东 南 大 学 考 试 卷（A 卷）

课程名称 高等数学B期末 考试学期 08-09-3 得分

适用专业 选修高数B的各专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

姓名______ 学号______

线 封 密

一. 填空题(本题共9小题，每小题4分，满分36分)

1. 曲面 $\cos(\pi x)-x^2y+e^{xz}+yz=4$ 在点 $(0,1,2)$ 处的法线方程是__________________；

2. 设 $u=\sqrt{x^2+2y^2+3z^2}$，则梯度 $\mathbf{grad}u\big|_{(1,2,0)}=$______________________；

3. 已知 $\mathbf{A}=\{-2,-1,2\},\mathbf{B}=\{1,-3,2\}$，则 $\mathbf{A}$ 在 $\mathbf{B}$ 方向的投影 $(\mathbf{A})_{\mathbf{B}}=$_________；

4. 设闭曲线 $C:|x|+|y|=1$，取逆时针方向，则曲线积分 $\oint_C y\mathrm{d}x-x^2\mathrm{d}y$ 的值是__________；

5. 设函数 $F(x,y)$ 具有一阶连续偏导数，则曲线积分 $\int_{\overset{\frown}{AB}} F(x,y)(y\mathrm{d}x+x\mathrm{d}y)$ 与路径无关的充分必要条件是____________________________；

6. 二重积分 $\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}\left(e^{|x|}+\cos y^2\right)xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 的值是__________；

7. 设 S 为球面：$x^2+y^2+z^2=R^2$，则曲面积分 $\oiint\limits_S\left(x^2+y^2+z^2\right)\mathrm{d}S$ 的值是__________；

8. 设 C 是折线 $y=1-|1-x|\ (0\le x\le 2)$，则曲线积分 $\int_C y\mathrm{d}s$ 的值是______________；

9. 取 $a_n=$________________，可使得级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}a_n$ 收敛，且级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}a_n\ln n$ 发散.

二. 计算下列各题(本题共4小题，满分30分)

10.（**本小题满分7分**）设 $z=f(x\varphi(y),x-y)$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，φ 具有连续导数，计算 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

11（**本小题满分 7 分**）计算$\iint\limits_D (x^2+xy+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2\le 1, x\ge 0\right\}$.

12.（**本小题满分 8 分**）计算二次积分$\int_0^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}x\int_{\frac{1}{2}}^{1-x}\frac{1}{y^3}\mathrm{e}^{\frac{x}{y}}\mathrm{d}y$.

13. （**本小题满分 8 分**）求密度均匀分布的立体

$$\Omega=\left\{(x,y,z)\middle| z\ge\sqrt{1-x^2-y^2}, x^2+y^2+z^2\le 2z, z\ge\sqrt{x^2+y^2}\right\}$$

的质心坐标.

三（14）.（本题满分 7 分）试求过点 $A(3,-1,2)$ 且与 z 轴相交，又与直线 $L_1: x=2y=3z$ 垂直的直线方程.

四（15）。（本题满分 7 分）计算 $\iint\limits_S \frac{|x|}{z}\mathrm{d}S$ ，其中 S 是柱面 $x^2+y^2=2ay\,(a>0)$ 被锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 和平面 $z=2a$ 所截下的部分.

五（16）．（本题满分 7 分）计算 $I=\int_C \mathrm{e}^x\cos y\mathrm{d}x+\left(5xy-\mathrm{e}^x\sin y\right)\mathrm{d}y$，其中 C 为曲线 $x=\sqrt{2y-y^2}$ ，方向沿 y 增大的方向.

六（17）（本题满分 7 分）计算 $I=\iint\limits_{S}\left(y^{2}+xz\right)\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+\left(z^{2}+y\right)\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+(x^{2}-z)\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y$ ，

其中 S 为 $z=2-\sqrt{x^{2}+y^{2}}$ 被 $z=0$ 所截部分，取上侧.

七（18）（本题满分 6 分）证明不等式 $yx^{y}(1-x)<\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，$0<x<1$，$0<y<+\infty$.