07-08-2几代B

一. （21%）填空题

1. 若矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，$n$ 是正整数，则 $A^n=$______；

2. 假设4阶方阵 $A=(\alpha,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3), B=(\beta,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3)$ 的行列式分别等于 $2,3$，矩阵 $A+B$ 的行列式 $|A+B|=$______；

3. 点 $P(1,2,3)$ 到平面 $2x+y-z=5$ 的距离为______；

4. 设 $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}a+2b & b\\ c+2d & d\end{pmatrix}$，则满足 $AP=B$ 的初等矩阵 $P=$______；

5. 矩阵 $A=\begin{pmatrix}x & x\\ x & 2\end{pmatrix}$ 正定的充分必要条件是参数 x 满足条件______；

6. 已知二次型 $f(x,y,z)=x^2+y^2+2z^2+2xz-2tyz$，若 $f(x,y,z)=1$ 表示直角坐标系中的单叶双曲面，则参数 t 满足条件______；

7. 设 $n>s$，若 A 是 $s\times n$ 矩阵，则 n 阶方阵 A^TA 的行列式 $|A^TA|=$______。

二. （9%）选择题

1. 假设矩阵 $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & 1\end{pmatrix}$，若对任意2阶方阵 B 都有 $AB=BA$，则 $(a,b,c)=$______；

A．$(1,1,1)$；　B．$(1,0,0)$；　C．$(0,1,0)$；　D．$(0,0,1)$

2. 假设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$。下述结论中完全正确的一项是______

A．A 与 C 相似，B 与 D 合同；　B．A 与 C 合同，B 与 D 相似；

C．A 与 B 相似，C 与 D 合同；　D．A 与 B 合同，C 与 D 相似.

3. 假设 A,B 都是 n 阶可逆矩阵，则必定有______

A. 存在可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=B$；　B. 存在可逆矩阵 P，使得 $P^TAP=B$

C．存在可逆矩阵 P,Q，使得 $PAQ=B$；　D．$A(A+B)B$ 是可逆矩阵.

上学吧

三.（16%）已知平面π的方程为$x-y+z=1$，直线l的方程为$\begin{cases} x+ty+z=-7 \\ 3x-2y+tz=1 \end{cases}$。

1. 问：当t取何值时，l与π有惟一交点？
2. 问：当t取何值时，l与π没有公共交点？
3. 问：当t取何值时，l在π内？求这时l的对称方程。

四.（14%）假设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵$X$，使得$A^{-1}X=2X-B$。

五.（16%）已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ -3 & -3 & a \end{pmatrix}$与$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$相似。

1.求参数a,b的值；

2.求一可逆矩阵P使得$P^{-1}AP=B$。

3.问：是否存在正交矩阵Q，使得$Q^TAQ=B$？为什么？

六.（8%）已知空间直角坐标系中曲线Γ的方程为$\begin{cases} 3z=(y+1)(y-1) \\ x=0 \end{cases}$，平面$\pi_1$的方程为$x+z=2$。记$\pi_2$是$\Gamma$绕$z$轴旋转所得的旋转曲面。

1. 求π_2的方程；

2. 求π_1与π_2的交线在xOy平面上的投影曲线Ω的方程。

七.（12%）假设A是2阶方阵，x是2维非零列向量，并且x不是A的特征向量。

a） 证明：x, Ax线性无关；

b） 若$A^2x+Ax-6x=0$，$B=(x,Ax)$，求矩阵C，使得$AB=BC$；

c） 若$A^2x+Ax-6x=0$，求A的特征值，并问：A是否相似于对角阵？为什么？

八.（4%）证明：对于任意$s\times n$实矩阵B，n阶方阵$A=I+B^TB$的特征值全大于零。