13-14-2 高数期中试卷答案

一. 填空题

1. 0,1，第一类（跳跃），第二类（无穷）； **2.** e^6； **3.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

4. $\dfrac{2e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}}dx$； **5.** 3, $\dfrac{1}{6}$ **6.** 40 ； **7.** $e-4$

二. 计算下列各题

1. $y'=\dfrac{2(x^2-x+1)}{\sqrt{x^2+2}(x+1)^3}$； **2.** 4； **3.** $\dfrac{3}{2}$ （用夹逼定理）

4. $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\dfrac{1}{2}=f(0)$，故 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续；

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}-\frac{1}{2}}{x}=-\frac{1}{12},$$

故 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $f'(0)=-\dfrac{1}{12}$。

三.（1）. 参数方程为 $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+\dfrac{\pi}{4})+(\dfrac{\pi}{4}-2)(x-\dfrac{\sqrt{2}}{2})$

（2）. $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=-\dfrac{1+2\csc^2 t}{\sin t}=-\dfrac{\sin^2 t+2}{\sin^3 t}$

四. $f(x)=x^2-\dfrac{1}{6}x^4+\dfrac{5\sin\theta x+\theta x\cos\theta x}{5!}$ $(0<\theta<1)$ 。

五. 略

六. 提示：利用单调有界原理来证明，单调递增显然的；关键求上界。为了得到上界，可以考虑把每项的分子加 1 再减 1，就可以得到上界 1。

七. 提示：法一：因为 $f(a)f(b)<0$，根据连续函数的零点存在定理可以得到一个零点 x_0。在点 c 的一阶带拉格朗日余项的泰勒公式，代入 x_0 点就可以得证。

法二：在区间 $[a,c]$ 上用拉格朗日中值定理，得到 (a,c) 内的一点 ξ_1，有 $f'(\xi_1)<0$；再在 $[\xi_1,c]$ 上对 $f'(x)$ 用拉格朗日中值定理，即可得证。