

# 东南大学学生会

## Students' Union of Southeast University

### 2002 级（非电类）高等数学（下）期中试卷

#### 一、单项选择题

在以下级数或反常积分后的括号内填入适当的字母，各字母的含义是：

(A) 绝对收敛；(B) 条件收敛；(C) 发散；(D) 可能收敛，可能发散。

1.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{\sqrt{\ln n}}}$  ( )；
2. 设  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  条件收敛，则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$  ( )；
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} \sin \frac{n\pi}{3}$  ( )；
4. 设  $P$  为任意实数，则  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^P}$  ( )。

#### 二、单项选择题（4'×4=16'）

1. 设平面  $\pi: 2x+7y+4z-1=0$  及直线  $L_1: x=3t, y=t+1, z=2t-3$ ,

$$L_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}, \text{ 则 ( )}$$

(A)  $\pi // L_1$ ; (B)  $\pi \perp L_1$ ; (C)  $\pi // L_2$ ; (D)  $\pi \perp L_2$ 。

2. 曲线  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z=0$  绕  $x$  轴旋转而成的曲面方程为 ( )

(A)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2+z^2}{b^2} = 1$ ; (B)  $\frac{x^2+z^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; (C)  $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ ; (D)  $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1$ 。

3. 设  $\vec{a} = \{-1, 2, -1\}$ ,  $\vec{b} = \{1, -1, 2\}$ ,  $\vec{c} = \{3, -4, 5\}$ , 则 ( )

(A)  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ; (B)  $\vec{b} \perp \vec{c}$ ; (C)  $\vec{c} \perp \vec{a}$ ; (D)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  共面。

4. 两非零向量  $\vec{a}$  及  $\vec{b}$  的方向角分别为  $\alpha, \beta, \gamma$  及  $\alpha', \beta', \gamma'$ , 则  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) =$  ( )

(A)  $\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha' \cos \beta' \cos \gamma'$ ; (B)  $\cos \alpha \cos \alpha' + \cos \beta \cos \beta' + \cos \gamma \cos \gamma'$ ;

(C)  $\cos(\alpha + \alpha') + \cos(\beta + \beta') + \cos(\gamma + \gamma')$ ; (D)  $\cos(\alpha - \alpha') + \cos(\beta - \beta') + \cos(\gamma - \gamma')$ 。

#### 三、填空题

1.  $f(x) = 3^x$  在  $x_0 = -1$  处的泰勒级数及收敛域为\_\_\_\_\_。

# 东南大学学生会

## Students' Union of Southeast University

2. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n+1)!}$  的和为\_\_\_\_\_。

3. 级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$  的和函数及收敛域为\_\_\_\_\_。

4. 曲面  $z=x^2+2y^2$  的名称为\_\_\_\_\_，它与曲面  $z=6-2x^2-y^2$  的交线在  $xoy$  面上的投影曲线方程为\_\_\_\_\_。

### 四、计算题

1. 求点  $P(3,-1,2)$  到直线  $L: x=1, y=3t+2, z=3t+4$  的距离  $d$ 。

2. 求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n)(x+n+1)}$  的和函数及收敛域。

3. 求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n})x^n$  的收敛域。

### 五、计算题

1. 已知直线  $L$  过点  $P(3,1,-2)$ ，且与两直线  $L_1: x-6=y+4=z+2$  及  $L_2:$

$$\frac{x-4}{5}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{1}$$

都相交，求  $L$  的方程。

2. 将函数  $f(x)=\begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$  展开成正弦级数，并写出该级数的和函数  $S(x)$  的表达式。

3. 常数  $P$  取什么范围时，级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n^P}$  是 (1) 发散；(2) 条件收敛；

(3) 绝对收敛。

### 六、证明题

设在区间  $[0, a]$  上  $u_0(x)$  连续，且  $u_n(x) = \int_0^x u_{n-1}(t) dt, x \in [0, a], n=1, 2, \dots,$

证明级数  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n(x)$  在  $[0, a]$  上绝对收敛。