东 南 大 学 考 试 卷 （A卷）

课程名称 工科数学分析（下） **考试学期** 12-13-3 **得分** ____

适用专业 选学工科数分的各类专业 **考试形式** 闭卷 **考试时间长度** 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

自觉遵守考场纪律　如考试作弊　此答卷无效

学号____ **姓名**____

密 封 线

一、 填空题（本题共9小题，每小题4分，共36分）

1. 曲面 $x^2y+\ln(1+z)-\cos z=1$ 在点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程为____；

2. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nx^n$ 在 $x=2$ 处条件收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}(x-1)^{2n}$ 的收敛半径 $R=$ ___;

3. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 条件收敛，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 绝对收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$____收敛;

4. 设 L 为由原点 $O(0,0,0)$ 到点 $A(-2,-3,6)$ 的直线段，则曲线积分 $\int_L(x+y+z)^3\mathrm{d}s$ 之值为____；

5. 设圆周 $C:x^2+y^2=1$, 取逆时针方向,则曲线积分 $\oint_C -y\mathrm{d}x+\frac{1}{3}x^3\mathrm{d}y=$____;

6. 已知 $(axe^{x^2}\cos y+y^3)\mathrm{d}x+(bxy^2-e^{x^2}\sin y)\mathrm{d}y$ 为某函数 $u(x,y)$ 的全微分，则 $a=$ ____, $b=$ ____;

7. 向量场 $\mathbf{A}=xy\mathbf{i}+\cos(xy)\mathbf{j}+\cos(xz)\mathbf{k}$ 在点 $M(\frac{\pi}{2},1,1)$ 处的散度 $\mathrm{div}\mathbf{A}|_M=$____；

8. 将 $f(x)=1+\sin x(0\le x\le\pi)$ 展开为以 2π 为周期的正弦级数，$S(x)$ 为该正弦级数的和函数，则 $S(-\frac{\pi}{2})=$ ____, $S(3\pi)=$ ____.

9. 留数 $\mathrm{Res}\left[\frac{e^{z^2}-1}{z(1-\cos z)},0\right]=$ ____.

二、 计算下列各题（本题共5小题，每小题7分，满分35分）

1. 设方程 $z=\int_{\cos x^2}^{yz} f(t)\mathrm{d}t$ 确定了隐函数 $z=z(x,y)$，其中 f 为连续函数，求 $z=z(x,y)$ 的全微分.

2. 计算积分 $\int_0^3 \mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{9-y^2}}\mathrm{d}x\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{18-x^2-y^2}}(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}z$.

3. 将函数 $f(z)=\dfrac{1}{(z^2+1)(z-2)}$ 在圆环域 $1<|z|<2$ 内展开为Laurent级数.

4. 判别级数 $\displaystyle\sum_{n=4}^{\infty}\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}n+2}{2n+1}\right)^n$ 的敛散性，并说明理由.

5. 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \frac{\mathrm{e}^{x^2}-1}{1+x} \mathrm{d}x$ 的敛散性，并说明理由.

三、（本题满分8**分）** 计算第二型曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} x^3 \mathrm{d}y \wedge \mathrm{d}z + 2xz^2 \mathrm{d}z \wedge \mathrm{d}x + 3y^2(z-1) \mathrm{d}x \wedge \mathrm{d}y$$

其中 $\Sigma: z = 4 - x^2 - y^2 (0 \le z \le 4)$，取下侧.

四、 （本题满分7分） 计算第二型曲线积分

$$I=\oint_L (y-z)\mathrm{d}x+(z-x)\mathrm{d}y+(x-y)\mathrm{d}z,$$

其中 L 是柱面 $x^2+y^2=a^2$ 与平面 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{z}{b}=1(a>0,b>0)$ 的交线，若从 z 轴的正向看去，L 取逆时针方向.

五、（本题满分8分） 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n(n+1)}$ 的和函数，并求数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n(n+1)}$ 的和.

六、（本题满分6分） 设 $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(x+\dfrac{1}{n}\right)^n$，研究函数 $f(x)$ 的定义域，并讨论其连续性.