02-03-2几代B

一． 填空题、单选题（每小题 3 分，共 3 6 分）

1. $\left\{\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 1 & -3\end{bmatrix}\right\}^{2002}=$______； 2. $\begin{pmatrix}2 & 3 & 0\\1 & 1 & 0\\0 & 0 & 2\end{pmatrix}^{-1}=$____________；

3．若 A 是正交矩阵，则行列式 $\left|A^3A^T\right|=$___；

4. 空间四点 $A(1,1,1)$，$B(2,3,4)$，$C(1,2,k)$，$D(-1,4,9)$ 共面的充要条件是 $k=$____；

5．点 $P(2,-1,1)$ 到直线 $l:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{1}$ 的距离为____；

6．若 4 阶方阵 A 的秩为 2，则伴随矩阵 A^* 的秩为__；

7．若可逆矩阵 P 使 $AP=PB$，$B=\begin{pmatrix}1 & -2\\0 & 3\end{pmatrix}$，则方阵 A 的特征多项式为____；

8. 若 3 阶方阵 A 使 $I-A, 2I-A, A+3I$ 都不可逆，则 A 与对角阵______相似（其中，I 是 3 阶单位阵）；

9．若 $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\x & 1 & y\\1 & -2 & 0\end{pmatrix}$ 与对角阵相合，则 $(x,y)=$___；

10．设 $A=\left(A_1,A_2,A_3,A\right)$，其中列向量 A_1,A_2,A_4 线性无关，$A_3=2A_1-A_2+A_4$，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 的一个基础解系是____；

11．设 A,B 都是 3 阶方阵，$AB=O$，$r(A)-r(B)=2$，则 $r(A)+r(B)=$（　　）

（A）5；　（B）4；　（C）3；　（D）2

12．设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2=2A$，则以下结论中未必成立的是（　　）

（A） $A-I$ 可逆，且 $(A-I)^{-1}=A-I$；

（B） $A=O$ 或 $A=2I$；

（C）若 2 不是 A 的特征值，则 $A=O$；

（D） $A=0$ 或 $A=2I$。

二． 计算题（每小题 8 分，共 24 分）

13. $\begin{vmatrix}2 & 0 & 1 & 5\\1 & 1 & 0 & 1\\1 & 2 & -3 & 1\\3 & 0 & 1 & 2\end{vmatrix}$

14．求直线 l：$\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ 在平面 π：$x+y-2z+1=0$ 上的垂直投影直线方程.

15．设 $XA=AB+X$，其中 $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&2&0\\-1&0&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}-1&&\\&0&\\&&1\end{pmatrix}$，求 X^{99}.

三． 计算题、解答题（三小题共３２分）

16．设向量组

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\\2\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}2\\1\\1\\a\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}2\\5\\-3\\b\end{pmatrix}$$

$V=L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 是 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 生成的空间．已知维$(V)=2$，$\beta\in V$．

（1） 求 a,b；

（2） 求 V 的一个基，并求 β 在此基下的坐标；

（3） 求 V 的一个标准正交基.

17．用正交变换化简二次曲面方程

$$x_1^2+x_2^2-4x_1x_2-2x_1x_3-2x_2x_3=1$$

求出正交变换和标准形）并指出曲面类型.

18．设 D 为由 yoz 平面中的直线 $z=0$，直线 $z=y,(y\ge 0)$ 及抛物线 $y+z^2=2$ 围成的平面区域．将 D 绕 y 轴旋转一周得旋转体 Ω．（1）画出平面区域 D 的图形；（2）分别写出围成 Ω 的两块曲面 S_1,S_2 的方程；（3）求 S_1,S_2 的交线 l 在 zox 平面上的投影曲线 C 的方程；（4）画出 S_1,S_2 和 l，C 的图形.

四． 证明题、解答题（每小题４分，共８分）

19．设 η 是线性方程组 $Ax=b$ 的一个解，$b\ne 0$，ξ_1,ξ_2 是导出组 $Ax=0$ 的基础解系．证明：$\eta,\xi_1+\eta,\xi_2+\eta$ 线性无关.

20．设 α 是３维非零实列向量，$\|\alpha\|=\sqrt{2}$．又 $A=\alpha\alpha^T$．（1）求 A 的秩；（2）求 A 的全部特征值；（3）问 A 是否与对角阵相似？（4）求 $\left|I-A^3\right|$.