习 题 课

一、选择题

1．设 $f(x,y)$ 连续，且 $f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(u,v)dudv$，其中 D 是由 $y=0$， $y=x^2$，

$x=1$ 所围成区域，则 $f(x,y)$ 等于（　）

（A） xy；　　（B） $2xy$；　　（C） $xy+\frac{1}{8}$；　　（D） $xy+1$。

2．二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int_0^{\cos\varphi} f(\rho\cos\varphi,\rho\sin\varphi)\rho d\rho$ 可以写成（　）

（A） $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x,y)dx$；　　（B） $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$；

（C） $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$；　　（D） $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x,y)dy$。

3．设 $f(u)$ 为连续函数，$D=\{(x,y)\big| x^3\le y\le 1,-1\le x\}$，

$I=\iint\limits_D x[x+f(x^2+y^2)\sin y]dxdy$，则 $I=$（　）

（A） $-\frac{2}{3}$；　　（B） $\frac{2}{3}$；　　（C） 0；　　（D） $\frac{3}{2}$。

二、填空题

1．计算下列积分

（1） $\iint\limits_{|x|+|y|\le 1}(x^2+y)dxdy=$__________。

（2） $\int_0^1 dy\int_{\sqrt[3]{y}}^1 y^{\frac{1}{3}}\cos x^5 dx=$__________。

（3） $\int_1^2 dy\int_2^y \frac{\sin x}{x-1}dx=$__________。

2． $I=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{3}x} f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy$ 在极坐标系下的二次积分

为 $I=$__________。

三、解答题

1． 设区域 D 为 $x^2+y^2\le R^2$，求 $\iint\limits_D(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2})dxdy$ 。

2． 计算 $I=\iint\limits_D|\cos(x+y)|dxdy$，$D$： $0\le x\le\frac{\pi}{2},\ 0\le y\le\frac{\pi}{2}$ 。

3． 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，并设 $\int_0^1 f(x)dx=A$，

求 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy$ 。

4． 计算二重积分 $\iint\limits_D ydxdy$，其中 D 是由直线 $x=-2$， $y=0$， $y=2$ 以及曲线

$x=-\sqrt{2y-y^2}$ 所围成的平面区域。

5． 求由曲面 $z=8-x^2-y^2$， $z=x^2+y^2$ 所围立体的体积。

6． 设 $I=\iiint\limits_\Omega f(x,y,z)dV$，其中 Ω 是由 $x^2+y^2+z^2\le 4$ 和 $x^2+y^2\le 3z$ 围成的区域，试在直角坐标系、柱面坐标系和球面坐标系下分别将 I 化为三次积分。

7． 求 $I=\iiint\limits_\Omega(x+y+z)^2dxdydz$，其中 Ω： $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2\le R^2$ 。

8． 利用广义球面坐标变换计算曲面 $(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2})^2=ax$ （ $a>0,b>0,c>0$ ）

所围成的体积 V。