

高等数学 (A) 课堂测试

一. 填空题

1. 曲线 $\begin{cases} xyz=1 \\ x=y^2 \end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程为_____;
2. 方程 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 所确定的函数 $z = z(x, y)$ 在点 $(1,0,-1)$ 处的全微分为_____;

二. 单项选择题

3. 设 $f(z) = 2xy - ix^2$, 那么 []
- (A) $f(z)$ 在原点解析 (B) $f(z)$ 在复平面上处处不可导
- (C) $f(z)$ 仅在原点可导 (D) $f(z)$ 仅在实轴上可导
4. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 点处 []
- (A) 连续且偏导数存在 (B) 连续但偏导数不存在
- (C) 不连续但偏导数存在 (D) 不连续且偏导数不存在

三. 计算下列各题

5. 设 $f(x, y), g(x, y)$ 有连续的二阶偏导数, 令 $\varphi(x) = f(x, g(x, x^2))$, 求 $\frac{d^2 \varphi}{dx^2}$.
6. 求函数 $u = z^2 \sqrt{x^2 + 2y^2}$ 在点 $M_0 \left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$ 处沿曲面 $\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{2} = 1$ 在该点的外法线方向上的方向导数.
7. 已知解析函数 $f(z)$ 的虚部 $v(x, y) = 2xy + e^{-y} \sin x$, 求实部 $u(x, y)$ 及解析函数 $f(z)$ 和 $f'(i)$.
8. 在平面 $3x - 2z = 0$ 上求一点, 使它与点 $A(1,1,1)$ 及点 $B(2,3,4)$ 的距离平方之和为最小.