04高A期中试卷

一．填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 设 $e^z-1-\sqrt{3}\mathrm{i}=0$，则 z = _______.

2. 改变积分次序 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)\mathrm{d}y+\int_1^2 \mathrm{d}x\int_0^{2-x} f(x,y)\mathrm{d}y$ = _______.

3. 设 L 为圆锥螺线 $x=t\cos t,\ y=t\sin t,\ z=t\ (0\le t\le 1)$，则 $\int_L z\mathrm{d}s$ = ___.

4.由方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$在点(1,0,−1)处的全微分 $\mathrm{d}z$ =____.

5. $u=\ln(\sqrt{x^2-y^2}+z)$ 在点 $M(1,0,2)$沿方向 $\vec{l}$ =_______方向导数取最大值____.

6. $\mathrm{div}[x^2\vec{i}+y\sin(y+2z)\vec{j}+2\vec{k}]\Big|_{(1,0,\frac{\pi}{4})}$ =______.

二．单项选择题(每小题 4 分,共 16 分)

1. 若二元函数 $z=f(x,y)$在点 $P_0(x_0,y_0)$处的两个偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$ 都存在，则[ ].

(A) $f(x,y)$在点 P_0 处连续, (B) $f(x,y_0)$在点 $x=x_0$ 处连续,

(C) $\mathrm{d}z=\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{P_0}\mathrm{d}x+\frac{\partial z}{\partial y}\Big|_{P_0}\mathrm{d}y$, (D) A, B, C 都不对.

2. 曲线 $\begin{cases} z=\frac{x^2+y^2}{4} \\ y=4 \end{cases}$ 在点(2, 4, 5)处的切线与 x 轴的正向所成的角度是[ ].

(A) $\frac{\pi}{2}$, (B) $\frac{\pi}{3}$, (C) $\frac{\pi}{4}$, (D) $\frac{\pi}{6}$.

3. 设函数 $f(x,y)$为连续函数，则 $\int_{-1}^1 \mathrm{d}x\int_0^1 yf(x^2,y^2)\mathrm{d}y$ = [ ].

(A) $2\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^1 yf(x^2,y^2)\mathrm{d}y$, (B) $4\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^x yf(x^2,y^2)\mathrm{d}y$,

(C) $2\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{-y}^y yf(x^2,y^2)\mathrm{d}x$, (D) 0.

4. 圆柱面 $x^2+z^2=a^2$ 被圆柱面 $x^2+y^2=a^2$ 所截部分的面积为[ ].
(A) $8a^2$, (B) $4a^2$, (C) $2a^2$, (D) a^2.

三．(每小题 7 分,共 21 分)

1. 设 $z=xf(xy,e^{xy})$，其中 $f(u,v)$有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

2. 已知解析函数 $f(z)$的虚部 $v(x,y)=2xy-y$，且 $f(0)=0$，求 $f(z)$的表达式，并用 z 表示.

3. 求原点到曲面$(x-y)^2-z^2=1$ 的最短距离.

四. (第 1 题 7 分,其余每小题 8 分, 共 39 分)

1. 计算$\iint\limits_{(\sigma)} \frac{x+y}{x^2+y^2} \mathrm{d}\sigma$，其中$(\sigma)=\{(x, y) \mid x^2+y^2 \le 1, x+y \ge 1\}$.

2. 计算$\iiint\limits_{\Omega} (z+2xy)\mathrm{d}v$，其中$\Omega$为由半椭球面 $x^2+4y^2+z^2=1(z>0)$与锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的区域.

3. 计算$\int\limits_{C} \frac{(x-y)\mathrm{d}x+(x+y)\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$，其中 C 为摆线 $x = t - \sin t - \pi, y = 1 - \cos t$, 从 $t = 0$ 到 $t = \pi$的一段.

4. 设计算$\iint\limits_{\Sigma} \frac{(z^2+4)\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+yz\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中$\Sigma$为半球面$z=\sqrt{9-x^2-y^2}$ 的上侧.

5. 设计算$\oint\limits_{C} (y-z)\mathrm{d}x+(z-x)\mathrm{d}y+(x-y)\mathrm{d}z$,其中 C 是曲线$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x-y+z=2 \end{cases}$，从 z 轴正向往 z 轴负向看去, C 的方向是逆时针方向.