习 题 课

1．设Σ是平面$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$在第一卦限的部分，求$I=\iint\limits_{\Sigma}(2x+\frac{4}{3}y+z)dS$．

2．设Σ为锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$被柱面$x^2+y^2=2x$所截下的有限部分，面密度为常数，求它的形心。

3. 计算$I=\iint\limits_{\Sigma}\frac{(z^2+4)\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+yz\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中$\Sigma$为半球面$z=\sqrt{9-x^2-y^2}$的上侧.

4. 设密度为 1 的流体的流速为$\vec{v}=xz^2\vec{i}+\sin x\vec{k}$，曲面$\Sigma$是由曲线$\begin{cases} y=\sqrt{1+z^2} \\ x=0 \end{cases}(1\le z\le 2)$绕$z$轴旋转而成的旋转面，其法向量与$z$轴正向的夹角为锐角，求单位时间内流体流向曲面指定侧的流量Q。

5. 证明：$\oiint\limits_{\Sigma}(x+y+z+\sqrt{3}a)dS>12\pi a^3(a>0)$，其中$\Sigma$是球面$x^2+y^2+z^2-2ax-2ay-2az+2a^2=0$。