04-05-3 非电类期中试卷

一、填空题

1、幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(x-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$收敛域为__________。

2、幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n x^n$的收敛半径为 3，则$\sum_{n=1}^{\infty}na_n(x-1)^n$的收敛区间为__________。

3、曲线$\begin{cases}x+y+2z=1\\ y=x^2-z^2\end{cases}$在$XOY$平面上的投影曲线方程为__________。

4、由方程$xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$所确定的函数$z=z(x,y)$在点$(1,0,-1)$处的全微分$dz=$__________。

5、圆$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=100\\ x+2y+2z-18=0\end{cases}$的，半径为_______，圆心为_______。

二、单项选择题

1、已知直线 $L:\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\ 2x-y-10z+3=0\end{cases}$，平面$\pi$：$4x-2y+z-2=0$则 （　　）

(A) L平行于π　(B) L在π上　(C) L垂直于π　(D) L与π斜交

2、广义积分$\int_0^{+\infty}\ln(1+\frac{1}{x^p})dx \quad (p>0)$ （　　）

(A)收敛　(B)发散　(C) $p>1$时收敛　(D) $0<p<1$时收敛

3、若函数$z=f(x,y)$在点$P_0(x_0,y_0)$处的两个偏导数$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$都存在，则（　　）

(A) $f(x,y)$在P_0点连续　(B) $z=f(x,y_0)$在$x=x_0$点连续

(C) $dz\big|_{P_0}=\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{P_0}dx+\frac{\partial z}{\partial y}\Big|_{P_0}dy$　(D) A，B，C都不对

4、若函数$f(x,y)$在点$P_0(0,0)$的某个邻域内连续，且$\lim\limits_{\substack{x\to0\\ y\to0}}\frac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2}=1$，则（　　）

（A）点 P_0 不是 $f(x,y)$ 的极值点　（B）点 P_0 是 $f(x,y)$ 的极大值点

（C）点 P_0 是 $f(x,y)$ 的极小值点　（D）无法判定点 P_0 是否为 $f(x,y)$ 的极值点

三、计算题

1、求过直线 $\begin{cases} 2x+3y+9z+5=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$ 且垂直于平面 $2x+y-z+1=0$ 的平面方程。

2、将函数 $f(x)=\begin{cases} 1+x & -\pi \le x < 0 \\ 2-x & 0 \le x < \pi \end{cases}$ 展开为周期为 2π 的傅立叶级数,并求和函数 $S(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上的表达式。

3、设 $z = xf\left(xy, e^{xy}\right)$ 其中 f 有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ 。

4、求曲线 $\begin{cases} x=\dfrac{4}{3}t \\ y=t^2 \\ z=t^3 \end{cases}$ 上的点 M ，使该点处曲线的切线平行于平面 $x+2y+z=4$

5、 将函数 $y=\dfrac{1}{x^2(4-x^2)}$ 展开为 $(x-1)$ 的幂级数。

四、求椭球面 $\dfrac{x^2}{2}+y^2+\dfrac{z^2}{4}=1$ 与平面 $2x+2y+z+5=0$ 之间最短距离。

五、证明：曲面 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}\quad (a>0)$ 上，任何点处的切平面在各坐标轴上的截距之和为 a。

六、设 $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n^2}\quad (0 \le x \le 1)$ 求证当 $0<x<1$ 时有

$f(x)+f(1-x)+(\ln x)(\ln(1-x))=C$（$C$ 为常数），并求 C 。（注 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}=\dfrac{\pi^2}{6}$ ）