

# 东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 高等数学AB (上)期末 考试学期 11-12-2 得分           

适用专业 选学高数AB的各类专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

## 一、填空题 (本题共9小题, 每小题4分, 共36分)

1. 曲线  $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 5$  上的拐点的坐标是                     ;

2. 曲线  $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$  的斜渐近线方程是                     ;

3. 抛物线  $y = x^2 - x$  在点  $(1, 0)$  处的曲率是                     ;

4.

曲线段  $\begin{cases} x = t^3 + 1 \\ y = \frac{3}{2}t^2 - 1 \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 1)$  的弧长是                     ;

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin 2x} \ln(1+t)dt}{1 - \cos x} =$                      ;

6.

设  $f(x) = \begin{cases} x + x^2, & x < 0 \\ e^x, & x \geq 0 \end{cases}$ , 则  $\int_1^3 f(x-2)dx =$                      ;

7. 微分方程  $xy' - (1 - x^2)y = 0$  的通解是  $y =$                      ;

8. 设  $\int_2^{1+x^2} f(t)dt = \ln x$ , 其中  $f(t)$  为连续函数, 则  $f(10) =$            ;

9. 在  $y = \sin x$  的  $2n$  阶 Maclaurin 公式中, Lagrange 余项为

$R_{2n}(x) =$                      .

## 二、计算下列各积分 (本题共4小题, 每小题8分, 满分32分)

1.  $\int \cos \sqrt{x} dx.$

2.  $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2-x-2} dx.$

3.  $\int_0^1 \ln(1-x) dx.$

4.  $\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx.$

三、（本题满分6分）一物体由静止开始作变速直线运动，在  $t$  秒末的速度是  $3t^2$ （米/秒），问：（1）在  $t$  秒末时，物体离开出发点的距离是多少？  
（2）需要多少时间走完 343 米？

四、（本题满分9分）过原点引抛物线  $y = a(x + 1)^2 + 3$ （其中  $a > 0$ ）的两条切线.设切点分别为  $A, B$ ，（1）求两条切线  $OA, OB$ 与此抛物线所围部分的面积  $I(a)$ ；（2）求  $I(a)$  的最小值.

五、（本题满分9分）求微分方程  $y'' + y = \cos^2 x$  的一个特解  $y = y(x)$ ，使得该特解所表示的曲线  $y = y(x)$  在 origin 处与直线  $y = x$  相切.

六、（本题满分8分）设函数  $f$  在  $[0, 1]$  上存在二阶连续导数，且满足

$$f(0) = f(1) = 0, \text{ 证明: } (1) \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x(x-1)f''(x) dx,$$

$$(2) \left| \int_0^1 f(x) dx \right| \leq \frac{1}{12} \max_{0 \leq x \leq 1} |f''(x)|.$$