



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان ببكالوريا التعليم الثانوي  
دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

الشعبية: رياضيات

المدة: 04 ساعة

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:  
الموضوع الأول

**التمرين الأول: (05 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ . نعتبر النقط :  $A(2;1,-1)$  ،  $B(-1;2;4)$  ،  $C(0;-2;3)$  و  $D(1;1;2)$  المعروف بالمعادلة الديكارتية :  $2x - y + 2z + 1 = 0$  .  
المطلوب: أجب ب الصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

(1) النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعيين مستويا.

(2) المستقيم  $(AC)$  محtoى في المستوى  $(P)$

(3)  $x - 2y - z - 1 = 0$  هي معادلة للمستوى  $(ACD)$

$$(4) \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

(5) المسافة بين النقطة  $D$  والمستوى  $(P)$  تساوي  $\frac{3}{2}$

(6) النقطة  $E(-2;-1;1)$  هي المسقط العمودي للنقطة  $C$  على  $(P)$

(7) سطح الكرة ذات المركز  $D$  ونصف القطر  $\sqrt{\frac{6}{2}}$  هو مجموعه النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:  $0 = \overline{AM} \cdot \overline{CM}$

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

(1) حل في مجموعه الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة التالية:  $(z-1-2i)(z^2 - 2(1+\sqrt{3})z + 5+2\sqrt{3}) = 0$

(2) نقط من المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$  لاحقاتها على الترتيب:

$$z_D = 1 - 2i \quad , \quad z_C = 1 + \sqrt{3} - i \quad , \quad z_B = 1 + \sqrt{3} + i \quad , \quad z_A = 1 + 2i$$

(أ) بين أن:  $(BC)$  و  $(AD)$  يوازي  $AB = CD$

(ب) تتحقق أن:  $\frac{z_B + z_D}{2} \neq \frac{z_A + z_C}{2}$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$

$$(3) (أ) \text{ بين أن: } \frac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \sqrt{3} e^{i\frac{\pi}{2}}$$

استنتاج أن  $D$  هي صورة  $A$  بتشابه مباشر مركزه  $B$  يطلب تعين نسبة وزاويته.

(ب) بين أن المثلث  $ADB$  قائم وأن النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  و  $D$  تنتهي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

(ج) استنتاج إنشاء لل رباعي  $ABCD$



التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة  $(E): 54 = 1962y - 2013x$  حيث  $x$  و  $y$  عداد صحيحان .

أ) احسب  $PGCD(2013, 1962)$

ب) استنتج أنَّ المعادلة  $(E)$  تقبل حلولاً .

ج) بين أنه إذا كانت الثنائية  $(x, y)$  حلًا للمعادلة  $(E)$  فإن:  $x \equiv 0 [6]$

د) استنتج حلًا خاصًا  $(x_0, y_0)$  حيث  $x_0 < 80$  ثم حل المعادلة  $(E)$

2) نرمز بالرمز  $d$  إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين  $x$  و  $y$  حيث  $(x, y)$  حل للمعادلة  $(E)$

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد  $d$ ؟

ب) عين قيم العددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  حيث:  $18 = 671a - 654b$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I)  $g(x) = (2-x)e^x - 1$  كما يلي:  $\mathbb{R}$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

1) ادرس تغيرات الدالة  $g$

2) بين أنَّ للمعادلة:  $0 = g(x)$  في  $\mathbb{R}$  حلان  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $-1,1 < \alpha < -1,2$  و  $1,8 < \beta < 1,9$

3) استنتاج إشارة  $(x) g$  على  $\mathbb{R}$

II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوى

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجلانس  $(O; \bar{i}, \bar{j})$

1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$  و فسر النتيجتين هندسياً .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$  واستنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أنَّ:  $f(\beta) = \frac{1}{\alpha - 1}$  واستنتاج حصراً للعددين  $(\alpha)$  و  $(\beta)$   $f$  و  $f(\alpha)$

4) احسب  $f(1)$  ثم ارسم المنحني  $(C_f)$

5)  $\lambda$  عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1

أ) احسب بدلالة  $\lambda$  العدد  $a(\lambda)$  حيث:  $a(\lambda) = \int_1^\lambda [f(x) - 1] dx$

ب) احسب نهاية  $a(\lambda)$  عندما يؤول  $\lambda$  إلى  $+\infty$



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (5 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$

$b = -1 + 2i$  و  $a = -2 + 6i$  النقطتان اللتان لاحقا هما على الترتيب:

1) اكتب العدد المركب  $1+i$  على شكل أسي.

2) التحويل النقطي الذي يرافق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $z$  النقطة  $M'$  لاحقتها  $z'$  حيث:

أ) النقطة ذات الاحقة  $d$  حيث  $d = 2i$ ، جد لاحقة النقطة  $D'$  صورة  $D$  بالتحويل  $S$ . ماذا تستنتج؟

ب) بين أن:  $(z-d) - d = \sqrt{2} e^{\frac{i\pi}{4}} (z-d)$  واستنتج طبيعة وعناصر التحويل  $S$ .

3) المستقيم ذو المعادلة:  $3x + 5y = 11$

أ) تحقق أن النقطة  $(-3; 4)$  تنتهي إلى  $(\Delta)$  ثم عين نقط  $(\Delta)$  التي إحداثياتها أعدادا صحيحة.

ب) صورة  $M'_0$  بالتحويل  $S$ . بين أن المستقيمين  $(BM'_0)$  و  $(BA)$  متعامدان.

4)  $x$  و  $y$  عدادان صحيحان من المجال  $[5; -5]$ . عين مجموعة النقط  $(x; y)$  من المستوي بحيث يكون

المستقيمان  $(BA)$  و  $(BM')$  متعامدين، حيث  $M'$  هي صورة  $M$  بالتحويل  $S$ .

### التمرين الثاني: (4.5 نقاط)

الدالة العددية  $f$  معرفة على  $[0; +\infty)$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x^2}{x+4}$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  كما هو مبين في الشكل أدناه.

1) بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما.

2) المتالية العددية المعرفة بـ  $U_0 = 3$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

( $\Delta$ ) المستقيم الذي معادلته  $y = x$

أ) باستعمال المنحني  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  مثل، على حامل محور الفواصل، الحدود:  $U_0$  ،  $U_1$  ،  $U_2$  ،  $U_3$  و  $U_4$  دون حسابها.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتالية  $(U_n)$  وتقاربها.

3) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 \leq U_n \leq 3$

ب) بين أن المتالية  $(U_n)$  متناقصة.

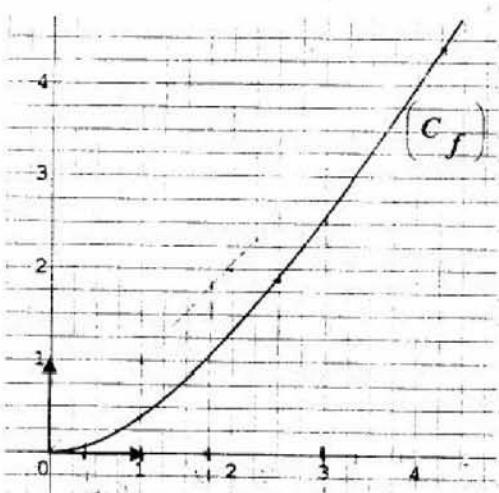
ج) استنتاج أن  $(U_n)$  متقاربة.

4) ادرس إشارة العدد  $-6U_{n+1} - 7U_n$  واستنتاج أنه من أجل كل

$$0 \leq U_{n+1} \leq \frac{6}{7} U_n$$

ب) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 \leq U_n \leq 3 \left(\frac{6}{7}\right)^n$

ج) احسب نهاية المتالية  $(U_n)$  عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$ .



**التمرين الثالث: (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتاجنس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة  $A(1;1;3)$ .

$$\begin{cases} x+z=0 \\ y=3 \end{cases}$$

و  $(-2;2;\bar{u})$  شاع توجيه له . (Δ') المستقيم المعرف بجملة المعادلين:

(1) جد تمثيلاً وسيطياً لكل من المستقيمين (Δ) و (Δ')

(2) بين أن (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوى.

(3) (P) المستوى الذي يشمل (Δ) ويوازي (Δ). بين أن معادلة المستوى (P) هي:  $2x+y+2z-3=0$

(4) (P) نقطة كافية من المستقيم (Δ)، حيث  $t \in \mathbb{R}$ . احسب  $d$  المسافة بين  $M$  والمستوى (P)

(5) أ) عين إحداثيات النقطة  $A'$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستوى (P)، ثم عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ') الذي يشمل  $A'$  ويوازي (Δ)

ب) بين أن (Δ) و (Δ') يتقاطعان في النقطة  $B(1;3;-1)$

(6)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$f(t) = 9t^2 - 24t + 20$$

أ) بين أن  $f$  تقبل قيمة حدية صغرى  $(t_0)$   $f$  يطلب تعين  $t_0$  و  $(t_0)$

$$d = \sqrt{f(t_0)}$$

**التمرين الرابع: (5.5 نقاط)**

(1)  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $[0; +\infty)$  بـ :

(C<sub>f</sub>) المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتاجنس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

أ) ادرس تغيرات الدالة  $f$

ب) اكتب معادلة المماس (A) المنحني (C<sub>f</sub>) في النقطة ذات الفاصلة  $e$  (حيث  $e$  أساس اللوغاريتم النيري).

ج) عين فوائل نقط تقاطع (C<sub>f</sub>) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C<sub>f</sub>) على المجال  $[e^2; 0]$

(2)  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $[0; +\infty)$  بـ :

(C<sub>g</sub>) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) ادرس تغيرات الدالة  $g$

ب) عين الوضع النسبي للمنحنين (C<sub>f</sub>) و (C<sub>g</sub>) ثم ارسم (C<sub>g</sub>) على المجال  $[e^2; 0]$

(3) نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty)$  بـ :

$h(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$  احسب  $(h'(x))$  واستنتج دالة أصلية للدالة  $x \mapsto (\ln x)^2$  على  $[0; +\infty)$

$$(b) \text{ احسب العدد: } \int_{\frac{1}{e}}^e [f(x) - g(x)] dx$$

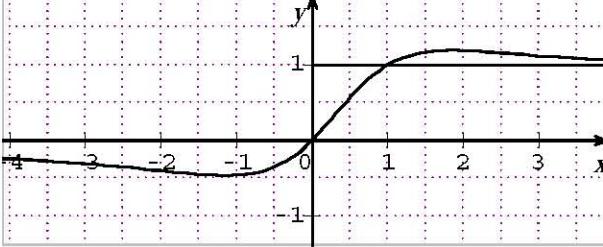
05

عدد الصفحات

## الإجابة النموذجية

### عاصر الإجابة (الموضوع الأول)

العلامة	مجموع	جزأة	عاصر الإجابة (الموضوع الأول)
05	0,75+0,25		التمرين الأول: (05 نقاط)
		0,5+0,25	(1) صحيح لأنَّ الشعاعين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطيا.....
		0,25×2	(2) خطأ لأنَّ النقطة $A$ لا تتنمي إلى $(P)$ .....
		0,5+0,25	(3) صحيح لأنَّ إحداثيات النقط $A$ ، $B$ ، $C$ تحقق المعادلة.....
		0,75+0,25	(4) صحيح لأنَّ إحداثيات $A$ و $C$ تحقق الجملة أو لأنَ $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{U}$ و إحداثيات $C$ تحقق الجملة ، حيث $(2; 3; -4) \overrightarrow{U}$ .....
		0,5+0,25	(5) خطأ لأنَّ المسافة بين $D$ و $(P)$ تساوي $\frac{2}{3}$ .....
		0,5+0,25	(6) صحيح لأنَّ $(P)$ و $E \in \overrightarrow{EC}$ ناظمي للمستوي $(P)$ .....
		0,25 × 2	(7) خطأ لأنَّ $D$ ليست منتصف القطعة $[AC]$ .....
			التمرين الثاني: (05 نقاط)
		0,25×4	(1) ..... ، الحلول هي $\Delta = 4i^2$ ، $z_3 = 1 + \sqrt{3} - i$ ، $z_2 = 1 + \sqrt{3} + i$ ، $z_1 = 1 + 2i$
05	0,75	0,5×2	(2) ..... $(BC) \parallel (AD)$ و $AB = CD$ ومنه $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_B} = 2$ و $ z_B - z_A  =  z_D - z_C  = 2$ (أ) (2)
		0,25×3	(3) ..... $\frac{z_B + z_D}{2} \neq \frac{z_A + z_C}{2}$ والرابعی هو شبه منحرف متتساوي الساقین
		0,75	(3) ..... $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \sqrt{3} \times e^{i\frac{\pi}{2}}$ (أ) تبيان أنَّ:
		0,5	(4) ..... $z_D - z_B = \sqrt{3} \times e^{i\frac{\pi}{2}} (z_A - z_B)$ و منه $D$ صورة $A$ بتشابه مباشر نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$
		0,25	(5) ..... ب) المثلث $ADB$ قائم في $B$ ..... $\widehat{ADB} = \widehat{ACD} = \frac{\pi}{2}$ لأنَّ $AD$ تتنمي إلى الدائرة $(\gamma)$ التي قطرها $[AD]$
		0,5	(6) ..... النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ تتنمي إلى الدائرة $(\gamma)$ التي قطرها $[AD]$ لأنَّ $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = \frac{\pi}{2}$
		0,25	(7) ..... نصف القطر $r = 2$ والمركز $\Omega(1; 0)$
		0,5	(8) ..... ج) إنشاء $ABCD$ : نعلم $A$ و $D$ ؛ $B$ هي نقطة تقاطع $(\gamma)$ والمستقيم ذي المعادلة $y=1$ و $C$ هي تقاطع $(\gamma)$ والمستقيم ذي المعادلة $-1=y$ ؛ فاصلة كل من $B$ و $C$ موجبة
			التمرين الثالث: (04 نقاط)
		0,5	(1) ..... $PGCD(2013, 1962) = 3$
04	0,25	0,5	(2) ..... $PGCD(2013, 1962) = 3$ لأنَّ $PGCD(2013, 1962)$ يقسم 54
		0,5	(3) ..... (أ) ..... $x = 0[6]$ (حسب مبرهنة غوص)
		0,5	(4) ..... (ب) ..... $(x_0, y_0) = (78, 80)$
		1	(5) ..... حلول المعادلة هي الثنائيات $(x, y)$ حيث $(x, y) = 80 + 671k$ و $x = 78 + 654k$ ..... (ج)

العلامة	عناصر الإجابة
مجموع	
0.5	(أ) ..... $d \in \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ (2)
0.75	(ب) ..... $(p \in \mathbb{N})$ و $b = 1422 + 12078p$ و $a = 1386 + 11772p$
	<b>التمرين الرابع: (06 نقاط)</b>
2×0,25	..... $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$ (I)
0,5	..... $x > 1$ ..... $g'(x) < 0$ و $x \leq 1$ ..... $g'(x) \geq 0$ ، $g'(x) = (1-x)e^x$
0,25	..... جدول التغيرات:
06	..... $g(x)$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[-\infty, 1]$ و $g(1) < 0$ ..... ومنه للمعادلة $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$ و $g(1) < 0$ (2)
0,75	..... حل وحيد $\alpha$ في المجال $[-\infty, 1]$ ..... بنفس الطريقة نبين للمعادلة حل وحيد $\beta$ في المجال $[1, +\infty)$
0,25	..... $g(-1, 1) \approx 0,032$ ، $g(-1, 2) \approx -0,036$ لأن: $-1,2 < \alpha < -1,1$
0,25	..... $g(1, 9) \approx -0,33$ ، $g(1, 8) \approx 0,21$ لأن: $1,8 < \beta < 1,9$
0,25	..... $x \in ]-\infty; \alpha] \cup [\beta; +\infty[$ ..... لما $g(x) < 0$ ..... $x \in [\alpha; \beta]$ ..... لما $g(x) \geq 0$ : $g(x) = 0$
0,75	..... إشارة $f$ ..... $y=1$ ..... $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ..... $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ (II)
0,25	..... $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ (2)
0,25	..... متناقصة تماما على كل من $[\alpha, \beta]$ و $[-\infty; \alpha]$ و $[\beta; +\infty)$ ومتزايدة تماما على $f$
0,25	..... جدول التغيرات:
3×0,25	..... $1,11 < f(\beta) < 1,25$ و $-0,48 < f(\alpha) < -0,45$ ..... $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha-1}$ (3)
0,5	..... $(C_f)$ رسم $f(1) = 1$ (4)
	
0,25	..... $a(\lambda) = \int_1^\lambda (f(x) - 1) dx = \left[ \ln(1 - xe^{-x}) \right]_1^\lambda$ (أ) (5)
0,25	..... $= \ln(1 - \lambda e^{-\lambda}) - \ln(e-1) + 1$
0,25	..... $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} (-\lambda e^{-\lambda}) = 0$ لأن ..... $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} a(\lambda) = 1 - \ln(e-1)$ (ب)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	جزأة	
05	0,5	التمرين الأول: (05 نقاط)
	0,25×2	(1) $1+i = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$
	0,5	(2) أ) لاحقة النقطة $D'$ هي $2i$ إذن النقطة $D$ صامدة بالتحويل $S$ (مركز $D$ ) ....
	0,5	ب) تبيان أن $(z-d) = \sqrt{2} \times e^{i\frac{\pi}{4}} (z-d)$
	0,5	تشابه مباشر مركز $D$ نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$
	0,25	(3) أ) التحقق من أن النقطة $M_0(-3;4)$ تتبع إلى $(\Delta)$ $k \in \mathbb{Z}/M(5k-3;-3k+4)$
	0,75	ب) صورة $M'_0(-5;1)$ هي $M_0(-3;4)$
	0,25	ال المستقيمان $(BM'_0)$ و $(BA)$ متعامدان إذن
	0,75	..... $(\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM'_0} = 0)$ أو $\arg(\frac{Z_{M'_0} - Z_B}{Z_A - Z_B}) = \frac{\pi}{2}$
	0,5	(4) المستقيمان $(BM')$ و $(BA)$ متعامدان إذن :
04.5	0,5	$\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ -5 \leq x \leq 5 \\ -5 \leq y \leq 5 \end{cases}$
	0,5	النقط المطلوبة هي $M_1(2;1)$ و $M_0(-3;4)$
	0,5	التمرين الثاني: (04.5 نقاط)
	0,5	(1) إن الدالة $f$ متزايدة تماما على $[0;+\infty)$
	0,5	(أ) باستعمال المنحني المرفق
	0,5	(2) أ) تمثيل الحدود:
	0,5	ب) التخمين: $(U_n)$ متناقصة ومتقاربة نحو الصفر
	0,5	(أ) $0 \leq U_0 \leq 3$ محققة
	0,5	نفرض $3 \leq U_n$ ومنه $f(0) \leq f(U_n) \leq f(3)$
	0,5	ومنه $f(3) = \frac{18}{7} < 3$ لأن $f(0) = 0$ و $0 \leq U_{n+1} \leq 3$
0.5	0,5	إذن لكل $n \in \mathbb{N}$
	0,5	ب) $(0 \leq U_n \leq 3) \quad U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(U_n - 4)}{U_n + 4} < 0$
	0,5	ومنه $(U_n)$ متناقصة.
	0,5	ج) $(U_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة
	0,5	لأن $7U_{n+1} - 6U_n = \frac{8U_n(U_n - 3)}{U_n + 4} \leq 0$ ومنه نستنتج أن:
0.5	0,5	$0 \leq U_{n+1} \leq \frac{6}{7}U_n$
	0,5	

العلامة	مجموع	جزأة	عنصر الإجابة
	0,75		..... $0 \leq U_n \leq 3 \left(\frac{6}{7}\right)^n$ ب) البرهان بالترابع على أن: $0 < \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ لأن $(0 < \frac{6}{7} \leq 1)$ حسب مبرهنة الحصر
	0,25		..... $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ لأن $(0 < \frac{6}{7} \leq 1)$ حسب مبرهنة الحصر
	0,5		..... $t \in \mathbb{R}$ حيث $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 3-2t \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم ( $\Delta$ ) هو:
	0,5		..... $t' \in \mathbb{R}$ حيث $\begin{cases} x = -t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم ( $\Delta'$ ) هو:
0,5	0,75		..... (2) ليسا من نفس المستوى لأنهما غير متوازيين وغير متقطعين
0,5	0,75		..... (3) يشمل ( $P$ ) $M_0(0;3;0)$ و موجه بالشعاعين $\vec{u}(-1;2;-2)$ و $\vec{v}(-1;0;1)$ ، نعين شعاعاً ناظرياً $\vec{n}$ لـ ( $P$ ) أو نكتب تمثيلاً وسيطياً له ثم نستنتج المعادلة $2x+y+2z-3=0$
0,5	0,75		..... (4) المسافة بين $M$ من ( $\Delta$ ) و ( $P$ ) هي $d = 2$
0,5	0,5		..... (5) $A'\left(\frac{-1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع ( $P$ ) مع المستقيم الذي يشمل $A$ و يعمد ( $P$ )
0,5	0,25		..... $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + \lambda \\ y = \frac{1}{3} + 2\lambda \\ z = \frac{5}{3} - 2\lambda \end{cases}$ ; $\lambda \in \mathbb{R}$ تمثيل وسيطي للمستقيم ( $\Delta'$ ) :
0,5	0,5		..... (6) $(\Delta') \cap (\Delta)' = \{B(1,3,-1)\}$
0,25	0,25		..... $f(t) = BM^2 = 9t^2 - 24t + 20$
0,25	0,25		..... $f(t_0) = 4$ ، $t_0 = \frac{4}{3}$ ومنه $f'(t) = 18t - 24$
0,25	0,25		..... $d = 2 = \sqrt{f(t_0)}$

العلامة مجموع مجزأة	عاصر الإجابة
	التمرين الرابع: (٥٥.٥ نقاط)
0,25×2	..... $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (١)
0.5	..... $f'(x) = \frac{-1 + 4 \ln x}{x}$
0.25	..... $0 \quad - \quad e^{\frac{1}{4}} + \quad +\infty$ : $f'(x)$ إشارة
0.25	..... جدول التغيرات :
0.5	..... ب) معادلة المماس ( $\Delta$ ) : $y = \frac{3}{e}x - 3$
0,25×2	..... $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ و $x = e$ (٢)
05.5	..... رسم $(C_f)$
0.50	.....
0,75	..... (١) تغيرات الدالة $g$
0,25	..... ب) الوضع النسبي للمنحنيين (١)
0,25	..... $f(x) - g(x) = 2(\ln x - 1)(\ln x + 1)$
	..... $0 \quad + \quad e^{-1} \quad - \quad e \quad + \quad +\infty$ : الإشارة
0,25	..... أعلى $(C_g)$ في كل من $\left[ \frac{1}{e}; e \right]$ و أسفل $(C_f)$ في $\left[ e; +\infty \right]$ (٢)
0,25	..... رسم $(C_g)$
0,25	..... $x \mapsto (\ln x)^2$ ومنه دالة أصلية للدالة $h(x) = (\ln x)^2$ (٣)
0,5	..... $\int_{\frac{1}{e}}^e [f(x) - g(x)] dx = 2 \int_{\frac{1}{e}}^e [(\ln x)^2 - 1] dx = 2[h(x) - x]_{\frac{1}{e}}^e = -\frac{8}{e}$ (ب)