东 南 大 学 考 试 卷（ A卷）（共 4 页第 1 页）

课程名称　高等数学（B）期末　考试学期　05-06-3　得分

适用专业　选学高数（B）的各专业　考试形式　闭卷　考试时间长度　150分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						

姓名________　学号________

线　封　密

一、 填空题（本题共9小题，每小题4分，满分36分）

1．设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $z=x\mathrm{e}^{yz}$ 确定，则 $\mathrm{d}z=$__________________；

2．曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 在对应于 $t=-1$ 的点处的切线方程是__________________；

3．曲面 $\mathrm{e}^z+z+xy=3$ 在点 $M(2,1,0)$ 处的切平面方程为__________________；

4．交换积分次序 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{x-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y=$__________________；

5．向量场 $\mathbf{A}=3x^2yz^2\mathbf{i}+4xy^2z^2\mathbf{j}+2xyz^3\mathbf{k}$ 在点 $(2,1,1)$ 处的散度 $\mathrm{div}\mathbf{A}=$__________；

6．$\iint\limits_{|x|+|y|\le 1} x\left(x^2+\sin y^2\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$__________；

7．空间区域 Ω 为 $x^2+y^2+z^2\le R^2$，则 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}V$ 的值为__________；

8．已知曲线积分 $\int_L\left(\mathrm{e}^x\cos y+yf(x)\right)\mathrm{d}x+\left(x^3-\mathrm{e}^x\sin y\right)\mathrm{d}y$ 与路径无关，则 $f(x)=$___；

9．已知 $\mathrm{d}z=\left(2xy+3x^2\right)\mathrm{d}x+\left(x^2+3y^2\right)\mathrm{d}y$，则 $z=$__________________。

二．计算下列各题（本题共4小题，每小题8分，满分32分）

10．设 $z=\int_0^{x^2y} f\left(t,\mathrm{e}^t\right)\mathrm{d}t$，其中 f 具有一阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

11．计算二次积分： $\int_0^1 \mathrm{d}x \int_{\sqrt{x}}^1 \mathrm{e}^{\frac{x}{y}} \mathrm{d}y$

12．问通过两直线 $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ 和 $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ 能否决定一平面？若能，则求此平面的方程。

13．设半球体 $\Omega: 0 \le z-2 \le \sqrt{1-x^2-y^2}$ 的密度函数为 $\mu = z$，试求半球体 Ω 的质量。

三.（14）（本题满分 10 分）设三角形的三边长分别为a、b、c，其面积记为S，试求该三角形内一点到三边距离之乘积的最大值。

四.(15)(本题满分 10 分)计算第二型曲线积分$I=\int_L x\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x+y\left(x+\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}y$

，其中L是从点$A(2,1)$沿曲线$y=\sqrt{x-1}$到点$B(1,0)$的一段。

五．（16）（本题满分 6 分） 计算第二型曲面积分：

$$\iint\limits_S \left(yf(x,y,z)+x\right)\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+\left(xf(x,y,z)+y\right)\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+\left(2xyf(x,y,z)+z\right)\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y,$$

其中 S 是曲面 $z=\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)$ 介于平面 $z=2$ 与平面 $z=8$ 之间的部分，取上侧，

$f(x,y,z)$ 为连续函数。

六．(17)（本题满分 6 分） 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，且 $f(x)>0$，$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=A$，

试证：

$$\int_a^b f(x)\mathrm{e}^{f(x)}\mathrm{d}x\int_a^b\frac{1}{f(x)}\mathrm{d}x\ge(b-a)(b-a+A)$$