01-力学

一、选择题

1.0018：D　2.5003：B　3.0015：D　4.0508：B　5.0518：D　6.0519：B　7.0602：D
8.0604：C　9.0014：B　10.5382：D　11.0026：C　12.0601：D　13.0686：C　14.0338：A
15.0094：E　16.0029：C　17.0334：D　18.0367：A　19.0379：C　20.0386：D　21.0659：A
22.0703：B　23.0706：D　24.0406：C　25.0350：C　26.0413：D　27.5019：C　28.5020：C
29.0073：C　30.0074：C　31.0078：C　32.0078：C　33.0097：C　34.0101：C　35.0339：B
36.0408：C　37.0441：D　38.0442：C　39.0479：C　40.5262：B　41.5397：B　42.0020：C
43.0225：D　44.0454：C　45.0176：D　46.0366：C　47.0453：B　48..0478：B　49.0128：E
50.0193：E

二、填空题

1．0007：　$23\,\text{m/s}$

2．0255：　$Ae^{-\beta t}\left[\left(\beta^2-\omega^2\right)\cos\omega t+2\beta\omega\sin\omega t\right]$

$\frac{1}{2}(2n+1)\pi/\omega$　($n=0$，1，2，…)

3．0257：　$h_1 v/(h_1-h_2)$

4．0589：　匀加速直线；　Ⅰ

5．0006：　$16Rt^2$；　4rad/s^2

6．0017：　$-g/2$；　$2\sqrt{3}v^2/(3g)$

7．0253：　2.24m/s^2；　$104°$

8．0261：　$4t^3-3t^2$；　$12t^2-6t$

9．0262：　$-c$；　$\frac{(b-ct)^2}{R}$

10．0264：　$69.8m/s$

11．0509：　$\frac{1}{3}ct^3$；　$2ct$；　$\frac{c^2t^4}{R}$

12．0592：　$x=(y-3)^2$

13．0597：　$6.32m/s$；　$8.25m/s$

14．0599：　$\frac{v_0^2\cos^2\theta_0}{g}$

15．0271：　$\frac{t_2 S}{\sqrt{t_2^2-t_1^2}}$；　$\sin^{-1}\left[\frac{\sqrt{t_2^2-t_1^2}}{t_2}\right]$ 或 $\cos^{-1}\left(\frac{t_1}{t_2}\right)$

16．0688：　$\sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos\alpha}$ 或 $\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha}$

17．0691： $17.3m/s$； $20m/s$

18．0043： f_0

19．0390： g/μ_s

20．0351： $mg/\cos\theta$； $\sin\theta\sqrt{\dfrac{gl}{\cos\theta}}$

21．0055： $(1+\sqrt{2})m\sqrt{gy_0}$； $\dfrac{1}{2}m\upsilon_0$

22．0060： $\sqrt{2}\ m\upsilon$； 指向正西南或南偏西 45°

23．0062： $\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}$； $\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}+\dfrac{F\Delta t_1}{m_2}$

24．0068： 垂直地面向上； mgt

25．0184： $18\ \mathrm{N\cdot s}$

26．0371： $0.003s$； $0.6N\cdot s$； $2g$

27．0374： 0； $2\pi mg/\omega$； $2\pi mg/\omega$

28．0708： 0.89 m/s

29．0710： 356 $\mathrm{N\cdot s}$； 160 $\mathrm{N\cdot s}$

30．0711： $\vec{i}-5\vec{j}$

31．0719： v_0

32．5016： qv； 竖直向下

33．5258： mv_0； 竖直向下

34．5630： $\dfrac{m_1}{m_1+m_2}$

35．0404： $m\sqrt{GMR}$

36．0667： $\dfrac{1}{2}mr_1^2\omega_1^2\left(\dfrac{r_1^2}{r_2^2}-1\right)$

37．0712： $5.26\times10^{12}\,\mathrm{m}$

38．0724： $m\omega ab$； 0

39．0082： $-F_0R$

40．0100： $GMm\left(\dfrac{1}{3R}-\dfrac{1}{R}\right)$ 或 $-\dfrac{2GMm}{3R}$

41．0732： 290J

42．0735： $-Gm_1m_2\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)$

43．0745： ＝0； >0

44．5021： $\dfrac{m^2g^2}{2k}$

45．0072： $GMm\dfrac{r_2-r_1}{r_1r_2}$； $GMm\dfrac{r_1-r_2}{r_1r_2}$

46．0093： $\dfrac{2(F-\mu mg)^2}{k}$

47．0644： $\sqrt{\dfrac{k}{mr}}$； $-\dfrac{k}{2r}$

48．0733： 12J

49．0744： $\dfrac{1}{50}mgl$

三、计算题

1．0004：解：设质点在 x 处的速度为 v，

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2+6x^2$$ --------------------2 分

$$\int_0^v v\,dv=\int_0^x\left(2+6x^2\right)dx$$ --------------------2 分

$$v=2\left(x+x^3\right)^{1/2}$$ --------------------1 分

2．0037：解：(1) 子弹进入沙土后受力为－ Kv，由牛顿定律：

$$-Kv=m\frac{dv}{dt}$$ --------------------3 分

∴ $$-\frac{K}{m}dt=\frac{dv}{v},\qquad -\int_0^t\frac{K}{m}dt=\int_{v_0}^v\frac{dv}{v}$$ --------------------1 分

∴ $$v=v_0e^{-Kt/m}$$ --------------------1 分

(2) 求最大深度

解法一： $$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\Rightarrow \mathrm{d}x=v_0e^{-Kt/m}\,\mathrm{d}t$$ --------------------2 分

$$\int_0^x\mathrm{d}x=\int_0^t v_0e^{-Kt/m}\,\mathrm{d}t$$； ∴ $$x=(m/K)v_0(1-e^{-Kt/m})$$ ------------------2 分

$$x_{\max}=mv_0/K$$ --------------------1 分

解法二： $$-Kv=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=m(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x})(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})=mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\Rightarrow dx=-\frac{m}{K}\mathrm{d}v$$ -----------3 分

$$\int_0^{x_{\max}}\mathrm{d}x=-\int_{v_0}^0\frac{m}{K}\mathrm{d}v$$， ∴ $$x_{\max}=mv_0/K$$ --------------------2 分

3．0354：解：匀速运动时，$mg = k\upsilon_0^2$ ①-------------------1 分

加速运动时，$mg - k\upsilon^2 = ma$ ②-------------------2 分

由② $a = (mg - k\upsilon^2)/m$ ③

由① $k = mg/\upsilon_0^2$ ④

将④代入③得 $a = g[1-(\upsilon/\upsilon_0)^2] = 3.53$ m/s^2-------------------2 分

4．0028：解：设弹簧原长为 l，劲度系数为 k，由于是弹性力提供了质点作圆周运动的向心力，故有：$\omega m\, r^2 = k\,(r - l)$ -------------------2 分

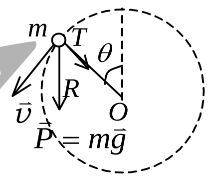
其中 r 为滑块作圆周运动的半径，m 为滑块的质量。由题设，有：$r = f\, l$--------------1 分

因而有 $mfl\omega^2 = kl(f-1)$

又由已知条件，有：$mf_0 l\omega_0^{\ 2} = kl(f_0 - 1)$ -------------------1 分

整理后得 ω 与 f 的函数关系为：$\dfrac{f\omega^2}{f\omega_0^2} = \dfrac{f-1}{f_0-1}$ -------------------1 分

5．0044：解：(1) t 时刻物体受力如图所示，在法向：



$T + mg\cos\theta = m\upsilon^2/R$ -------------------1 分

$\therefore \quad T = (m\upsilon^2/R) - mg\cos\theta$

在切向：$mg\sin\theta = ma_t$ -------------------1 分

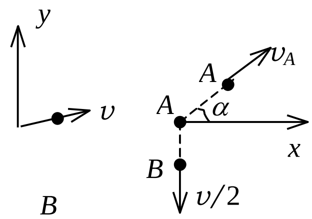
$\therefore \quad a_t = g\sin\theta$ -------------------画受力图 1 分

(2) $a_t = g\sin\theta$，它的数值随 θ 的增加按正弦函数变化。（规定物体由顶点开始转一周又回到顶点，相应 θ 角由 0 连续增加到 2π）------------------1 分

$\pi > \theta > 0$ 时，$a_t > 0$，表示 $\vec{a}_t$ 与 $\vec{\upsilon}$ 同向；

$2\pi > \theta > \pi$ 时，$a_t < 0$，表示 $\vec{a}_t$ 与 $\vec{\upsilon}$ 反向--------------------1 分

6．0730：解：建坐标如图。设球 A、B 的质量分别为 m_A、m_B。由动量守恒定律可得：



x 方向：$m_B\upsilon = m_A\upsilon_A\cos\alpha$ ①----------------2 分

y 分向：$m_A\upsilon_A\sin\alpha - m_B\upsilon/2 = 0$ ②----------2 分

联立解出：α=26° 34′ ----------------1 分

7．0769：解：子弹射入 A 未进入 B 以前，A、B 共同作加速运动。

$F = (m_A + m_B)a$，　　$a = F/(m_A + m_B) = 600$ m/s^2---------------------2 分

B 受到 A 的作用力：　$N = m_B a = 1.8\times10^3$ N　方向向右---------------------2 分

A 在时间 t 内作匀加速运动，t 秒末的速度 $\upsilon_A = at$。当子弹射入 B 时，B 将加速而 A 则以 υ_A 的速度继续向右作匀速直线运动。

$\upsilon_A = at = 6$ m/s------------------------------2 分

取 A、B 和子弹组成的系统为研究对象，系统所受合外力为零，故系统的动量守恒，子弹留在 B 中后有--------------------------------------1 分

$m\upsilon_0 = m_A\upsilon_A + (m + m_B)\upsilon_B$ --------2 分；$\upsilon_B = \dfrac{m\upsilon_0 - m_A\upsilon_A}{m + m_B} = 22$ m/s --------------1 分

8．5009：解：因第一块爆炸后落在其正下方的地面上，说明它的速度方向是沿竖直方向的。

利用 $h=\upsilon_1 t'+\frac{1}{2}gt'^2$，式中 t' 为第一块在爆炸后落到地面的时间。可解得 υ_1＝14.7 m/s，竖直向下。取 y 轴正向向上， 有 υ_{1y}＝－14.7 m/s-----------------2 分

设炮弹到最高点时(υ_y＝0)，经历的时间为 t，则有：$S_1=\upsilon_x t$ ①；$h=\frac{1}{2}gt^2$ ②

由①、②得：t=2 s ， υ_x =500 m/s ------------------------------2 分

以 $\vec{\upsilon}_2$ 表示爆炸后第二块的速度，则爆炸时的动量守恒关系如图所示。

$$\frac{1}{2}mv_{2x}=mv_x \quad ③；\qquad \frac{1}{2}mv_{2y}+\frac{1}{2}mv_{1y}=mv_y=0 \quad ④$$

解出： υ_{2x} =2υ_x =1000 m/s， υ_{2y} =−υ_{1y} =14.7 m/s ------------------------------3 分

再由斜抛公式 $x_2=S_1+\upsilon_{2x}t_2$ ⑤； $y_2=h+\upsilon_{2y}t_2-\frac{1}{2}gt_2^2$ ⑥

落地时 y_2 =0，可得： t_2 =4 s ， t_2＝－1 s（舍去）

故 x_2＝5000 m--3 分

9．0416：解：由 $x=ct^3$ 可求物体的速度：$\upsilon=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=3ct^2$ -------------------------1 分

物体受到的阻力大小为：$f=k\upsilon^2=9kc^2t^4=9kc^{2/3}x^{4/3}$ ------------------------------2 分

力对物体所作的功为：$W=\int \mathrm{d}W=\int_0^l -9kc^{2/3}x^{4/3}\mathrm{d}x=\frac{-27kc^{2/3}l^{7/3}}{7}$ ----------------2 分

10．0422：解：(1)位矢：$\vec{r}=a\cos\omega t\,\vec{i}+b\sin\omega t\,\vec{j}$ (SI)

可写为：$x=a\cos\omega t$ ，$y=b\sin\omega t$

则：$v_x=\frac{dx}{dt}=-a\omega\sin\omega t$ ，$v_y=\frac{dy}{dt}=-b\omega\cos\omega t$

在 A 点(a，0) ，$\cos\omega t=1$，$\sin\omega t=0$，

$$E_{KA}=\frac{1}{2}mv_x^2+\frac{1}{2}mv_y^2=\frac{1}{2}mb^2\omega^2$$ --------------------------2 分

在 B 点(0，b) ，$\cos\omega t=0$，$\sin\omega t=1$

$$E_{KB}=\frac{1}{2}mv_x^2+\frac{1}{2}mv_y^2=\frac{1}{2}ma^2\omega^2$$ --------------------------2 分

(2) $\vec{F}=ma_x\vec{i}+ma_y\vec{j}=-ma\omega^2\cos\omega t\,\vec{i}-mb\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}$ ------------------------2 分

由 A→B，$W_x=\int_a^0 F_x\mathrm{d}x=-\int_a^0 m\omega^2 a\cos\omega t\mathrm{d}x=-\int_a^0 m\omega^2 x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}ma^2\omega^2$ --------------2 分

$W_y=\int_0^b F_y\mathrm{d}y=-\int_0^b m\omega^2 b\sin\omega t\mathrm{d}y=-\int_0^b m\omega^2 y\mathrm{d}y=-\frac{1}{2}mb^2\omega^2$ -------------------2 分

11．0202：解：用动能定理，对物体：$\frac{1}{2}m\upsilon^2-0=\int_0^4 F\mathrm{d}x=\int_0^4 (10+6x^2)\mathrm{d}x$ -------3 分

$=10x+2x^3$ ＝168

解出： v＝m 13/s -----------------------------2 分

12．0452：解：(1) 以炮弹与炮车为系统，以地面为参考系，水平方向动量守恒。设炮车相对于地面的速率为 V_x，则有：$MV_x+m(u\cos\alpha+V_x)=0$ ------------------------------3 分

解得：$V_x=-mu\cos\alpha/(M+m)$ ------------------------------1 分

即炮车向后退

(2) 以 $u(t)$表示发炮过程中任一时刻炮弹相对于炮身的速度，则该瞬时炮车的速度应为：

$V_x(t)=-mu(t)\cos\alpha/(M+m)$ ------------------------------3 分

积分求炮车后退距离：$\Delta x=\int_0^t V_x(t)\,\mathrm{d}t=-m/(M+m)\int_0^t u(t)\cos\alpha\,\mathrm{d}t$ ----------------------2 分

$\Delta x=-ml\cos\alpha/(M+m)$

即向后退了 $ml\cos\alpha/(M+m)$ 的距离------------------------------1 分

13．0201：解：(1) 爆炸过程中，以及爆炸前后，卫星对地心的角动量始终守恒，故应有：

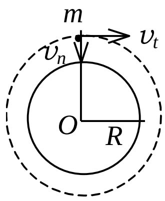
$L=m\upsilon_t r=m\upsilon' r'$ ①----------------------------3 分

其中 r' 是新轨道最低点或最高点处距地心的距离，$\vec{\upsilon}'$ 则是在相应位置的速度，此时 $\vec{\upsilon}'\perp\vec{r}'$

(2) 爆炸后，卫星、地球系统机械能守恒：

$\frac{1}{2}m\upsilon_t^2+\frac{1}{2}m\upsilon_n^2-GMm/r=\frac{1}{2}m\upsilon'^2-GMm/r'$ ②--------------2 分

由牛顿定律：$GMm/r^2=m\upsilon_t^2/r$



∴ $GM=\upsilon_t^2 r$ ③----------------------------1 分

将①式、③式代入②式并化简得：

$(\upsilon_t^2-\upsilon_n^2)r'^2-2\upsilon_t^2 rr'+\upsilon_t^2 r^2=0$ ------------------------2 分

∴ $[(\upsilon_t+\upsilon_n)r'-\upsilon_t r][(\upsilon_t-\upsilon_n)r'-\upsilon_t r]=0$

∴ $r_1'=\frac{\upsilon_t r}{\upsilon_t-\upsilon_n}=$ 7397 km，$r_2'=\frac{\upsilon_t r}{\upsilon_t+\upsilon_n}=$ 7013 km

远地点：$h_1=r_1'-R=997$ km

近地点：$h_2=r_2'-R=613$ km----------------------------2 分

14．0183：解：(1) 释放后，弹簧恢复到原长时 A 将要离开墙壁，设此时 B 的速度为 v_{B0}，由机械能守恒，有：$\frac{1}{2}kx_0^2=3mv_{B0}^2/2$ -------------2 分；得：$v_{B0}=x_0\sqrt{\frac{k}{3m}}$ -------------1 分

A 离开墙壁后，系统在光滑水平面上运动，系统动量守恒，机械能守恒，当弹簧伸长量为 x 时有：

$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_2\upsilon_{B0}$ ①----------------------------2 分

$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_{B0}^2$ ②----------------2 分

当 $v_1 = v_2$ 时，由式①解出：$v_1 = v_2$ $= 3\upsilon_{B0}/4 = \frac{3}{4}x_0\sqrt{\frac{k}{3m}}$ -------------------------1 分

(2) 弹簧有最大伸长量时，A、B 的相对速度为零 $v_1 = v_2 = 3v_{B0}/4$，再由式②解出：

$x_{\max} = \frac{1}{2}x_0$ -----------------------------2 分

15．0209：解：设小物体沿 A 轨下滑至地板时的速度为 v，对小物体与 A 组成的系统，应用机械能守恒定律及沿水平方向动量守恒定律，可有：

$-Mv_A + mv = 0$ ①------------------------------2 分

$mgh_0 = \frac{1}{2}Mv_A^2 + \frac{1}{2}mv^2$ ②----------------------------2 分

由①、②式，解得：$v = \sqrt{2Mgh_0/(M+m)}$ ③-------------------------1 分

当小物体以初速 v 沿 B 轨上升到最大高度 H 时，小物体与 B 有沿水平方向的共同速度 u，根据动量守恒与机械能守恒，有：$mv = (M+m)u$ ④------------------------2 分

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(M+m)u^2 + mgH$ ⑤------------------------------2 分

联立④、⑤，并考虑到式③，可解得：$H = \frac{Mv^2}{2(M+m)g} = (\frac{M}{M+m})^2 h_0$ --------------1 分