习 题 课

一、选择题

1．设函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,\ 0)$ 附近有定义，且 $f_x(0,0)=3$，$f_y(0,0)=1$，则（　　）

（A）$dz\big|_{(0,0)}=3dx+dy$；

（B）曲面 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的法向量为 $\{3,1,1\}$；

（C）曲线 $\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的切向量为 $\{1,0,3\}$；

（D）曲线 $\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的切向量为 $\{3,0,1\}$。

2．曲面 $2xy+4z-e^z=3$ 在点 $(1,2,0)$ 处的法线与直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ 的夹角（　）

（A）$\dfrac{\pi}{4}$；　（B）$\dfrac{\pi}{3}$；　（C）$\dfrac{\pi}{2}$；　（D）0.

3．函数 $z=x^3+y^3-3x^2-3y^2$ 的极小值点是（　）

（A）（0，0）；　　（B）（2，2）；

（C）（0，2）；　　（D）（2，0）。

4. 若函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个邻域内连续，且满足 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)}{x^2+1-x\sin y-\cos^2 y}=-3$

则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$（　）

（A）取极大值；　　（B）取极小值；

（C）无极值；　　（D）是否取极值不确定。

二、填空题

1．曲面 $z-e^z+2xy=3$ 点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程为______________。

2．曲线 $C:\begin{cases} 2x^2+3y^2+z^2=9 \\ z^2=3x^2+y^2 \end{cases}$ 在点 $P(1,-1,2)$ 处的切线方程为________________

法平面方程为______________________。

3．设 $u=xy^2z^3$，则 u 在点 $A(2,-1,1)$ 沿方向_______________增加最快；u 在点 $A(2,-1,1)$ 沿 $\vec{l}=\{2,1,-2\}$ 的方向导数为______。

三、解答题

1．求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2-3x=0 \\ 2x-3y+5z-4=0 \end{cases}$ 在点 $P(1,1,1)$ 的切线方程。

2．求曲面 $z=x^2+y^2$ 的与直线 $\begin{cases} x+2z=1 \\ y+2z=2 \end{cases}$ 垂直的切平面方程。

3. 设点 $P(x_\circ,y_\circ,z_\circ)$ 是球面 Σ: $x^2+y^2+z^2=1$ 上的一点，$\vec{n}$ 为 Σ 在点 P 的外侧法向量，

（1）求函数 $z=x+y+z$ 在点 P 处沿方向 $\vec{n}$ 的方向导数；

（2）当 $x_\circ,y_\circ,z_\circ$ 为何值时，此方向导数取最大值。

4. 证明曲 面 $z=x\quad f(\frac{y}{x})$ 上任何一点处的切平面通过一定点。

5. 过曲线 $9x^2+4y^2=72$ 在第一象限部分中哪一点作的切线与原曲线及坐标轴之间所围成的图形面积最小？

6. 求中心在原点的椭圆 $5x^2+4xy+8y^2=1$ 的长半轴与短半轴的长度。

7.求椭球面 $\frac{x^2}{2}+y^2+\frac{z^2}{4}=1$ 与平面 $2x+2y+z+5=0$ 之间最短距离。

8.（1）求 $f(x,y,z)=\ln x+\ln y+3\ln z$ 在球面 $x^2+y^2+z^2=5r^2(r>0)$ 上的最大值，

（2）证明对任何正数 a,b,c，有 $abc^3\le 27(\frac{a+b+c}{5})^5$。

9.　求函数 $f(x,y)=x^2+2y^2-x^2y^2$ 在区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 4, y\ge 0\}$ 上的最大值和最小值。(2007年考研题)