附录四 05～07 级高等数学（B）（下册）试卷

2005 级高等数学（B）（下）期中试卷

一、 填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 设 $a=\{1,4,5\},b=\{1,1,2\}$，若 $(a+\lambda b)\perp(a-\lambda b)$，则 $\lambda=$________ 。

2. 函数 $u=\ln(x^2+y^2+z^2)$ 在点 $M(1,2,-2)$ 处的方向导数的最大值是__________ 。

3. 曲线 $\begin{cases} x^2+3z^2=9 \\ y=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为______________ 。

4. 曲线 $\begin{cases} x^2+4y^2-z^2=16 \\ 4x^2+y^2+z^2=4 \end{cases}$ 在 xOy 平面上的投影曲线的方程为________________。

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^{2n}}{n4^n}$ 的收敛域为_________。

二. 选择题（本题共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

6. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1-\cos\frac{\lambda}{n}\right)$ （常数 $\lambda>0$） [ ]

（A）绝对收敛 （B）条件收敛

（C）发散 （D）敛散性与 λ 的取值有关

7. 已知两直线 $L_1:\frac{x-4}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+2}{5}$ 和 $L_2:\frac{x+1}{-3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{4}$，则 L_1 与 L_2 [ ]

（A）相交 （B）异面 （C）平行但不重合 （D）重合

8. 设二元函数 $z=(x,y)$ 在点 (x,y) 处可微，下列结论不正确的是 [ ]

（A） $f(x,y)$ 在点 (x,y) 连续 （B） $f(x,y)$ 在点 (x,y) 的某邻域内有界

（C） $f(x,y)$ 在点 (x,y) 处两个偏导数 $f_x(x,y),\ f_y(x,y)$ 都存在

（D） $f(x,y)$ 在点 (x,y) 处两个偏导数 $f_x(x,y),\ f_y(x,y)$ 都连续.

9. 设函数 $f(x)=x^2,\ 0\le x<1$，而 $S(x)=\sum_{n=1}^{+\infty}b_n\sin n\pi x,\ -\infty<x<+\infty$，其中

$b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x\,\mathrm{d}x,(n=1,2,\cdots)$，则 $S\left(-\frac{1}{2}\right)=$ [ ]

(A) $-\dfrac{1}{2}$　　(B) $-\dfrac{1}{4}$　　(C) $\dfrac{1}{4}$　　(D) $\dfrac{1}{2}$

三. 计算下列各题（本题共 5 小题，每小题 7 分，满分 35 分）

10. 求点 $A(4,1,-2)$ 到直线 $\begin{cases} x-y+z+5=0 \\ 2x+z-4=0 \end{cases}$ 的距离。

11. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{q^n n!}{n^n}\quad(q>0)$ 的敛散性。

12. 求 $\sum_{n=1}^{+\infty}\dfrac{n^2+1}{n}x^n$ 的收敛域及和函数。

13. 将 $f(x)=\dfrac{12-5x}{6-5x-x^2}$ 展成 x 的幂级数。

14. 设 $z=f\left(x\sin y,\dfrac{x}{y}\right)$，$f$ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial y},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

四.（本题满分 7 分） 试证直线 $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$ 和直线 $\dfrac{x-8}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-6}{2}$ 相交，并写出由此两直线决定的平面方程。

五．（本题满分 8 分） 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $z^5-xz^4+yz^3=1$ 所确定的隐函数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\Big|_{(0,0)}$。

六.（本题满分 7 分） 设正数列 $\{a_n\}$ 单调递减，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 发散，判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right)$ 是否收敛？并给出证明。

七.（本题满分 7 分） 已知 $f_n(x)$ 满足 $f_n'(x)=f_n(x)+x^{n-1}\mathrm{e}^x$（$n$ 为正整数），且 $f_n(1)=\dfrac{\mathrm{e}}{n}$，求函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}f_n(x)$ 的和函数。

2006 级高等数学（B）（下）期中试卷

一 .填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1．设 $\mathbf{a}=\mathbf{m}+\mathbf{n}$，$\mathbf{b}=\mathbf{m}-2\mathbf{n}$，$|\mathbf{m}|=3$，$|\mathbf{n}|=2$，$(\mathbf{m},\mathbf{n})=\dfrac{\pi}{3}$，则以 $\mathbf{a}$，$\mathbf{b}$ 为边的三角形的面积为_________；

2．幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处条件收敛，幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}na_n(x-1)^{n-1}$ 的收敛半径

$R=$____ ；

3．曲线$\begin{cases}5x^2-2y=4\\ z=0\end{cases}$绕 y 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为______________ ；

4．设空间两直线$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$与$x+1=y-1=z-7$相交，则$\lambda=$__________；

5．幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{\ln(n+1)}x^n$的收敛域为_________.

二．选择题（本题共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

6．下列反常积分中收敛的是 [ ]

（A） $\int_2^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x\ln x}$ （B） $\int_0^1\frac{\arctan x}{x^{\frac{5}{2}}}\mathrm{d}x$ （C） $\int_1^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt[3]{x^2+1}}$ （D） $\int_1^2\frac{\mathrm{d}x}{\ln x}$.

7．级数$\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(n\pi+\frac{k\pi}{n}\right)\quad(k\neq 0)$ [ ]

（A） 发散 （B）条件收敛 （C）绝对收敛 （D）敛散性与有关.

8．设$f(x)=\begin{cases}x, & 0\le x\le\frac{1}{2}\\ 2-2x, & \frac{1}{2}<x<1\end{cases}$，$S(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\pi x$，$-\infty<x<+\infty$，其中

$a_n=2\int_0^1 f(x)\cos n\pi x\mathrm{d}x\ (n=0,1,2,\cdots)$，则$S\left(-\frac{5}{2}\right)=$ [ ]

(A) $\frac{1}{2}$ （B） $-\frac{1}{2}$ （C） $\frac{3}{4}$ （D） $-\frac{3}{4}$

9．函数$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^4+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0\ , & x^2+y^2=0\end{cases}$在$(0,\ 0)$点处 [ ]

（A）连续且偏导数存在 （B）连续但偏导数不存在

（C）不连续但偏导数存在 （D）不连续且偏导数不存在

三．计算下列各题（本题共 5 小题，每小题 8 分，满分 40 分）

10．求过点$A(-1,2,3)$，垂直于直线$L:\begin{cases}5x-2y-2=0\\ 3x-z+2=0\end{cases}$且平行于平面

$\Pi:7x+8y+9z+10=0$的直线方程.

11．设平面Π经过原点及点$A(6,-3,2)$，且与平面$\Pi_1:4x-y+2z=8$垂直，求Π的方程.

12．设 $f(x,y),g(x,y)$ 有连续的二阶偏导数，令 $\varphi(x)=f(x,g(x,x^2))$，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2}$．

13．将 $f\left(x\right)=\dfrac{3x-2}{x^2-2x}$ 展成 $x-1$ 的幂级数，并写出收敛域.

14．求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{1+x^{2n}}$ 的收敛域.

四（15）.（本题满分 8 分）将 $f(x)=\dfrac{\pi-x}{2}\,(0\le x\le\pi)$ 展成正弦级数.

五（16）.（本题满分 8 分）求数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n(2n-1)}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ 的和.

六.（17）（本题满分 8 分）设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{a}-\sqrt{1+\dfrac{1}{n}}\right)$，其中常数 $a>0$，且 $a\ne1$，讨论当 a 满足什么条件时，该级数收敛；当 a 满足什么条件时，该级数发散？

2007 级高等数学（B）（下）期中试卷

一.单项选择题(本题共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分)

1. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\left(1+\dfrac{a}{\sqrt{n^3}}\right)$ （常数 $a>0$） [　　]

(A) 绝对收敛　　(B) 条件收敛　　(C) 发散　　(D) 敛散性与 a 的取值有关

2．下列反常积分发散的是 [　　]

(A) $\int_1^{+\infty}\dfrac{\sqrt{x}\arctan x}{1+x^3}\mathrm{d}x$　(B) $\int_1^{2}\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\mathrm{d}x$　(C) $\int_2^{3}\dfrac{1}{\ln(x-1)}\mathrm{d}x$　(D) $\int_1^{+\infty}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x^3}}\mathrm{d}x$

3．已知直线 $L_1:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{5}$ 与 $L_2:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{4}$，则 L_1 与 L_2 [　　]

(A)相交　　(B) 异面　　(C) 平行但不重合　　(D) 重合

4．设函数 $f(x)=\begin{cases}1+x^2, & 0\le x<1\\ 0, & -1\le x<0\end{cases}$，$S(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\pi x+b_n\sin n\pi x)$，

$-\infty<x<+\infty$，其中 $a_n=\int_{-1}^{1}f(x)\cos n\pi x\mathrm{d}x\ (n=0,1,2,\cdots)$，

$b_n=\int_{-1}^{1}f(x)\sin n\pi x\mathrm{d}x\ (n=1,2,\cdots)$，则 $S\left(3\right)=$ [　　]

(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) 0　　(D) 2

二．填空题(本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分)

5．若 $2\mathbf{a}-3\mathbf{b}$ 垂直于 $\mathbf{a}+\mathbf{b}$，且 $|\mathbf{a}|=\sqrt{2}|\mathbf{b}|$，则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为__________；

6．曲线 $\begin{cases}2x^2+3y^2=4\\z=0\end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周所成的曲面方程是______________________；

7．曲线 $\begin{cases}2x^2+3y^2+z^2=5\\x^2-y^2-2z^2=0\end{cases}$ 在 yOz 面上的投影曲线方程是______________________；

8．设幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=4$ 处条件收敛，则该幂级数的收敛半径为__________；

9.幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2n+1}(x-2)^{2n+1}$ 的收敛域为____________.

三．计算下列各题(本题共 4 小题，每小题 10 分，满分 40 分)

10．求过点 $(1,2,1)$ 且与直线 $\begin{cases}x+2y-z+1=0\\x-y+z-1=0\end{cases}$ 及直线 $\dfrac{x}{0}=\dfrac{y+2}{-1}=-z$ 都平行的平面方程.

11．求过点 $(-4,6,-2)$，与平面 $6x-2y-3z+1=0$ 平行，且与直线 $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-5}$ 相交的直线方程.

12．将函数 $f(x)=\ln\left(2x^2+x-3\right)$ 展开为 $x-3$ 的幂级数，并求收敛域.

13．求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}nx^{2n}$ 的和函数，并指明收敛域.

四（14）.（本题满分 8 分）求母线平行于向量 $\mathbf{j}+\mathbf{k}$，准线为 $\begin{cases}4x^2-y^2=1\\z=1\end{cases}$ 的柱面方程.

五（15）。（本题满分 8 分）判断级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\int_n^{n+1}\mathrm{e}^{-\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ 的敛散性.

六（16）.（本题满分 8 分）将函数 $f(x)=\dfrac{\pi-2x}{4}\ (0\le x\le\pi)$ 展开成正弦级数，并求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ 的和.

2005 级高等数学（B）（下）期末试卷

一．填空题（本题共 9 小题，每小题 4 分，满分 36 分）

1. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $z=x\mathrm{e}^{yz}$ 确定，则 $\mathrm{d}z=$__________________。

2. 曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 在对应于 $t=-1$ 的点处的切线方程是__________________。

3. 曲面 $\mathrm{e}^z+z+xy=3$ 在点 $M(2,1,0)$ 处的切平面方程为______________________。

4. 交换积分次序 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{x-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y=$______________________________________。

5. 向量场 $\mathbf{A}=3x^2yz^2\mathbf{i}+4xy^2z^2\mathbf{j}+2xyz^3\mathbf{k}$ 在点 $(2,1,1)$ 处的散度 $\mathrm{div}\mathbf{A}=$___________。

6. $\iint\limits_{|x|+|y|\le 1} x\left(x^2+\sin y^2\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$____________。

7. 空间区域 Ω 为 $x^2+y^2+z^2\le R^2$，则 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\mathrm{d}V$ 的值为________。

8. 已知曲线积分 $\int\limits_L\left(\mathrm{e}^x\cos y+yf(x)\right)\mathrm{d}x+\left(x^3-\mathrm{e}^x\sin y\right)\mathrm{d}y$ 与路径无关，则 $f(x)=$___。

9. 已知 $\mathrm{d}z=\left(2xy+3x^2\right)\mathrm{d}x+\left(x^2+3y^2\right)\mathrm{d}y$，则 $z=$________________________。

二. 计算下列各题（本题共 4 小题，每小题 8 分，满分 32 分）

10. 设 $z=\int_0^{x^2y} f\left(t,\mathrm{e}^t\right)\mathrm{d}t$，其中 f 具有一阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

11. 计算二次积分：$\int_0^1\mathrm{d}x\int_{\sqrt{x}}^1 \mathrm{e}^{\frac{x}{y}}\mathrm{d}y$

12. 问通过两直线 $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ 和 $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ 能否决定一平面？若能，则求此平面的方程。

13. 设半球体 $\Omega: 0\le z-2\le\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的密度函数为 $\mu=z$，试求半球体 Ω 的质量。

三.（14）（本题满分 10 分）设三角形的三边长分别为 a、b、c，其面积记为 S，试求该三角形内一点到三边距离之乘积的最大值。

四.（15）（本题满分 10 分）计算第二型曲线积分 $I=\int\limits_L x\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x+y\left(x+\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}y$，其中 L 是从点 $A(2,1)$ 沿曲线 $y=\sqrt{x-1}$ 到点 $B(1,0)$ 的一段。

五.（16）（本题满分 6 分）计算第二型曲面积分：

$$\iint\limits_S\left(yf(x,y,z)+x\right)\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+\left(xf(x,y,z)+y\right)\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+\left(2xyf(x,y,z)+z\right)\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y,$$

其中 S 是曲面 $z=\dfrac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)$ 介于平面 $z=2$ 与平面 $z=8$ 之间的部分，取上侧，$f(x,y,z)$ 为连续函数。

六.（17）（本题满分 6 分）设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，且 $f(x)>0$，$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = A$，

试证：
$$\int_a^b f(x)\mathrm{e}^{f(x)}\mathrm{d}x\int_a^b \frac{1}{f(x)}\mathrm{d}x \ge (b-a)(b-a+A)$$

2006 级高等数学（B）（下）期末试卷

一。填空题(本题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分)

1．已知曲面 $z=xy$ 上一点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 处的法线垂直于平面 $x+3y+z+9=0$，则 $x_0=$_____，$y_0=$_____，$z_0=$_____；

2．已知三角形 ΔABC 的顶点坐标为 $A(0,-1,2), B(3,4,5), C(6,7,8)$，则 ΔABC 的面积为________；

3．曲线 $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ y^2+z^2=25 \end{cases}$ 在点 $(1,3,4)$ 处的法平面为 Π，则原点到 Π 的距离为__________

4．函数 $u=xyz^2$ 在点 $(1,1,1)$ 处沿方向 $\mathbf{e}=\mathbf{i}+\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ 的方向导数等于__________；

5．交换积分次序 $\int_{-1}^{1}\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x,y)\mathrm{d}y=$______________________________；

6．设 $\mathbf{r}=\{x,y,z\}, r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，则 $\operatorname{div}\dfrac{\mathbf{r}}{r^3}=$______；

7．设正向闭曲线 C：$|x|+|y|=1$，则曲线积分 $\oint_C x^2y\mathrm{d}x+xy^2\mathrm{d}y=$_______；

8．设 $f(x)=\mathrm{e}^{x^2}$，则 $f^{(2n)}(0)=$__________；

9．设 $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi<x\le 0 \\ 1+x, & 0<x\le\pi \end{cases}$，则其以 2π 为周期的 Fourier 级数的和函数 $S(x)$ 在点 $x=3\pi$ 处收敛于___________；

10．使二重积分 $\iint_D\left(4-4x^2-y^2\right)\mathrm{d}\sigma$ 达到最大的平面闭区域 D 为________________.

二．(本题共 2 小题，每小题 9 分，满分 18 分)

11．计算二重积分 $\iint_D\left(x^2+y^2-y\right)\mathrm{d}\sigma$，其中 D 为由 $y=x, y=\dfrac{1}{2}x$ 及 $y=2$ 围成的区域.

12．计算三重积分 $\iiint_\Omega \dfrac{\mathrm{e}^z}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}v$，其中 Ω 是 yoz 平面上的直线 $z=2y-1, y=\dfrac{1}{3}$ 以及

$z=1$ 围成的平面有界区域绕 z 轴旋转一周得到的空间区域.

三．(本题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

13．计算曲线积分 $\int_L z\mathrm{d}s$，其中 L 为圆锥螺线 $x=t\cos t, y=t\sin t, z=t \quad (0\le t\le 2\pi)$.

14．求全微分方程 $(\cos x+2xy+1)\mathrm{d}x+(x^2-y^2+3)\mathrm{d}y=0$ 的通解.

四．(15)(本题满分 9 分) 求函数 $f(x,y)=xy$ 在圆周 $(x-1)^2+y^2=1$ 上的最大值和最小值.

五．(16)(本题满分 10 分) 已知流体的流速函数 $\mathbf{v}(x,y,z)=\left\{y^3-z^3, z^3-x^3, 2z^3\right\}$，求该流体流过由上半球面 $z=1+\sqrt{1-x^2-y^2}$ 与锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围立体表面的外侧的流量.

六．(17)(本题满分 9 分) 计算曲线积分 $\int_\Gamma \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x+y\left(xy+\ln\left(x+\sqrt{x^2+y^2}\right)\right)\mathrm{d}y$，

其中 Γ 是曲线 $y=\sqrt{x}+1$ 上从点 $A(1,2)$ 到点 $C(0,1)$ 的部分.

七．(18)(本题满分 8 分) 设函数 $f\in C([0,1])$，且 $0\le f(x)<1$，利用二重积分证明不等式：

$$\int_0^1 \frac{f(x)}{1-f(x)}\mathrm{d}x \ge \frac{\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x}{1-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x}$$

2007 级高等数学（B）（下）期末试卷

一．填空题(本题共 9 小题，每小题 4 分，满分 36 分)

1. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n\cdot 3^n}$ 的收敛域为____________；

2．设 $z=y^2+f(x^2-y^2)$，其中 $f(u)$ 可微， 则 $y\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y}=$____________；

3．曲线 $\begin{cases} x+y+z=4 \\ z=x^2+y^2 \end{cases}$ 在点 $(1,1,2)$ 处的切线的方向向量为____________；

4．设 C 为曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4z \\ z=1 \end{cases}$，则曲线积分 $\oint_C (x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}s=$____________；

5．交换二次积分的次序 $\int_0^2 \mathrm{d}x\int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x,y)\mathrm{d}y=$ ____________；

6．将三次积分 $\int_0^1 \mathrm{d}x \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}y \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} f(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}z$ （其中 f 连续）化成球面坐标系下的三次积分________________________；

7．散度 $\mathrm{div}\left(x^3\mathbf{i}+y\cos(y-2z)\mathbf{j}+\mathbf{k}\right)\Big|_{(2,0,\pi)}=$______________；

8．已知第二型曲线积分 $\int_L (x^4+4xy^n)\mathrm{d}x+(6x^{n-1}y^2-5y^4)\mathrm{d}y$ 与路径无关，则 $n=$____；

9.平面 $5x+4y+3z=1$ 被椭圆柱面 $4x^2+9y^2=1$ 所截的有限部分的面积为________.

二．计算下列各题(本题共 4 小题，每小题 7 分，满分 28 分)

10．设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $xy+yz+xz=1$ 所确定的隐函数，$x+y\neq 0$，试求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$．

11．计算二重积分 $\iint\limits_D (x+y)^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中区域 $D=\left\{(x,y)\middle|2y\le x^2+y^2\le 4y\right\}$．

12．设立体 Ω 由曲面 $z=x^2+y^2$ 及平面 $z=4$ 围成，密度 $\rho=1$，求它对 z 轴的转动惯量

13．计算曲面积分 $\iint\limits_\Sigma \dfrac{1}{z}\mathrm{d}A$，$\Sigma$ 为球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 上满足 $0<h\le z\le R$ 的部分.

三（14）.（本题满分 7 分）求函数 $f(x,y)=x-x^2-y^2$ 在区域 $D=\left\{(x,y)\middle|2x^2+y^2\le 1\right\}$ 上的最大值和最小值.

四（15）。（本题满分 8 分）计算 $I=\int_C \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x+y\left(xy+\ln\left(x+\sqrt{x^2+y^2}\right)\right)\mathrm{d}y$，

其中 C 是由点 $B(1+\pi,0)$ 沿曲线 $y=\sin(x-1)$ 到点 $A(1,0)$ 的一段弧.

五（16）.（本题满分 8 分）计算 $\iint\limits_\Sigma y\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x-(z+1)\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y$，其中 Σ 为圆柱面 $x^2+y^2=4$ 被平面 $x+z=2$ 和 $z=0$ 所截出部分的外侧.

六（17）（本题满分 7 分）设 $a_1=1,a_2=2$，当 $n\ge 3$ 时，有 $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$，

（1） 证明不等式 $0<\dfrac{3}{2}a_{n-1}<a_n<2a_{n-1}$，$n\ge 4$；

（2） 证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{a_n}$ 收敛，且满足不等式 $2\le\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{a_n}\le\dfrac{5}{2}$.

七（18）（本题满分 6 分）设 C 是圆周 $x^2+y^2=x+y$，取逆时针方向，连续函数 $f(x)>0$，证明

$$\oint_C xf(y)\mathrm{d}y-\frac{y}{f(x)}\mathrm{d}x\ge\pi$$