自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名______ 学号______

线 封 密

# 东 南 大 学 考 试 卷（A 卷）

课程名称 高等数学B 考试学期 10-11-3 得分______

适用专业 选学高数B的各专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150分钟

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | |
| 批阅人 | | | | | | | |

**一．填空题（本题共9小题，每小题4分，满分36分）**

**1.** 设 $u=f(r)$ 连续可导，$r=\sqrt{x^2+y^2}$，$f'(0)=2$，则 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right)=$______；

**2.** 设 $f(x,y)=x^3y+e^{xy}-\sin(x^2-y^2)$，则 $f_x(1,1)=$______；

**3.** 设幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-3$ 处条件收敛，则幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_nx^{2n}$ 的收敛半径 $R=$______；

**4.** 交换积分次序 $\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{2x-x^2}}f(x,y)dy=$______；

**5.** 二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}dy\int_y^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{x}dx$ 的值为______；

**6.** 设 $f(r)$ 连续，$F(t)=\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le t^2}f(x^2+y^2+z^2)dv\ (t>0)$，则 $F'(t)=$______；

**7.** 设 $S:x^2+y^2+z^2=R^2$，则曲面积分 $\oiint\limits_S\frac{1}{x^2+y^2+z^2}dS$ 的值是______；

**8.** 设闭曲线 $C:x^2+y^2=1$，取逆时针方向，则 $\oint\limits_C ydx-x^2dy=$______；

**9.** 已知 $(ax\sin y+bx^2y)dx+(x^3+x^2\cos y)dy$ 为某函数 $u(x,y)$ 的全微分，则 $a=$______，$b=$______.

**二．（本题共4小题，每小题7分，满分28分）**

**10.** 计算二重积分 $\iint\limits_D(x+y)^2dxdy$，其中 $D:\begin{cases}x^2+y^2\le4y\\x^2+y^2\ge2y\end{cases}$.



**11.** 计算三重积分 $\iiint\limits_\Omega e^{x^2+y^2}dxdydz$，其中 $\Omega$ 是由 $z=x^2+y^2$ 与 $z=1$ 所围成的区域.

**12.** 计算第二型曲线积分 $\oint\limits_C(1+y^2)dx+xydy$，其中 $C$ 为由 $y=\sin x,y=2\sin x$ $(0\le x\le\pi)$ 所围成的闭曲线，取逆时针方向.

**13.** 计算第二型曲面积分 $\iint\limits_S y(x-z)dy\wedge dz+x(z-y)dx\wedge dy$，其中 $S$ 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被平面 $z=1,z=2$ 所截得的一段的外侧.

三(14).（**本题满分 7 分**）将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$ 展开为 $x+4$ 的幂级数，并指明收敛域.

四（15).（**本题满分 8 分**）求函数 $f(x,y)=2x^2+y^2-8x-2y+9$ 在闭区域 $D:2x^2+y^2\le 1$ 上的最大值与最小值.

五（16).（**本题满分 8 分**）计算由柱面 $x^2+y^2+2y=0$、锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 及 $xOy$ 平面所围成的封闭曲面的表面积.



六（17).（**本题满分 7 分**）求椭球面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 上某点 $M$ 处的切平面，使其过直线 $\dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{2z-1}{-2}$.

七（18).（**本题满分 6 分**）设曲线 $C:y=\sin x, x\in[0,\pi]$，证明：

$$\frac{3\sqrt{2}}{8}\pi^2\le\int_C x\mathrm{d}s\le\frac{\sqrt{2}}{2}\pi^2.$$