

2008 级高等数学 (A) (上) 期中试卷

一. 填空题 (每个空格 4 分, 本题满分 32 分)

1.  $-\frac{1}{2}$     2.  $k = \frac{1}{8}, \alpha = 4$     3.  $dy \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = dx$     4.  $y'(0) = 2$

5.  $(x-1) + \frac{1}{2}(x-1)^2 + o((x-1)^2)$

6.  $a = \frac{8}{5}, b = \frac{2}{5}$

二. 单项选择题 (每小题 4 分, 本题满分 12 分)    7. D    8. B    9. C

三. 计算题 (本题满分 27 分)

10. (7 分)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1-2x)}{\sqrt{1+x \sin x} - e^{x^2}} = 4$

11. (6 分)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln x + \sin x}{\ln x + \cos x} = 2$

12. (7 分)  $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{6t + (t^2 + 1)}{2 + t^2}, \quad \frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=1} = 4$

13. (7 分)  $\frac{d^2 y}{dx^2} = -4x^2 \sin f(x^2) [f'(x^2)]^2 + 4x^2 \cos f(x^2) f''(x^2) + 2 \cos f(x^2) f'(x^2)$

四(14). (7 分)  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$  (注意: 分段点的导数要用导数的定义来求).

五(15). (7 分)  $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 0 \\ \frac{x}{\sin x}, & x < 0 \end{cases}$ , 故  $x=0$  为第一类的跳跃间断点;

$x = k\pi (k = -1, -2, \dots)$  为第二类间断点。

六(16). (9 分) 利用  $f(x) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{2} \ln x$  得单调性证明右边不等式;

利用  $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}} - \ln x$  得单调性证明左边不等式。

七(17). (6 分) 令  $F(x) = (b-x)^\alpha f'(x)$ , 利用罗尔定理证明。