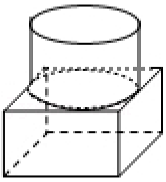
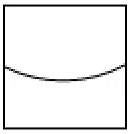
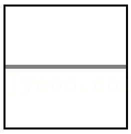
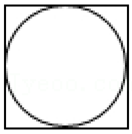
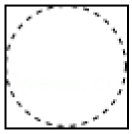
模拟测试二参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题）

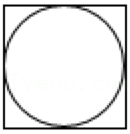
1．一个由圆柱和长方体组成的几何体如图水平放置，它的俯视图是（　　）



A．　B．　C．　D．

【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中．

【解答】解：几何体的俯视图是：



故选：C．

【点评】本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图．

2．已知 $2x=3y$（$xy\neq0$），则下列比例式成立的是（　　）

A．$\frac{x}{2}=\frac{3}{y}$　B．$\frac{x}{3}=\frac{y}{2}$　C．$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$　D．$\frac{y}{x}=\frac{3}{2}$

【分析】根据等式的两边同时乘以或除以同一个不为 0 的数或字母等式仍成立即可解决．

【解答】解：根据等式性质 2，可判断出只有 B 选项正确．

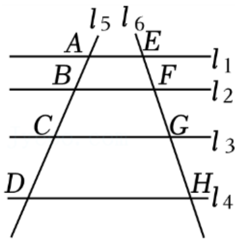
故选：B．

【点评】本题考查的是等式的性质：

等式性质 1：等式的两边加（或减）同一个数（或式子）结果仍相等；

等式性质 2：等式的两边同乘（或除以）同一个数（除数不为 0）结果仍相等．

3．如图，l_1，l_2，l_3，l_4 是一组平行线，l_5，l_6 与这组平行线依次相交于点 A，B，C，D 和 E，F，G，H．若 AB：BC：$CD=2$：3：4，$EG=10$，则 EH 的长为（　　）



A．14　　B．16　　C．18　　D．20

【分析】由 l_1∥l_3∥l_4，利用平行线分线段成比例，可得出$\frac{AC}{CD}=\frac{EG}{GH}$，即$\frac{2+3}{4}=\frac{10}{GH}$，解之经检验后，即可得出 GH 的长，再将其代入 $EH=EG+GH$ 中，即可得出结论．

【解答】解：∵l_1∥l_3∥l_4，

∴$\frac{AC}{CD}=\frac{EG}{GH}$，即$\frac{2+3}{4}=\frac{10}{GH}$，

∴$GH=8$，

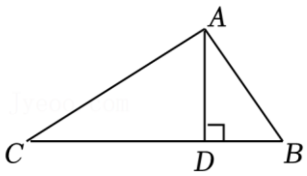
经检验，$GH=8$ 是所列方程的解，且符合题意，

∴$EH=EG+GH=10+8=18$．

故选：C．

【点评】本题考查了平行线分线段成比例，牢记“三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例”是解题的关键．

4．如图所示，若△DAC∽△ABC，则需满足（　　）



A．$CD^2=AD\cdot DB$　　B．$AC^2=BC\cdot CD$　　C．$\frac{AC}{CD}=\frac{AB}{BC}$　　D．$\frac{CD}{DA}=\frac{BC}{AC}$

【分析】根据相似三角形的判定定理依次判断即可．

【解答】解：由 $CD^2=AD\cdot DB$，可得 CD：$AD=BD$：CD，由此得不出结论；

由 $AC^2=BC\cdot CD$，可得 AC：$BC=CD$：AC，

∵∠C=∠C，

∴△ABC∽△DAC，故 B 选项正确；

由$\frac{AC}{CD}=\frac{AB}{BC}$得不出结论；

由$\frac{CD}{DA}=\frac{BC}{AC}$及∠$BAC$=∠$ADC$=90°可得结论，但题目中未提及．

故选：B．

【点评】本题主要考查相似三角形的性质和判定，熟知相关判定定理是解题关键．

5．在一个不透明的口袋中有红色、黄色和绿色球共 60 个，它们除颜色外，其余完全相同．在不倒出球的情况下，要估计袋中各种颜色球的个数．同学们通过大量的摸球试验后，发现摸到红球、黄球和绿球的频率分别稳定在 20%，40%和 40%．由此，推测口袋中黄色球的个数有（　　）

A．15 个　　B．20 个　　C．21 个　　D．24 个

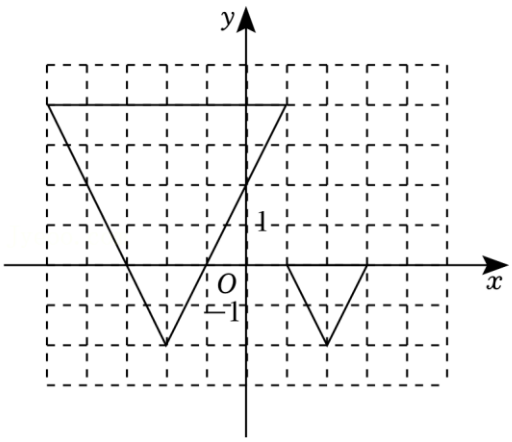
【分析】在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近，用频率估计概率可知黄色球的数量为总数乘以其所占百分比．

【解答】解：推测口袋中黄色球的个数是 60×40%＝24（个），

故选：D．

【点评】本题主要考查频率估计概率，大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．

6．如图中的两个三角形是以点 P 为位似中心的位似图形，则点 P 的坐标是（　　）



A．（0，－4）　　B．（4，－2）　　C．（3，－1）　　D．（0，0）

【分析】根据位似变换的概念找出位似中心．

【解答】解：对应点所连线段所在的直线交于（4，－2）

∴点 P 的坐标为（4，－2），

故选：B．

【点评】本题考查的是位似变换的概念和性质，正确记忆位似图形的对应顶点的连线相交于一点是解题关键．

7．函数 $y=-4x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向下平移 2 个单位，所得函数解析式是（　　）

A．$y=-4(x-2)^2+2$　　　　B．$y=-4(x+2)^2+2$

C．$y=-4(x-2)^2-2$　　　　D．$y=-4(x+2)^2-2$

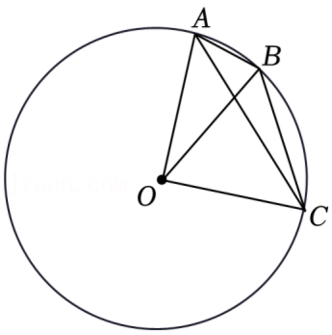
【分析】$y=-4x^2$先向右平移两个单位得到$y=-4(x-2)^2$，再向下平移两个单位得到$y=-4(x-2)^2-2$.

【解答】解：$y=-4x^2$先向右平移两个单位得到$y=-4(x-2)^2$，再向下平移两个单位得到$y=-4(x-2)^2-2$.

故选：C.

【点评】本题考查二次函数图象的平移，解题关键是掌握二次函数图象的平移规律.

8．如图，点A，B，C是⊙O上的三点，若$\angle AOC=85°$，$\angle BAC=30°$，则$\angle AOB$的大小为（　　）



A．25°　　　　B．30°　　　　C．35°　　　　D．40°

【分析】利用圆周角定理可得$\angle BOC=2\angle BAC=60°$，然后利用角的和差关系进行计算即可解答.

【解答】解：∵$\angle BAC=30°$，

∴$\angle BOC=2\angle BAC=60°$，

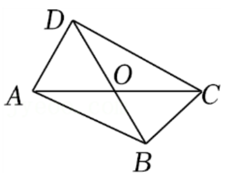
∵$\angle AOC=85°$，

∴$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC=85°-60°=25°$，

故选：A.

【点评】本题考查了圆周角定理，熟练掌握圆周角定理是解题的关键.

9．如图，四边形$ABCD$的对角线AC、BD相交于O，$\angle AOD=60°$，$AC=BD=2$，则这个四边形的面积是（　　）



A．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　D．$2\sqrt{3}$

【分析】过 B、D 分别作 $BE\perp AC$ 于 E，$DF\perp AC$ 于 F，则$\angle BEO=\angle DFO=90°$．解 Rt$\triangle BOE$，求出 $BE=\frac{\sqrt{3}}{2}OB$，解 Rt$\triangle DOF$，求出 $DF=\frac{\sqrt{3}}{2}OD$．根据 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ADC}$，代入数据计算即可．

【解答】解：如图，过 B、D 分别作 $BE\perp AC$ 于 E，$DF\perp AC$ 于 F，则$\angle BEO=\angle DFO=90°$．

在 Rt$\triangle BOE$ 中，$\angle BOE=\angle AOD=60°$，

$\therefore BE=OB\cdot\sin\angle BOE=OB\cdot\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}OB$，

在 Rt$\triangle DOF$ 中，$\angle AOD=60°$，

$\therefore DF=OD\cdot\sin\angle BOE=OD\cdot\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}OD$．

$\because AC=BD=2$，

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ADC}$

$=\frac{1}{2}AC\cdot BE+\frac{1}{2}AC\cdot DF$

$=\frac{1}{2}\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}OB+\frac{1}{2}\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}OD$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}OB+\frac{\sqrt{3}}{2}OD$

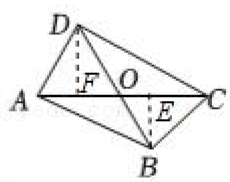
$=\frac{\sqrt{3}}{2}(OB+OD)$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}BD$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2$

$=\sqrt{3}$．

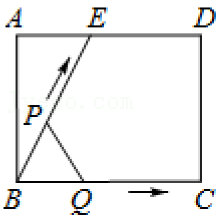
故选：C．



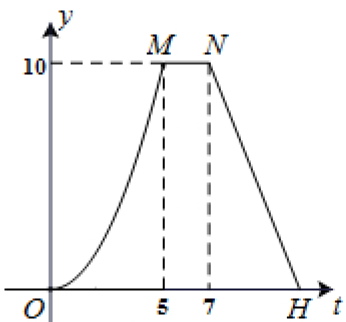
【点评】本题考查了解直角三角形，锐角三角函数，将四边形的面积转化为两个三角形的面积之和是解题的关键．

10．如图（1）所示，E 为矩形 $ABCD$ 的边 AD 上一点，动点 P，Q 同时从点 B 出发，点 P

沿折线 $BE-ED-DC$ 运动到点 C 时停止，点 Q 沿 BC 运动到点 C 时停止，它们运动的速度都是 $1cm$/秒．设 P、Q 同时出发 t 秒时，△BPQ 的面积为 ycm^2．已知 y 与 t 的函数关系图象如图（2）（曲线 OM 为抛物线的一部分），则下列结论：①$AD=BE=5$；②$\cos\angle ABE=\frac{3}{5}$；③当 $0<t\leqslant5$ 时，$y=\frac{2}{5}t^2$；④当 $t=\frac{29}{4}$秒时，△ABE∽△QBP；其中正确的结论是（　　）



图(1)



图(2)

A．①②③　　　B．②③　　　C．①③④　　　D．②④

【分析】据图（2）可以判断三角形的面积变化分为三段，可以判断出当点 P 到达点 E 时点 Q 到达点 C，从而得到 BC、BE 的长度，再根据 M、N 是从 5 秒到 7 秒，可得 ED 的长度，然后表示出 AE 的长度，根据勾股定理求出 AB 的长度，然后针对各小题分析解答即可．

【解答】解：根据图（2）可得，当点 P 到达点 E 时，点 Q 到达点 C，

∵点 P、Q 的运动的速度都是 $1cm$/秒，

∴$BC=BE=5$，

∴$AD=BE=5$，故①小题正确；

又∵从 M 到 N 的变化是 2，

∴$ED=2$，

∴$AE=AD-ED=5-2=3$，

在 Rt△ABE 中，$AB=\sqrt{BE^2-AE^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

∴$\cos\angle ABE=\frac{AB}{BE}=\frac{4}{5}$，故②小题错误；

过点 P 作 $PF\perp BC$ 于点 F，

∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle AEB=\angle PBF$，

$\therefore \sin\angle PBF = \sin\angle AEB = \frac{AB}{BE} = \frac{4}{5}$,

$\therefore PF = PB\sin\angle PBF = \frac{4}{5}t$,

$\therefore$ 当 $0 < t \leqslant 5$ 时，$y = \frac{1}{2}BQ \cdot PF = \frac{1}{2}t \cdot \frac{4}{5}t = \frac{2}{5}t^2$，故③小题正确；

当 $t = \frac{29}{4}$秒时，点 P 在 CD 上，此时，$PD = \frac{29}{4} - BE - ED = \frac{29}{4} - 5 - 2 = \frac{1}{4}$,

$PQ = CD - PD = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$,

$\because \frac{AB}{AE} = \frac{4}{3}$, $\frac{BQ}{PQ} = \frac{5}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{3}$,

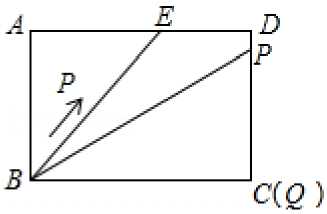
$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{BQ}{PQ}$,

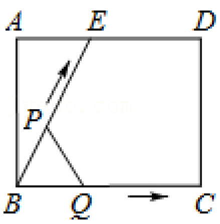
又$\because \angle A = \angle Q = 90°$ ，

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle QBP$，故④小题正确．

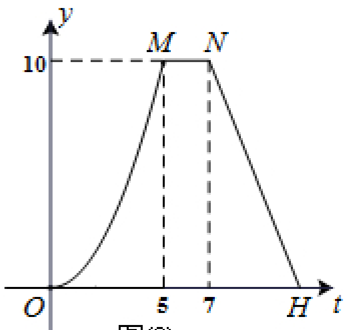
综上所述，正确的有①③④．

故选：C．





图(1)



图(2)

【点评】本题考查了二次函数的综合应用及动点问题的函数图象，根据图（2）判断出点 P 到达点 E 时，点 Q 到达点 C 是解题的关键，也是本题的突破口，难度较大．

二．填空题（共 6 小题）

11．已知$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$，则$\frac{a+b}{b} = \underline{\ \frac{5}{3}\ }$．

【分析】直接利用合比性质计算．

【解答】解：$\because \frac{a}{b}=\frac{2}{3}$，

$\therefore \frac{a+b}{b}=\frac{2+3}{3}=\frac{5}{3}$.

故答案为：$\frac{5}{3}$.

【点评】本题考查了比例的性质：熟练掌握比例的基本性质（内项之积等于外项之积、合比性质、分比性质、合分比性质、等比性质等）是解决问题的关键.

12．已知在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*AC*＝6，*BC*＝8，则 tan*B* 等于 $\underline{\quad\frac{3}{4}\quad}$.

【分析】根据锐角三角函数的定义进行计算即可.

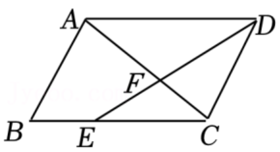
【解答】解：在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*AC*＝6，*BC*＝8，

$\therefore \tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$，

故答案为：$\frac{3}{4}$.

【点评】本题考查了锐角三角函数的定义，熟练掌握锐角三角函数的正弦、余弦、正切是解题的关键.

13．如图，在平行四边形 *ABCD* 中，点 *E* 在 *BC* 边上，且 *CE*：*BC*＝2：3，*AC* 与 *DE* 相交于点 *F*，若 $S_{\triangle AFD}=5$，则 $S_{\triangle EFC}=\underline{\quad\frac{20}{9}\quad}$.



【分析】利用平行四边形的性质，可得出 *AD*∥*BC*，*BC*＝*AD*，进而可得出△*ADF*∽△*CEF*，再利用相似三角形的性质，即可求出 $S_{\triangle EFC}$ 的值.

【解答】解：∵四边形 *ABCD* 为平行四边形，

∴*AD*∥*BC*，*BC*＝*AD*，

∴△*ADF*∽△*CEF*，

$\therefore \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle DFA}}=\left(\frac{CE}{AD}\right)^2$，即$\frac{S_{\triangle EFC}}{5}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$，

$\therefore S_{\triangle EFC}=\frac{20}{9}$.

故答案为：$\frac{20}{9}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质以及平行四边形的性质，牢记“相似三角

形的面积比等于相似比的平方”是解题的关键．

14．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下：那么当 $y>5$ 时，x 的取值范围为 ___$x<0$ 或 $x>4$___．

x	……	-1	0	1	2	3	……
y	……	10	5	2	1	2	……

【分析】根据表格数据，利用二次函数的对称性判断出 $x=4$ 时，$y=5$，然后再判断出开口方向，写出 $y>5$ 时，x 的取值范围即可．

【解答】解：根据表格可知，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 对应抛物线图像的对称轴为直线 $x=2$，开口向上，

∵当 $x=0$ 时，$y=5$，

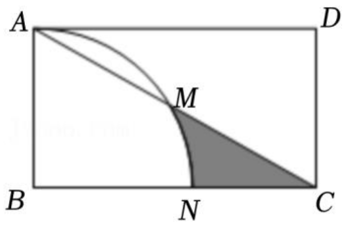
∴当 $x=2\times2-0=4$ 时，$y=5$，

∴当 $y>5$ 时，$x<0$ 或 $x>4$，

故答案为：$x<0$ 或 $x>4$．

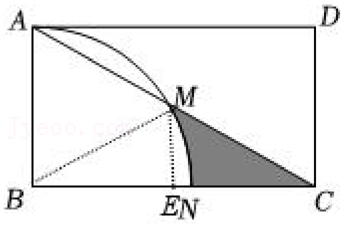
【点评】本题考查二次函数的基本性质，解题关键在于判断出抛物线的对称轴以及开口方向．

15．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=2\sqrt{3}$，以点 B 为圆心，AB 为半径画弧，交 AC 于点 M，交 BC 于点 N，则图中阴影部分的面积为 ___$\sqrt{3}-\frac{1}{3}\pi$___．（结果保留 π）



【分析】连接 M，作 $ME\perp BC$ 于 E，解直角三角形得到 $\angle BAC=60°$，求得 $\triangle ABE$ 是等边三角形，得到 $\angle ABM=60°$，推出 $\angle MBE=30°$，根据三角形和扇形的面积公式即可得到结论．

【解答】解：连接 BM，过 M 作 $ME\perp BC$ 于 E，



在矩形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=90^\circ$，$AB=2$，$BC=2\sqrt{3}$，

$\therefore \tan\angle BAC=\frac{BC}{AB}=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle BAC=60^\circ$，

$\because BA=BM$，

$\therefore \triangle ABM$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ABM=60^\circ$，

$\therefore \angle MBE=30^\circ$，

$\therefore ME=\frac{1}{2}BM=1$，

$\therefore S_{阴}=S_{\triangle BME}-S_{扇形BAE}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 1-\frac{30\pi\cdot 2^2}{360}=\sqrt{3}-\frac{1}{3}\pi$.

故答案为：$1-\frac{1}{3}\pi$.

【点评】本题考查扇形面积的计算，锐角三角函数，等边三角形的判定和性质，扇形的面积公式等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

16．如图 1，F 是矩形 $ABCD$ 边上一点，将矩形沿 AF 折叠、点 D 落在 BC 上点 E 处，G 是 BC 上一点（如图 2），将△ABG 沿 AG 折叠，点 B 落在 AE 上点 H 处，如图 3，若△GHE 的两条直角边的比为 3：4，则$\frac{AD}{AB}=$__$\frac{5}{3}$或$\frac{5}{4}$__.

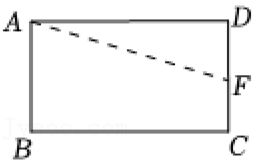


图1

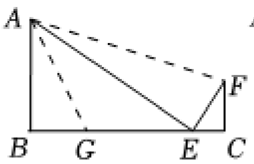


图2

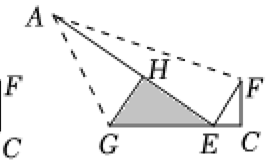


图3

【分析】根据△GHE 的两条直角边的比为 3：4，可得$\frac{GH}{HE}=\frac{3}{4}$或$\frac{GH}{HE}=\frac{4}{3}$，然后分两种情况：当$\frac{GH}{HE}=\frac{3}{4}$时，设 $GH=3x$，则 $HE=4x$，当$\frac{GH}{HE}=\frac{4}{3}$时，设 $GH=4x$，则 $HE=3x$，利用勾股定理和锐角三角函数解答即可解决问题.

【解答】解：$\because$△GHE 的两条直角边的比为 3：4，

$\therefore \frac{GH}{HE}=\frac{3}{4}$或$\frac{GH}{HE}=\frac{4}{3}$，

当$\frac{GH}{HE}=\frac{3}{4}$时，

设 $GH=3x$，则 $HE=4x$，

$\therefore GE=\sqrt{GH^2+HE^2}=5x$，

由折叠可知：$BG=GH=3x$，

$\therefore BE=BG+GE=8x$，

$\because \tan\angle AEB=\tan\angle GEH$，

$\therefore \frac{AB}{BE}=\frac{GH}{HE}=\frac{3}{4}$，

$\therefore \frac{AB}{8x}=\frac{3}{4}$，

$\therefore AB=6x$，

$\therefore AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=10x$，

由折叠可知：$AD=AE=10x$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{10x}{6x}=\frac{5}{3}$；

当$\frac{GH}{HE}=\frac{4}{3}$时，

设 $GH=4x$，则 $HE=3x$，

$\therefore GE=\sqrt{GH^2+HE^2}=5x$，

由折叠可知：$BG=GH=4x$，

$\therefore BE=BG+GE=9x$，

$\because \tan\angle AEB=\tan\angle GEH$，

$\therefore \frac{AB}{BE}=\frac{GH}{HE}=\frac{4}{3}$，

$\therefore \frac{AB}{9x}=\frac{4}{3}$，

$\therefore AB=12x$，

$\therefore AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=15x$，

由折叠可知：$AD=AE=15x$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{15x}{12x}=\frac{5}{4}$，

综上所述：$\frac{AD}{AB}=\frac{5}{3}$或$\frac{5}{4}$.

故答案为：$\frac{5}{3}$或$\frac{5}{4}$.

【点评】本题考查了翻折变换，矩形的性质，解决本题的关键是掌握翻折的性质.

三．解答题（共 10 小题）

17．计算：$2\sin30°-(\frac{\pi}{3})^0+(\frac{1}{2})^{-1}-\sqrt{4}$.

【分析】先化简各式，然后再进行计算即可．

【解答】解：$2\sin30°-(\frac{\pi}{3})^0+(\frac{1}{2})^{-1}-\sqrt{4}$

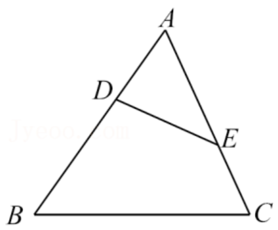
$=2\times\frac{1}{2}-1+2-2$

$=1-1+2-2$

$=0$．

【点评】本题考查了实数的运算，零指数幂，负整数指数幂，特殊角的三角函数值，准确熟练地化简各式是解题的关键．

18．已知如图，D，E 分别是△ABC 的边 AB，AC 上的点，∠AED＝∠B，AD＝3，AB＝8，AE＝4．求 AC 的长度．



【分析】由∠AED＝∠B，∠A＝∠A，得△ADE∽△ACB，再根据相似比列出比例式即可得出结果．

【解答】解：∵∠AED＝∠B，∠A＝∠A，

∴△ADE∽△ACB，

∴$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$，

∵AD＝3，AB＝8，AE＝4，

∴$\frac{3}{AC}=\frac{4}{8}$，

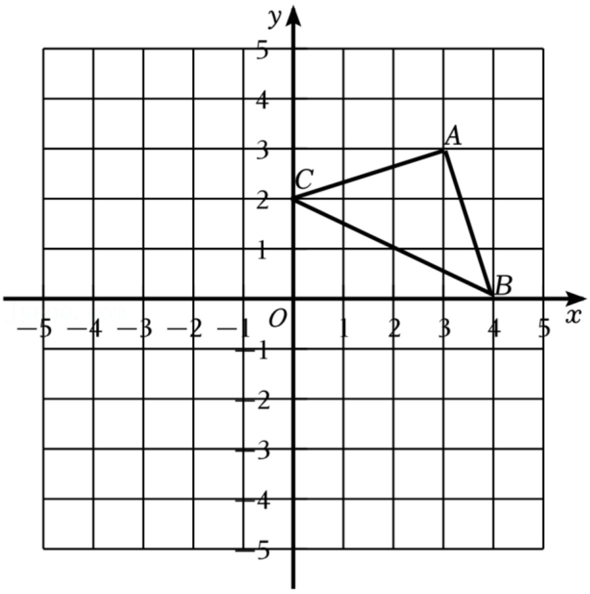
∴AC＝6．

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键．

19．如图，在直角坐标系中，已知△ABC 三个顶点的坐标分别为 A（3，3），B（4，0），C（0，2）．

（1）请画出与△ABC 关于 x 轴对称的△$A_1B_1C_1$；

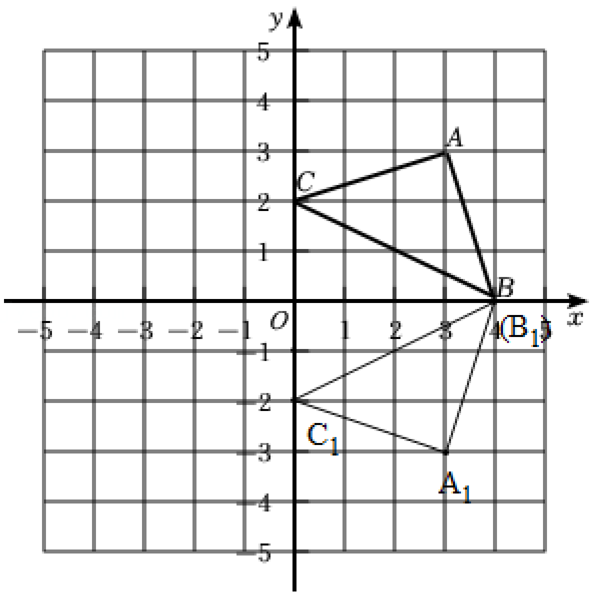
（2）以点 O 为位似中心，将△ABC 缩小为原来的$\frac{1}{2}$，得到△$A_2B_2C_2$，请在 y 轴的左侧画出△$A_2B_2C_2$.



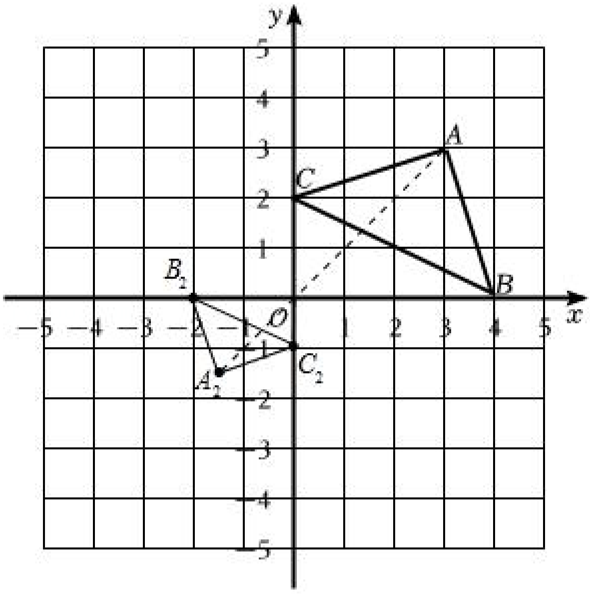
【分析】（1）分别作出对称后的对应点，再描点即可.

（2）根据位似变换的概念作出变换后的对应点，再描点即可.

【解答】解：（1）如图所示，△$A_1B_1C_1$ 即为所求.



（2）如图所示，△$A_2B_2C_2$ 即为所求.

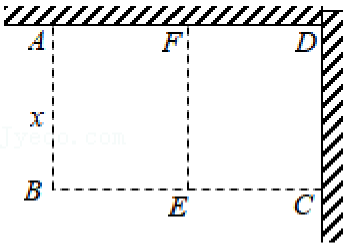


【点评】本题考查作图﹣位似变换和轴对称变换，掌握位似变换和轴对称变换的概念和性质是解题的关键．

20．如图，要用篱笆（虚线部分）围成一个矩形苗圃 $ABCD$，其中两边靠的墙足够长，中间用平行于 AB 的篱笆 EF 隔开，已知篱笆的总长度为 18 米，设矩形苗圃 $ABCD$ 的一边 AB 的长为 x（m），矩形苗圃 $ABCD$ 面积为 y（m^2）．

（1）求 y 与 x 的函数关系式；

（2）求所围矩形苗圃 $ABCD$ 的面积最大值．



【分析】（1）根据 $AB=x$，由篱笆总长度，根据图形把出 BC，进而得出矩形 $ABCD$ 面积 y 与 x 的函数关系式；

（2）利用二次函数的性质确定出面积最大值即可．

【解答】解：（1）设 $AB=xm$，则有 $BC=(18-2x)m$，

根据题意得：$y=x(18-2x)=-2x^2+18x$，

∴y 与 x 的函数关系式 $y=-2x^2+18x$；

（2）二次函数 $y=-2x^2+18x=-2(x-\frac{9}{2})^2+\frac{81}{2}$，

∵﹣2＜0，

∴二次函数图象开口向下，

∴当 $x=\frac{9}{2}$时，y 有最大值，最大值为$\frac{81}{2}$，

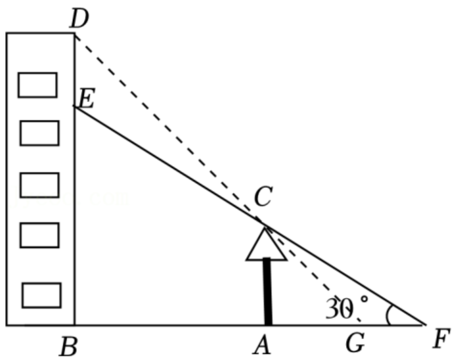
答：围矩形苗圃 $ABCD$ 的面积最大值为$\frac{81}{2}m^2$.

【点评】此题考查了二次函数的应用，弄清题意写出函数解析式是解本题的关键.

21．小亮周末到公园散步，当他沿着一段平坦的直线跑道行走时，前方出现一棵树 AC 和一栋楼房 BD，如图，假设小亮行走到 F 处时正好通过树顶 C 看到楼房的 E 处，此时$\angle BFE=30°$，已知树高 $AC=10$ 米，楼房 $BD=30$ 米，E 处离地面 25 米.

（1）求树与楼房之间的距离 AB 的长；

（2）小亮再向前走多少米从树顶刚好看不到楼房 BD？（结果保留根号）



【分析】（1）根据题意得：$BE=25$ 米，$\angle DBF=90°$，然后在 Rt△ACF 和 Rt△BFE 中，分别利用锐角三角函数的定义求出 AF，BF 的长，从而利用线段的和差关系进行计算即可解答；

（2）先证明 A 字模型相似三角形△ACG∽△BDG，然后利用相似三角形的性质求出 AG 的长，从而求出 FG 的长，即可解答.

【解答】解：（1）由题意得：

$BE=25$ 米，$\angle DBF=90°$，

在 Rt△ACF 中，$\angle BFE=30°$，$AC=10$，

$\therefore AF=\frac{AC}{\tan 30°}=\frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=10\sqrt{3}$（米），

在 Rt△BFE 中，$BF=\frac{BE}{\tan 30°}=\frac{25}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=25\sqrt{3}$（米），

$\therefore AB=BF-AF=25\sqrt{3}-10\sqrt{3}=15\sqrt{3}$（米），

∴树与楼房之间的距离 AB 的长为 $15\sqrt{3}$米；

（2）由题意得：

$\angle CAG=\angle DBG=90°$，

∵$\angle AGC=\angle BGD$，

∴$\triangle ACG\backsim\triangle BDG$，

∴$\frac{AC}{BD}=\frac{AG}{BG}$，

∴$\frac{10}{30}=\frac{AG}{AG+15\sqrt{3}}$，

解得：$AG=\frac{15}{2}\sqrt{3}$米，

∴$GF=AF-AG=10\sqrt{3}-\frac{15}{2}\sqrt{3}=\frac{5}{2}\sqrt{3}$（米），

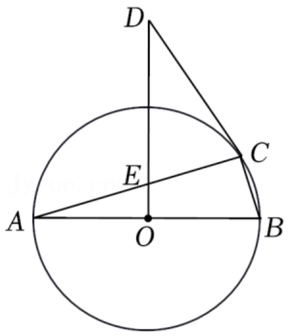
∴小亮向前走$\frac{5}{2}\sqrt{3}$米刚好看不到楼房 BD.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，相似三角形的判定与性质，熟练掌握锐角三角函数的定义，以及 A 字模型相似三角形是解题的关键.

22．如图，已知 AB 是⊙O 的直径，$DO\perp AB$ 于点 O，CD 是⊙O 的切线，切点为 C，连接 AC 交 OD 于点 E.

（1）求证：$\angle DCE=\angle DEC$；

（2）若 $AB=8$，$AC=7$，求 AE 的长.



【分析】(1) 连接 OC，根据切线的性质得到 $OC\perp CD$，根据 $DO\perp AB$，得到$\angle DEC=90°-\angle A$，根据等角的余角相等证明结论；

（2）证明$\triangle AEO\backsim\triangle ABC$，根据相似三角形的对应边成比例，求得 AE 的长.

【解答】(1) 证明：连接 OC，

∵CD 是⊙O 的切线，

∴$OC\perp CD$，即$\angle OCD=90°$，

∵$OC=OA$，

∴$\angle A=\angle OCA$，

∵$OD\perp AB$，

∴$\angle DEC=\angle AEO=90°-\angle A$，

∵$\angle DCE=90°-\angle OCA$，

∴$\angle DCE=\angle DEC$；

（2）解：∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=90°$，

∵$AB=8$，

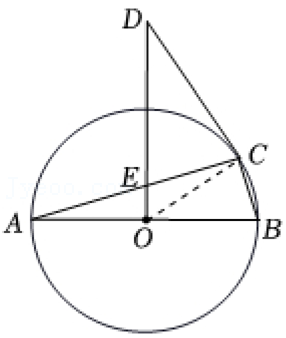
∴$OB=4$，

∵$\angle AOE=\angle ACB$，$\angle A=\angle A$，

∴$\triangle AEO\backsim\triangle ABC$，

∴$\frac{AE}{AB}=\frac{AO}{AC}$，即$\frac{AE}{8}=\frac{4}{7}$，

解得：$AE=\frac{32}{7}$.



【点评】本题考查的是切线的性质、相似三角形的判定与性质以及等腰三角形的判定与性质，熟练掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键.

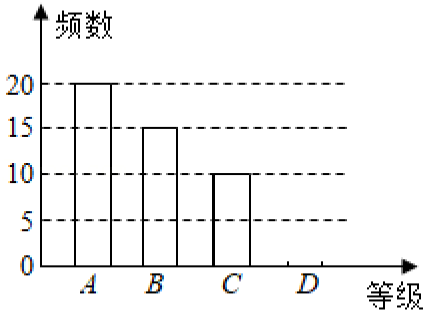
23．某校开展主题为“防疫常识知多少”的调查活动，抽取了部分学生进行调查，调查问卷设置了 A：非常了解、B：比较了解、C：基本了解、D：不太了解四个等级，要求每个学生填且只能填其中的一个等级，采取随机抽样的方式，并根据调查结果绘制成如图所示不完整的频数分布表和频数分布直方图，根据以上信息回答下列问题：

等级	频数	频率
A	20	0.4
B	15	b
C	10	0.2
D	a	0.1

（1）频数分布表中 a＝__5__，b＝__0.3__，将频数分布直方图补充完整；

（2）若该校有学生 1000 人，请根据抽样调查结果估算该校“非常了解”和“比较了解”防疫常识的学生共有多少人？

（3）在“非常了解”防疫常识的学生中，某班有 5 个学生，其中 3 男 2 女，计划在这 5 个学生中随机抽选两个加入防疫志愿者团队，请用列表或画树状图的方法求所选两个学生中至少有一个女生的概率．



【分析】（1）根据频率＝$\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$可计算出得出总数，进而求出 a、b 的值，并补全频数分布直方图；

（2）根据样本中“非常了解”“比较了解”所占的百分比估计总体 1000 人中“非常了解”“比较了解”的人数；

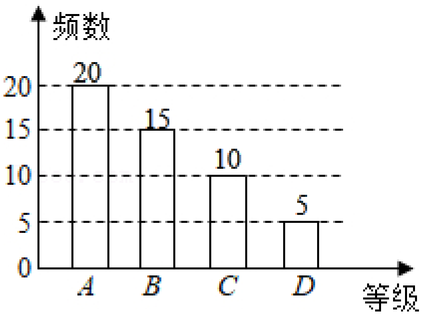
（3）用列表法表示所有可能出现的结果情况，进而求出两个学生中至少有一个女生的概率．

【解答】解：（1）20÷0.4＝50（人），

a＝50×0.1＝5（人），

b＝15÷50＝0.3，

故答案为：5，0.3；



（2）1000×（0.4+0.3）＝700（人），

答：该校 1000 学生中“非常了解”和“比较了解”防疫常识的学生大约有 700 人；

（3）用列表法表示所有可能出现的结果情况如下：

第1人 第2人	男1	男2	男3	女1	女2
男1		男2 男1	男3 男1	女1 男1	女2男1
男2	男1 男2		男3 男2	女1 男2	女2男2
男3	男1 男3	男2 男3		女1 男3	女2男3
女1	男1 女1	男2 女1	男3 女1		女2女1
女2	男1女2	男2女2	男3女2	女1女2	

共有 20 种等可能出现的结果情况，其中两人中至少有一名女生的有 14 种，

所以两个学生中至少有一个女生的概率为$\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$.

答：两个学生中至少有一个女生的概率为$\frac{7}{10}$.

【点评】本题考查频数分布直方图、频数分布表以及用列表法求简单的随机事件发生的概率，理解频率$=\frac{频数}{总数}$，列举出所有可能出现的结果情况是求概率的关键.

24．如图 1，在平面直角坐标系中，直线 AB 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象交于点 A（1，3）和点 B（3，n），与 x 轴交于点 C，与 y 轴交于点 D.

（1）求反比例函数的表达式及 n 的值；

（2）将△OCD 沿直线 AB 翻折，点 O 落在第一象限内的点 E 处，EC 与反比例函数的图象交于点 F，

①请求出点 F 的坐标；

②在 x 轴上是否存在点 P，使得△DPF 是以 DF 为斜边的直角三角形？若存在，请求出所有符合条件的点 P 的坐标，若不存在，请说明理由.

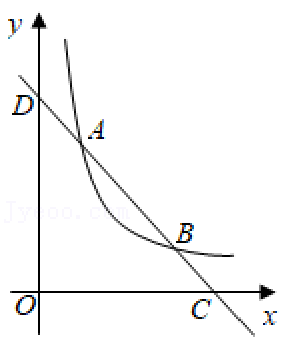


图1

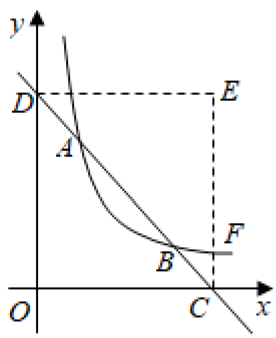
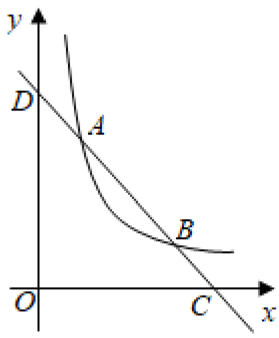


图2



备用图

【分析】（1）先将点 A 坐标代入反比例函数解析式中，求出 k，进而求出反比例函数解析式，进而求出 n 的值；

（2）①先求出直线 AB 的解析式，进而判断出 $OC=OD$，再利用折叠求出点 F 的横坐标，

即可得出结论；

②设出点 P 的坐标，表示出 PF^2＝（$m-4$）^{2}+（$\frac{3}{4}$）^{2}，PD^2＝m^2+4^2，DF^2＝4^2+（$\frac{3}{4}-4$）^{2}，最后用勾股定理的逆定理建立方程，即可得出结论．

【解答】解：（1）∵点 A（1，3）在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象上，

∴k＝1×3＝3，

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{3}{x}$，

∵点 B（3，n）在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$的图象上，

∴$3n$＝3，

∴n＝1；

（2）①由（1）知，n＝1，

∴B（3，1），设直线 AB 的解析式为 $y=ax+b$，

∵点 A（1，3），B（3，1）在直线 AB 上，

∴$\begin{cases}a+b=3\\3a+b=1\end{cases}$，

∴$\begin{cases}a=-1\\b=4\end{cases}$，

∴直线 AB 的解析式为 $y=-x+4$，

令 x＝0，则 y＝4，

∴D（0，4），

∴OD＝4，

令 y＝0，则 $-x+4=0$，

∴x＝4，

∴C（4，0），

∴OC＝4，

∴OC＝OD，

∵$\angle COD=90^\circ$，

∴$\angle OCD=\angle ODC=45^\circ$，

由折叠知，$\angle OCD=\angle ECD=45^\circ$，

∴$\angle OCE=90^\circ$，

∴$CE\perp x$ 轴，

∴点 F 的横坐标为 4，

∴$y=\frac{3}{4}$，

∴F（4，$\frac{3}{4}$）；

②存在，理由：

假设存在，设 P（m，0），

由①知，F（4，$\frac{3}{4}$），D（0，4），

∴$PF^2=(m-4)^2+(\frac{3}{4})^2$，$PD^2=m^2+4^2$，$DF^2=4^2+(\frac{3}{4}-4)^2$，

∵△DPF 是以 DF 为斜边的直角三角形，

∴$DF^2=PF^2+PD^2$，

∴$4^2+(\frac{3}{4}-4)^2=(m-4)^2+(\frac{3}{4})^2+m^2+4^2$，

∴$m^2-4m+3=0$，

∴$m=1$ 或 $m=3$，

即在 x 轴上存在点 P，点 P（1，0）或（3，0），使得△DPF 是以 DF 为斜边的直角三角形．

【点评】此题是反比例函数综合题，主要考查了待定系数法，折叠的性质，勾股定理的逆定理，判断出 $CE\perp x$ 轴是解本题的关键．

25．如图 1，在 Rt△ABC 中，∠BAC=90°，∠ACB=60°，AC=2，点 A_1，B_1 为边 AC，BC 的中点，连接 A_1B_1，将△A_1B_1C 绕点 C 逆时针旋转 α（0°≤α≤360°）．

（1）如图 1，当 α=0° 时，$\frac{BB_1}{AA_1}$=__2__，BB_1，AA_1 所在直线相交所成的较小夹角的度数为 __60°__；

（2）将△A_1B_1C 绕点 C 逆时针旋转至图 2 所示位置时，（1）中结论是否仍然成立？若成立，请给出证明；若不成立，请说明理由；

（3）在△A_1B_1C 绕点 C 逆时针旋转过程中，

①请直接写出 $S_{\triangle ABA_1}$ 的最大值；

②当 A_1，B_1，B 三点共线时，请直接写出线段 BB_1 的长．

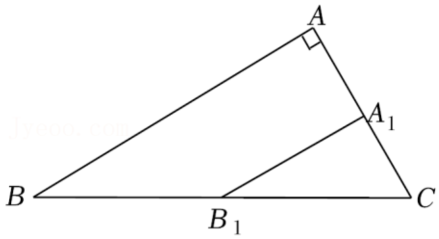


图1

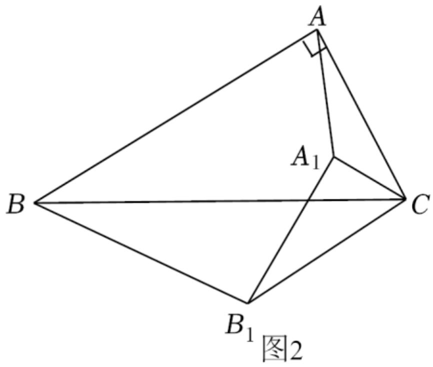


图2

【分析】（1）先求出 BC，$AA_1=A_1C$，再求出 B_1C，进而求出 BB_1，即可得出结论；

（2）先判断出$\triangle ACA_1\backsim\triangle BCB_1$，得出$\frac{BB_1}{AA_1}=\frac{BC}{AC}=2$，$\angle CAA_1=\angle CBB_1$，进而求出$\angle ABD+\angle BAD=120°$，即可得出结论；

（3）①当点 A_1 落在 AC 的延长线上时，$\triangle ABA_1$ 的面积最大，利用三角形面积公式求解即可；

②分两种情况：先画出图形，利用勾股定理求出 A_1B，即可得出结论．

【解答】解：（1）在 $Rt\triangle ABC$ 中，$AC=2$，

∵$\angle ACB=60°$，

∴$\angle ABC=30°$，

∴$BC=2AC=4$，

∵B_1 是 BC 的中点，A_1 是 AC 的中点，

∴$BB_1=\frac{1}{2}BC=2$，$AA_1=\frac{1}{2}AC$，

∴$\frac{BB_1}{AA_1}=2$，

∵$\angle ACB=60°$，

∴BB_1，AA_1 所在直线相交所成的较小夹角为$\angle ACB=60°$，

故答案为 2，60°；

（2）（1）中结论仍然成立，证明：延长 AA_1，BB_1 相交于点 D，如图 2，

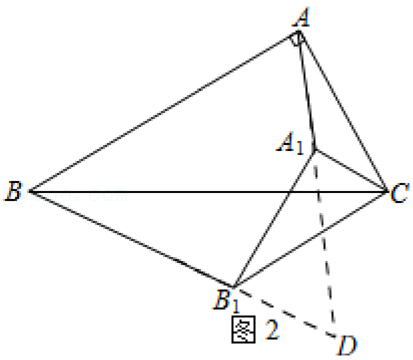


图 2

由旋转知，$\angle ACA_1=\angle BCB_1$，

$A_1C=1$，$B_1C=2$，

∵$AC=2$，$BC=4$，

∴$\frac{AC}{A_1C}=2$，$\frac{BC}{B_1C}=2$，

∴$\frac{AC}{A_1C}=\frac{BC}{B_1C}$，

∴$\triangle ACA_1\backsim\triangle BCB_1$，

∴$\frac{BB_1}{AA_1}=\frac{BC}{AC}=2$，$\angle CAA_1=\angle CBB_1$，

∴$\angle ABD+\angle BAD=\angle ABC+\angle CBB_1+\angle BAC-\angle CAA_1=\angle ABC+\angle BAC=30^\circ+90^\circ=120^\circ$，

∴$\angle D=180^\circ-(\angle ABD+\angle BAD)=60^\circ$；

（3）①由题意，$AC=2$，$AB=2\sqrt{3}$，$CA_1=1$，

当点 A_1 落在 AC 的延长线上时，$\triangle ABA_1$ 的面积最大，最大值$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$；

②在图 1 中，在 $Rt\triangle A_1B_1C$ 中，$A_1B_1=\sqrt{3}A_1C=\sqrt{3}$，当点 B_1 在 BA_1 的延长线上时，如图 3，

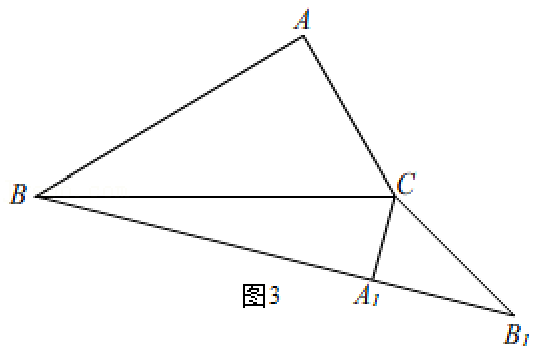


图3

∵A_1，B_1，B 三点共线，

∴$\angle BA_1C=\angle B_1A_1C=90°$，

在 Rt△A_1BC 中，$A_1B=\sqrt{BC^2-A_1C^2}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$，

∴$BB_1=A_1B+A_1B_1=\sqrt{15}+\sqrt{3}$；

当点 B_1 在线段 A_1B 上时，如图 4，

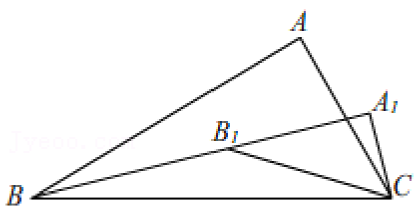


图4

同①的方法得，$A_1B=\sqrt{15}$，

∴$BB_1=A_1B-A_1B_1=\sqrt{15}-\sqrt{3}$，

即线段 BB_1 的长为$\sqrt{15}+\sqrt{3}$或$\sqrt{15}-\sqrt{3}$．

【点评】本题是几何变换综合题，主要考查了相似三角形的判定和性质，含 30 度角的直角三角形的性质，旋转的性质，勾股定理等知识，解题的关键是理解题意，正确寻找相似三角形解决问题，属于中考压轴题．

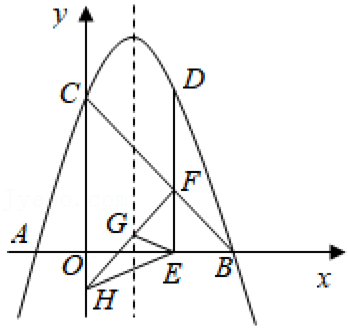
26．如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A（﹣1，0），B（3，0）两点，与 y 轴交于点 C．

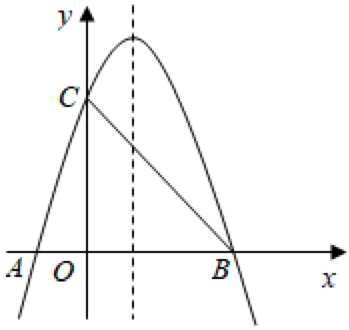
（1）求抛物线的解析式．

（2）点 D 为第一象限内抛物线上的一动点，作 $DE\perp x$ 轴于点 E，交 BC 于点 F，过点 F 作 BC 的垂线与抛物线的对称轴和 y 轴分别交于点 G，H，设点 D 的横坐标为 m．

①求 $DF+HF$ 的最大值；

②连接 EG，若 $\angle GEH=45°$，求 m 的值．





备用图

【分析】（1）将点 A（﹣1，0），B（3，0）代入抛物线 $y=-x^2+bx+c$，得方程组，解得 b 与 c 的值，则可得出抛物线的解析式；

（2）①先求出点 C 的坐标，用待定系数法求得直线 BC 的解析式，作 $FK\perp y$ 轴于点 K，可得：$FH=\sqrt{2}KF=\sqrt{2}OE$，由线段的和差可得：$DF+HF=DE-EF+\sqrt{2}OE$，代入数据得到关于 m 的二次函数，由二次函数的性质可得 $DF+HF$ 的最大值；②作 $GM\perp y$ 轴于点 M，记直线 FH 与 x 轴交于点 N，由等腰三角形的判定可知 $EF=EN$，$OH=ON$，由抛物线的性质可得 $MG=1$，继而求得 HG 的值；判定△EHG∽△FHE，得出比例式，代入数据可得关于 m 的方程，解方程即可．

【解答】解：（1）将点 A（﹣1，0），B（3，0）代入抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 得：

$\begin{cases}0=-1-b+c\\0=-9+3b+c\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=2\\c=3\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为：$y=-x^2+2x+3$．

（2）①当 $x=0$ 时，$y=-x^2+2x+3=3$，

∴点 C（0，3），

又∵B（3，0），

∴直线 BC 的解析式为：$y=-x+3$，

∵$OB=OC=3$，

∴$\angle OBC=\angle OCB=45^\circ$，

作 $FK\perp y$ 轴于点 K，

又∵$FH\perp BC$，

∴$\angle KFH=\angle KHF=45^\circ$，

∴$FH=\sqrt{2}KF=\sqrt{2}OE$，

∴$DF+HF=DE-EF+\sqrt{2}OE$

$=(-m^2+2m+3)-(-m+3)+\sqrt{2}m$

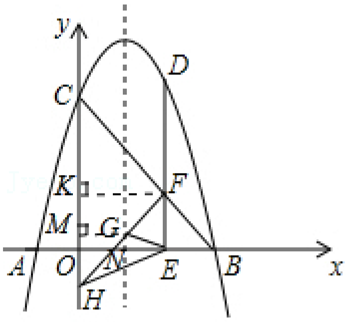
$=-m^2+(3+\sqrt{2})m$，

由题意有 $0<m<3$，且 $0<-\frac{3+\sqrt{2}}{2\times(-1)}=\frac{3+\sqrt{2}}{2}<3$，$-1<0$，

∴当 $m=\frac{3+\sqrt{2}}{2}$时，$DF+HF$ 取最大值，

$DF+HF$ 的最大值为：$-(\frac{3+\sqrt{2}}{2})^2+(3+\sqrt{2})\times\frac{3+\sqrt{2}}{2}=\frac{11+6\sqrt{2}}{4}$;

②作 $GM\perp y$ 轴于点 M，记直线 FH 与 x 轴交于点 N，



∵$FK\perp y$ 轴，$DE\perp x$ 轴，$\angle KFH=45°$，

∴$\angle EFH=\angle ENF=45°$，

∴$EF=EN$，

∵$\angle KHF=\angle ONH=45°$，

∴$OH=ON$，

∵$y=-x^2+2x+3$ 的对称轴为直线 $x=1$，

∴$MG=1$，

∵$HG=\sqrt{2}MG=\sqrt{2}$，

∵$\angle GEH=45°$，

∴$\angle GEH=\angle EFH$，

又$\angle EHF=\angle GHE$，

∴$\triangle EHG\backsim\triangle FHE$，

∴$HE:HG=HF:HE$，

∴$HE^2=HG\cdot HF$

$=\sqrt{2}\times\sqrt{2}m$

$=2m$，

在 Rt△OEH 中，

$OH=ON=|OE-EN|$

$=|OE-EF|$

$=|m-(-m+3)|$

$=|2m-3|$，

∵$OE=m$，

∴$HE^2=OE^2+OH^2$

$=m^2+(2m-3)^2$

$=5m^2-12m+9$，

∴$5m^2-12m+9=2m$，

解得：$m=1$ 或$\frac{9}{5}$.

【点评】本题属于二次函数综合题，考查了待定系数法求函数解析式、等腰三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质和解一元二次方程等知识点，数形结合并熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.