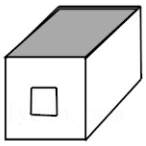
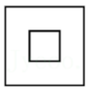
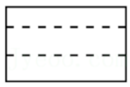
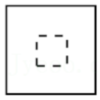
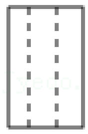
期末模拟练习 1 答案解析

一．选择题（共 10 小题）

1．如图是一根空心方管，它的主视图是（　　）



从正面看

A．　　B．　　C．　　D．

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案．

【解答】解：从正面看，是内外两个正方形，

故选：A．

2．已知$\frac{b}{a}$＝5，则$\frac{a-b}{a+b}$的值是（　　）

A．$-\frac{2}{3}$　　B．$-\frac{1}{3}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

【分析】根据已知可得 b＝5a，然后代入式子中进行计算即可解答．

【解答】解：$\because\frac{b}{a}$＝5，

$\therefore b$＝5a，

$\therefore\frac{a-b}{a+b}=\frac{a-5a}{a+5a}=\frac{-4a}{6a}=-\frac{2}{3}$，

故选：A．

3．点（﹣3，4）在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象上，则下列各点在此函数图象上的是（　　）

A．（2，6）　　B．（﹣4，3）　　C．（﹣6，﹣2）　　D．（3，4）

【分析】把 P 点坐标代入函数解析式可求得 k，再把选项中所给点的坐标代入进行判断即可．

【解答】解：∵点 P（﹣3，4）在$\frac{k}{x}$的图象上，

$\therefore k=xy$＝（﹣3）×4＝﹣12，

∵2×6＝12≠﹣12，故选项 A 不符合题意，

∵﹣4×3＝﹣12，故选项 B 符合题意，

∵ $-6\times(-2)=12\neq-12$，故选项 C 不符合题意，

∵ $3\times4=12\neq-12$，故选项 D 不符合题意，

故选：B.

4．下列抛物线中，与抛物线 $y=x^2-2x+4$ 具有相同对称轴的是（　　）

A．$y=4x^2+2x+1$　　B．$y=x^2-4x$　　C．$y=2x^2-x+4$　　D．$y=-2x^2+4x$

【分析】根据题目中的抛物线，可以求得它的对称轴，然后再求出各个选项中的二次函数的对称轴，即可解答本题．

【解答】解：∵抛物线 $y=x^2-2x+4=(x-1)^2+3$，

∴该抛物线的对称轴是直线 $x=1$，

A、$y=4x^2+2x+1$ 的对称轴是直线 $x=-\frac{2}{2\times4}=-\frac{1}{4}$，故该选项不符合题意；

B、$y=x^2-4x$ 的对称轴是直线 $x=-\frac{-4}{1\times2}=2$，故该选项不符合题意；

C、$y=2x^2-x+4$ 的对称轴是直线 $x=-\frac{-1}{2\times2}=\frac{1}{4}$，故该选项不符合题意；

D、$y=-2x^2+4x$ 的对称轴是直线 $x=-\frac{4}{2\times-2}=1$，故该选项符合题意．

故选：D.

5．在一个不透明的盒子中装有 a 个球，这些球除颜色外无其他整别，这 a 个球中只有 3 个红球，若每次将球充分搅匀后，任意摸出 1 个球记下颜色再放回盒子，通过大量重复试验后，发现摸到红球的频率稳定在 0.2 左右，则 a 的值约为（　　）

A．12　　B．15　　C．18　　D．20

【分析】在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近，可以从比例关系入手，列出方程求解．

【解答】解：根据题意得：

$\frac{3}{a}=0.2$，

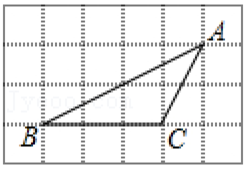
解得：$a=15$，

经检验：$a=15$ 是原分式方程的解，

答：a 的值约为 15；

故选：B.

6．如图，△ABC 的顶点都是正方形网格中的格点，则 $\tan\angle ABC=$（　　）



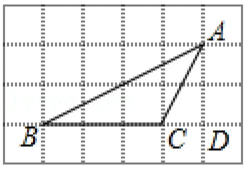
A．$\frac{1}{2}$　　　　B．2　　　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【分析】把∠*ABC*放在直角三角形*ABD*中，利用锐角三角函数定义求出tan∠*ABC*的值即可．

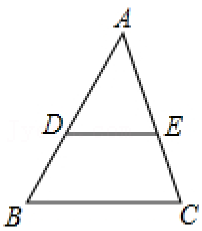
【解答】解：在Rt△*ABD*中，*AD*＝2，*BD*＝4，

则tan∠*ABC*＝$\frac{AD}{BD}$＝$\frac{2}{4}$＝$\frac{1}{2}$，

故选：*A*．



7．如图，在△*ABC*中，*D*，*E*两点分别在边*AB*，*AC*上，*DE*∥*BC*．若*DE*：*BC*＝3：4，则$S_{\triangle ADE}$：$S_{\triangle ABC}$为（　　）



A．3：4　　　　B．4：3　　　　C．9：16　　　　D．16：9

【分析】由*DE*∥*BC*可得出△*ADE*∽△*ABC*，再利用相似三角形的性质可求出$S_{\triangle ADE}$：$S_{\triangle ABC}$的值．

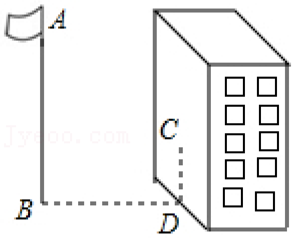
【解答】解：∵*DE*∥*BC*，

∴△*ADE*∽△*ABC*，

∴$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$＝$(\frac{DE}{BC})^2$＝$\frac{9}{16}$．

故选：*C*．

8．如图，在某一时刻测得1米长的竹竿竖直放置时影长1.2米，在同一时刻旗杆*AB*的影长不全落在水平地面上，有一部分落在楼房的墙上，他测得落在地面上影长为*BD*＝9.6米，留在墙上的影长*CD*＝2米，则旗杆的高度（　　）



A．9 米　　B．9.6 米　　C．10 米　　D．10.2 米

【分析】作 $CE\perp AB$ 于 E 点，如图，则四边形 $BDCE$ 为矩形，$BD=CE=9.6$，$BE=CD=2$，利用“在同一时刻物高与影长的比相等得到”$\frac{AE}{9.6}=\frac{1}{1.2}$，求出 AE 从而可得到 AB 的长．

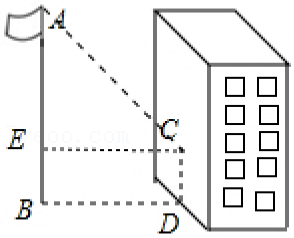
【解答】解：作 $CE\perp AB$ 于 E 点，如图，则四边形 $BDCE$ 为矩形，$BD=CE=9.6$，$BE=CD=2$，

根据题意得$\frac{AE}{EC}=\frac{1}{1.2}$，即$\frac{AE}{9.6}=\frac{1}{1.2}$，解得 $AE=8$，

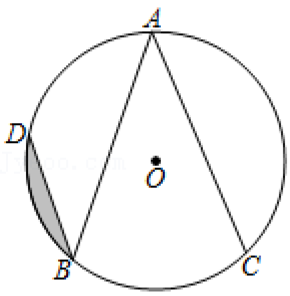
所以 $AB=AE+BE=8+2=10$（m）．

答：旗杆的高度为 10m．

故选：C．



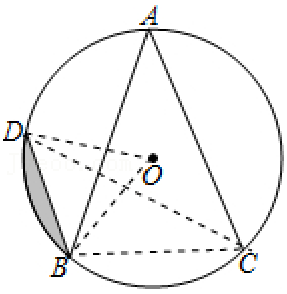
9．如图，点 A、B，C，D 在⊙O 上，$AB=AC$，$\angle A=40°$，$BD/\!/AC$，若⊙O 的半径为 2．则图中阴影部分的面积是（　　）



A．$\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}$　　C．$\frac{4\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$

【分析】连接 BC、OD、OB，先证△BOD 是等边三角形，再根据阴影部分的面积是 $S_{扇形BOD}-S_{\triangle BOD}$ 计算可得．

【解答】解：如图所示，连接 BC、OD、OB、CD，



∵$\angle A=40°$，$AB=AC$，

∴$\angle ACB=70°$，

∵$BD \parallel AC$，

∴$\angle ABD=\angle A=40°$，

∴$\angle ACD=\angle ABD=40°$，

∴$\angle BCD=30°$，

则$\angle BOD=2\angle BCD=60°$，

又 $OD=OB$，

∴$\triangle BOD$ 是等边三角形，

则图中阴影部分的面积是 $S_{扇形BOD}-S_{\triangle BOD}$

$=\dfrac{60\cdot\pi\cdot 2^2}{360}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2$

$=\dfrac{2}{3}\pi-\sqrt{3}$，

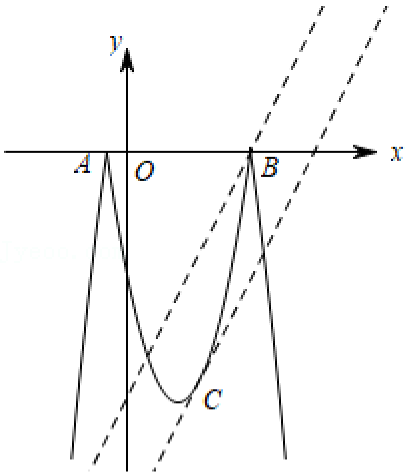
故选：B．

10．将二次函数 $y=x^2-5x-6$ 在 x 轴上方的图象沿 x 轴翻折到 x 轴下方，图象的其余部分不变，得到一个新图象，若直线 $y=2x+b$ 与这个新图象有 3 个公共点，则 b 的值为（　　）

A．$-\dfrac{73}{4}$或-12　　B．$-\dfrac{73}{4}$或 2　　C．-12 或 2　　D．$-\dfrac{69}{4}$或-12

【分析】如图所示，过点 B 作直线 $y=2x+b$，将直线向下平移到恰在点 C 处相切，则一次函数 $y=2x+b$ 在这两个位置时，两个图象有 3 个交点，即可求解．

【解答】解：如图所示，过点 B 的直线 $y=2x+b$ 与新图象有三个公共点，将直线向下平移到恰在点 C 处相切，此时与新图象也有三个公共点，



令 $y=x^2-5x-6=0$，解得：$x=-1$ 或 6，即点 B 坐标（6，0），

将一次函数与二次函数表达式联立得：$x^2-5x-6=2x+b$，整理得：$x^2-7x-6-b=0$，

$\triangle=49-4(-6-b)=0$，解得：$b=-\frac{73}{4}$，

当一次函数过点 B 时，将点 B 坐标代入：$y=2x+b$ 得：$0=12+b$，解得：$b=-12$，

综上，直线 $y=2x+b$ 与这个新图象有 3 个公共点，则 b 的值为 -12 或 $-\frac{73}{4}$；

故选：A．

二．填空题（共 6 小题）

11．若 $2\cos\alpha=\sqrt{3}$，则锐角 $\alpha=$__30__°．

【分析】根据特殊角的三角函数值进行计算即可解答．

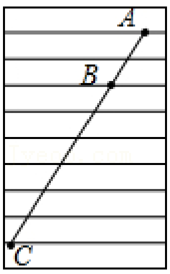
【解答】解：∵$2\cos\alpha=\sqrt{3}$，

∴$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$\alpha=30°$，

故答案为：30．

12．如图，练习本中的横格线都平行，且相邻两条横格线间的距离都相等，同一条直线上的三个点 A、B、C 都在横格线上．若线段 $AB=6cm$，则线段 $BC=$__18__cm．



【分析】根据平行线分线段成比例定理列出比例式，代入计算即可．

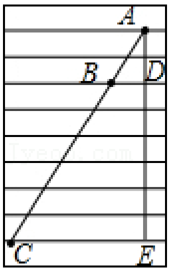
【解答】解：∵$BD/\!/CE$，

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$，即$\frac{6}{AC}=\frac{2}{8}$，

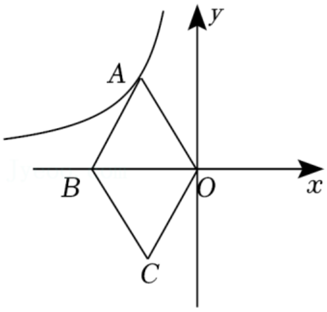
解得，$AC=24$，

∴$BC=AC-AB=18$，

故答案为：18．



13．如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的对角线 OB 在 x 轴上，顶点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x<0$）的图象上，若菱形 $OABC$ 的面积为 12，则 k 的值为 __-6__．



【分析】根据菱形的性质以及反比例函数系数 k 的几何意义进行计算即可．

【解答】解：如图，连接 AC 交 OB 于点 D，

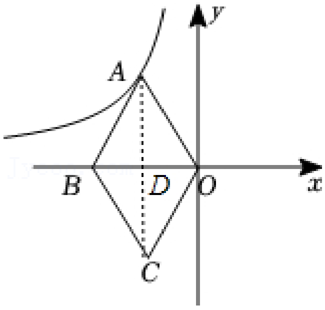
∵四边形 $OABC$ 是菱形，OB 在 x 轴上，$S_{菱形OABC}=12$，

∴$OB\perp AC$，$S_{\triangle AOD}=\frac{1}{4}S_{菱形OABC}=3=\frac{1}{2}|k|$，

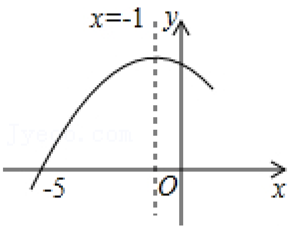
∵$k<0$，

∴$k=-6$，

故答案为：-6．



14．如图抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=-1$，与 x 轴的一个交点为（－5，0），则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为＿$-5<x<3$＿．



【分析】先根据抛物线的对称性得到 A 点坐标（3，0），由 $y=ax^2+bx+c>0$ 得函数值为正数，即抛物线在 x 轴上方，然后找出对应的自变量的取值范围即可得到不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集．

【解答】解：根据图示知，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 图象的对称轴是直线 $x=-1$，与 x 轴的一个交点坐标为（－5，0），

根据抛物线的对称性知，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 图象与 x 轴的两个交点关于直线 $x=-1$ 对称，即

抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 图象与 x 轴的另一个交点与（－5，0）关于直线 $x=-1$ 对称，

∴另一个交点的坐标为（3，0），

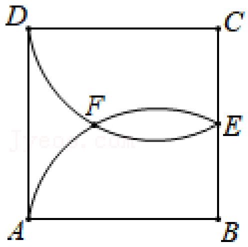
∵不等式 $ax^2+bx+c>0$，即 $y=ax^2+bx+c>0$，

∴抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象在 x 轴上方，

∴不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $-5<x<3$．

故答案为：$-5<x<3$．

15．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $2a$，E 为 BC 边的中点，$\overset{\frown}{AE}$、$\overset{\frown}{DE}$的圆心分别在边 AB、CD 上，这两段圆弧在正方形内交于点 F，则 E、F 间的距离为＿$\frac{3}{2}a$＿．



【分析】作 EF 的中垂线交 CD 于 G，则 G 为 $\overset{\frown}{DE}$ 的圆心，H 为 $\overset{\frown}{AE}$ 的圆心，连接 EF，GH，交于点 O，连接 GF，FH，HE，EG，依据勾股定理可得 $GE=FG=\frac{5}{4}a$，根据四边形 $EGFH$ 是菱形，四边形 $BCGH$ 是矩形，即可得到 Rt△OEG 中，$OE=\frac{3}{4}a$，即可得到 $EF=\frac{3}{2}a$.

【解答】解：如图，作 EF 的中垂线交 CD 于 G，则 G 为 $\overset{\frown}{DE}$ 的圆心，同理可得，H 为 $\overset{\frown}{AE}$ 的圆心，

连接 EF，GH，交于点 O，连接 GF，FH，HE，EG，

设 $GE=GD=x$，则 $CG=2a-x$，$CE=a$，

Rt△CEG 中，$(2a-x)^2+a^2=x^2$，

解得 $x=\frac{5}{4}a$，

∴$GE=FG=\frac{5}{4}a$，

同理可得，$EH=FH=\frac{5}{4}a$，

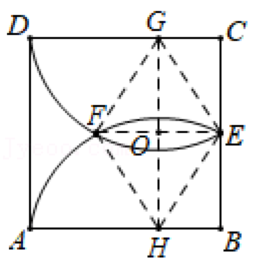
∴四边形 $EGFH$ 是菱形，四边形 $BCGH$ 是矩形，

∴$GO=\frac{1}{2}BC=a$，

∴Rt△OEG 中，$OE=\sqrt{(\frac{5}{4}a)^2-a^2}=\frac{3}{4}a$，

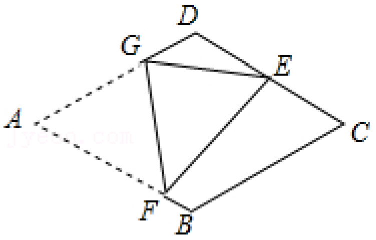
∴$EF=\frac{3}{2}a$，

故答案为：$\frac{3}{2}a$.



16．如图，在菱形纸片 $ABCD$ 中，$AB=4$，$\angle A=60°$，将菱形纸片翻折，使点 A 落在 CD

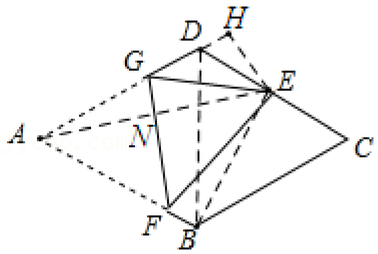
的中点 E 处，折痕为 FG，点 F、G 分别在边 AB、AD 上．则 $\sin\angle EFG$ 的值为__$\frac{2\sqrt{7}}{7}$__．



【分析】如图：过点 E 作 $HE\perp AD$ 于点 H，连接 AE 交 GF 于点 N，连接 BD，BE．由题意可得：$DE=2$，$\angle HDE=60°$，$\triangle BCD$ 是等边三角形，即可求 DH 的长，HE 的长，AE 的长，

NE 的长，EF 的长，则可求 $\sin\angle EFG$ 的值．

【解答】解：如图：过点 E 作 $HE\perp AD$ 于点 H，连接 AE 交 GF 于点 N，连接 BD，BE．



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=4$，$\angle DAB=60°$，

∴$AB=BC=CD=AD=4$，$\angle DAB=\angle DCB=60°$，$DC\parallel AB$

∴$\angle HDE=\angle DAB=60°$，

∵点 E 是 CD 中点

∴$DE=\frac{1}{2}CD=2$

在 $\mathrm{Rt}\triangle DEH$ 中，$DE=2$，$\angle HDE=60°$

∴$DH=1$，$HE=\sqrt{3}$

∴$AH=AD+DH=5$

在 $\mathrm{Rt}\triangle AHE$ 中，$AE=\sqrt{AH^2+HE^2}=2\sqrt{7}$

∵折叠

∴$AN=NE=\sqrt{7}$，$AE\perp GF$，$AF=EF$

∵$CD=BC$，$\angle DCB=60°$

∴$\triangle BCD$ 是等边三角形，且 E 是 CD 中点

∴$BE\perp CD$，

∵$BC=4$，$EC=2$

∴$BE=2\sqrt{3}$

∵$CD\parallel AB$

∴$\angle ABE=\angle BEC=90^\circ$

在 Rt△BEF 中，$EF^2=BE^2+BF^2=12+(AB-EF)^2$.

∴$EF=\frac{7}{2}$

∴$\sin\angle EFG=\frac{EN}{EF}=\frac{\sqrt{7}}{\frac{7}{2}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$

故答案为：$\frac{2\sqrt{7}}{7}$

三．解答题（共 10 小题）

17．计算：$4\cos30^\circ-\tan^245^\circ+|\sqrt{3}-1|+2\sin60^\circ$．

【分析】首先计算乘方、特殊角的三角函数值和绝对值，然后计算乘法，最后从左向右依次计算，求出算式的值即可．

【解答】解：$4\cos30^\circ-\tan^245^\circ+|\sqrt{3}-1|+2\sin60^\circ$

$=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1^2+(\sqrt{3}-1)+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

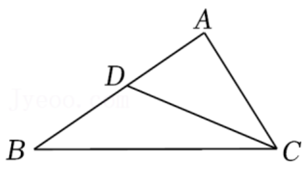
$=2\sqrt{3}-1+\sqrt{3}-1+\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}-2$．

18．如图，在△ABC 中，点 D 在 AB 边上，$\angle ACD=\angle ABC$．

（1）求证：△ACD∽△ABC；

（2）若 $AD=2$，$AB=5$．求 AC 的长．



【分析】（1）根据两角相等的两个三角形相似证明即可；

（2）利用（1）的结论可得相似三角形的对应边成比例即可解答．

【解答】（1）证明：∵$\angle ACD=\angle ABC$，$\angle A=\angle A$，

∴△ACD∽△ABC；

（2）解：∵△ACD∽△ABC，

$\therefore \frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$,

$\therefore AC^2=AD\cdot AB$,

$\because AD=2$，$AB=5$，

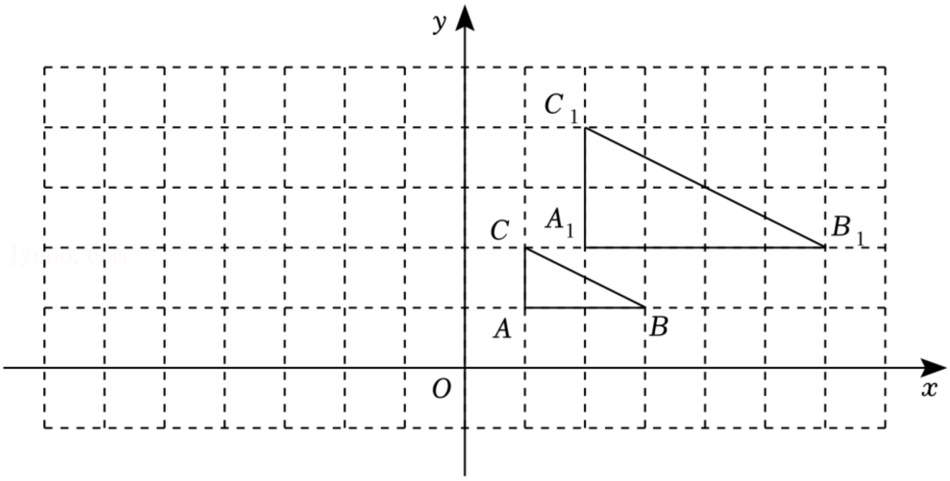
$\therefore AC^2=10$，

$\therefore AC=\sqrt{10}$.

19．如图，在平面直角坐标系网格中，将△ABC 进行位似变换得到△$A_1B_1C_1$.

（1）在平面直角坐标系中画出位似中心；

（2）设点 P（a，b）为△ABC 内一点，确定点 P 在△$A_1B_1C_1$ 内的对应点 P_1 的坐标.

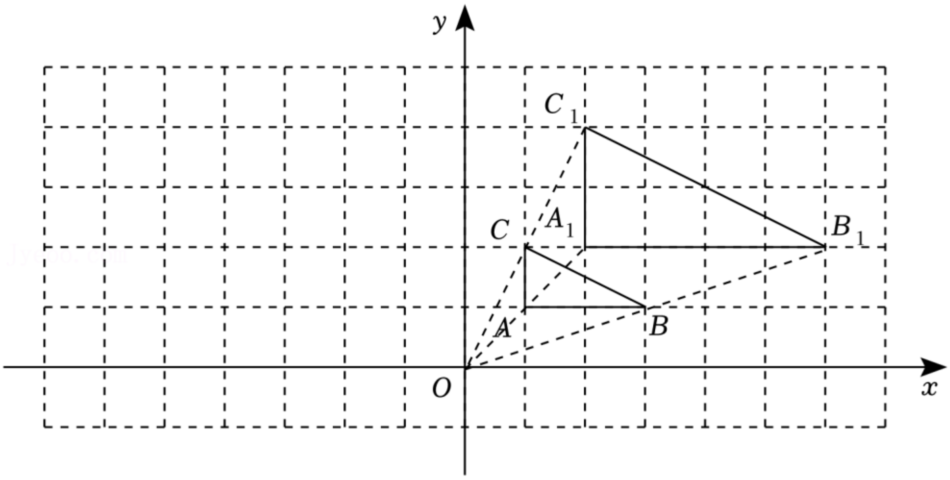


【分析】（1）对应点连线的交点即为位似中心；

（2）利用位似变换的性质求解即可.

【解答】解：（1）如图点 O 即为位似中心；

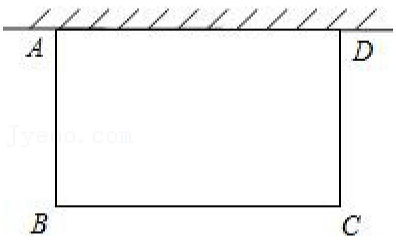
（2）设点 P（a，b）为△ABC 内一点，则点 P 在△$A_1B_1C_1$ 内的对应点 P_1 的坐标（$2a$，$2b$）.



20．为了改善小区环境，某小区决定在一块一边靠墙（墙长为 25m）的空地上修建一个矩形小花园 $ABCD$．小花园一边靠墙，另三边用总长 40m 的栅栏围住，如图所示．设矩形小花园 AB 边的长为 xm，面积为 ym^2．

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）当 x 为何值时，小花园的面积最大？最大面积是多少？



【分析】（1）根据矩形的面积公式写出函数解析即可；

（2）根据函数的性质求最值即可．

【解答】解：（1）由题意得：$y=x（40-2x）=-2x^2+40x$，

∵$0<40-2x\leqslant 25$，

∴$\frac{15}{2}\leqslant x<20$，

∴y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-2x^2+40x$（$\frac{15}{2}\leqslant x<20$）；

（2）由（1）知，$y=-2x^2+40x=-2（x-10）^2+200$，

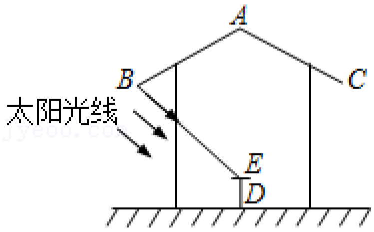
∵$-2<0$，$\frac{15}{2}\leqslant x<20$，

∴当 $x=10$ 时，y 有最大值，最大值为 200，

答：当 $x=10$ 时，小花园的面积最大，最大面积是 $200m^2$．

21．公园内一凉亭，凉亭顶部是一圆锥形的顶盖，立柱垂直于地面，在凉亭内中央位置有一圆形石桌，某数学研究性学习小组，将此凉亭作为研究对象，并绘制截面示意图，其中

顶盖母线 AB 与 AC 的夹角为 124°，凉亭顶盖边缘 B、C 到地面的距离为 2.4 米，石桌的高度 DE 为 0.6 米，经观测发现：当太阳光线与地面的夹角为 42° 时，恰好能够照到石桌的中央 E 处（A、E、D 三点在一条直线上），请你求出圆锥形顶盖母线 AB 的长度.（结果精确到 0.1m）（参考数据：sin62°≈0.88，tan42°≈0.90）



【分析】连接 BC、AE，交于点 O，则 $AE\perp BC$. 解 Rt△OBD，求出 $OB=\dfrac{OE}{\tan\angle OBE}\approx\dfrac{1.8}{0.90}=2$. 解 Rt△$OAB$ 中，即可求出 $AB=\dfrac{OB}{\sin\angle OAB}$.

【解答】解：如图，连接 BC、AE，交于点 O，则 $AE\perp BC$.

由题意，可知 $OE=2.4-0.6=1.8$（m），$\angle OBE=42°$，$\angle BAO=\dfrac{1}{2}\angle BAC=62°$.

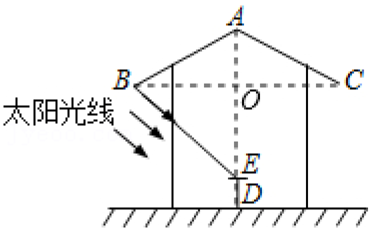
在 Rt△OBD 中，∵$\tan\angle OBE=\dfrac{OE}{OB}$，

∴$OB=\dfrac{OE}{\tan\angle OBE}\approx\dfrac{1.8}{0.90}=2$（$m$）.

在 Rt△OAB 中，∵$\sin\angle OAB=\dfrac{OB}{AB}$，

∴$AB=\dfrac{OB}{\sin\angle OAB}\approx\dfrac{2}{0.88}\approx2.3$（$m$）.

答：圆锥形顶盖母线 AB 的长度约为 2.3 米.



22．在建党 100 周年之际，老红军谢某打算到学校进行一次党史宣讲活动，初步确定从 A 校、B 校、C 校、D 校、E 校中随机抽签选取.

（1）若这次党史宣讲准备选取一所学校，则恰好抽到 A 校的概率是 $\underline{\dfrac{1}{5}}$.

（2）若这次党史宣讲准备选取两所学校，请用画树状图的方法表示出所有可能，并求出所选取的两校恰好是 A 校和 B 校的概率.

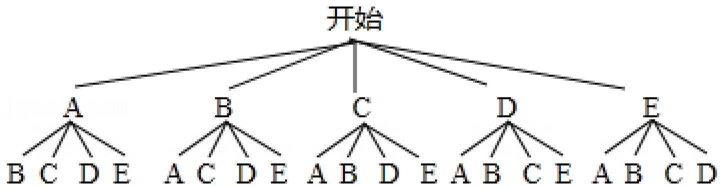
【分析】（1）直接由概率公式求解即可；

（2）画树状图，共有 20 种等可能的结果，所选取的两校恰好是 A 校和 B 校的结果有 2 种，再由概率公式求解即可．

【解答】解：（1）若这次调研准备选取一所学校，则恰好抽到 A 校的概率是$\frac{1}{5}$，

故答案为：$\frac{1}{5}$；

（2）画树状图如图：



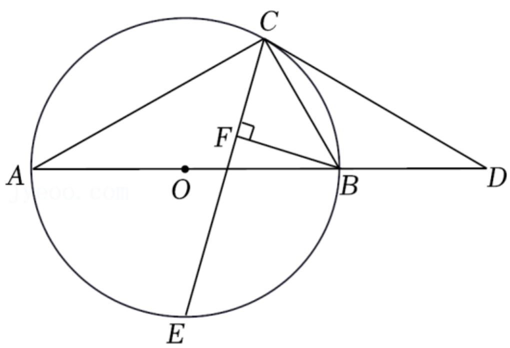
共有 20 种等可能的结果，所选取的两校恰好是 A 校和 B 校的结果有 2 种，

∴所选取的两校恰好是 A 校和 B 校的概率为$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$．

23．已知：如图，AB 为⊙O 的直径，CD 与⊙O 相切于点 C，交 AB 延长线于点 D，连接 AC，BC，$\angle D=30°$，CE 平分$\angle ACB$ 交⊙O 于点 E，过点 B 作 $BF\perp CE$，垂足为 F．

（1）求证：$CA=CD$；

（2）若 $AB=12$，求线段 BF 的长．



【分析】（1）连接 OC，利用切线的性质可得$\angle OCD=90°$，然后利用直角三角形的两个锐角互余可得$\angle COD=60°$，从而利用圆周角定理可得$\angle A=30°$，最后根据等角对等边，即可解答；

（2）根据直径所对的圆周角是直角可得$\angle ACB=90°$，从而利用（1）的结论可得 $BC=\frac{1}{2}AB=6$，再利用角平分线的定义可得$\angle BCE=45°$，然后在 Rt△BCF 中，利用锐角三角函数的定义进行计算即可解答．

【解答】（1）证明：连接 OC，

∵CD与⊙O相切于点C，

∴$\angle OCD=90°$，

∵$\angle D=30°$，

∴$\angle COD=90°-\angle D=60°$，

∴$\angle A=\frac{1}{2}\angle COD=30°$，

∴$\angle A=\angle D=30°$，

∴$CA=CD$；

（2）解：∵AB为⊙O的直径，

∴$\angle ACB=90°$，

∵$\angle A=30°$，$AB=12$，

∴$BC=\frac{1}{2}AB=6$，

∵CE平分$\angle ACB$，

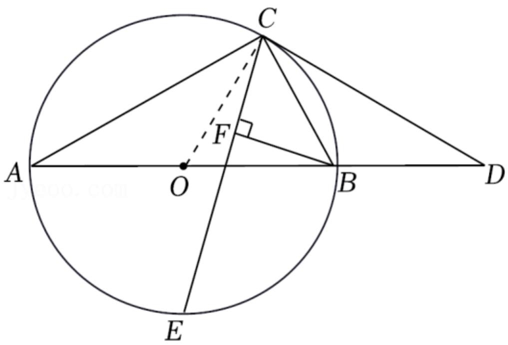
∴$\angle BCE=\frac{1}{2}\angle ACB=45°$，

∵$BF\perp CE$，

∴$\angle BFC=90°$，

∴$BF=BC\cdot\sin45°=6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$，

∴线段BF的长为$3\sqrt{2}$.



24．如图1，在平面直角坐标系xOy中，已知$\triangle ABC$，$\angle ABC=90°$，顶点A在第一象限，B，C在x轴的正半轴上（C在B的右侧），$BC=2$，$AB=2\sqrt{3}$，$\triangle ADC$与$\triangle ABC$关于AC所在的直线对称.

（1）当$OB=2$时，求点D的坐标；

（2）若点A和点D在同一个反比例函数的图象上，求OB的长；

（3）如图 2，将（2）中的四边形 $ABCD$ 向右平移，记平移后的四边形为 $A_1B_1C_1D_1$，过点 D_1 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象与 BA 的延长线交于点 P．问：在平移过程中，是否存在这样的 k，使得以点 P，A_1，D 为顶点的三角形是直角三角形？若存在，请直接写出所有符合题意的 k 的值；若不存在，请说明理由．

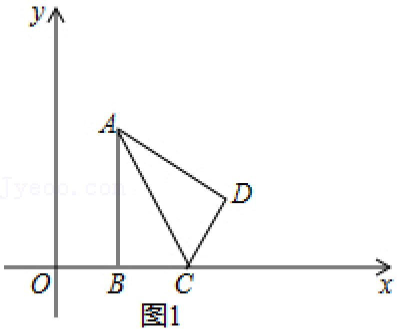


图1

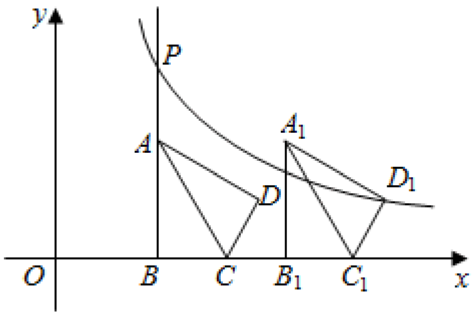


图2

【分析】（1）如图 1 中，作 $DE\perp x$ 轴于 E，解直角三角形清楚 DE，CE 即可解决问题；

（2）设 $OB=a$，则点 A 的坐标（a，$2\sqrt{3}$），由题意 $CE=1$．$DE=\sqrt{3}$，可得 D（$3+a$，$\sqrt{3}$），点 A、D 在同一反比例函数图象上，可得 $2\sqrt{3}a=\sqrt{3}$（$3+a$），清楚 a 即可；

（3）分两种情形：①如图 2 中，当点 A_1 在线段 CD 的延长线上，且 $PA_1\parallel AD$ 时，$\angle PA_1D=90°$．

②如图 2 中，利用勾股定理的逆定理，构建方程分别求解；

【解答】解：（1）如图 1 中，作 $DE\perp x$ 轴于 E．

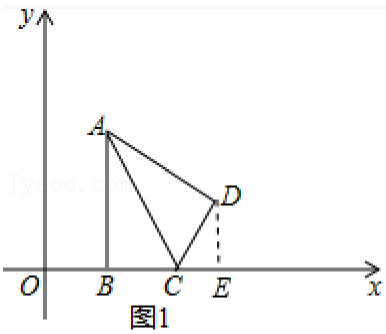


图1

∵$\angle ABC=90°$，

∴$\tan\angle ACB=\frac{AB}{BC}=\sqrt{3}$，

∴$\angle ACB=60°$，

根据对称性可知：$DC=BC=2$，$\angle ACD=\angle ACB=60°$，

∴$\angle DCE=60°$，

∴$\angle CDE=90°-60°=30°$，

∴$CE=1$，$DE=\sqrt{3}$，

∴$OE=OB+BC+CE=5$，

∴点 D 坐标为（5，$\sqrt{3}$）.

（2）设 $OB=a$，则点 A 的坐标（a，$2\sqrt{3}$），

由题意 $CE=1$．$DE=\sqrt{3}$，可得 D（$3+a$，$\sqrt{3}$），

∵点 A、D 在同一反比例函数图象上，

∴$2\sqrt{3}a=\sqrt{3}(3+a)$，

∴$a=3$，

∴$OB=3$.

（3）存在．理由如下：

①如图 2 中，当点 A_1 在线段 CD 的延长线上，且 $PA_1 \parallel AD$ 时，$\angle PA_1D=90°$．

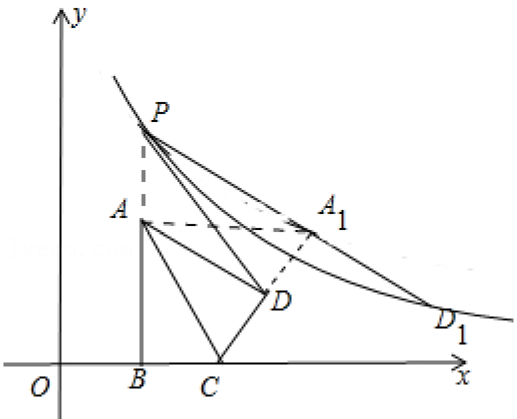


图2

在 Rt△ADA_1 中，∵$\angle DAA_1=30°$，$AD=2\sqrt{3}$，

∴$AA_1=\dfrac{AD}{\cos30°}=4$，

在 Rt△APA_1 中，∵$\angle APA_1=60°$，

∴$PA=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

∴$PB=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$，

由（2）可知 P（3，$\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$），

∴$k=10\sqrt{3}$.

②如图 2 中，由题意 D（6，$\sqrt{3}$），设 P（3，$\frac{k}{3}$），A_1（$3+h$，$2\sqrt{3}$），D_1（$6+h$，$\sqrt{3}$），

则 $PD^2=3^2+(\sqrt{3}-\frac{k}{3})^2$，$DA_1^2=(3-h)^2+(\sqrt{3})^2$，$PA_1^2=h^2+(\frac{k}{3}-2\sqrt{3})^2$，

当 $\angle PA_1D=90°$ 时，$3^2+(\sqrt{3}-\frac{k}{3})^2=(3-h)^2+(\sqrt{3})^2+h^2+(\frac{k}{3}-2\sqrt{3})^2$，

又∵$\sqrt{3}(6+h)=k$，

可得 $k=10\sqrt{3}$，

当 $\angle PDA_1=90°$ 时，同法可得 $k=12\sqrt{3}$，

综上所述，k 的值为 $10\sqrt{3}$ 或 $12\sqrt{3}$．

25．问题情境：

在数学课上，老师给出了这样一道题：如图 1，在△ABC 中，$AB=AC=6$，$\angle BAC=30°$，求 BC 的长．

探究发现：

（1）如图 2，勤奋小组经过思考后发现：把△ABC 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到△ADE，连接 BD，BE，利用直角三角形的性质可求 BC 的长，其解法如下：

过点 B 作 $BH\perp DE$ 交 DE 的延长线于点 H，则 $BC=DE=DH-HE$．

△ABC 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到△ADE，$AB=AC=6$，$\angle BAC=30°$ ∴……

请你根据勤奋小组的思路，完成求解过程．

拓展延伸：

（2）如图 3，缜密小组的同学在勤奋小组的启发下，把△ABC 绕点 A 顺时针旋转 120° 后得到△ADE，连接 BD，CE 交于点 F，交 AB 于点 G，请你判断四边形 $ADFC$ 的形状并证明；

（3）奇异小组的同学把图 3 中的△BGF 绕点 B 顺时针旋转，在旋转过程中，连接 AF，发现 AF 的长度不断变化，直接写出 AF 的最大值和最小值．

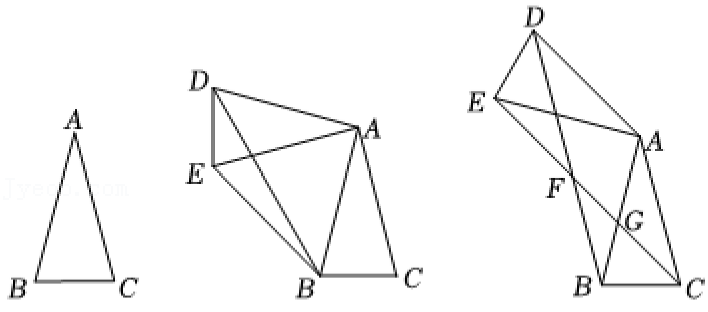


图1　图2　图3

【分析】（1）过点 B 作 $BH\perp DE$ 交 DE 的延长线于点 H，先证明$\triangle AEB$ 是等边三角形，再证明$\triangle HBE$ 是等腰直角三角形，并且求得$\angle BDH=30°$，根据直角三角形中 30° 角所对的直角边等于斜边的一半及勾股定理即可求出 EH 的长和 DH 的长，进而求出 DE 的长，再由 $DE=BC$ 求得 BC 的长；

（2）四边形 $ADFC$ 是菱形，先求出$\angle ACF=\angle AEF=30°$，$\angle ADF=\angle ABF=30°$，$\angle CAD=\angle CAE+\angle DAE=150°$，则$\angle CFD=360°-\angle ACF-\angle ADF-\angle CAD=150°$，可证明 $FC\parallel AD$，$FD\parallel AC$，则四边形 $ADFC$ 是平行四边形，而 $AD=AC$，即可证明四边形 $ADFC$ 是菱形；

（3）作 $FK\perp AB$ 于点 K，连接 AF，先证明$\angle KAF=\angle KFA=45°$，则 $AK=FK$，由$\angle FBK=30°$ 得 $BF=2FK$，求出 BF 的长，再根据两点之间线段最短求出 AF 的最大值和最小值即可．

【解答】（1）解：如图 2，过点 B 作 $BH\perp DE$ 交 DE 的延长线于点 H，则 $BC=DE=DH-HE$．

∵$\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到$\triangle ADE$，$AB=AC=6$，$\angle BAC=30°$，

∴$\angle CAE=\angle BAD=90°$，$\angle DAE=\angle BAC=30°$，

$AD=AB$，$AE=AC$，$DE=BC$，

∴$\angle BAE=\angle CAE-\angle BAC=60°$，$AD=AB=AE=6$，

∴$\triangle AEB$ 是等边三角形；

∴$BE=AB=6$，$\angle AEB=\angle ABE=60°$

∴$\angle C=\angle ABC=\dfrac{180°-\angle BAC}{2}=75°$，

$\angle AED=\angle ADE=\dfrac{180°-\angle DAE}{2}=75°$，

∴$\angle HBE=\angle HEB=180°-60°-75°=45°$，

∴$HE=HB$，$\angle H=90°$，

∵$\angle ABD=\angle ADB=45°$，

∴$\angle BDH=\angle ADE-\angle ADB=30°$，

∵$BD=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$，

∴$HE=HB=\frac{1}{2}BD=3\sqrt{2}$，$DH=\sqrt{BD^2-BH^2}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{6}$，

∴$BC=DE=DH-HE=3\sqrt{6}-3\sqrt{2}$，即 BC 的长为 $3\sqrt{6}-3\sqrt{2}$；

（2）证明：四边形 $ADFC$ 是菱形.

∵△ABC 绕点 A 顺时针旋转 120°得到△ADE，$AB=AC=6$，$\angle BAC=30°$（如图 3），

∴$\angle CAE=\angle BAD=120°$，$\angle DAE=\angle BAC=30°$，

$AD=AB$，$AE=AC$，$DE=BC$，

∴$AE=AC=AB=AD$，

∴$\angle ACF=AEF=\frac{180°-\angle CAE}{2}=30°$，

$\angle ADF=\angle ABF=\frac{180°-\angle BAD}{2}=30°$，

∵$\angle CAD=\angle CAE+\angle DAE=150°$，

∴$\angle CFD=360°-\angle ACF-\angle ADF-\angle CAD=150°$，

∴$\angle ACF+\angle CAD=180°$，$\angle ACE+\angle CFD=180°$

∴$FC\parallel AD$，$FD\parallel AC$，

∴四边形 $ADFC$ 是平行四边形，

∵$AD=AC$，

∴四边形 $ADFC$ 是菱形；

（3）解：如图 3，作 $FK\perp AB$ 于点 K，连接 AF，

∵四边形 $ADFC$ 是菱形，

∴$CF=DF$，

∵$\angle BCF=\angle EDF=75°-30°=45°$，$BC=DE$，

∴△BCF≌△EDF（SAS），

∴$BF=EF$，

∵$AB=AE=6$，$AF=AF$，

∴$\triangle BAF\cong\triangle EAF$（$SSS$），

∵$\angle BAE=120°-30°=90°$，

∴$\angle BAF=\angle EAF=45°$，

∵$\angle AKF=\angle BKF=90°$，

∴$\angle KAF=\angle KFA=45°$，

∴$AK=FK$，

∵$\angle FBK=30°$，

∴$BF=2FK$，

∵$BK=\sqrt{BF^2-FK^2}=\sqrt{(2FK)^2-FK^2}=\sqrt{3}FK$，

∵$AK+BK=AB=6$，

∴$FK+\sqrt{3}FK=6$，

∴$FK=3\sqrt{3}-3$，

∴$BF=2(3\sqrt{3}-3)=6\sqrt{3}-6$，

∵$AB-BF\leqslant AF\leqslant AB+BF$，且$AB-BF=6-(6\sqrt{3}-6)=12-6\sqrt{3}$，$AB+BF=6+(6\sqrt{3}-6)=6\sqrt{3}$，

∴$12-6\sqrt{3}\leqslant AF\leqslant 6\sqrt{3}$，

当点F在线段AB的延长线上，如图4，则$AF=AB+BF=6\sqrt{3}$，此时AF的值最大，等于$6\sqrt{3}$；

当点F在线段AB上，如图5，则$AF=AB-BF=12-6\sqrt{3}$，此时AF的值最小，等于$12-6\sqrt{3}$，

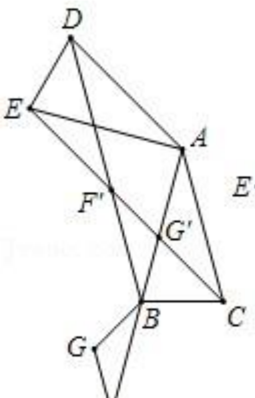


图4

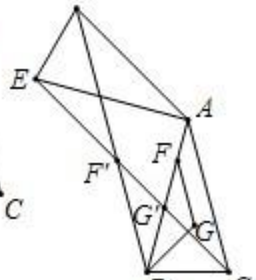


图5

综上所述，AF 的最大值是 $6\sqrt{3}$，AF 的最小值是 $12-6\sqrt{3}$.

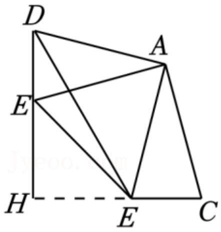


图2

26．如图，抛物线 $y=ax^2-2x+c$（$a\neq0$）与 x 轴、y 轴分别交于点 A，B，C 三点，已知点 A（-2，0），点 C（0，-8），点 D 是抛物线的顶点.

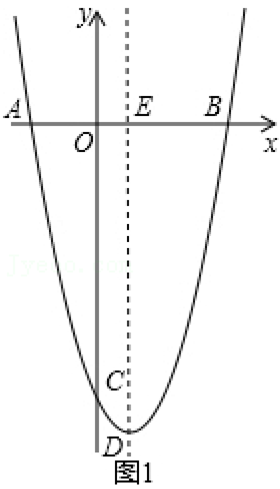


图1

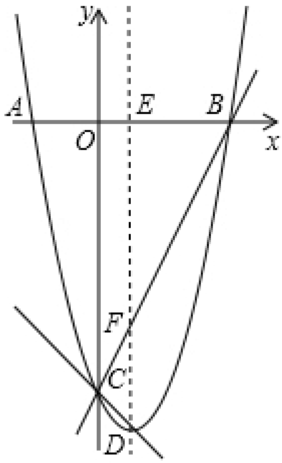


图2

（1）求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标；

（2）如图 1，抛物线的对称轴与 x 轴交于点 E，第四象限的抛物线上有一点 P，将△EBP 沿直线 EP 折叠，使点 B 的对应点 B'落在抛物线的对称轴上，求点 P 的坐标；

（3）如图 2，设 BC 交抛物线的对称轴于点 F，作直线 CD，点 M 是直线 CD 上的动点，点 N 是平面内一点，当以点 B，F，M，N 为顶点的四边形是菱形时，请直接写出点 M 的坐标.

【分析】（1）将点 A、点 C 的坐标代入抛物线的解析式可求得 a、c 的值，从而得到抛物线的解析式，最后利用配方法可求得点 D 的坐标；

（2）将 $y=0$ 代入抛物线的解析式求得点 B 的坐标，然后由抛物线的对称轴方程可求得点 E 的坐标，由折叠的性质可求得∠$BEP=45°$，设直线 EP 的解析式为 $y=-x+b$，将点 E 的坐标代入可求得 b 的值，从而可求得直线 EP 的解析式，最后将直线 EP 的解析式和抛物线的解析式联立组成方程组求解即可；

（3）先求得直线 CD 的解析式，然后再求得直线 CB 的解析式为 $y=k_2x-8$，从而可求得点 F 的坐标，设点 M 的坐标为（a，$-a-8$），然后分为 $MF=MB$、$FM=FB$ 两种情况列

方程求解即可．

【解答】解：（1）将点 A、点 C 的坐标代入抛物线的解析式得：$\begin{cases}4a+4+c=0\\c=-8\end{cases}$，

解得：$a=1$，$c=-8$．

∴抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-8$．

∵$y=(x-1)^2-9$，

∴D（1，-9）．

（2）将 $y=0$ 代入抛物线的解析式得：$x^2-2x-8=0$，解得 $x=4$ 或 $x=-2$，

∴B（4，0）．

∵$y=(x-1)^2-9$，

∴抛物线的对称轴为 $x=1$，

∴E（1，0）．

∵将△EBP 沿直线 EP 折叠，使点 B 的对应点 B'落在抛物线的对称轴上，

∴EP 为∠BED 的角平分线．

∴∠$BEP=45°$．

设直线 EP 的解析式为 $y=-x+b$，将点 E 的坐标代入得：$-1+b=0$，解得 $b=1$，

∴直线 EP 的解析式为 $y=-x+1$．

将 $y=-x+1$ 代入抛物线的解析式得：$-x+1=x^2-2x-8$，解得：$x=\frac{1-\sqrt{37}}{2}$或 $x=\frac{1+\sqrt{37}}{2}$．

∵点 P 在第四象限，

∴$x=\frac{1+\sqrt{37}}{2}$．

∴$y=\frac{1-\sqrt{37}}{2}$．

∴P（$\frac{1+\sqrt{37}}{2}$，$\frac{1-\sqrt{37}}{2}$）．

（3）设 CD 的解析式为 $y=kx-8$，将点 D 的坐标代入得：$k-8=-9$，解得 $k=-1$，

∴直线 CD 的解析式为 $y=-x-8$．

设直线 CB 的解析式为 $y=k_2x-8$，将点 B 的坐标代入得：$4k_2-8=0$，解得：$k_2=2$．

∴直线 BC 的解析式为 $y=2x-8$．

将 $x=1$ 代入直线 BC 的解析式得：$y=-6$，

∴F（1，-6）．

设点 M 的坐标为（a，$-a-8$）.

当 $MF=MB$ 时，$(a-4)^2+(a+8)^2=(a-1)^2+(a+2)^2$，整理得：$6a=-75$，解得：$a=-\frac{25}{2}$.

∴点 M 的坐标为（$-\frac{25}{2}$，$\frac{9}{2}$）.

当 $FM=FB$ 时，$(a-1)^2+(a+2)^2=(4-1)^2+(-6-0)^2$，整理得：$a^2+a-20=0$，解得：$a=4$ 或 $a=-5$.

∴点 M 的坐标为（4，-12）或（-5，-3）.

综上所述，点 M 的坐标为（$-\frac{25}{2}$，$\frac{9}{2}$）或（4，-12）或（-5，-3）.