2004级高等数学（A）（上）期中试卷

一. 填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

1. $n=3$ 2. $a=-2$ 3. $f^{(10)}(0)=90$

4. $(-1,-\frac{1}{2})$ 5. $(x-1)+\frac{(x-1)^2}{2(1+\theta(x-1))}$，$(0<\theta<1)$

二. 选择题(每小题4分, 共16分) 1. C 2. D 3. C 4. D

三. 计算题(每小题 7 分, 共 3 5 分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}\cot x\cdot\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{6}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{x^2\sin\frac{1}{x^2}}{\ln(1+x)}+\left(\frac{3-\mathrm{e}^x}{2+x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}\right]=\frac{1}{e}$

3. $dy=\frac{(1+x)\mathrm{e}^{x+y}}{2y\cos y^2-x\mathrm{e}^{x+y}}\mathrm{d}x$ 4. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{2t(1+t^2)}$ $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=-\frac{1+3t^2}{4t^3(1+t^2)^2}$.

5. $a=\frac{1}{2},b=1,c=1$（注意：分段点的导数一定要用导数的定义来求）

四. (8 分) 用函数的单调性来证明。

五. (8 分) 所求的切点为$(\frac{16}{3},\frac{256}{9})$，切线方程为 $y=\frac{32}{3}x-\frac{256}{9}$ 。

六. (7 分) 用单调有界原理来证明数列极限的存在性，然后求得$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=2$.

七. (6 分) 提示：对 $f(x)$ 以及 $g(x)=x^3$ 用 Cauchy 中值定理，然后再对 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上用拉格朗日中值定理。