习 题 课

一、选择题

1．若函数 $f(x,y)$ 在点 $(x_。, y_。)$ 处不连续，则( )

（A） $\lim\limits_{\substack{x\to x_。\\ y\to y_。}} f(x,y)$ 必不存在；（B） $f(x_。, y_。)$ 必不存在；

（C） $f(x,y)$ 在点 $(x_。, y_。)$ 必不可微；（D） $f_x(x_。, y_。)$、 $f_y(x_。, y_。)$ 必不存在。

2．考虑二元函数 $f(x,y)$ 的下面 4 条性质：

①函数 $f(x,y)$ 在点 $(x_。, y_。)$ 处连续；

②函数 $f(x,y)$ 在点 $(x_。, y_。)$ 处两个偏导数连续；

③函数 $f(x,y)$ 在点 $(x_。, y_。)$ 处可微；

④函数 $f(x,y)$ 在点 $(x_。, y_。)$ 处两个偏导数存在。

则下面结论正确的是（ ）

（A）②⇒③⇒①；（B）③⇒②⇒①；（C）③⇒④⇒①； D）③⇒①⇒④。

3．设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^4+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0\ , & x^2+y^2=0\end{cases}$，则在 $(0,\ 0)$ 点处（ ）

（A）连续，偏导数存在；（B）连续，偏导数不存在；

（C）不连续，偏导数存在；（D）不连续，偏导数不存在。

4．设 $u = x^{y^z}$，则 $\left.\dfrac{\partial u}{\partial y}\right|_{(3,2,2)} =$（ ）

（A） $4\ln 3$；（B） $8\ln 3$；（C） $324\ln 3$；（D） $162\ln 3$。

5．若函数 $f(x,y)$ 在区域 D 内具有二阶偏导数：

$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$， 则（ ）

（A）必有 $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$；　　（B） $f(x,y)$ 在 D 内必连续；

（C） $f(x,y)$ 在 D 内必可微；　　（D）以上结论都不对。

6. $\begin{cases} z=\dfrac{x^2+y^2}{4} \\ y=4 \end{cases}$ 在点（ $2,4,5$ ）处的切线与横轴的正向所成的角度是（　　）

（A） $\frac{\pi}{2}$；　（B） $\frac{\pi}{3}$；　（C） $\frac{\pi}{4}$；　（D） $\frac{\pi}{6}$ 。

7．若函数 $f(x,y)$ 在点 $P(x_{\circ},\ y_{\circ})$ 两个偏导数都存在，

则(　　)

（A） $f(x,y)$ 在点 $P(x_{\circ},\ y_{\circ})$ 必连续；

（B） $f(x,y)$ 在点 $P(x_{\circ},\ y_{\circ})$ 必可微；

（C） $\lim\limits_{x\to x_{\circ}} f(x,y_{\circ})$ 与 $\lim\limits_{y\to y_{\circ}} f(x_{\circ},y)$ 必都存在；

（D） $\lim\limits_{\substack{x\to x_{\circ}\\ y\to y_{\circ}}} f(x,y)$

二、填空题

1． $z=\frac{1}{x}f(xy)+y\varphi(x+y)$， f， φ 具有二阶偏导数，

则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$__。

2．设 $z=f(e^x\sin y,x^2+y^2)$，其中 f 具有二阶连续偏导数， 则

$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$__。

3．设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\varphi(x^2-z^2,\ e^z+2y)=0$ 确定，其中 φ 具有连续偏导数，

则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$__， $\frac{\partial z}{\partial y}=$__。

4．设 $f(x, y, z)=xy^2z^3$，其中 $z=z(x,\ y)$ 是由方程 $x^2+y^2+z^2-3xyz=0$ 所确定的隐函数，则 $f_x(1,\ 1,\ 1)=$__。

5．若函数 $z=f(x,y)$ 可微，且 $f(x,x^2)=1$， $f_x(x,x^2)=x$，则当 $x\neq 0$ 时，

$f_y(x,x^2)=$__。

6．函数 $u=(x-y)^2+(z-x)^2-2(y-z)^2$ 在点 $M(1,2,2)$ 处方向导数的最大值为__。

三、解答题

1．设 $f(x,y)$ 具有连续的偏导数，且 $f(1,1)=1$， $f_x(1,1)=a$， $f_y(1,1)=b$。令

$\varphi(x)=f(x,f(x,f(x,x)))$，求 $\varphi(1)$， $\varphi'(1)$。

2．设函数 $u=f(x,y,z)$ 具有连续偏导数，且 $z=z(x,y)$ 由方程 $xe^x-ye^y=ze^z$ 所确定，求 du。

3．设变换 $\begin{cases} u=x-2y \\ v=x+ay \end{cases}$，可把方程 $6\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 化简为 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$ (其中 z 有二阶连续偏导数)，求常数 a。

4. 设函数 $u=u(x)$ 由方程组 $\begin{cases} u=f(x,y) \\ g(x,y,z)=0 \\ h(x,z)=0 \end{cases}$ 确定，其中 f，g，h 可微，且 $\dfrac{\partial h}{\partial z}\neq 0,\dfrac{\partial g}{\partial y}\neq 0$，求 $\dfrac{du}{dx}$。

5.设 $z=z(x,y)=\int_0^1 f(t)\ \left| xy-t \right|\ dt$，$f\in C_{[0,\ 1]}$，

$0\le x,\ \ y\le 1$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$