

东南大学  
Students' union of Southeast University

13-14-2高数AB期末试卷

一、填空题（本题共 9 小题，每小题 4 分，共 36 分）

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} e^t \sin t dt}{x^2 \tan^2 x} = \underline{\hspace{2cm}};$

2. 设常数  $k > 0$ , 则方程  $\frac{\ln x}{x} + k = 0$  在  $(0, +\infty)$  内根的个数为  $\underline{\hspace{2cm}};$

3. 曲线  $\begin{cases} x = \sec t \\ y = e^{4t-\pi} \end{cases}$  在点  $(x, y) = (\sqrt{2}, 1)$  处的切线方程是  $\underline{\hspace{2cm}};$

4. 设  $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ , 则  $f'(x)$  的间断点是  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 其类型为  $\underline{\hspace{2cm}};$

5. 若连续函数  $f(x)$  满足  $f(x) = \int_0^x f(t) dt$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}};$

6.  $\int_0^{2\pi} (\sin^3 x \cdot e^{\cos x} + \sin^4 \frac{x}{2}) dx = \underline{\hspace{2cm}};$

7. 曲线  $x^2 + xy + y^2 = 3$  在点  $(1, 1)$  处的曲率  $\kappa = \underline{\hspace{2cm}};$

8.  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+e^x} = \underline{\hspace{2cm}};$

9. 微分方程  $y \ln y dx + (x - \ln y) dy = 0$  的通解为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

二、计算下列各题（本题共 5 小题，每小题 7 分，满分 35 分）

1.  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \arcsin x dx.$

2.  $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x+2}}.$

东南大学  
Students' union of Southeast University

3.  $\int \frac{2 \sin x - x}{1 + \cos x} dx.$

4.  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cdot \arctan e^x dx.$

5. 设  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上连续, 且  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2014$ , 计算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx.$

三、(本题满分 6 分) 设方程  $x^y + \sin(\pi x) + y = 0$  确定了  $x = 1$  附近的一个二阶可导的隐函数  $y = y(x)$ , 求  $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=1}.$

四、(本题满分 6 分) 设  $f(x) = a|\cos x| + b|\sin x|$  在  $x = -\frac{\pi}{3}$  处取得极小值,

且  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (f(x))^2 dx = 2(\sqrt{3} + \pi)$ , 求常数  $a$  和  $b$ .

五、(本题满分 8 分) 设  $f(x)$  为二阶可导函数, 且满足  $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$ , 试求函数  $f(x)$ .

六、(本题满分 9 分) (1) 求由曲线  $y = x^2, y = \sin(\frac{\pi}{2}x)$  围成的平面图形  $D$  的面积;

(2) 求 (1) 中的平面图形  $D$  绕直线  $y = 1$  旋转而成的旋转体的体积.