

东南大学学生会  
Students' Union of Southeast University

2005 级高等数学 (A) (上) 期末试卷答案

一. 1.  $\frac{1}{3}$ ; 2.  $\frac{1}{2}x - 1$ ; 3.  $\frac{1}{x(1+\ln y)}$ ; 4.  $\sin x + \frac{2}{1-\pi}$ ; 5.  $e + \frac{1}{3}$ ; 6. 0; 7.  $\int_1^3 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx$ ;

8.  $-1, -2$ ; 9. 非充分非必要。

二. 1.  $f'(x) = x \sin|x|$     2.  $\frac{1}{2} \arctan \frac{e^x}{2} + \frac{1}{8} \ln(1+4e^{-2x}) + C$     3.  $\frac{\pi}{2}$     4.  $\ln(1+\sqrt{2})$

三.  $a = \frac{2}{3}$ ,  $b = \frac{3}{4}$ 。 四. 1.  $y = Ce^{-x^2} + x^2 e^{-x^2}$ ;    2.  $y = \left(1 + \frac{1}{2}x\right)e^{2x} - \frac{x(x+1)}{4} + 1$

五. (1) 提示: 设  $f(x) = x \ln x - u$ , 用零点定理及函数的单调性; (2) 提示: 用夹逼定理。

六. 设  $k$  为正整数,  $k < x \leq k+1$ ,  $\frac{1}{2k+1} \leq \frac{1}{2x-1} < \frac{1}{2k-1}$ , 三边积分得

$$\frac{1}{2k+1} < \int_k^{k+1} \frac{1}{2x-1} dx < \frac{1}{2k-1}, \text{ 左边关于 } k=1, 2, \dots, n-1 \text{ 相加得:}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} < \int_1^n \frac{1}{2x-1} dx = \ln \sqrt{2n-1}, \text{ 右边关于 } k=1, 2, \dots, n \text{ 相加得:}$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} > \int_1^{n+1} \frac{1}{2x-1} dx = \ln \sqrt{2n+1}, \text{ 所以}$$

$$\ln \sqrt{2n+1} < 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} < 1 + \ln \sqrt{2n-1}$$

Note: 也可以用数学归纳法+中值定理去证