

2003 级高等数学 (A) (上) 期中试卷

一、单项选择题 (每小题 4 分, 共 12 分)

1. B 2. A 3. D

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. $\frac{5}{2}$ 2. $x=0$, 第一类 (跳跃) 间断点

3. $e + 2e(x-1) + \frac{3e}{2}(x-1)^2 + \frac{2}{3}(x-1)^3 + \frac{(5+\theta(x-1))e^{\theta(x-1)}}{4!}(x-1)^4 \quad (0 < \theta < 1)$

4. $\frac{y(e^x - \cos(xy))}{x \cos(xy) - e^x} dx$ 5. $-(n-1)!$ 6. $-\sin 2x f'(\cos^2 x) + 2x \sec^2 x^2$

三、(每小题 7 分, 共 28 分)

1. e 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x}) = 0$

3. $y'(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{4(e^{\frac{\pi}{2}} - 1)} + \frac{2}{\pi}$ 4. 设 $\frac{dy}{dx} = -2 \sin t$, $\frac{d^2 y}{dx^2} = -1$.

四、(8 分) 求证当 $x > 0$ 时, $x - \frac{x^3}{6} < \sin x$. (用函数的单调性来证明)

五、(6 分) 是一个相关变化率的问题, $\left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=2} = 144\pi \text{ m/s}$.

六、(8 分)

$a > -2$ 时, 有两个相异的实根; $a = -2$ 时, 有一个实根; $a < -2$ 时, 没有实根。

七、(6 分) 设 $F(x) = x^3 f(x)$, 对 $F(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上用罗尔定理即可得证。

八、(8 分) 所求点为 $P(\frac{\sqrt{2}}{2}a, \frac{\sqrt{2}}{2}b)$ 。