东 南 大 学 考 试 卷

课程名称 高等数学B（期中） 考试学期 08–09–3 得分 ______

适用专业 选学高数B的各专业 考试形式 闭 卷 考试时间长度 120 分钟

一. 填空题（本题共5小题，每小题4分，满分20分）

1. 设向量 $\mathbf{a}=\{1,1,5\}$, $\mathbf{b}=\{8,-4,1\}$，则 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影 $(\mathbf{a})_{\mathbf{b}}=$______。

2. 曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=3 \\ x+y=2 \end{cases}$ 在 yOz 平面上的投影曲线为______。

3. 设 $\mathrm{z}=\mathrm{z}(\mathrm{x},\mathrm{y})$ 是由方程 $\mathrm{y}+\mathrm{z}=\mathrm{x}f(\mathrm{y}^2-\mathrm{z}^2)$ 所确定的隐函数，其中 f 可微，则全微分 $\mathrm{dz}=$______。

4. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}e^{nx}$ 的收敛域是______。

5. 设 $f(x)=x^3+1\ (0\le x<\pi)$，而 $S(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx\ (-\infty<x<+\infty)$，其中 $b_n=\dfrac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\sin nx\mathrm{d}x$, $n=1,2,\ldots$，则 $S(-\dfrac{1}{3})=$______。

二. 单项选择题（本题共4小题，每小题4分，满分16分）

6. 函数 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\ne(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处 [ ]

(A) 连续且偏导数存在 (B) 连续且偏导数不存在

(C) 不连续但偏导数存在 (D) 不连续且偏导数不存在

7. 已知级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 条件收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2$ [ ]

(A) 发散 (B) 条件收敛 (C) 绝对收敛 (D) 可能收敛可能发散

8. 下列广义积分中收敛的是 [ ]

(A) $\int_1^e\dfrac{\mathrm{d}x}{x\ln x}$ (B) $\int_e^{+\infty}\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}\ln x}$ (C) $\int_2^{+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x^3-1}}\mathrm{d}x$ (D) $\int_0^1\dfrac{\arctan x}{x^{\frac{5}{2}}}\mathrm{d}x$

9. 直线 $L_1:\begin{cases} x=3+2t \\ y=1-3t \\ z=5+4t \end{cases}$ 与 $L_2:\ x-1=\dfrac{y+2}{2}=z$ [ ]

(A) 平行 (B) 垂直但不相交 (C) 垂直相交 (D) 异面且不垂直

三. 计算下列各题（本题共5小题，每小题8分，满分40分）

10. 一直线过点 $M_0(2,-1,3)$ 且与直线 $L:\ \dfrac{x-1}{2}=-y=z+2$ 相交，又平行于平面 $\pi:\ 3x-2y+z+5=0$，求此直线方程.

11. 求两条直线 $L_1:\ \dfrac{x-5}{-4}=y-1=z-2$ 与$L_2:\ \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-8}{-3}$ 之间的距离d.

12. 设 $f(x)=\dfrac{1}{2x^2+13x+15}$，求 $f^{(n)}(-1)$.

13. 试求过直线 $\begin{cases} x+y-2=0 \\ x-5y-z-3=0 \end{cases}$，且与曲面 $z=x^2+y^2$ 相切的平面方程.

14. 将 $f(x)=1-x$ 在 $[0,\pi]$ 上展成余弦级数.

四. （15. ）（**本题满分8分**） 设 $ab \neq 0$，$f(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，且$a^2\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+b^2\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$，$f(ax,bx)=ax$，$f_x(ax,bx)=bx^2$，
求 $f_{xx}(ax,bx)$，$f_{xy}(ax,bx)$，$f_{yy}(ax,bx)$.

五.（16.）（**本题满分8分**）求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ 的和函数，并指明收敛域.

六.（17.）（**本题满分8分**）设$a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n,\ n = 1, 2, \ldots,$ 证明级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 收敛.