏi ferít từ hóa, mặt phẳng phân cực của sóng siêu cao bị quay đi một góc so với hướng ban đầu. Hiện tượng trên gọi là hiệu ứng Faraday trong ferít từ hóa. Độ lớn của góc quay và chiều quay mặt phẳng phân cực phụ thuộc vào chiều và độ lớn của vector từ trường  $\vec{H}_0$  và kích thước của ferít.

Hiệu ứng Faraday có thể giải thích gọn như sau: một phân cực thẳng bất kỳ của vector cường độ từ trường  $\vec{H}$  của sóng siêu cao có thể coi như tổng của 2 sóng phân cực tròn quay trái và quay phải có modul vector  $\vec{H}$  như nhau. Khi truyền dọc theo thanh ferít bị từ hóa bởi từ trường không đổi  $\vec{H}_0$  hướng theo trục thanh ferít thì các sóng quay trái và quay phải bị lệch pha các góc khác nhau  $\varphi^+ = \beta^+ l; \varphi^- = \beta^- l$  ở đây  $l$  là chiều dài thanh ferít, còn  $\beta^+, \beta^-$  là các hệ số pha của hai sóng quay phải và quay trái.

$$\beta^+ = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon(\mu_x + a)}$$

$$\beta^- = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon(\mu_x - a)}$$

Do đó tổng hợp 2 sóng phân cực tròn quay trái và quay phải khi ra khỏi ferít bị từ hóa cũng là sóng phân cực thẳng, nhưng mặt phân cực của nó bị lệch so với vị trí ban đầu một góc  $\theta$ .

$$\theta = |\varphi^+ - \varphi^-| = l |\beta^+ - \beta^-|$$

$$= \sqrt{\varepsilon} \frac{2\pi l}{\lambda} \left| \sqrt{\mu_x + a} - \sqrt{\mu_x - a} \right|$$

Dựa trên các tính chất đã nêu của ferít bị từ hóa ta xét một số các phần tử siêu cao tần có ứng dụng ferít bị từ hóa.

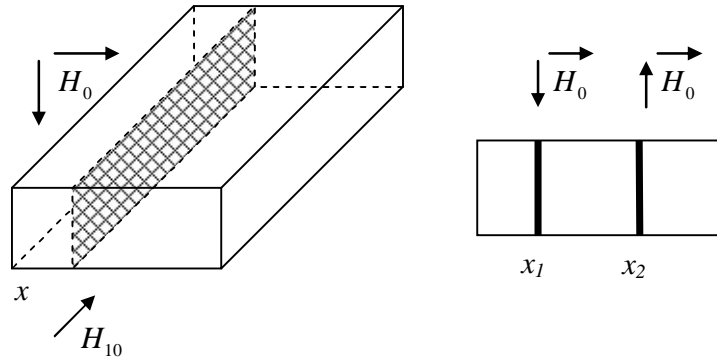
### 6.7.2. Các phần tử có ferít trong ống dẫn sóng chữ nhật

#### 6.7.2.1. Van cộng hưởng

Van cộng hưởng được cấu tạo từ một đoạn ống dẫn sóng chữ nhật, bên trong nó tại tiết diện  $x_1$ ; chỗ sóng  $H_{10}$  có từ trường phân cực tròn ta đặt một bản ferít mỏng song song với thành hẹp dọc theo tiết diện này (hình 6.13) từ trường từ hóa không đổi  $H_0$  hướng vuông góc với thành rộng ống dẫn sóng.

Giả sử khi sóng  $H_{10}$  được truyền theo phương  $z > 0$  vào ống dẫn sóng chữ nhật có thanh ferít; thì tại tiết diện  $x_1$  này từ trường của sóng  $H_{10}$  là phân cực tròn quay phải. Còn nếu sóng truyền theo chiều ngược lại ( $z < 0$ ) thì tại  $x_1$  từ trường sẽ phân cực tròn quay trái. Nếu ta chọn cường độ từ trường không đổi có giá trị  $H_0 = H_{och}$ , thì thanh ferít sẽ hấp thụ đáng kể năng lượng của sóng phân cực tròn quay phải, do vậy khi sóng  $H_{10}$  truyền theo phương  $z > 0$  bị suy giảm nhiều. Khi truyền ngược lại  $z < 0$  thanh ferít không hấp thụ năng lượng

sóng phân cực tròn quay trái, nên sóng  $H_{10}$  không bị suy giảm. Như vậy phần tử trên làm việc như một chiếc van, cho sóng đi theo một chiều, nó được gọi là van cộng hưởng.

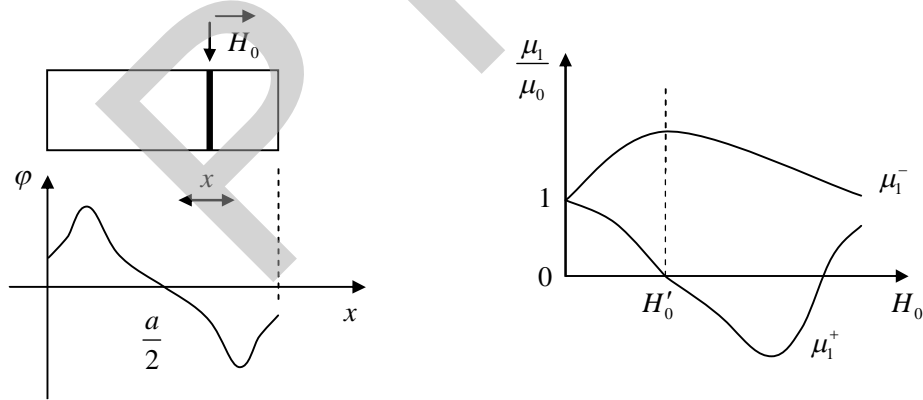


Hình 6.13. Van cộng hưởng

Để tăng cường hiệu quả của van, tại tiết diện  $x_2$  trường  $H_{10}$  cũng phân cực tròn ta đặt thêm một tấm ferít mỏng nữa dọc theo thành hẹp, còn từ trường không đổi từ hóa đặt hướng vuông góc với thành rộng nhưng có chiều ngược lại.

#### 6.7.2.2. Bộ quay pha không thuận nghịch

Về cấu tạo, bộ quay pha này được tạo thành từ một đoạn ống dẫn sóng chữ nhật, tại tiết diện  $x$  ta đặt một bản ferít mỏng song song với thành hẹp, từ trường từ hóa không đổi  $\vec{H}_0$  cũng hướng vuông góc với thành rộng ống sóng (hình 6.14) nhưng về độ lớn thì ta chọn nhỏ hơn nhiều so với  $H_{0ch}$ .



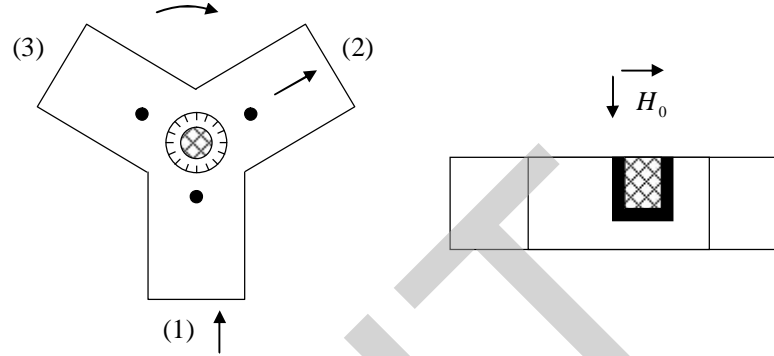
Hình 6.14.

Bộ quay pha không thuận nghịch làm việc theo nguyên tắc: thanh ferít bị từ hóa bởi từ trường không đổi sẽ tác dụng lên 2 sóng quay trái và quay phải với các độ từ thẩm  $\mu^+, \mu^-$  khác nhau. Khi  $H_0 \ll H_{0ch}$  thì tiêu hao của cả 2 sóng là không đáng kể và từ đồ thị hình 6.14 ta thấy  $\mu^- > \mu^+$  nên sóng quay trái khi truyền qua thanh ferít sẽ bị lệch pha nhiều hơn sóng phân cực tròn quay phải. Do đó khi sóng  $H_{10}$  truyền vào bộ quay pha theo 2 hướng khác nhau  $z > 0$  và  $z < 0$  sẽ có góc lệch pha khác nhau. Hiệu góc lệch pha giữa chúng sẽ có một giá trị nào đó. Và như vậy phần tử trên có tác dụng như một bộ quay pha không thuận nghịch. Góc

quay pha  $\varphi$  phụ thuộc vào cường độ từ trường  $H_0$ , chiều dài thanh ferít và vị trí đặt thanh ferít. Trên hình 6.14 vẽ sự thay đổi góc pha  $\varphi$  phụ thuộc vào vị trí  $x$  đặt tấm ferít.

### 6.7.2.3. Phân mạch vòng tuần hoàn (Circulator) kiểu chữ Y

Bộ phân mạch vòng tuần hoàn được thực hiện trên một chạc 3 đối xứng Y kiểu H trên ống dẫn sóng chữ nhật. Tại tâm của chạc 3 có một thanh ferít hình trụ được gắn với một vỏ điện môi hình trụ đặt vuông góc với thành rộng của ống dẫn sóng. Tại 3 đầu vào có gắn thêm 3 thanh nhỏ điện môi hình trụ vuông góc với thành rộng và ở giữa chúng (hình 6.15). Từ trường không đổi  $H_0$  đặt vuông góc với thành rộng của ống dẫn sóng.



Hình 6.15. Circulator kiểu chữ Y

Nguyên tắc làm việc của circulator chữ Y như sau: sóng  $H_{10}$  truyền vào nhánh (1) đi đến vùng có ferít rồi làm 2 sóng đi vòng theo 2 chiều ngược nhau quanh thanh ferít. Vùng quay của từ trường 2 sóng này nằm trong mẫu ferít bị từ hóa và hướng quay  $\vec{H}$  của chúng theo phương của vectơ từ hóa  $\vec{H}_{10}$  là ngược chiều nhau, và ferít sẽ biểu hiện độ từ thẩm có giá trị  $\mu^+$  và  $\mu^-$  khác nhau và góc lệch pha khác nhau. Ta chọn kích thước của thanh ferít và cường độ từ trường từ hóa  $H_0$  sao cho 2 sóng này đi vào nhánh (2) sẽ đồng pha, còn vào nhánh 3 chúng ngược pha. Kết quả sóng đi nhánh (1) sẽ ra nhánh (2) mà không vào nhánh (3). Do tính đối xứng của circulator mà ta thấy ngay rằng nếu truyền sóng vào nhánh (2) thì có sóng rẽ sang nhánh (3) không vào nhánh (1), hoặc nếu sóng truyền vào nhánh (3) thì sẽ chỉ rẽ sang nhánh (1). Tóm lại ta có chu trình làm việc của circulator như sau:

$$(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (1)$$

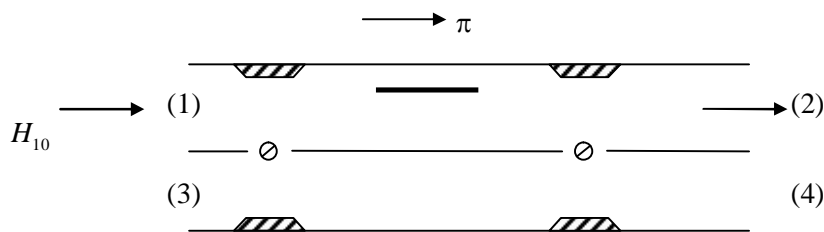
Nếu ta đổi chiều  $\vec{H}_0$  thì circulator sẽ làm việc theo chu trình sau:

$$(1) \rightarrow (3) \rightarrow (2) \rightarrow (1)$$

Thanh điện môi bao thanh ferít có tác dụng nâng cao tính ổn định nhiệt và sự bền chắc của circulator. Còn 3 thanh nhỏ điện môi ở 3 nhánh có tác dụng phối hợp giữa các nhánh. Do cấu trúc đơn giản, kích thước gọn nhẹ nên circulator chữ Y được dùng khá rộng rãi trong kỹ thuật siêu cao tần, nó có dải làm việc đến 30% tần số trung tâm.

#### 6.7.2.4. Bộ phân mạch vòng tuần hoàn kiểu pha (circulator kiểu pha)

Bộ phân mạch vòng tuần hoàn kiểu pha là một mạng 8 cực. Nó được cấu tạo từ 2 bộ cầu khe ống dẫn sóng và một bộ quay pha không thuận nghịch ghép với nhau như hình 6.16.



Hình 6.16. Circulator kiểu pha

Bộ quay pha không thuận nghịch làm quay một góc pha  $\varphi = \pi$  theo chiều mũi tên. Bộ circulator này làm việc theo chu trình sau:

$$(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1)$$

Thật vậy, nếu truyền sóng  $H_{10}$  vào nhánh (1) thì sóng sẽ sang nhánh bên của cầu khe thứ nhất một nửa năng lượng với góc lệch pha  $\pi/2$  so với sóng đi trong nhánh chính của cầu khe này. Sóng đi trong nhánh chính qua bộ quay pha không thuận nghịch lệch pha thêm một góc  $\pi$  và tiếp tục đi sang nhánh (2) của cầu khe thứ 2. Trong khi đó sóng đi ở nhánh phụ sẽ qua lỗ cầu khe thứ hai một phần rẽ sang nhánh (2) và lệch pha thêm một góc  $\pi/2$ . Do đó 2 sóng đi vào nhánh (2) sẽ đồng pha và chúng được cộng lại. Còn 2 sóng đi vào nhánh (4) sẽ lệch pha nhau các góc  $\pi + \pi/2$  và  $\pi/2$  nên kết quả chúng triệt tiêu nhau. Còn do tính chất của cầu khe mà sóng ở nhánh (1) không rẽ sang nhánh (3).

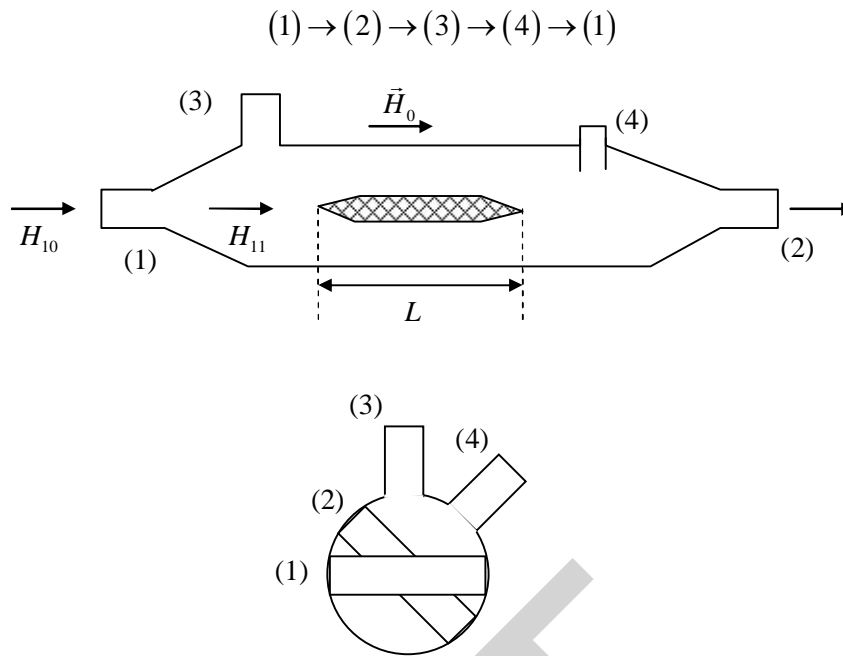
Ta cũng có thể nhận được bộ circulator 4 nhánh trên ống dẫn sóng tương tự như trên, nếu thay một trong hai cầu khe bằng một T-kép.

#### 6.7.3. Các phần tử có ferít trong ống dẫn sóng tròn.

##### 6.7.3.1. Circulator 4 nhánh (kiểu phân cực)

Nguyên tắc hoạt động của bộ circulator trên ống dẫn sóng trụ tròn là ứng dụng hiệu ứng Faraday trong ferít từ hóa.

Bộ circulator này có cấu tạo như hình 6.17. Nó gồm một đoạn ống dẫn sóng tròn đầu ghép với hai đoạn chuyển tiếp dẫn thành ống dẫn sóng chữ nhật nhưng có thành rộng quay với nhau một góc  $45^\circ$ . Ở giữa trục của ống dẫn sóng tròn ta đặt một thanh ferít hình trụ mảnh vát nhọn 2 đầu để tránh phản xạ, từ trường từ hóa  $H_0$  hướng dọc theo trục ống dẫn sóng. Cũng tại 2 đầu đoạn ống dẫn sóng tròn còn gắn hai đoạn ống dẫn sóng chữ nhật có thành rộng vuông góc với trục ống dẫn sóng tròn, và lập với nhau cũng một góc  $45^\circ$ . Để tăng sự phối hợp và tránh sự phản xạ tại 2 đầu các nhánh (1) và (2) ta đặt 2 tấm điện môi mảnh song song với thành rộng của ống dẫn sóng chữ nhật. Chiều dài thanh ferít và cường độ từ trường từ hóa  $H_0$  chọn sao cho khi sóng cơ bản  $H_{11}$  truyền dọc theo thanh ferít bị từ hóa sẽ quay mặt phẳng phân cực đi một góc  $45^\circ$  theo chiều kim đồng hồ. Circulator này làm việc theo chu trình sau:



Hình 6.17. Circulator 4 nhánh kiểu phân cực

Nguyên tắc hoạt động của circulator trên này có thể giải thích qua giản đồ vector của đường sức điện trường của sóng  $H_{10}$  và  $H_{11}$  thì sẽ được chu trình làm việc của circulator như sau:

$$(1) \rightarrow (4) \rightarrow (3) \rightarrow (2) \rightarrow (1)$$

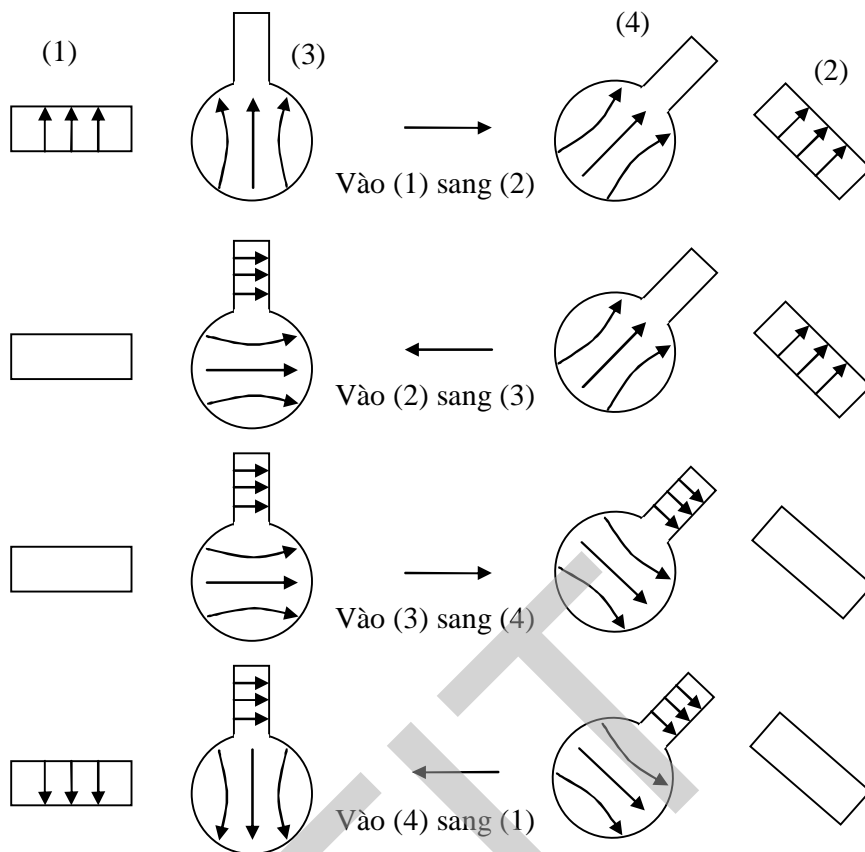
Do ứng dụng sự qua mặt phẳng phân cực của sóng, nên nó còn được gọi là circulator phân cực.

### 6.7.3.2. Van Faraday

Van Faraday có cấu tạo giống circulator phân cực, nhưng không có hai nhánh (3) và (4). Từ trường  $\vec{H}_0$  từ hóa và chiều dài thanh ferít  $l$  vẫn chọn sao cho sóng  $H_{11}$  truyền dọc theo thanh ferít mặt phẳng phân cực của sóng bị quay đi một góc  $45^\circ$  theo chiều kim đồng hồ, ở đầu nhánh (1) ta chỉ đặt một tấm điện môi song song với thành rộng của ống dẫn sóng.

Rõ ràng từ giản đồ vector hình 6.18, ta thấy khi sóng đi từ nhánh (1) rẽ sang nhánh (2), còn nếu truyền sóng từ nhánh (2) sẽ không có sóng vào nhánh (1). Sóng sẽ bị tấm điện môi ở phía nhánh (1) đặt song song với đường sức điện trường lúc này hấp thụ rất mạnh. Phần từ làm việc cho sóng đi theo một chiều từ (1) sang (2) nên được gọi là van Faraday.

Ngoài các phần tử có ferít trong ống dẫn sóng chữ nhật và tròn, còn có một số phần tử có ferít trên ống dẫn sóng đồng trục và mạch dải. Các thiết bị này cũng có tính chất tương tự như ống dẫn sóng chữ nhật và tròn.

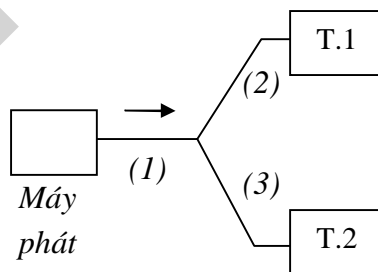


Hình 6.18.

#### 6.7.4. Một số ứng dụng của các phân tử siêu cao có ferít.

##### 6.7.4.1. Bộ chuyển mạch nhanh

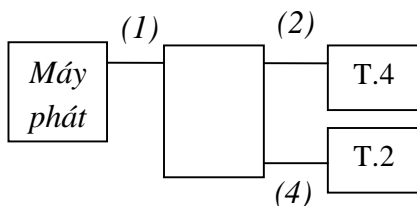
Bộ chuyển mạch nhanh được sử dụng trên circulator đối xứng chữ Y. Nhánh (1) lắp với máy phát năng lượng siêu cao tần, còn nhánh (2) và (3) nối với 2 tuyến cần dẫn sóng (hình 6.19)



Hình 6.19. Bộ chuyển mạch nhanh trên circulator đối xứng chữ Y

Việc thay đổi chiều từ trường không đổi  $\vec{H}_0$  được thực hiện bằng nam châm điện khi thay đổi chiều dòng điện. Khi thay đổi chiều dòng điện chảy trong nam châm ta thực hiện việc dẫn năng lượng siêu cao lần lượt từ máy phát vào các tuyến (1) và tuyến (2). Tốc độ của chuyển mạch này khá lớn.

Bộ chuyển mạch nhanh cũng có thể thực hiện trên circulator 4 nhánh loại phân cực (hình 6.20). Ở đây máy phát được lắp vào nhánh (1), hai tuyến dẫn năng lượng lắp vào nhánh (2) và (4). Ta không dùng nhánh (3).

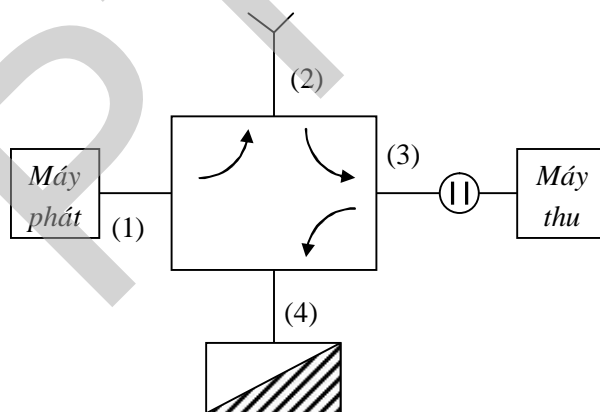


Hình 6.20. Bộ chuyển mạch nhanh trên circulator 4 nhánh

#### 6.7.4.2. Bộ đảo mạch Anten rada

Trong các rada một anten dùng chung cho cả máy phát và máy thu, người ta sử dụng bộ circulator làm bộ phân đường cho tín hiệu thu và phát. Nhánh (1) của circulator 4 nhánh lắp với máy phát, nhánh (2) lắp với anten chung, nhánh (3) lắp với đầu vào máy thu qua bộ phóng điện bảo vệ, còn nhánh (4) lắp với tải hấp thụ (hình 6.21).

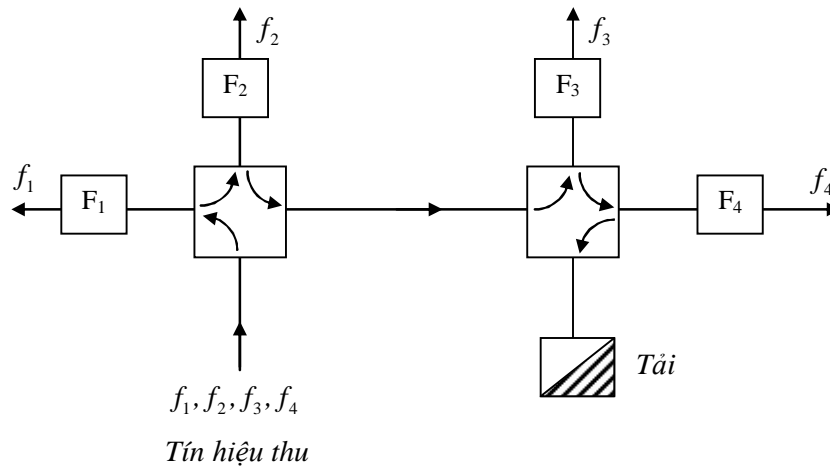
Khi máy phát làm việc công suất lớn từ máy phát đi ra anten có thể một phần năng lượng phản xạ từ anten sang máy thu nhưng lúc này bộ phóng điện làm việc, làm ngắn mạch máy thu và tín hiệu sẽ đi đến tải hấp thụ mà không về máy phát làm máy phát hoạt động ổn định. Khi máy phát nghỉ các tín hiệu phản xạ từ mục tiêu qua anten đi vào máy thu, lúc này bộ phóng điện không làm việc.



Hình 6.21. Bộ đảo mạch Anten rada

#### 6.7.4.3. Bộ tách các kênh tần số

Trong thông tin tiếp sức có nhiều kênh tần số cao tần, ở nơi thu ta cần tách các kênh riêng rẽ bằng cách sử dụng bộ tách kênh tần số. Bộ tách kênh tần số này được hình thành từ các circulator và các bộ lọc thông dải. Trên hình 6.22 mô tả một bộ tách kênh 4 tần số cao dùng 2 circulator và 4 bộ lọc thông dải  $F_1, F_2, F_3, F_4$ .



Hình 6.22. Bộ tách các kênh tần số

### 6.8. Phối hợp trở kháng ở siêu cao tần

Nhiệm vụ cơ bản của vấn đề phối hợp trở kháng ở siêu cao tần là làm sao bảo đảm trong tuyến siêu cao tần, sóng phản xạ là ít nhất hoặc đảm bảo trong tuyến siêu cao tần hệ số sóng đứng  $K_d$  hay hệ số sóng chạy  $K_{ch}$  đạt yêu cầu đề ra trong một dải tần nhất định.

#### 6.8.1. Ý nghĩa của việc phối hợp trở kháng

a) Do mất phối hợp nên trong tuyến siêu cao có sóng đứng. Thực hiện việc phối hợp trở kháng ở siêu cao có nghĩa là dùng những phần tử phối hợp đưa vào đường truyền để giảm đến mức tối đa sự phản xạ sóng trong một dải tần xác định. Khi trong tuyến siêu cao đã được phối hợp trở kháng lý tưởng thì chỉ có sóng chạy thuần túy, tức là có  $K_{ch} = 1$ . Việc phối hợp trở kháng đóng vai trò rất quan trọng trong thực tiễn và là vấn đề hay gặp trong kỹ thuật siêu cao tần. Thật vậy, nếu trong tuyến siêu cao tần khi mất phối hợp trở kháng sẽ gây ra các tác hại xấu như sau:

Ta biết rằng công suất truyền lan từ máy phát đến tải trên đường truyền được xác định theo công thức:

$$P_{\text{tải}} = P_{\text{tới}} - P_{\text{px}} = P_{\text{tới}}(1 - |R_{\text{px}}|^2)$$

Khi tải được phối hợp với đường truyền thì:

$$|R_{\text{px}}| = 0, P_{\text{tải}} = P_{\text{tới}} \text{ và đạt giá trị cực đại}$$

Khi mất phối hợp với đường truyền, do  $|R_{\text{px}}| > 0$  nên

$$P_{\text{tải}} < P_{\text{tới max}}$$

Như vậy công suất truyền lan từ máy phát đến tải giảm.

b) từ lý thuyết đường truyền, ta có biểu thức xác định công suất truyền lan tới hạn dọc đường truyền là:

$$P_{\text{th}} = P_{\text{thmax}}(1 - |R_{\text{px}}|)/(1 + |R_{\text{px}}|) = P_{\text{th.max}}/K_d$$

Ở đây,  $P_{\text{th.max}}$  là công suất truyền lan tới hạn khi đường truyền được phối hợp hoàn toàn  $|R_{\text{px}}| = 0$ . Rõ ràng nó là công suất truyền lan lớn nhất đường truyền có thể chịu đựng được mà



không xảy ra hiện tượng đánh lửa. Khi mất phối hợp trở kháng, tức  $|R_{px}|$  khác 0 thì  $P_{th} < P_{thmax}$  tức là công suất truyền lan tới hạn trên đường truyền giảm đi, trên đường truyền có sóng đứng và tại các điểm bụng của nó dễ xảy ra hiện tượng đánh lửa nếu truyền công suất lớn hơn giá trị tới hạn.

c) Nếu trong đường truyền mất phối hợp thì sự suy giảm sóng trong nó lớn, tiêu hao năng lượng lớn làm giảm hiệu suất của đường truyền.

Hàm suy giảm công tác  $L$  của một đoạn đường truyền dài  $l$  với sóng truyền trên nó được xác định theo công thức:

$$L = 10 \lg \frac{P_{vao}}{P_{ra}} = 10 \lg \frac{1 - |R_{px}|^2 e^{-4\alpha l}}{(1 - |R_{px}|^2) e^{-2\alpha l}}$$

với  $\alpha$  là hệ số suy hao.

Khi đường truyền được phối hợp hoàn toàn, tức là  $|R_{px}| = 0$  thì:

$$L = L_{min} = 10 \lg e^{2\alpha l} = 20\alpha l \lg e = 8,68\alpha l \text{ (dB)}$$

Nếu đường truyền bị mất phối hợp, tức là  $|R|$  khác 0 thì  $L > L_{min}$  tức là tiêu hao trong đường truyền tăng lên làm giảm hiệu suất của nó.

d) Ngoài ra khi đường truyền bị mất phối hợp trở kháng, sóng phản xạ sẽ trở về máy phát làm ảnh hưởng đến chế độ làm việc ổn định của máy phát cả về phương diện công suất lẫn tần số.

Do đó trong tuyến siêu cao tần, máy phát thường được lắp qua thiết bị phối hợp với đường truyền. Các thiết bị này có thể là các phần tử cách ly như; các bộ suy giảm biến đổi hoặc các bộ van.

Vấn đề phối hợp trở kháng thường được chia làm hai loại: phối hợp trở kháng dải rộng và phối hợp trở kháng dải hẹp.

### **6.8.2. Các phương pháp phối hợp trở kháng**

#### **6.8.2.1. Phối hợp trở kháng dải hẹp**

Phối hợp trở kháng ở một tần số cố định hay xung quanh nó với dải hẹp về mặt lý thuyết có thể đảm bảo dùng các phần tử phối hợp đạt được chế độ gần lý tưởng. Các phần tử phối hợp được đưa vào trong đường truyền chỉ cần dùng các phần tử thuần kháng nên không gây ra tiêu hao năng lượng. Đó là các biến áp  $\lambda/4$  và các phần tử thuần kháng như que dò, tấm chắn hay Sleypher. Sau đây ta xét một trường hợp là nguyên tắc dùng biến áp  $\lambda/4$ .

Biến áp  $\lambda/4$  chính là một đoạn đường truyền đồng nhất không tiêu hao năng lượng có độ dài bằng  $1/4$  bước sóng công tác và có trở sóng đặc tính  $Z_{CT}$ . Dùng biến áp  $\lambda/4$  mắc vào giữa đường truyền và tải có thể đảm bảo phối hợp sao cho trên đoạn đường truyền từ chỗ nối biến áp trở về máy phát không có sóng phản xạ. Về mặt vật lý, điều đó được giải thích là do sóng phản xạ tại hai đầu nối của biến áp  $\lambda/4$  sẽ ngược pha nhau, nếu biên độ của các sóng phản xạ này chọn được bằng nhau, chúng sẽ triệt tiêu nhau ở lối vào của biến áp.

Ta có thể tính toán định lượng bài toán phối hợp trở kháng dùng biến áp  $\lambda/4$  qua đồ thị vòng Smith.

#### 6.8.2.2. Phối hợp trở kháng dải rộng

Vấn đề phối hợp trở kháng dải rộng là vấn đề khá phức tạp, đóng vai trò thiết thực trong các bài toán thực tiễn. Phối hợp trở kháng dải rộng hay phối hợp trở kháng trong một dải tần đã cho yêu cầu phải đảm bảo đạt được chỉ tiêu đã cho như hệ số sóng chạy không được nhỏ hơn giá trị  $K_{ch\min}$  nào đó trong dải hoặc đảm bảo thực hiện được theo một hàm đặc trưng nào đó chẳng hạn theo đặc trưng của hàm suy giảm công tác L.

Các phần tử phối hợp trở kháng trong một dải tần đã cho có cấu tạo rất đa dạng và có thể theo hai hướng khác nhau: dùng các phần tử tiêu hao năng lượng và các phần tử không tiêu hao năng lượng.

Một số phương pháp phổ biến là: phối hợp dùng tải hấp thụ hay bộ van, phối hợp dùng đoạn đường truyền không đồng nhất, phối hợp dùng mạch cộng hưởng.

#### 6.8.2.3. Giản đồ Smith

Khi giải các bài toán về phối hợp trở kháng, người ta sử dụng một công cụ rất có hiệu quả cả trong lý thuyết lẫn thực tế là đồ thị vòng Smith. Trong tài liệu này chỉ giới thiệu tóm tắt cấu tạo đồ thị vòng và một số ứng dụng cơ bản.

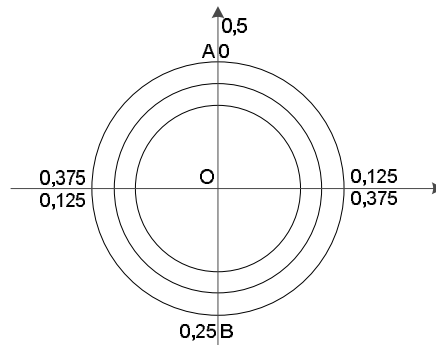
Đồ thị vòng Smith được xây dựng trên tọa độ cực của mặt phẳng phức, nó biểu diễn các tham số cơ bản trong đường truyền như: hệ số phản xạ, hệ số sóng đứng  $K_d$  hoặc hệ số sóng chạy  $K_{ch}$ , trở kháng chuẩn hóa  $\bar{Z}_{ch}(z)$  và dẫn nạp chuẩn hóa  $\bar{Y}_{ch}(z)$  tại một tiết diện bất kỳ. Nó có cấu trúc như sau:

- Họ vòng tròn đồng tâm O với bán kính R từ 0 đến 1 mô tả module của hệ số phản xạ hoặc giá trị của hệ số sóng đứng hoặc sóng chạy. Tại vòng tròn tâm O bán kính lớn nhất  $R=1$ , ta khắc độ các pha của hệ số phản xạ theo giá trị tương đối  $l/\lambda$  có giá trị từ 0 đến 0,5 theo hai chiều ngược nhau với gốc ở điểm A. Hình 6.23.

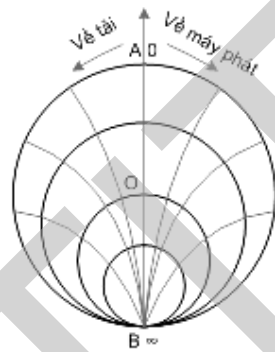
- Họ vòng tròn có tâm nằm trên trục thực AB trong đoạn OB có bán kính bằng  $\frac{1}{1+\bar{r}}$  đối với trở kháng hay bằng  $\frac{1}{1+\bar{g}}$  đối với dẫn nạp, nó biến đổi từ 0 đến 1. Họ vòng tròn này chỉ các giá trị dẫn thuần  $\bar{g} = const$  hay trở thuần  $\bar{r} = const$ . Các vòng tròn đều tiếp xúc nhau tại điểm B.

- Họ vòng tròn có tâm nằm trên đường thẳng song song với trục ảo đi qua điểm B với bán kính bằng  $\frac{1}{\bar{x}}$  đối với trở kháng và bằng  $\frac{1}{\bar{b}}$  đối với dẫn nạp, có bán kính thay đổi từ 0 đến vô cực. Họ vòng tròn này mô tả các giá trị kháng thuần  $\bar{x} = const$  và điện nạp  $\bar{b} = const$ . Chúng cũng tiếp xúc với nhau tại điểm B. Một phần của họ vòng tròn trên trong vòng tròn bán kính đơn vị được vẽ ở hình 6.24. Phía phải trục thực các vòng tròn chỉ  $\bar{x} > 0$  hoặc  $\bar{b} > 0$ , phía trái trục thực các vòng tròn cho ta giá trị  $\bar{x} < 0$  hoặc  $\bar{b} < 0$ .

Giao điểm của hai họ vòng tròn trên mô tả điểm có trở kháng chuẩn hóa  $\bar{Z}_{ch} = \bar{r} + j\bar{x}$  hoặc dẫn nạp chuẩn hóa  $\bar{Y}_{ch} = \bar{g} + j\bar{b}$  trên đường truyền.



Hình 6.23.



Hình 6.24.

Tại điểm A, trở kháng và dẫn nạp bằng 0 ( $\bar{r} = \bar{x} = 0; \bar{g} = \bar{b} = 0$ ) còn ở điểm B thì trở kháng và dẫn nạp bằng  $\infty$  ( $\bar{r} = \bar{x} = \infty; \bar{g} = \bar{b} = \infty$ )

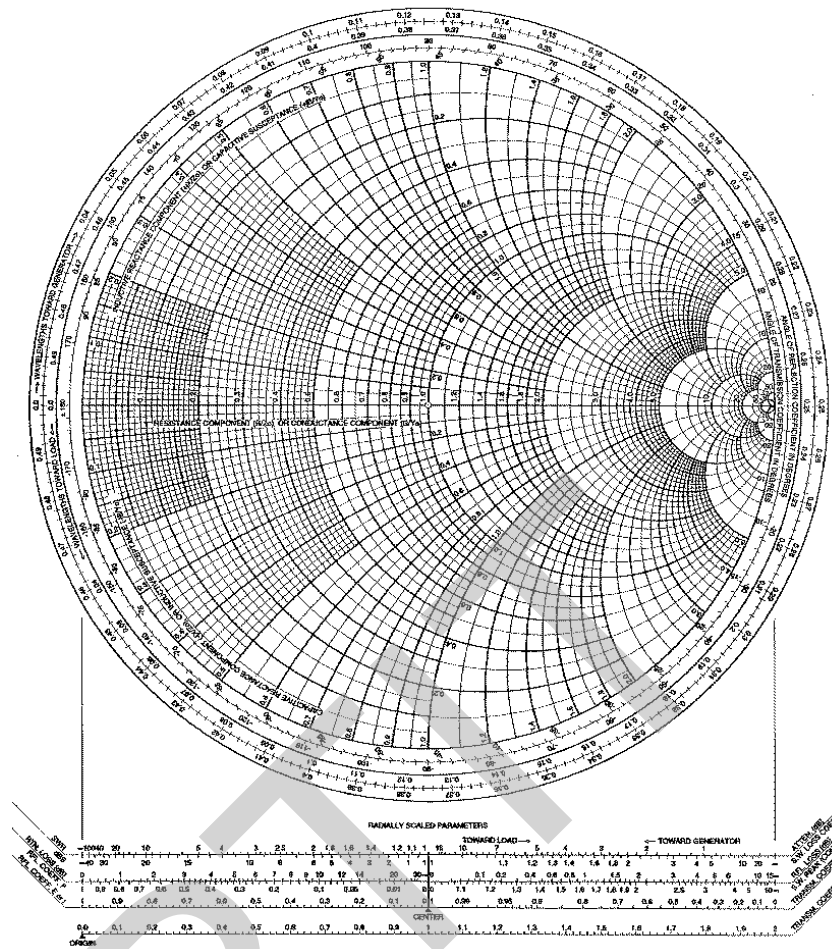
Trục thực AB mô tả các giá trị trở thuần và dẫn thuần. Bán kính OA là quỹ tích các điểm nút điện áp (đối với đồ thị trở kháng) và là quỹ tích các điểm bụng áp (đối với đồ thị dẫn nạp), bán kính OB là quỹ tích các điểm bụng áp (với trở kháng) hay nút áp (với dẫn nạp).

Vòng tròn lớn nhất (bán kính đơn vị) chỉ các giá trị của kháng thuần  $\bar{x}$  hoặc điện nạp  $\bar{b}$  (vì  $\bar{r} = 0; \bar{g} = 0$ ).

Tâm O của đồ thị biểu diễn chế độ phối hợp trở kháng lý tưởng trong đường truyền ( $\bar{r} = 1, \bar{g} = 1; \bar{x} = \bar{b} = 0$ ).

Từ gốc A theo đường tròn tâm O quay theo chiều kim đồng hồ cho chiều chuyển động trên đường truyền từ tải về máy phát, còn ngược chiều kim đồng hồ ứng với dịch chuyển trên đường truyền từ máy phát về tải.

## Smith Chart



Hình 6.25. Đồ thị vòng Smith

### 6.8.2.4. Các ứng dụng của giản đồ Smith

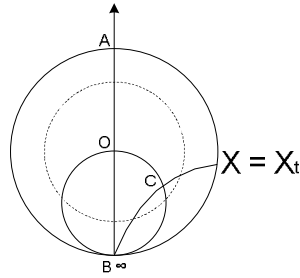
#### a) Biểu diễn trở kháng chuẩn hóa của tải và hệ số sóng đứng

Giả sử có đường truyền siêu cao có trở sóng đặc tính là  $Z_{co}$ , ở cuối đường mắc tải với giá trị  $Z_t$ . Hãy tìm điểm biểu diễn  $Z_t$  trên đồ thị vòng và hệ số sóng đứng trên đường truyền.

Vì đồ thị vòng trở kháng dùng cho các đơn vị tương đối tức là với các trở kháng chuẩn hóa, nên hãy tính với tải chuẩn hóa:

$$\bar{Z}_t = \frac{Z_t}{Z_{co}} = \bar{r}_t + j\bar{x}_t$$

Ta tìm trên giản đồ giao điểm của hai vòng tròn  $\bar{r} = \bar{r}_t; \bar{x} = \bar{x}_t$ . Giao điểm này chính là điểm biểu diễn tải cần tìm. Trên hình 6.26 là điểm C. Từ điểm C ta vẽ vòng tròn tâm O bán kính OC sẽ được vòng tròn chỉ  $K_d$  cần tìm. Vòng tròn này cắt trục thực AB tại điểm có khắc độ sẽ cho giá trị  $K_d$ .



Hình 6.26.

**b) Xác định trở kháng vào của đường truyền cách tải một khoảng  $l$  khi biết trở tải**

Giả sử ta có đường truyền không tổn hao với trở sóng đặc tính là  $Z_{co}$  ở cuối có mắc tải  $Z_t$ , hãy xác định trở kháng lối vào của đường truyền cách tải một khoảng  $l$ , bước sóng công tác trên đường truyền là  $\lambda$ .

Trước hết ta tìm điểm biểu diễn tải chuẩn hóa trên đồ thị vòng. Đó là điểm C trên hình 6.26 giống như ở mục a).

$$\bar{Z}_t = \frac{Z_t}{Z_{co}} = \bar{r}_t + j\bar{x}_t$$

Vẽ vòng tròn tâm O bán kính OC sẽ là vòng tròn  $K_d = const$  trên đường truyền. từ O kẻ bán kính qua C cắt vòng tròn đơn vị theo chiều kim đồng hồ (tức là theo chiều về máy phát) một đoạn tương đối là  $l/\lambda$  sẽ được điểm D'. Nối bán kính OD' cắt vòng tròn,  $K_d = const$  tại D. Từ đây ta nhận được 2 giá trị ứng với giao điểm của 2 vòng tròn  $\bar{r}_v = \bar{r} = const, \bar{x}_v = \bar{x} = const$

Trở vào tại tiết diện cách  $Z_t$  một khoảng  $l$  là:

$$Z_v = Z_{co}(\bar{r}_v + j\bar{x}_v)$$

**c) Xác định trở tải**

Bây giờ ta xác định trở kháng tải mắc ở cuối đường truyền khi đã xác định được hệ số sóng đứng  $K_d$  và khoảng cách từ tải tới điểm nút áp đầu tiên là  $d_{min}$ . Đường truyền có trở sóng đặc tính  $Z_{co}$  và công tác ở bước sóng  $\lambda$ .

Ta biết rằng quỹ tích các điểm nút áp của sóng đứng biểu diễn trên đoạn OA của đồ thị vòng với trở kháng. Do đó ta dựng vòng tròn  $K_d = const$  cắt trục AB tại E. Điểm này chính là điểm biểu diễn nút đầu tiên trên đường truyền cách tải một khoảng  $d_{min}$ . Ta lấy A làm gốc dịch chuyển trên vòng tròn lớn (bán kính đơn vị) theo chiều về tải (ngược chiều kim đồng hồ) một đoạn là  $d_{min}/\lambda$  sẽ nhận được điểm C. Nối OC cắt vòng tròn  $K_d = const$  tại F. Qua F ta nhận được 2 vòng tròn có giá trị  $\bar{r} = const, \bar{x} = const$  Cuối cùng nhận được trở kháng tải là:

$$\bar{Z}_t = Z_{co} = \bar{r}_t + j\bar{x}_t$$

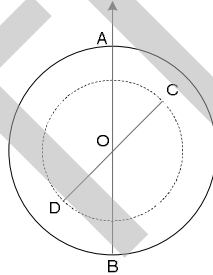
#### d) Xác định dẫn nạp khi biết trở kháng

Ta đã biết dẫn nạp tại một điểm tiết diện  $Z$  bất kỳ trên đường truyền có thể tính dựa trên phép lấy nghịch đảo của trở kháng dựa vào đồ thị vòng một cách dễ dàng hơn. Từ các biểu thức (6.54) và (6.55) ta nhận được mối quan hệ giữa trở kháng ở hai tiết diện  $Z_1$  và  $Z_2$  cách nhau một đoạn bằng  $\lambda/4$  là:

$$\frac{Z_1}{Z_{co}} = \frac{Z_{co}}{Z_2}$$

hay 
$$\bar{Z}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_2} = \bar{Y}_2$$

Như vậy ta nhận được quan hệ: trở kháng tại tiết diện bất kỳ bằng dẫn nạp tại tiết diện cách tiết diện trên một khoảng bằng  $\lambda/4$ . Việc tìm trở kháng chuẩn hóa ở tiết diện cách một khoảng  $\lambda/4$  được thực hiện trên đồ thị vòng tròn bằng cách dịch chuyển theo vòng tròn  $K_d = \text{const}$  đi một khoảng  $l/\lambda = 0,25$ . Hay là thực hiện phép lấy đối xứng trên vòng tròn  $K_d = \text{const}$  qua tâm  $O$ . Vậy ta có thể nhận được dẫn nạp từ trở kháng qua phép lấy đối xứng qua vòng tròn  $K_d = \text{const}$ . Điểm  $C$  biểu diễn trở kháng còn điểm  $D$  biểu diễn dẫn nạp trên đồ thị vòng tròn ở hình 6.27.



Hình 6.27.

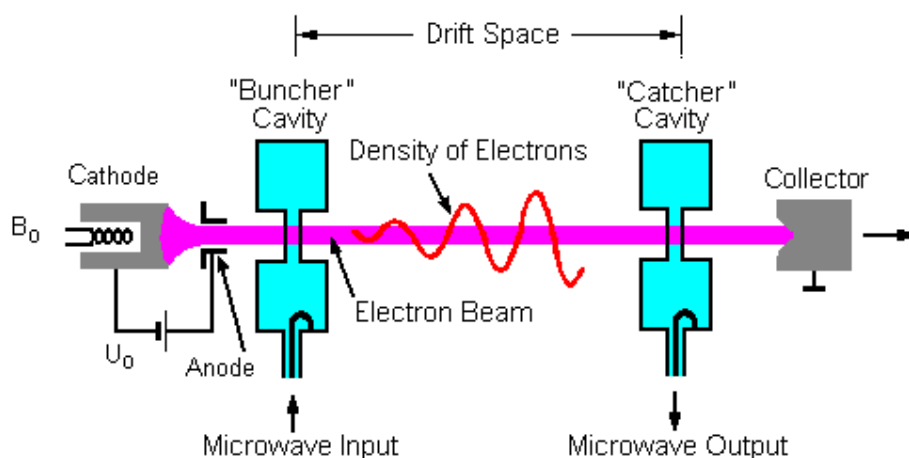
### 6.9. Giới thiệu một số cấu kiện siêu cao tần

#### 6.9.1. Đèn Klystron trực xạ

Đèn Klystron là một loại linh kiện đèn điện tử hiện vẫn còn đang được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật siêu cao tần do khả năng công suất lớn, hiệu suất cao với một dải tần số tương đối rộng. Đèn Klystron bao gồm hai loại: đèn Klystron trực xạ và đèn Klystron phản xạ. nguyên lý hoạt động của chúng có những điểm tương đồng nhau.

*Nguyên lý hoạt động của đèn Klystron trực xạ:*

Đèn Klystron trực xạ được sử dụng trong mạch khuếch đại siêu cao tần công suất lớn, dựa trên nguyên lý điều chế vận tốc và điều chế cường độ dòng điện của chùm tia electron. Đèn có hai hốc cộng hưởng 1 và 2, đặt thẳng hàng lần lượt trên đường đi của chùm tia electron.



Hình 6.28. Đèn Klystron trực xạ

Khi cathode được sưởi nóng và có điện thế ban đầu  $-B_0$ , các electron bức xạ bởi cathode đã có một vận tốc ban đầu. Chúng được một điện cực anode, mang điện thế  $-U_0$ , dương hơn so với  $-B_0$ , gia tốc và do đó chúng di chuyển thành một chùm tia với vận tốc đều nhau  $v_0$ . Hốc cộng hưởng 1, đặt trên đường đi của chùm tia electron (có tiết diện dạng lưới, cho phép chùm tia electron xuyên qua), nhận một tín hiệu RF ở siêu cao tần từ bên ngoài và tạo ra một hiệu điện thế siêu cao tần giữa hai chùm vách của hốc cộng hưởng (cách nhau khoảng  $d$ ). Khi chùm electron đi xuyên qua hốc cộng hưởng 1, hiệu điện thế này có tác dụng gia tốc thêm cho các electron ở bán kỳ dương hoặc làm giảm vận tốc của electron ở bán kỳ âm. Kết quả là các electron được gia tốc sẽ di chuyển nhanh và bắt kịp các electron phía trước, các electron bị giảm vận tốc sẽ di chuyển chậm lại và gặp các electron phía sau. Khi hiện tượng trên xảy ra tuần tự liên tiếp, chùm electron ban đầu sẽ lần lượt bị kết nhóm electron sau khi ra khỏi hốc cộng hưởng 1 và các nhóm electron này sẽ di chuyển trong vùng không gian giữa hốc cộng hưởng 1 và hốc cộng hưởng 2.

Khi các nhóm electron này đi xuyên qua hốc cộng hưởng 2, sự dịch chuyển thành nhóm của hạt mang điện sẽ tương đương dòng điện bị điều chế cường độ và do đó cảm ứng hiệu điện thế RF ở tần số cao trong hốc. Hiệu thế này đồng dạng với tín hiệu RF vào, sẽ được lấy ra từ hốc cộng hưởng 2 (tín hiệu RF ra), nhờ vậy ta tạo được mạch khuếch đại siêu cao tần. Các electron sau khi ra khỏi hốc cộng hưởng 2 sẽ được thu nhận bởi điện cực collector.

*Đèn Klystron trực xạ có một số đặc tính kỹ thuật chính như sau:*

- Hiệu suất công suất: trong lý thuyết hiệu suất công suất  $\eta = P_{out}/P_{in}$  có thể đạt cực đại đến 58%, nhưng trong thực tế  $\eta$  thường đạt từ 15% đến 30%
- Công suất phát lớn, có thể đạt đến 500 kW với tín hiệu liên tục và hàng chục MW cho tín hiệu xung, tại các tần số từ 10 GHz đến 20 GHz.
- Hệ số khuếch đại công suất lớn, có thể đạt đến 40 dB.

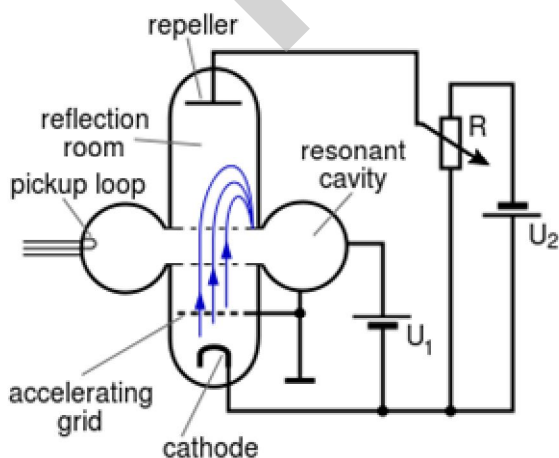


Hình 6.29. Một số hình ảnh đèn Klystron

### 6.9.2. Đèn Klystron phản xạ

Với đèn Klystron trực xạ, năng lượng của chùm tia electron khi ra khỏi hốc cộng hưởng 1 sẽ được trao cho hốc cộng hưởng 2. Nếu cấu trúc chỉ có một hốc cộng hưởng và tia electron sau khi ra khỏi hốc cộng hưởng này sẽ bị đẩy ngược trở lại vào hốc cộng hưởng đó một lần nữa sẽ có khả năng xảy ra hồi tiếp dương của tín hiệu điều chế vận tốc của các nhóm electron trong quá trình trên (nếu tổng quãng đường đi tương ứng với độ trễ pha là bội số của  $2\pi$ ). Lúc này đèn Klystron sẽ tạo ra dao động siêu cao tần. Đây là loại đèn Klystron phản xạ.

Đèn Klystron phản xạ được dùng để làm các bộ nguồn tín hiệu siêu cao tần công suất thấp (từ 10mW đến 500mW) với dải tần số từ 1GHz đến 25GHz. Hiệu suất của đèn đạt từ 20% đến 30%. Đèn Klystron phản xạ có thể được sử dụng trong phòng thí nghiệm để thực tập, đo lường siêu cao tần hoặc có thể làm bộ dao động nội của máy thu trong các thiết bị radar, tên lửa quân sự, dân dụng hoặc hàng không.

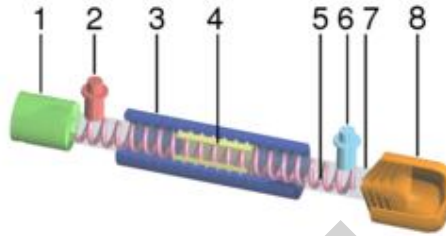


Hình 6.30. Đèn Klystron phản xạ



### 6.9.3. Đèn sóng chạy

Đèn sóng chạy (TWT: Traveling-Wave Tube) cũng là một loại linh kiện siêu cao tần, được sử dụng trong mạch khuếch đại RF công suất cao hoặc mạch tạo sóng có công suất trung bình và dải tần số rộng. Dải tần số hoạt động từ 300MHz đến 50GHz, hệ số khuếch đại khoảng 70dB. Có hai loại đèn sóng chạy: đèn sóng chạy dùng phần tử làm chậm sóng hình xoắn và đèn sóng chạy dùng các hốc cộng hưởng ghép. Chúng ta chỉ khảo sát đèn sóng chạy dùng phần tử làm chậm hình xoắn.



Hình 6.31. Đèn sóng chạy hình xoắn

- (1) Súng điện tử; (2) Đầu vào RF; (3) Nam châm; (4) Bộ suy giảm;  
(5) Lõi xoắn; (6) Đầu ra RF; (7) Ống chân không; (8) Collector.

Đèn gồm một cathode nung nóng bức xạ chùm tia electron, được gia tốc bởi cực anode và hấp thụ bởi cực thu. Khối hội tụ dùng từ trường có tác dụng làm hội tụ thành chùm tia electron khi chúng đi qua vùng cấu trúc làm chậm sóng. Cấu trúc này thường có dạng xoắn, thực chất là một ống dẫn sóng, là nơi ta đặt tín hiệu siêu cao tần vào. Khi tín hiệu siêu cao tần này lan truyền dọc theo đường ống xoắn, vô hình chung sẽ tạo một điện trường hướng dọc theo trục của ống xoắn. Điện trường này cũng lan truyền dọc trục với vận tốc được tính gần đúng bằng vận tốc lan truyền của sóng dọc theo chu vi mỗi vòng xoắn.

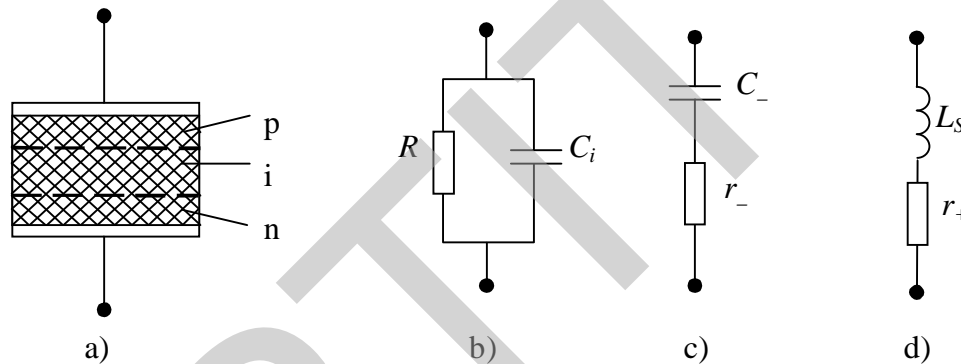
Khi chùm tia electron di chuyển dọc theo trục ống xoắn, sẽ xảy ra sự tương tác giữa điện trường vì: các electron đi vào tại thời điểm bán kỳ dương của điện trường sẽ được gia tốc trong khi các electron đi vào tại thời điểm bán kỳ âm sẽ bị giảm tốc. Kết quả là sẽ xảy ra sự kết nhóm của chùm tia electron. Người ta tính toán sao cho các nhóm electron này ra khỏi ống xoắn tại thời điểm vuông pha với điện trường, do đó động năng của chúng được chuyển thành năng lượng của tín hiệu trong ống xoắn. Quá trình này được ứng dụng để khuếch đại tín hiệu siêu cao tần hoặc tạo dao động, tương tự như đối với đèn Klystron. Tuy nhiên, sự khác biệt chính giữa hai loại đèn này là trong đèn sóng chạy, sự tương tác giữa chùm tia electron và điện trường xảy ra liên tiếp dọc suốt chiều dài di chuyển của chùm tia trong khi trong đèn Klystron sự tương tác chỉ xảy ra tại đúng thời điểm khi tia electron đi ngang qua khe của hốc cộng hưởng.

### 6.9.4. Diode PIN

Diode bán dẫn PIN gồm có một bản silic cao ôm phẳng có độ dày khoảng 75 $\mu$ m (trong giới hạn từ 10 đến 200 $\mu$ m), ở hai mặt phẳng đầu có trộn tạp chất là Bo (để tạo ra vùng dẫn loại  $p$ ) và phốt pho (để tạo ra vùng bán dẫn loại  $n$ ), với kỹ thuật khuếch tán tạo ra các lớp chuyển tiếp  $p-i$  và  $i-n$  ở sát hai mặt phẳng hai đầu. Vùng cao ôm ở giữa được gọi là vùng  $i$  rất nghèo điện tích tự do. Tại hai mặt phẳng của hai vùng  $p$  và  $n$  gắn hai tiếp xúc kim loại để

làm anode và cathode cho diode (như Hình 6.32). Diode PIN có đặc tính như sau: nếu đặt vào diode một thiên áp âm một chiều (điện áp âm đặt vào vùng  $p$ ) hoặc thiên áp không thì hiệu thế tiếp xúc của các lớp chuyển tiếp  $p-i$  và  $i-n$  sẽ ngăn cản các điện tích tự do từ vùng  $p$  (các lỗ trống) và vùng  $n$  (các điện tử) phun vào vùng  $i$  (còn gọi là vùng Base) nên diode có trở kháng rất lớn ( $R$  cỡ từ đơn vị đến hàng chục  $k\Omega$ ). Diode trong trường hợp này không cho qua tín hiệu siêu cao tần, nó ở chế độ ngắt mạch. Khi đặt thiên áp thuận lên diode thì hàng rào thế của các lớp chuyển tiếp hạ thấp làm cho các điện tử và lỗ trống phun từ vùng  $n$  và vùng  $p$  vào vùng  $i$  làm cho diode thông. Trạng thái này diode được biểu diễn bởi sơ đồ ở Hình 6.32d. Ở đây  $r_+$  là điện trở thuần khá nhỏ (cỡ vài  $\Omega$ ),  $L_s$  chỉ điện cảm ký sinh đầu ra của diode (cỡ 0,2-2nH).

Trong trạng thái thông diode PIN cho qua tín hiệu siêu cao có dòng khá lớn. Ta dùng hai trạng thái thông và tắt của diode PIN cùng các tham số của nó khi mắc vào đường truyền siêu cao sẽ tạo ra các thiết bị điều khiển sự truyền sóng mong muốn như các bộ chuyển mạch và quay pha.



Hình 6.32. Diode PIN

### 6.9.5. Diode Tunnel

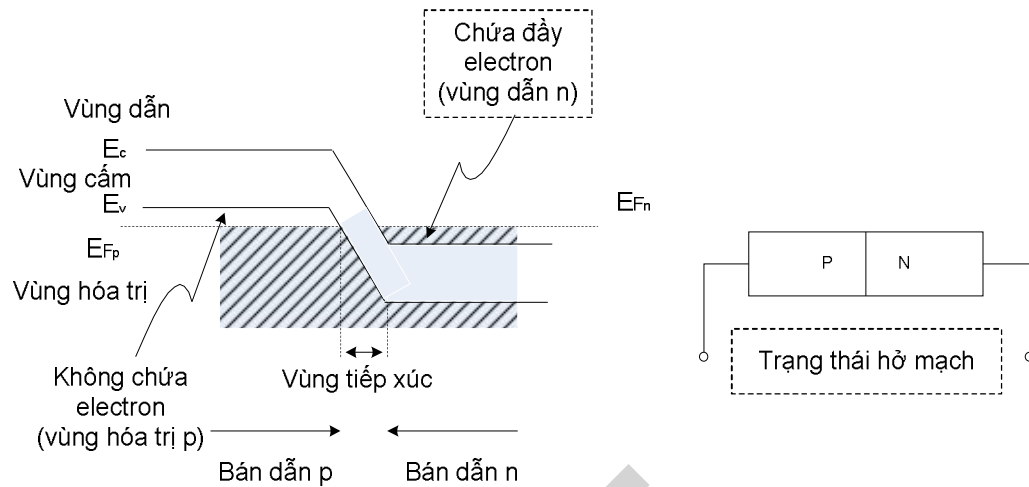
Hiệu ứng Tunnel xảy ra trên các hạt mang điện tại tiếp xúc  $p-n$  mật độ rất cao, không giống như hiệu ứng điện trường thông thường trong lớp bán dẫn (các hạt mang điện dịch chuyển dưới tác dụng của một điện trường bên ngoài và thời gian dịch chuyển qua vùng tiếp xúc bằng bề rộng vùng tiếp xúc chia cho vận tốc của hạt), mà do sự dịch chuyển lượng tử của các hạt nhân trên cùng một mức năng lượng.

Diode Tunnel được sử dụng nhiều trong mạch khuếch đại, mạch dao động siêu cao tần, mạch flip-flop dùng trong bộ nhớ. Lý do chính là kích thước nhỏ, giá thành hạ, tốc độ cao, công suất tiêu thụ thấp, nhiễu thấp và tỉ số dòng điện đỉnh – thung lũng rất cao.

#### 6.9.5.1. Nguyên lý hoạt động

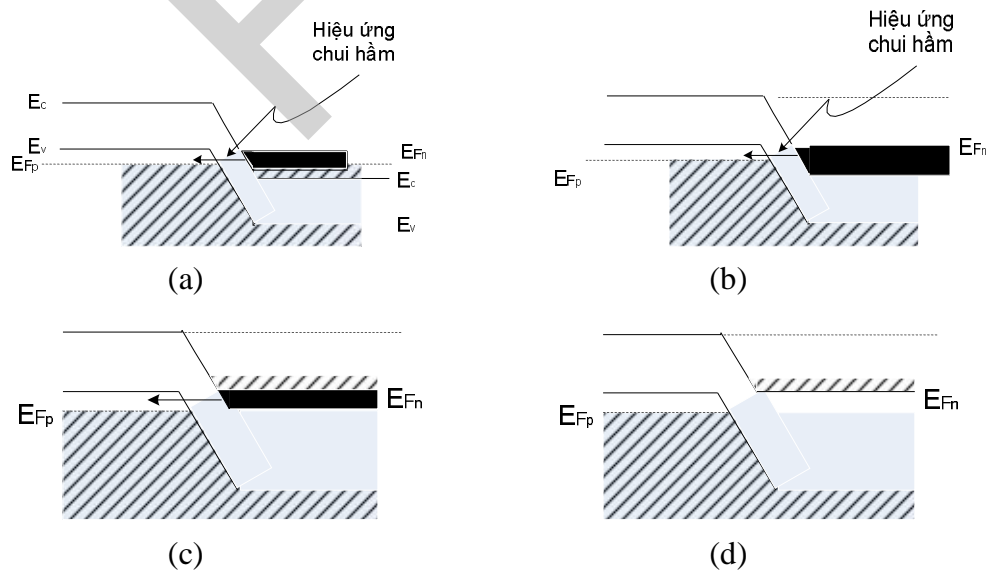
Diode tunnel là diode tiếp xúc p-n có điện trở âm. Mật độ tạp chất ở cả hai vùng bán dẫn p và n rất cao (khoảng từ  $10^{25}$  đến  $10^{26}$  nguyên tử/ $m^3$ ) và bề dày miền rào thế tiếp xúc rất nhỏ (khoảng từ 100 Å đến  $10^{-6}$  cm). Theo quy luật thông thường, một hạt mang điện không thể vượt qua rào thế tiếp xúc trừ phi nó tích lũy đủ mức năng lượng lớn hơn hàng rào thế năng này. Tuy nhiên, khi bề dày của miền rào thế tiếp xúc quá nhỏ, có thể xảy ra trường hợp các

hạt mang điện chui xuyên qua miền rào thế (hiệu ứng đường hầm tunnel) dù rằng động năng của hạt chưa đủ lớn.



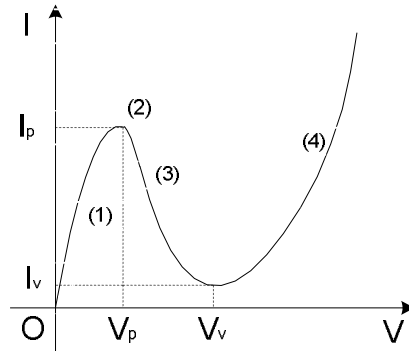
Hình 6.33.

Chúng ta hãy quan sát Hình 6.33, diode tunnel ở trạng thái hở mạch (trạng thái tĩnh). Do mật độ tạp chất ở hai vùng  $p$  và  $n$  rất cao nên khi chúng tạo thành vùng tiếp xúc chung mức Fermi  $E_F$  ở cả hai bên lấn sâu vào vùng hóa trị  $p$  và vùng dẫn  $n$  và phải bằng nhau), vùng hóa trị của bán dẫn  $p$  lại có mức năng lượng cao hơn vùng dẫn của bán dẫn  $n$ . Kết quả là các hạt điện tử ở vùng hoá trị  $p$  chui hầm sang lấp đầy vùng dẫn  $n$  có mức năng lượng thấp hơn. Ở trạng thái hở mạch (không có nguồn bên ngoài đặt vào), sẽ xuất hiện vùng không chứa electron ở vùng hóa trị  $p$  và vùng chứa đầy electron ở vùng dẫn  $n$ , trạng thái cân bằng được duy trì và không có dòng dịch chuyển của các hạt mang điện, do đó không có dòng điện.



Hình 6.34.

Khi diode tunnel được phân cực thuận bởi nguồn điện bên ngoài  $V$ , sẽ có sự dịch chuyển mức năng lượng ở vùng  $p$  và  $n$ , tạo ra dòng điện qua diode  $I$  có đặc tuyến  $I(V)$  như trên Hình 6.35. Đặc tuyến này có 4 vùng (1), (2), (3), và (4), ta lần lượt xét từng vùng, tương ứng với hình Hình 6.34 a, b, c, và d.



Hình 6.35. Đặc tuyến V-A của diode tunnel

Khi nguồn  $V$  bắt đầu tăng dương, mức Fermi  $E_{Fn}$  cao hơn so với  $E_{Fp}$ , xảy ra hiệu ứng chui hầm của electron từ vùng dẫn  $n$  chứa đầy electron sang vùng hóa trị  $p$  không chứa electron (Hình 6.34a). Nguồn  $V$  càng tăng, hiệu ứng chui hầm càng tăng, do đó dòng điện  $I$  qua diode càng tăng, tương ứng với đoạn đặc tuyến (1) ở Hình 6.35.

Khi nguồn  $V$  đạt đến giá trị  $V_p$ , toàn bộ vùng dẫn  $n$  chứa đầy electron nằm ngang mức năng lượng với vùng hóa trị  $p$  không chứa electron (Hình 6.34b), do đó, hiệu ứng chui hầm xảy ra với mật độ hạt rất lớn, dòng  $I$  đạt mức cực đại đỉnh  $I_p$ , tương ứng với điểm đỉnh (2) trên đặc tuyến Hình 6.35.

Khi nguồn  $V$  tăng lớn hơn  $V_p$ , khoảng cân bằng mức năng lượng giữa vùng dẫn  $n$  chứa đầy electron với vùng hóa trị  $p$  không chứa electron bị giảm đi, (Hình 6.34c), do đó, dòng điện do hiện tượng chui hầm giảm, tương ứng đoạn đặc tuyến (3) trên Hình 6.35. Đây là đoạn có điện trở âm của đặc tuyến  $I(V)$ .

Khi nguồn  $V$  lớn hơn giá trị  $V_v$ , không còn hiệu ứng chui hầm nữa (Hình 6.34d), dòng điện  $I$  qua diode lúc này hoàn toàn giống như dòng điện khuếch tán của các hạt mang điện khi vượt qua rào thế tiếp xúc trong một diode thông thường. Do đó, đặc tuyến  $I(V)$  ở vùng (4) của Hình 6.35 có dạng hàm mũ.

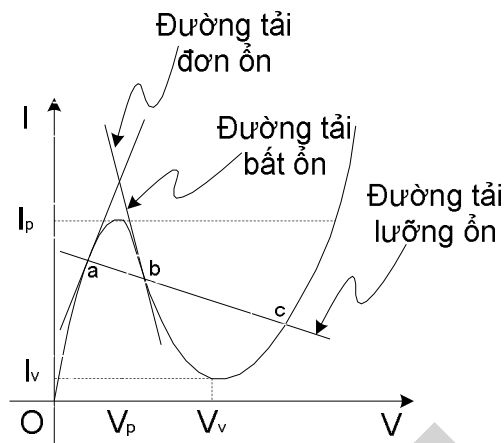
Tỉ số giữa mức dòng điện đỉnh  $I_p$  với mức dòng điện thung lũng  $I_v$  thường đạt từ mười đến vài chục lần.

#### 6.9.5.2. Đặc tính điện trở âm

Ta có thể phân cực diode tunnel ở 3 loại đường tải khác nhau, tương ứng với 3 chế độ hoạt động (Hình 6.36).

Với đường tải lưỡng ổn cắt đặc tuyến  $I(V)$  ở ba điểm a, b, c, ta nhận thấy chỉ có điểm a và c là tương ứng với trạng thái ổn định của mạch điện, nghĩa là khi mạch điện đã tồn tại ở trạng thái này thì nó sẽ tồn tại mãi mãi ở trạng thái đó nếu không có tác nhân kích thích từ bên ngoài. Điểm b tương ứng với trạng thái không ổn định, nghĩa là mạch điện sẽ tự động chuyển

sang trạng thái khác nếu đang tồn tại ở trạng thái không ổn định. Vì lúc này diode tunnel có 2 trạng thái ổn định nên được gọi là lưỡng ổn và có thể được dùng trong các mạch flip-flop, giao hoán, v.v...



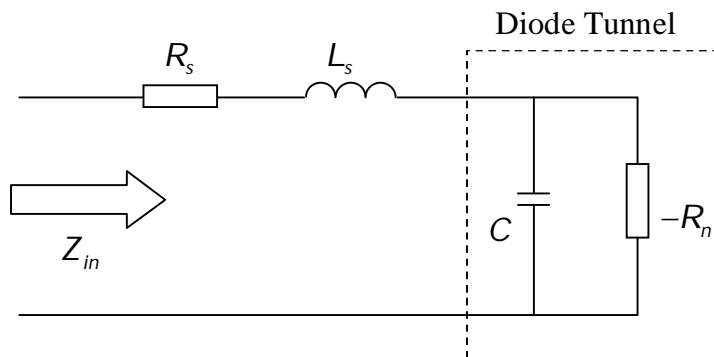
Hình 6.36.

Với đường tải đơn ổn cắt đặc tuyến  $I(V)$  chỉ ở điểm a (trạng thái ổn định), dù ban đầu diode tunnel đang ở điểm hoạt động khác nhau nhưng sau đó sẽ nhanh chóng chuyển sang trạng thái về điểm a và giữ nguyên mãi mãi ở trạng thái đó nếu không có tác nhân kích thích từ bên ngoài. Ta nói rằng trạng thái này là đơn ổn, được dùng trong các mạch tạo xung theo nhịp điều khiển.

Với đường tải bất ổn cắt đặc tuyến  $I(V)$  chỉ ở điểm b (vùng điện trở âm của đặc tuyến), mạch điện sẽ không thể tồn tại lâu ở trạng thái này mà liên tục thay đổi điểm hoạt động chung quanh b, tạo ra các dao động điện tần số cao. Ta nói rằng trạng thái này là bất ổn, được dùng trong các mạch khuếch đại hoặc dao động siêu cao tần.

Điện dẫn âm  $-g$  hoặc điện trở âm  $-R_n$  của diode tunnel được định nghĩa trên đặc tuyến  $I(V)$  như sau:

$$-g = \frac{1}{-R_n} = \frac{\partial I}{\partial V} \quad (6.115)$$



Hình 6.37.

Mạch điện tương đương của một diode tunnel được vẽ ở Hình 6.37. Điện trở  $R_s$  và điện cảm  $L_s$  tượng trưng cho các thông số của dây nối chân linh kiện từ bên ngoài. Tụ  $C$  là điện dung vùng tiếp xúc của diode thường được đo tại điểm thung lũng  $V_v$  trên đặc tuyến.

Các giá trị tiêu biểu:

$$\begin{aligned} -R_n &= -30\Omega & C &= 20pF \\ R_s &= 1\Omega & L_s &= 5nH \end{aligned}$$

Từ Hình 6.37, ta suy ra tổng trở tương đương  $Z_{in}$  của diode là:

$$\begin{aligned} Z_{in} &= R_s + j\omega L_s + \frac{(-R_n)\left(-\frac{j}{\omega C}\right)}{-R_n - \frac{j}{\omega C}} \\ &= R_s - \frac{R_n}{1 + (\omega R_n C)^2} + j\left[\omega L_s - \frac{\omega R_n^2 C}{1 + (\omega R_n C)^2}\right] \end{aligned} \quad (6.116)$$

Tần số cắt, tại đó trở kháng  $Z_n$  của diode tunnel là thuần kháng được suy ra từ (6.116):

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_n C} \sqrt{\frac{R_n}{R_s} - 1} \quad (6.117)$$

Tần số cắt, tại đó trở kháng  $Z_{in}$  là thuần trở (âm hoặc dương) là:

$$f_r = \frac{1}{2\pi R_n C} \sqrt{\frac{R_n^2 C}{L_s} - 1} \quad (6.118)$$

## PHỤ LỤC 1: MỘT SỐ KÝ HIỆU

$\alpha$	Hệ số tiêu hao
$\beta$	Hệ số pha
$\Gamma$	Hệ số truyền sóng
$\lambda, \lambda_0, \lambda_t, \lambda_{th}$	Các loại bước sóng trong môi trường truyền dẫn
$\sigma$	Độ dẫn điện (điện dẫn suất) của môi trường
$\varepsilon, \varepsilon_0, \varepsilon_r$	Các loại hằng số điện môi của môi trường
$\mu, \mu_0, \mu_r$	Các loại độ từ thẩm của môi trường
$\Omega, \omega$	Đơn vị điện trở (ôm), tần số vòng.
$\eta$	Hiệu suất của mạch
$\nabla^2, \Delta$	Toán tử Laplace

## PHỤ LỤC 2: CÁC CÔNG THỨC VÀ ĐỊNH LÝ GIẢI TÍCH VECTO

- 1)  $grad(\varphi_1\varphi_2) = \varphi_1 grad\varphi_2 + \varphi_2 grad\varphi_1$
- 2)  $div(\varphi\vec{A}) = \varphi div\vec{A} + \vec{A} grad\varphi$
- 3)  $rot(\varphi\vec{A}) = \varphi rot\vec{A} + [\vec{A} grad\varphi]$
- 4)  $div(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} rot\vec{A} - \vec{A} rot\vec{B}$
- 5)  $rot(grad\varphi) = 0$
- 6)  $div(rot\vec{A}) = 0$
- 7)  $rot(rot\vec{A}) = grad(div\vec{A}) - \Delta\vec{A}$

Định lý Green-Stokes

$$\oint_L \vec{A} d\vec{l} = \int_S rot\vec{A} d\vec{S}$$

Định lý Ostrogradski-Gauss

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \int_V div\vec{A} dv$$



## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Kiều Khắc Lâu, *Lý thuyết trường Điện từ*, NXB Giáo dục, 1999.
- [2] Kiều Khắc Lâu, *Cơ sở kỹ thuật siêu cao tần*, NXB Giáo dục, 1998.
- [3] Nguyễn Bình Thành, Nguyễn Trần Quân, Lê Văn Bảng, *Cơ sở lý thuyết trường điện từ*, NXB Đại học và Trung học chuyên nghiệp, 1970.
- [4] Phan Anh, *Trường điện từ và truyền sóng*, NXB ĐHQG Hà Nội, 2000.
- [5] Ngô Nhật Ánh, Trương Trọng Tuấn Mỹ, *Trường điện từ*, NXB Đại học Quốc gia Tp.HCM, 2000.
- [6] Vũ Đình Thành, *Lý thuyết cơ sở kỹ thuật siêu cao tần*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, 1997.
- [7] Nguyễn Văn Hùng, *Điện động lực học*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà nội, 2005.
- [8] David M.Pozar, *Microwave Engineering – 2<sup>nd</sup> edition*, John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [9] J.Van Bladet, *Electromagnetic fields*, Mc.Graw Hill book company Inc. New York and London 1964.