03-04-2高数AB期末试卷

一、单项选择题（每小题 4 分，共 16 分）

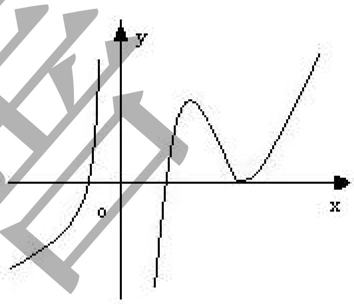
1．设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\int_1^{x+y} e^{-t^2}dt = x$ 确定，则 $\frac{dy}{dx}\big|_{x=0}=$ （　　）

$(A) e+1$;　　(B)1 - e;　　(C)e - 1　;　　(D)2e.

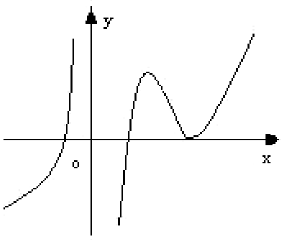
2．曲线 $y=2x+\frac{\ln x}{x-1}+4$ 的渐近线的条数为 （　）

(A) 1;　　(B) 2 ;　　(C) 3 ;　　(D) 0.

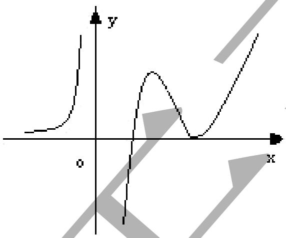
3. 设函数 $f(x)$ 在定义域内可导，$y=f(x)$ 的图形如右图所示，



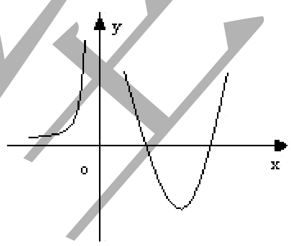
则导函数 $y=f'(x)$ 的图形为 （　）



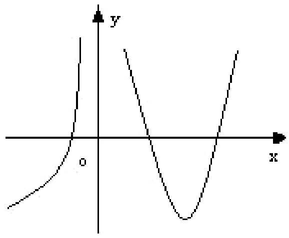
(A)



(B)



(C)



(D)

4．微分方程 $y''+4y=3\cos 2x$ 的特解形式为 （　）

(A) $y^*=A\cos 2x$;　　　　(B) $y^*=Ax\cos 2x$;

(C) $y^*=Ax\cos 2x+Bx\sin 2x$;　　　　(D) $y^*=A\sin 2x$.

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1．$\lim\limits_{x\to 0}(e^x-x)^{\frac{1}{x^2}}=$ ____________________

2．若 $y=\arctan\frac{1}{x}+e^{f^2(\cos x)}$，其中 f 可导，则 $\frac{dy}{dx}=$ _______________

3．设 $f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$,若导函数 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 α 的取值范围是

__________。

4．若 $f(x)=\int_0^{x^2}\frac{t-4}{t^3+2}dt$，则 $f(x)$ 的单增区间为 ＿＿＿＿＿＿, 单减区间为 ＿＿＿＿＿＿.

5．曲线 $y=xe^{-x}$ 的拐点是 ＿＿＿＿＿＿

6．微分方程 $y'''+4y''+4y'=0$ 的通解为 $y=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

三、计算下列各题（每小题 6 分，共 36 分）

1．计算积分 $\int\frac{\arctan x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}dx$

2．计算积分 $\int\frac{x\sin x}{\cos^5 x}dx$

3. 计算积分 $\int_0^{\sqrt{2}}x^3e^{-x^2}dx$

4. 计算积分 $\int_0^{\pi}\frac{dx}{2+\cos x}$

5. 设 $f(x)$ 连续，在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0, f'(0)=4$，求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x(t\int_t^0 f(u)du)dt}{x^3\sin x}$

6. 求微分方程 $2xydy-(x^2+2y^2)dx=0$ 的通解

四.（8 分）求微分方程 $y''-3y'+2y=-2xe^x$ 满足条件 $y\big|_{x=0}=0, y'\big|_{x=0}=0$ 的特解

五.（8 分）设平面图形 D 由 $x^2+y^2\le 2x$ 与 $y\ge x$ 所确定，试求 D 绕直线 $x=2$ 旋转一周所生成的旋转体的体积。

六.（7 分）设质量均匀分布的平面薄板由曲线 C: $\begin{cases}x=5t^2+t\\ y=t^2-2t\end{cases}$ 与 x 轴所围成，试求其质量 m

七.（7 分）设函数 $f(x)$ 在 $[-a,a]$ 上有连续的二阶导数，且 $f(0)=0$，证明：至少存在一点 $\xi\in[-a,a]$，使得 $\int_{-a}^{a}f(x)dx=\frac{a^3}{3}f''(\xi)$