

习 题 课

二、选择题

1. 设 C 是圆周 $x^2 + y^2 = 2x$, 则 $\int_C x ds = ()$ 。
(A) 0; (B) 1; (C) π ; (D) 2π 。
2. 设 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (z \geq 0)$, Σ_1 为 Σ 在第一卦限的部分, 则有 ()
(A) $\iint_{\Sigma} x dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$; (B) $\iint_{\Sigma} y dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$;
(C) $\iint_{\Sigma} z dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$; (D) $\iint_{\Sigma} xyz dS = 4 \iint_{\Sigma_1} xyz dS$ 。
3. 圆柱面 $x^2 + z^2 = a^2$ 被圆柱面 $x^2 + y^2 = a^2$ 所截部分的面积为 ()。
(A) $8a^2$, (B) $4a^2$, (C) $2a^2$, (D) a^2 。

二、填空题

1. 设 $I = \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^0 dy \int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} f(x, y, z) dz$, 则
在柱面坐标系下的三次积分为_____;
在球面坐标系下的三次积分为_____。
2. 质量均匀分布的球体 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ 对 z 轴的转动惯量为_____。
3. 设曲面 Σ 为 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, 则 $\oiint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dS =$ _____。
4. 设 L 为圆锥螺线 $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$ ($0 \leq t \leq 1$), 则 $\int_L z ds =$ _____。

三、解答题

1. 求曲面 $z = 1 - x^2 - y^2$, $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ 所围成的立体的体积。

2. 计算三重积分 $I = \iiint_{\Omega} (x + 2yz + z^2) dV$, 其中 Ω 是由曲线 $\begin{cases} y^2 + z^2 = 2z \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋

转一周所生成的曲面所围成的区域。

3. 计算 $\iiint_{\Omega} (z + 2xy) dV$, 其中 Ω 为由半椭球面 $x^2 + 4y^2 + z^2 = 1 (z > 0)$ 与锥面

$z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围成的区域。

4. Σ 是椭球面 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + z^2 = 1$ 的上半部分, 点 $M(x, y, z) \in S$, π 为 Σ 在点 M 处

的切平面, $\rho(x, y, z)$ 为点 $(0, 0, 0)$ 到平面 π 的距离, 求 $\iint_{\Sigma} \frac{z}{\rho(x, y, z)} dS$ 。

三、应用题

1. 计算球面上的三角形 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (x > 0, y > 0, z > 0)$ 的边界曲线的形心坐标。

2. 球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2Rz$ 内, 各点处的密度等于该点到原点距离的平方, 试求这球体的质心。