01-02-2几代B

一（30%）填空题：

1．设 $\alpha=(1,2)$ ， $\beta=(1,-1)$ ， 则 $\alpha\beta^T=$ ________； $\alpha^T\beta= =$___________； $(\alpha^T\beta)^{100}=$_________；

2．设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&3&1\\1&3&0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&3&4\\0&5&6\\0&0&7\end{pmatrix}$，则行列式 $\left|AB^{-1}\right|=$_________；

3．若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则当参数 k ____时，$\alpha_1-\alpha_2,k\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$ 也线性无关；

4．矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&1\\0&0&1&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$ 的伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^*=\begin{pmatrix}\quad&\quad&\quad&\quad\\ \\ \\ \\ \end{pmatrix}$ ；

5．设矩阵 A 及 $A+E$ 均可逆，则 $G=E-(A+E)^{-1}$，且 $G^{-1}=$_____________；

6．与向量 $\alpha=(1,0,1)$，$\beta=(1,1,1)$ 均正交的单位向量为_________；

7．四点 $A(1,1,1),B(1,1,x),C(2,1,1),D(2,y,3)$ 共面的充要条件为_____________ ；

8．设实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+kx_2^2+x_3^2+2x_2x_3$，则当 k 满足条件_______时，$f(x_1,x_2,x_3)=1$ 是椭球面；当 k 满足条件_____时， $f(x_1,x_2,x_3)=1$ 是柱面。

二（8%）记 π_1 为由曲线 $\begin{cases}z=y^2-3\\x=0\end{cases}$ 绕 $z-$轴旋转所产生的旋转曲面，π_2 为以 π_1 与平面 $\pi_3: x+y+z=1$ 的交线为准线，母线平行于 z -轴的柱面。试给出曲面 π_1 及 π_2 的方程，并画出 π_1 及被 π_3 所截有界部分在 $x-y$ 平面上的投影区域的草图（应标明区域边界与坐标轴的交点）。

三（8%）求经过直线 $\begin{cases}x+2y-z=2\\-x+y-2z=1\end{cases}$ 且与 $x-y$ 平面垂直的平面方程.

四（12%）求矩阵方程 $XA=2X+B$ 的解，其中，

$$A=\begin{pmatrix}3&1&1\\0&1&0\\0&0&3\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}-1&0&1\\3&2&-1\end{pmatrix}.$$

五（12%）设线性方程组

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=0\\x_1+3x_2+5x_3+5x_4=2\\-x_2+px_3-2x_4=q\\3x_1+2x_2+x_3+(p+3)x_4=-1\end{cases}$$

1．问：当参数 p,q 满足什么条件时，方程组无解、有唯一解、有无穷多解？

2．当方程组有无穷多解时，求出其通解。

六（12%）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\3&-1&2&0\\1&-3&k&-2\end{pmatrix}$，已知 $秩(A)=2$。

1．求参数 k 的值；

2．求一 4×2 阶矩阵 B，使得 $AB=0$，且秩$(B)=0$；

3．问：是否存在秩大于 2 的矩阵 M 使得 $AM=O$？为什么？

七（12%）设实对称矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&k&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix}1&&\\&l&\\&&1\end{pmatrix}$ 相似.

1．求参数 k,l 的值；

2．求一正交阵 Q，使得 $Q^TAQ=B$。

八（6%）已知 n 阶方阵 A 相似于对角阵，并且，A 的特征向量均是矩阵 B 的特征向量。

证明：$AB=BA$。