

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 高等数学 B 期末 考试学期 09-10-3 得分 _____
 适用专业 选修高数 B 的各专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一. 填空题 (本题共 9 小题, 每小题 4 分, 满分 36 分)

1. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n}$ 的收敛域为 _____;

2. 球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切平面方程为 _____;

3. 已知两条直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{m}$ 与 $x = y = 3z$ 相交, $m =$ _____;

4. 交换积分次序 $\int_0^1 dx \int_{x-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy =$ _____;

5. 将 $\int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} f(x^2 + y^2 + z^2) dz$ (其中 $f(t)$ 为连续函数) 写成球面坐标系下的三次积分 _____;

6 设 L 为由点 $A(2, 1, 2)$ 到原点 $O(0, 0, 0)$ 的直线段, 则曲线积分 $\int_L (x + y + z)^2 ds$ 之值为 _____

7. 已知 $(axy^3 - y^2 \cos x)dx + (1 + by \sin x + 3x^2 y^2)dy$ 为某个二元函数 $f(x, y)$ 的全微分, 则 $a =$ _____, $b =$ _____;

8. 设 $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$, $r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 则散度 $\text{div}(\mathbf{e}^r \mathbf{r}) =$ _____;

9. 设 Σ 是锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$) 下侧, 则

$$\iint_{\Sigma} 3x dy \wedge dz + 2y dz \wedge dx + (z-1) dx \wedge dy = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二. 计算下列各题 (本题共 4 小题, 每小题 7 分, 满分 28 分)

10. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $ze^z = xe^y + ye^x$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

11. 计算二重积分 $\iint_D y dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 2, x^2 + y^2 \leq 2y\}$.

12. 计算 $\int_0^{\sqrt{2}} e^{-y^2} dy \int_0^y e^{-x^2} dx + \int_{\sqrt{2}}^2 e^{-y^2} dy \int_0^{\sqrt{4-y^2}} e^{-x^2} dx$.

13. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} e^y dx dy dz$, 其中 Ω 由曲面 $x^2 - y^2 + z^2 = 1, y = 0, y = 2$ 所围成.

三 (14). (本题满分 7 分) 求由抛物面 $x^2 + y^2 = 2z$ 与平面 $z = 1, z = 2$ 所围成的密度均匀 (密度 $\mu = 1$) 的立体对 z 轴的转动惯量.

四 (15). (本题满分 7 分) 计算第二型曲面积分 $\iint_S x^2 dy \wedge dz + y^2 dz \wedge dx + z^2 dx \wedge dy$, 其中 S 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 在第二卦限部分的外侧.

五 (16) (本题满分 7 分) 计算 $\oint_C \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{x^2 + y^2}$, 其中 C 为 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$, 方向为逆时针.

六 (17) (本题满分 7 分) 将函数 $f(x) = \frac{3x}{x^2 + x - 2}$ 展开为 $x - 2$ 的幂级数, 并指明收敛域.

七 (18) (本题满分 8 分) 计算由柱面 $x^2 + y^2 = 2x$ 、锥面 $2z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及 xOy 平面所围立体的表面积.