东 南 大 学 考 试 卷 （A卷）

课程名称 高等数学B（下） **考试学期** 12-13-3 **得分** ________

适用专业 选学高数B的各类专业 **考试形式** 闭卷 **考试时间长度** 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

学号________ 姓名________

密……封……线

一、 填空题（本题共9小题，每小题4分，共36分）

1. 曲面 $x^2y+\ln(1+z)-\cos z=1$ 在点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程为________；

2. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nx^n$ 在 $x=2$ 处条件收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}(x-1)^{2n}$ 的收敛半径 $R=$___；

3. 将二次积分 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$ 转化为极坐标系下的二次积分

________________________；

4. 设 L 为由原点 $O(0,0,0)$ 到点 $A(-2,-3,6)$ 的直线段，则曲线积分

$\int_L(x+y+z)^3\mathrm{d}s$ 之值为______；

5. 设圆周 $C:x^2+y^2=1$, 取逆时针方向,则曲线积分 $\oint_C -y\mathrm{d}x+\frac{1}{3}x^3\mathrm{d}y=$____；

6. 已知 $(axe^{x^2}\cos y+y^3)\mathrm{d}x+(bxy^2-e^{x^2}\sin y)\mathrm{d}y$ 为某函数 $u(x,y)$ 的全微分，

则 $a=$____, $b=$____；

7. 向量场 $\mathbf{A}=xy\mathbf{i}+\cos(xy)\mathbf{j}+\cos(xz)\mathbf{k}$ 在点 $M(\frac{\pi}{2},1,1)$ 处的散度 $\mathrm{div}\mathbf{A}|_M=$____；

8. 函数 $u=x^2yz$ 在点 $M_0(1,1,1)$ 处沿方向 $\mathbf{l}=\{2,-2,1\}$ 的方向导数 $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{l}}|_{M_0}=$_____；

9. 过点 $(0,1,2)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$ 垂直相交的直线方程是__________.

二、 计算下列各题（本题共5小题，每小题7分，满分35分）

1. 设方程 $z=\int_{\cos x^2}^{yz}f(t)\mathrm{d}t$ 确定了隐函数 $z=z(x,y)$，其中 f 为连续函数，求 $z=z(x,y)$ 的全微分.

2. 设 $z=\sin(xy)+\varphi(x,\frac{x}{y})$，其中 $\varphi(u,v)$ 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算二重积分 $\iint\limits_{D} \mathrm{e}^{x+y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\{(x,y)|\,|x|+|y|\le 1\}$.

4. 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 是由曲面 $z=x^2+y^2$ 与 $z=2x$ 所围成的区域.

5. 计算积分 $\int_0^3 \mathrm{d}y \int_0^{\sqrt{9-y^2}} \mathrm{d}x \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{18-x^2-y^2}} (x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}z$.

三、（**本题满分8分**）计算第二型曲面积分

$$I=\iint\limits_{\Sigma} x^3\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+2xz^2\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+3y^2(z-1)\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y$$

其中 $\Sigma: z=4-x^2-y^2(0\le z\le 4)$，取下侧.

四、（本题满分7分）计算第二型曲线积分

$$I=\oint_L (y-z)\mathrm{d}x+(z-x)\mathrm{d}y+(x-y)\mathrm{d}z,$$

其中 L 是柱面 $x^2+y^2=a^2$ 与平面 $\frac{x}{a}+\frac{z}{b}=1(a>0,b>0)$ 的交线，若从 z 轴的正向看去，L 取逆时针方向.

五、（本题满分8分）求原点到曲线 $\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+2y+z=1 \end{cases}$ 的最长距离和最短距离.

六、（本题满分6分）设 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{v_n}{u_n}=1$，如果级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，问级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 是否一定收敛？若判断 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 一定收敛，请证明. 若判断 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 不一定收敛，请举例说明.