

东南大学学生会

Students' Union of Southeast University

06-07-3 高等数学 A 期中试卷吧

一. 填空题 (本题共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

1. 曲线 $\begin{cases} xyz = 1 \\ x = y^2 \end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程为 _____;
2. 方程 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 所确定的函数 $z = z(x, y)$ 在点 $(1,0,-1)$ 处的全微分为 _____;
3. 交换二次积分的积分次序 $\int_{-1}^0 dy \int_{1-y}^2 f(x, y) dx =$ _____;
4. 设曲线 $C: x = \cos t, y = \sin t, z = \sqrt{3}, 0 \leq t \leq \pi$, 则 $\int_C \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} ds =$ _____;
5. 设曲面 $\Sigma: |x| + |y| + |z| = 1$, 则 $\iiint_{\Sigma} (x + |y|) dS =$ _____.

二. 单项选择题 (本题共 4 小题, 每小题 4 分, 满分 16 分)

6. 设 $f(z) = 2xy - ix^2$, 那么 []
- (A) $f(z)$ 在原点解析 (B) $f(z)$ 在复平面上处处不可导
- (C) $f(z)$ 仅在原点可导 (D) $f(z)$ 仅在实轴上可导
7. 二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{\cos \varphi} f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) \rho d\rho$ 可以写成 []
- (A) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$ (B) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$
- (C) $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$ (D) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$
8. 设 Ω 由 $3x^2 + y^2 = z, z = 1 - x^2$ 所围成, 则 $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv =$ []
- (A) $4 \int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_0^{\sqrt{1-4x^2}} dy \int_{3x^2+y^2}^{1-x^2} f(x, y, z) dz$ (B) $2 \int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_{-\sqrt{1-4x^2}}^{\sqrt{1-4x^2}} dy \int_{3x^2+y^2}^{1-x^2} f(x, y, z) dz$
- (C) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{-\sqrt{1-4x^2}}^{\sqrt{1-4x^2}} dy \int_{3x^2+y^2}^{1-x^2} f(x, y, z) dz$ (D) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{-\sqrt{1-4x^2}}^{\sqrt{1-4x^2}} dy \int_{1-x^2}^{3x^2+y^2} f(x, y, z) dz$

(第 2 页)

东南大学学生会

Students' Union of Southeast University

9. 函数 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2y}{x^4+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点处 []

(A) 连续且偏导数存在

(B) 连续但偏导数不存在

(C) 不连续但偏导数存在

(D) 不连续且偏导数不存在

三. 计算下列各题(本题共 5 小题, 每小题 8 分, 满分 40 分)

10. 设 $f(x,y), g(x,y)$ 有连续的二阶偏导数, 令 $\varphi(x) = f(x, g(x, x^2))$, 求 $\frac{d^2\varphi}{dx^2}$.

11. 求函数 $u = z^2 \sqrt{x^2 + 2y^2}$ 在点 $M_0\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$ 处沿曲面 $\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{2} = 1$ 在该点的外法线方向上的方向导数.

12. 已知解析函数 $f(z)$ 的虚部 $v(x,y) = 2xy + e^{-y} \sin x$, 求实部 $u(x,y)$ 及 (第 3 页)

解析函数 $f(z)$ 和 $f'(i)$.

13. 计算 $\iiint_{\Omega} z dv$, 其中 $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid z \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z\}$.

14. 计算 $\int_L (x^2 + y^2) dx + 2xy dy$, 其中 L 是由极坐标方程 $\rho = 2 - \sin \varphi$ 所表示的曲线上从 $\varphi = 0$ 到 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 的一段弧.

四 (15). (本题满分 9 分) 在平面 $3x - 2z = 0$ 上求一点, 使它与点 $A(1,1,1)$ 及 (第 4 页)
点 $B(2,3,4)$ 的距离平方之和为最小.

五 (16). (本题满分 9 分) 设在 xoy 平面上有薄板 $a^2 \leq x^2 + y^2 \leq a(\sqrt{x^2 + y^2} + x)$ (其中常数 $a > 0$), 其面密度为 $\mu = \frac{|y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, 求此薄板的质心坐标.

六 (17). (本题满分 6 分) 设函数 $z = f(x,y)$ 具有二阶连续偏导数, 且 $f_y \neq 0$, 证明:

对任意常数 C , $f(x,y) = C$ 为一直线的充分必要条件是

$$(f_y)^2 f_{xx} - 2f_x f_y f_{xy} + f_{yy} (f_x)^2 = 0$$