2009级高等数学（A）（上）期中试卷

一. 填空题（每个空格4分，本题满分24分）

1．$a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{8}$　　2．$\frac{dy}{dx}\Big|_{x=1}=\frac{e-1}{1+e^2}$　　3．$y'(0)=1+\frac{\pi}{2}$　　4．$(-2,1)$

5．$1+x+\frac{1}{3!}x^3+o(x^3)$　　6．3

二. 单项选择题（每小题4分，本题满分12分）　7．D　　8．B　　9．C

三. 计算题（本题满分36分）

10．e　　11．$\frac{1}{8}$　　12．$\frac{dy}{dx}\Big|_{t=0}=3\ \frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{t=0}=\frac{11}{3}$，

13．

$$f^{(n)}(x)=2^{n-1}x^2\cos(2x+\frac{n\pi}{2})+2^{n-1}nx\cos(2x+\frac{n-1}{2}\pi)+2^{n-3}n(n-1)\cos(2x+\frac{n-2}{2}\pi)$$

四(14)．（8分） $x=0$为第一类的跳跃间断点；$x=\frac{1}{\ln\frac{2}{3}}$为第二类的无穷间断点。

五(15)．（8分） 略。

六(16)．（6分） 略。

七（17）．（6分） 证明：$\because f\in C[0,1], f(0)=f(1)=0, M>0$，$\therefore \exists x_0\in(0,1)$使得$f(x_0)=M$，则由费马引理知$f'(x_0)=0$。

又$\because f(0)=0<\frac{M}{n}<M$，所以由介值定理知$\exists\eta\in(0,x_0)\quad s.t\quad f(\eta)=\frac{M}{n}$，

因为在区间$[0,\eta]$以及$[\eta,1]$上满足拉格朗日定理的条件，故$\exists\xi_1\in(0,\eta),\xi_2\in(\eta,1)$使得：

$\frac{f(\eta)-f(0)}{\eta}=\frac{M}{n\eta}=f'(\xi_1)$，$\frac{f(\eta)-f(1)}{\eta-1}=\frac{M}{n(\eta-1)}=f'(\xi_2)$，这两式取倒数再相减即得证。